0.1 Størrelser, enheter og prefikser

Det vi kan måle og uttrykke med tall, kaller vi *størrelser*. En størrelse består gjerne av både en verdi og en *enhet*, og i denne seksjonen skal vi se på disse fire enhetene:

enhet	**forkortelse**	**enhet for**
meter	m	lengde
gram	g	masse
sekund	s	tid
liter	L	volum

Noen ganger har vi veldig store eller veldig små størrelser, for eksempel er det ca 40 075 000 m rundt ekvator! For så store tall er det vanlig å bruke en *prefiks*. Da kan vi skrive at det er ca 40 075 km rundt ekvator. Her står 'km' for 'kilometer', og 'kilo' betyr '1 000'. Så 1 000 meter er altså 1 kilometer . Her er prefiksene man oftest[1] møter på i hverdagen:

prefiks	**forkortelse**	**verdi**
kilo	k	1 000
hekto	h	100
deka	da	10
desi	d	0,1
centi	c	0,01
milli	m	0,001

Bruker vi denne tabellen i kombinasjon med enhetene kan vi for eksempel se at

$$
\begin{aligned}
1000\,\mathrm{g} &= 1\,\mathrm{kg} \\
0{,}1\,\mathrm{m} &= 1\,\mathrm{dm} \\
1\,\mathrm{s} &= 1000\,\mathrm{ms} \\
0{,}01\,\mathrm{L} &= 1\,\mathrm{cL}
\end{aligned}
$$

Enda ryddigere kan vi få det hvis vi lager en vannrett tabell (se neste side) med meter, gram eller liter lagt til i midten[2].

[1] Unntaket er 'deka', som er en veldig lite brukt prefiks, men vi har tatt den med fordi den kompletterer tallmønsteret.

[2] Legg merke til at 'meter', 'gram', 'sekund' og 'liter' er *enheter*, mens 'kilo', 'hekto' osv. er *tall*. Det kan derfor virke litt rart å sette dem opp i samme tabell, men for vårt formål fungerer det helt fint.

0.1 Omgjøring av prefikser

Når vi skal endre prefikser kan vi bruke denne tabellen:

| kilo | hekto | deka | m/g/L | desi | centi | milli |

Komma må flyttes like mange ganger som antall ruter vi må flytte oss fra opprinnelig prefiks til ny prefiks.

For lengde brukes også enheten 'mil' (1 mil = 10 000 m). Denne kan legges på til venstre for 'kilo'.

Språkboksen

En (eventuell) **prefiks** og en **enhet** utgjør en **benevning**. For eksempel har 9 km benevningen 'km', mens 9 m har benevningen 'm'. Disse størrelsene har forskjellige benevning, men begge har 'm' som enhet.

Eksempel 1

Skriv om 23,4 mL til antall L.

Svar

Vi skriver tabellen vår med L i midten, og legger merke til at vi må *tre ruter til venstre* for å komme oss fra mL til L:

| kilo | hekto | deka | L | desi | centi | milli |

Det betyr at vi må flytte kommaet vårt tre plasser til venstre for å gjøre om mL til L:

$$23{,}4\,\text{mL} = 0{,}0234\,\text{L}$$

Eksempel 2

Skriv om 30 hg til antall cg.

Svar

Vi skriver tabellen vår med 'g' i midten, og legger merke til at vi må **fire ruter til høyre** for å komme oss fra hg til cg:

kilo	hekto	deka	g	desi	centi	milli

Dét betyr at vi må flytte kommaet vårt fire plasser til høyre for å gjøre om 'hg' til 'cg':

$$30\,\text{mg} = 300\,000\,\text{cg}$$

Eksempel 3

Skriv om 2,7 s til antall ms.

Svar

Vi skriver tabellen vår med 's' i midten, og legger merke til at vi må **tre ruter til høgre** for å komme oss fra s til ms:

kilo	hekto	deka	s	desi	centi	milli

Dét betyr at vi må flytte kommaet vårt tre plasser til høgre for å gjøre om 's' til 'ms':

$$2{,}7\,\text{s} = 2\,700\,\text{ms}$$

Eksempel 4

Gjør om 12 500 dm til antall mil.

Svar

Vi skriver tabellen vår med m i midten, legger til 'mil', og merker oss at vi må **fem ruter til venstre** for å komme oss fra dm til mil:

mil	kilo	hekto	deka	m	desi	centi	milli

Dét betyr at vi må flytte kommaet vårt fem plasser til høyre for å gjøre om mil til dm:

$$12\,500\,\text{dm} = 0{,}125\,\text{mil}$$

0.1 Omgjøring av prefikser (forklaring)

Omgjøring av prefikser handler om å gange/dele med 10, 100 osv. (MB)

La oss som første eksempel skrive om 3,452 km til antall meter. Vi har at

$$\begin{aligned} 3{,}452\,\text{km} &= 3{,}452 \cdot 1000\,\text{m} \\ &= 3\,452\,\text{m} \end{aligned}$$

La oss som andre eksempel skrive om 47 mm til antall meter. Vi har at

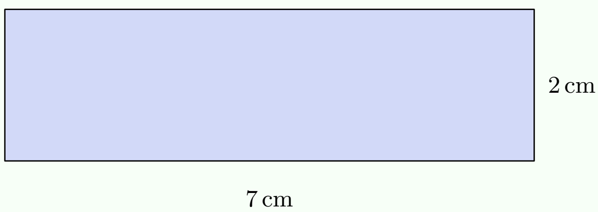
$$\begin{aligned} 47\,\text{mm} &= 47 \cdot \frac{1}{1000}\,\text{m} \\ &= (47 : 1000)\,\text{m} \\ &= 0{,}047\,\text{m} \end{aligned}$$

0.2 Regning med størrelser

Merk: I eksemplene til denne seksjonen bruker vi areal- og volumformler som du finner i MB.

I utregninger behandler vi benevninger på samme måte som vi behandler variabler i algebra[1]. På samme måte som at $a + a = 2a$, er altså $1\,\text{cm} + 1\,\text{cm} = 2\,\text{cm}$ og på samme måte som at $2a \cdot 3a = 6a^2$, er $2\,\text{cm} \cdot 3\,\text{cm} = 6\,\text{cm}^2$.

Eksempel 1



a) Finn omkretsen til rektangelet.

b) Finn arealet til rektangelet.

Svar

a) Omkretsen til rektangelet er

$$7\,\text{cm} + 2\,\text{cm} + 7\,\text{cm} + 2\,\text{cm} = 18\,\text{cm}$$

b) Arealet til rektangelet er

$$7\,\text{cm} \cdot 2\,\text{cm} = 14\,\text{cm}^2$$

Eksempel 3

En sylinder har radius $4\,\text{m}$ og høgde $2\,\text{m}$. Finn volumet til sylinderen.

Svar

$$\text{grunnflaten til sylinderen} = \pi \cdot (4\,\text{cm})^2 = 16\pi\,\text{cm}^2$$

$$\text{volumet til sylinderen} = 16\pi\,\text{cm}^2 \cdot 2\,\text{cm} = 32\pi\,\text{cm}^3$$

[1] Se kapitlet om algebra i MB.

0.3 Proporsjonale størrelser

Si at det koster 10 kr for 0,5 kg poteter. Hvis det er slik at denne prisen gjelder også hvis vi ønsker å kjøpe 0,5 kg poteter mer, koster det 20 kr for 1 kg poteter. Hvis prisen gjelder også hvis vi ønsker å kjøpe 0,5 kg poteter mer enn dette, koster det 30 kr for 1,5 kg poteter. Antall kroner og antall kilogram poteter for hver av tilfellene kan vi sette opp i en tabell:

kr	10	20	30
kg	0,5	1	1,5

La oss videre dele prisen med vekten for hvert av tilfellene:

$$\frac{10\,\text{kr}}{0{,}5\,\text{kg}} = 20\,\text{kr/kg} \qquad \frac{20\,\text{kr}}{1\,\text{kg}} = 20\,\text{kr/kg} \qquad \frac{30\,\text{kr}}{1{,}5} = 20\,\text{kr/kg}$$

Vi ser nå at forholdet mellom prisen og vekten er det samme for alle tilfellene. Da sier vi at prisen og vekten er[1] **proporsjonale størrelser**. Av disse to størrelsene har vi også "lagd" en ny størrelse, med benevning[2] 'kr/kg'. Dette uttaler vi "kroner per kilogram", og denne størrelsen blir gjerne kalt **kiloprisen**. I dette tilfellet er kiloprisen 20 kr/kg. Da kiloprisen er forholdet mellom to proporsjonale størrelser, kalles den en **proporsjonalitetskonstant.**

0.2 Proporsjonale størrelser

$$\text{proporsjonalitetskonstant} = \frac{\text{en størrelse}}{\text{en annen størrelse}} \tag{1}$$

Anvendt matematikk er full av størrelser som er proporsjonalitetskonstanter, og i definisjonsboksene under finner du et utvalg av disse. Legg merke til at formlene som vises matematisk sett er de samme som (1), det er bare navnene på størrelsene og enhetene som er forskjellige.

[1] Se også vedlegg?? i MB.

[2] Vi kunne også skrevet $\frac{\text{kr}}{\text{kg}}$, men i dette tilfellet er det vanligst å bruke / som divisjonstegn.

0.3 Kilopris

Kilopris gir forholdet mellom en pris (i kr) og en vekt (i kilogram)

$$\text{kilopris} = \frac{\text{pris}}{\text{vekt}} \tag{2}$$

Alternativt kan vi skrive

$$\text{pris} = \text{kilopris} \cdot \text{vekt} \tag{3}$$

Benevningen for kilopris er 'kr/kg'.

0.4 Literpris

Literpris gir forholdet mellom en pris (i kr) og et volum (i liter)

$$\text{litepris} = \frac{\text{pris}}{\text{volum}} \tag{4}$$

Alternativt kan vi skrive

$$\text{pris} = \text{literpris} \cdot \text{volum} \tag{5}$$

Benevningen for literpris er 'kr/L'.

0.5 Fart

Fart gir forholdet mellom en lengde og en tid.

$$\text{fart} = \frac{\text{lengde}}{\text{tid}} \tag{6}$$

Alternativt kan vi skrive

$$\text{lengde} = \text{fart} \cdot \text{tid} \tag{7}$$

Vanlige benevninger for fart er[1] 'km/h' og 'm/s'

[1] 'h' står for 'time' ('hour' på engelsk).

0.6 Tetthet

En **tetthet** gir forholdet mellom en vekt og et volum.

$$\text{tetthet} = \frac{\text{vekt}}{\text{volum}} \tag{8}$$

Alternativt kan vi skrive

$$\text{vekt} = \text{tetthet} \cdot \text{volum} \tag{9}$$

Vanlige benevninger for tetthet er er 'kg/m^3' og 'g/cm^3'

0.7 Effekt

Effekt gir forholdet mellom energi og tid

$$\text{effekt} = \frac{\text{energi}}{\text{tid}} \tag{10}$$

Alternativt kan vi skrive

$$\text{energi} = \text{effekt} \cdot \text{tid} \tag{11}$$

Vanlige benevninger for effekt er 'J/s' og 'kWh/s'. 'J' står for energieneheten 'Joule'. 'J/s' er det samme som 'W', som står for 'Watt'. I 'kWh' står 'k' for 'kilo', 'W' for 'Watt' og 'h' for 'time'.

Merk

I (2) - (8) er det antatt at størrelsene på venstre side av likningen er *konstant*, men det er ikke alltid slik. Lar du en stein falle fra en høgde, vil den åpenbart ikke ha den samme farten hele tiden. Ved å dele lengden den har falt med tiden det tok, vil du finne *hvilken fart ballen ville hatt dersom den skulle kommet seg like langt på den samme tiden, dersom farten var den samme hele tiden.*

0.4 Regning med forskjellige benevninger

Når vi skal utføre regneoperasjoner med størrelser som har benevning, er det helt avgjørende at vi passer på at benevningene som er involvert er de samme.

Eksempel 1

Regn ut $5\,\text{km} + 4\,000\,\text{m}$.

Svar

Her må vi enten gjøre om $5\,\text{km}$ til antall m eller $4\,000\,\text{m}$ til antall km før vi kan legge sammen verdiene. Vi velger å gjøre om $5\,\text{km}$ til antall m:

$$5\,\text{km}{=}5\,000\,\text{m}$$

Nå har vi at

$$\begin{aligned} 5\,\text{km} + 4\,000\,\text{m} &= 5\,000\,\text{m} + 4\,000\,\text{m} \\ &= 9\,000\,\text{m} \end{aligned}$$

Tips

I mange utregninger kan enheter føre til at uttrykkene blir litt rotete. Hvis du er helt sikker på at alle benevningene er like, kan du med fordel skrive utregninger uten benevning. I *Eksempel 1* over kunne vi da regnet ut

$$5\,000 + 4\,000 = 9\,000$$

Men merk at i et endelig svar *må* vi ha med benevning:

$$5\,\text{km} + 4\,000\,\text{m} = 9\,000\,\text{m}$$

Eksempel 2

Bruk ligning (7) til å svare på spørsmålene.

a) Hvor langt kjører en bil som holder farten 50 km/h i 3 timer?

b) Hvor langt kjører en bil som holder farten 90 km/h i 45 minutt?

Svar

a) I ligning (7) er nå farten 50 og tiden 3, og da er

$$\text{strekning} = 50 \cdot 3 = 150$$

Altså har bilen kjørt 150 km

b) Her har vi to forskjellige enheter for tid involvert; 'timer' ('h') og 'minutt' ('min'). Da må vi enten gjøre om farten til antall 'km/min' eller tiden til antall 'h'. Vi velger å gjøre om antall 'min' til antall 'h'[1]:

$$\begin{aligned} 45\,\text{minutt} &= \frac{45}{60}\,\text{timer} \\ &= \frac{3}{4}\,\text{timer} \end{aligned}$$

I ligning (7) er nå farten 90 og tiden $\frac{3}{4}$, og da er

$$\text{strekning} = 90 \cdot \frac{3}{4} = 67.5$$

Altså har bilen kjørt 67.5 km.

[1] Husk at 60 min = 1 h.

Eksempel 3

Bruk ligning (2) til å svare på spørsmålene.

a) 10 kg tomater koster 35 kr. Hva er kiloprisen til tomatene?

b) Safran går for å være verdens dyreste krydder, 5 g kan koste 600 kr. Hva er da kiloprisen på safran?

Svar

a) I ligning (2) er nå prisen 35 og vekten 10, og da er

$$\text{kilopris} = \frac{35}{10} = 3{,}5$$

Altså er kiloprisen på tomater 3,5 kr/kg

b) Her har vi to forskjellige enheter for vekt involvert; kg og gram. Vi gjør om antall g til antall kg (se regel 0.1):

$$5\,\text{g} = 0{,}005\,\text{kg}$$

I ligning (2) er nå prisen 600 og vekten 0,005, og da er

$$\text{kilopris} = \frac{600}{0{,}005} = 120\,000$$

Altså koster safran 120 000 kr/kg.