??

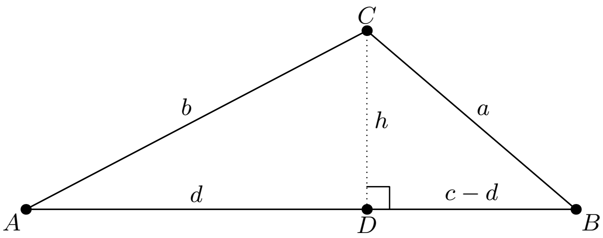
a) Vi har at

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4x &= 0 \\ x(2x-4) &= 0 \end{aligned}$$

Altså er $x = 0$, eller

$$\begin{aligned} 2x - 4 &= 0 \\ 2x &= 4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Gruble ??



Vi setter $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$, $h = CD$ og $d = AD$. Av Pytagoras' setning med hensyn på $\triangle ADC$ og $\triangle DCB$ har vi at

$$b^2 - d^2 = a^2 - (c-d)^2$$
$$d = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c}$$

Videre er

$$\begin{aligned}
h^2 &= b^2 - d^2 \\
&= (b+d)(b-d) \\
&= \left(b + \frac{b^2+c^2-a^2}{2c}\right)\left(b - \frac{b^2+c^2-a^2}{2c}\right) \\
&= \frac{1}{4c^2}\left[(b+c)^2 - a^2\right]\left[a^2 - (b-c)^2\right] \\
&= \frac{1}{4c^2}(b+c+a)(b+c-a)(a+b-c)(a-b+c)
\end{aligned}$$

Da $h > 0$, er

$$h = \frac{1}{2c}\sqrt{(b+c+a)(b+c-a)(a+b-c)(a-b+c)}$$

Arealet T til $\triangle ABC$ er nå gitt som

$$\begin{aligned}
T &= \frac{1}{2}hc \\
&= \frac{1}{4}\sqrt{(b+c+a)(b+c-a)(a+b-c)(a-b+c)}
\end{aligned}$$

Merk: Da en trekant må ha et areal med positiv verdi, kan Herons formel brukes for å vise *trekantulikheten*, som vi utledet i MB.

Gruble 1

Alternativ 1
Skal grafen til f være symmetrisk om vertikallinja som går gjennom punktet $\left(-\frac{b}{2a},0\right)$, må vi for et tall k ha at

$$f\left(k-\frac{b}{2a}\right)=f\left(-k-\frac{b}{2a}\right) \tag{1}$$

For et tall d har vi at

$$d-\frac{b}{2a}=\frac{2ad-b}{2a}$$

Videre er

$$\begin{aligned} f\left(d-\frac{b}{2a}\right) &= a\left(\frac{2ad-b}{2a}\right)^2+b\left(\frac{2ad-b}{2a}\right)+c \\ &= \frac{4a^2d^2-4abd+b^2}{4a}+\frac{2abd-b^2}{2a}+c \\ &= \frac{4a^2d^2-b^2}{4a}+c \end{aligned}$$

Dette betyr at uansett om $d=k$ eller om $d=-k$, så vil uttrykket over være likt, og altså er (1) gyldig.

Alternativ 2
Skal f være symmetrisk om en vertikallinje, må det bety at to tall t og s gir lik f-verdi:

$$\begin{aligned} f(s) &= f(t) \\ as^2+bs+c &= at^2+bt+c \\ a(s^2-t^2)+b(s-t) &= 0 \\ a(s-t)(s+t)+b(s-t) &= 0 && (s\neq t) \\ a(s+t)+b &= 0 \\ t &= -\frac{b}{a}-s \end{aligned}$$

Vi lar x_s være x-verdien til symmetrilinja til f. x_s må ligge midt mellom s og t. Vi lar $t>s$, da er

$$\begin{aligned} x_s &= s+\frac{1}{2}(t-s) \\ &= s+\frac{1}{2}\left(-\frac{b}{a}-s-s\right) \\ &= -\frac{b}{2a} \end{aligned}$$