

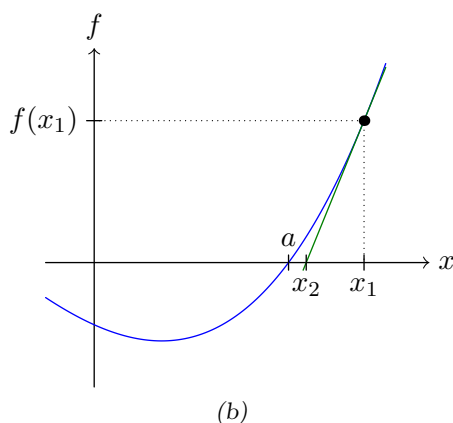
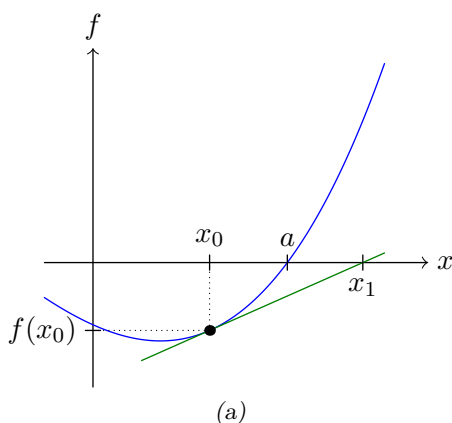
0.1 Newtons metode

Gitt en funksjon $f(x)$ si at vi ønsker å finne et tall a slik at $f(a) = 0$. Ved **Newton's metode** gjør vi denne antakelsen for å en tilnærming a :

La x_1 være skjæringspunktet mellom x -aksen og tangenten til f i x_0 . Vi antar da at $|x_1 - a| < |x_0 - a|$. Sagt med ord antar vi at x_1 gir en bedre tilnærming for a enn det x_0 gjør.

Siden x_1 er skjæringspunktet mellom x -aksen og tangenten til f i x_0 , har vi at¹

$$\begin{aligned}f'(x_0)(x_1 - x_0) + f(x_0) &= 0 \\f'(x_0)x_1 &= f'(x_0)x_0 - f(x_0) \\x_1 &= x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}\end{aligned}$$



La x_2 være skjæringspunktet mellom x -aksen og tangenten til f i x_1 . Ved å gjenta prosedyren vi brukte for å finne x_1 , kan vi finne x_2 , som vi antar er en enda bedre tilnærming for a enn x_1 . Prosedyren kan vi gjenta fram til vi har funnet en x -verdi som gir en tilstrekkelig² tilnærming til a .

¹Se oppgave??

²Hva som er en *tilstrekkelig tilnærming* er det opp til oss selv å bestemme.

R 0.1 Newtons metode

Gitt en funksjon $f(x)$ si at vi ønsker å finne et tall a slik at $f(a) = 0$. Gitt x -verdiene x_n og x_{n+1} for $n \in \mathbb{N}$. Ved å bruke formelen

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

antas det at x_{n+1} gir en bedre tilnærming for a enn x_n .

Språkboksen

Newton's metode kalles også **Newton-Rhaphos metode**.

Når er tilmærmingen god nok?

Newton's metode beskriver en iterasjonsprosess som man håper at nærmer seg en verdi. Hvis metoden lykkes, vil x_{n+1} og x_n etterhvert være veldig like, og slik kan en grense for hvor liten $|x_{n+1} - x_n|$ kan være fungere som et godt mål for når iterasjonsprosessen skal stoppe.

0.2 Trapesmetoden

Gitt en funksjone $f(x)$. Integralet $\int_a^b f dx$ kan vi tilnærme ved å

1. Dele intervallet $[a, b]$ inn i mindre intervall. Disse kaller vi **delintervall**.
2. Finne en tilnærmet verdi for integralet av f på hvert delintervall.
3. Summere verdiene fra punkt 2.

I figur 1a har vi 3 like store delintervaller. Hvis vi setter $a = x_0$ og $\Delta x = \frac{b-a}{3}$, betyr dette at

$$x_1 = x_0 + \Delta x \quad x_2 = x_0 + 2\Delta x \quad x_3 = x_0 + 3\Delta x = b$$

En tilnærmet verdi for $\int_a^{x_1} f dx$ får vi ved å finne arealet til trapeset med hjørner (husk at $x_0 = a$)

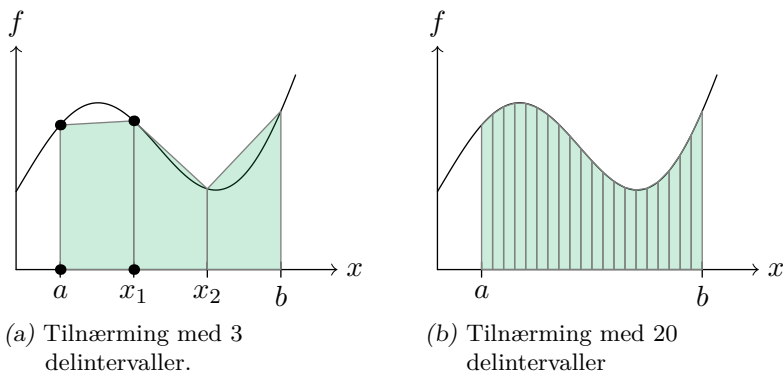
$$(x_0, 0) \quad (x_1, 0) \quad (x_1, f(x_1)) \quad (x_0, f(a))$$

Dette arealet er gitt ved uttrykket

$$\frac{1}{2}(x_1 - x_0) [f(x_0) + f(x_1)] = \frac{\Delta x}{2} [f(x_0) + f(x_1)]$$

Ved å tilnærme integralet for hvert delintervall på denne måten, kan vi skrive

$$\int_a^b f dx \approx \frac{\Delta x}{2} \sum_{i=0}^{n-1} [f(x_i) + f(x_{i+1})]$$



Figur 1

R 0.2 Trapesmetoden

Gitt en integrerbar funksjon f . En tilnærmet verdi for $\int_a^b f dx$ er da gitt som

$$\int_a^b f dx \approx \frac{\Delta x}{2} \sum_{i=0}^n [f(x_i) + f(x_{i+1})] \quad (1)$$

hvor

$$n \in \hat{\mathbb{N}}$$

$$a = x_0$$

$$b = x_n$$

$$\Delta x = \frac{b - a}{n + 1}$$

$$x_{n+1} = x_n + i\Delta x$$

Merk

Slik [regel 0.2](#) er formulert, vil $[a, b]$ være delt inn i $n + 1$ delintervaller.