Oppgaver for kapittel 0

0.1.1

Skriv som fullstendige kvadrat.

a) $x^2 + 6x + 9$ b) $b^2 + 14b + 49$ c) $a^2 - 2a + 1$

d) $k^2 - \frac{2}{3}k + \frac{1}{9}$ e) $c^2 - \frac{1}{2}c + \frac{1}{16}$ f) $y^2 + \frac{6}{7}y + \frac{9}{49}$

0.1.2

Skriv som fullstendige kvadrat.

a) $25a^2 + 90a + 81$ b) $9b^2 + 12a + 4$ c) $64c^2 - 16c + 1$

d) $\frac{1}{4}d^2 + \frac{3}{4}d + \frac{9}{16}$ e) $\frac{1}{25}e^2 + \frac{4}{35}e + \frac{4}{49}$ f) $\frac{81}{64}f^2 - \frac{15}{4}f + \frac{25}{9}$

0.1.3

Vis at

a) $(a - b)^2 - b^2 = a(a - 2b)$

b) $(k + x)^2 - (k - x)^2 = 4kx$

0.1.4

a) Gitt to heltall a og b. Forklar hvorfor $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b})$ er et heltall.

b) Skriv om brøken $\frac{5}{2-\sqrt{3}}$ til en brøk med heltalls nevner.

0.1.5

Skriv om til et uttrykk der x er et ledd i et fullstendig kvadrat.

a) $x^2 + 6x - 7$ b) $x^2 - 8x - 20$ c) $x^2 + 12 - 45$

0.1.6

Hvorfor er det ved bruk av sum-produkt-metoden lurte å starte med å finne tall som oppfyller kravet $a_1a_2 = c$ (i motsetning til å finne tall som oppfyller kravet $a_1 + a_2 = b$)?

0.1.7

Faktoriser uttrykkene fra oppgave 0.1.5.

0.1.8

Faktoriser uttrykkene.

a) $x^2-10kx+25k^2$ b) $y^2+8yz+16z^2$ c) $a^2-20aq+100q^2$

d) $x^2+xy-20y^2$ e) $a^2-9ab+14b^2$ f) $y^2-9k^5y-k^2y+9k^7$

0.1.9 (1TV23D1)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - 2x - 8$$

I hvilke punkt skjærer gragen til funksjonen x-aksen?

0.1.10 (1TV23D1)

Gitt ligningen

$$x^3 - 5x^2 - 8x + 12 = (x-1)(x+a)(x-b)$$

Bestem a og b slik at ligningen blir en identitet.

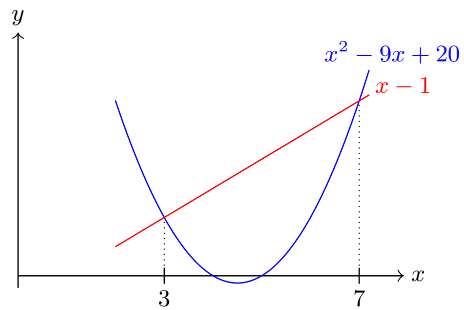
0.1.11

Gitt ulikheten

$$x^2 - 9x + 20 > x - 1$$

a) Bruk figuren under til å løse ulikheten.

b) Løs ulikheten ved hjelp av faktorisering.



0.1.12 (1TH21D1)

Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{2x^2-2}{x^2-2x+1}$$

0.1.13 (1TV21D1)
Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{x}{x-3} + \frac{x-6}{x+3} - \frac{18}{x^2-9}$$

0.1.14 (1TH21D1)
Løs ulikheten.

$$x^2 + 2x - 8 < 0$$

0.1.15
Gitt ulikheten

$$\frac{10}{x+3} - \frac{2}{x+5} > 0$$

a) Forklar hvorfor det er problematisk å gange begge sider av ulikheten med en fellesnevner.

b) Løs ulikheten.

0.2.1
Gitt likningen

$$ax^2 + bx = 0$$

Vis, uten å bruke *abc*-formelen, at

$$x = 0 \qquad \vee \qquad x = -\frac{b}{a}$$

0.2.2
Løs likningene.

a) $2x^2 - 4x = 0$ b) $3x^2 + 27x = 0$

c) $7x^2 + 2x = 0$ d) $8x - 9x^2 = 0$

0.2.3

Løs likningene.

a) $x^2 - 4x - 4 = 0$ b) $x^2 + 2x - 15$ c) $x^2 + 3x - 70 = 0$

d) $x^2 + 5x - 7 = 0$ e) $x^2 - x - 1 = 0$ f) $x^2 - 2x - 9 = 0$

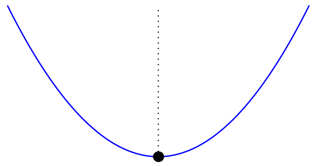
g) $5x^2 + 2x - 7 = 0$ h) $8x^2 - 2x^2 - 9 = 0$ i) $3x^2 - 12x + 1 = 0$

0.2.4 (1TH21D1)

Grafen til en andregradsfunksjon f går gjennom punktene $(0, 12)$, $(-3, 0)$ og $(2, 0)$. Bestem $f(x)$.

0.2.5

Grafen til $f(x) = x^2 + 2x - 8$ er symmetrisk om vertikallinja som går gjennom bunnpunktet. Finn x-verdien til dette punktet.



0.2.6 (1TH21D1)

$$x^2 + 2x - y = -1 \qquad \text{(I)}$$
$$x + y = -2 \qquad \text{(II)}$$

Vis at ligningssystemet ikke har løsning

a) grafisk

b) ved regning

0.3.1

Utfør polynomdivisjon på uttrykkene

a) $\dfrac{x^4 - 3x^2 + 5}{x^3 + x}$ b) $\dfrac{-7x^3 - 9x^2 + x}{-4x^2 + 3}$ c) $\dfrac{2x^3 - 6x^2 + 9x - 27}{2x^2 + 9}$

0.4.1
$P(x) = 0$ for én av $x \in \{-1, 2, 3\}$. Faktoriser P når

a) $P = x^3 - 37x + 84$

b) $P = x^3 + 10x^2 + 17x + 18$

c) $P = 2x^3 + 21x^2 + 61x + 42$

0.5.1 (R1H23D1)
Skriv uttrykkene nedenfor i stigende rekkefølge

$$2\ln e \quad , \quad 3\log_{10} 70 \quad , \quad e^{3\ln 2}$$

Husk å grunngi svaret.

Merk: I originaloppgaven står det bare $3\log 70$. Vi har her valgt å presisere at 10 er basen til logaritmen.

0.5.2
Løs likningen.

a) $7 \cdot 5^x = 14$ b) $3 \cdot 8^x = 27$ c) $10 \cdot 2^x = 19$

0.5.3
Vis at likningen

$$b \cdot a^x = c$$

har løsningen

$$x = \log_a \frac{c}{b}$$

0.5.4
Løs likningen. (Hint; se vedlegg **??**)

a) $(\ln x)^2 - 5\ln x + 6 = 0$ b) $(\log x)^2 - 3\ln x - 70 = 0$

c) $e^{2x} - 2x - 3 = 0$ d) $e^{2x} + 7x - 18 = 0$

0.5.5 (1TH21D1)
Løs ligningene

a) $\lg(2x - 6) = 2$

b) $\dfrac{3^{2x} + 3^{2x} + 4}{2} = 29$

Gruble 1

(T1H23D1)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$$

I hvilke punkt skjærer grafen til funksjonen x-aksen?

Gruble 2

$$\sqrt{27} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

Finn de heltallige verdiene til x og y.

Gruble 3

Skriv uttrykkene på formen $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^2$, hvor a og b er heltall.

a) $10 - 2\sqrt{21}$

b) $13 + 2\sqrt{22}$

c) $8 + 4\sqrt{3}$

d) $42 - 14\sqrt{5}$

Gruble 4

For en trekant med sidelengder a, b og c er arealet T gitt ved **Herons formel**:

$$T = \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(b+c-a)}$$

Bevis formelen.

Gruble 5

Gitt funksjonen $f(x) = ax^2 + bx + c$. Vis at grafen til f er symmetrisk om vertikallinja som går gjennom punktet $\left(-\frac{b}{2a}, 0\right)$.

Gruble 6

Vis at $2bd - 2dr - r^2$ er en faktor i uttrykket
$d^2r^2 - (d+r)^2r^2 + 4bd^2(b-r)$.