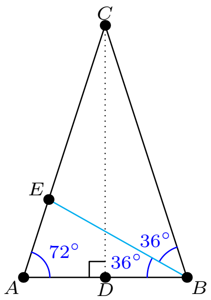
Oppgaver for kapittel 0

Gruble ??



Da $\angle BAC = \angle CBA = 72^\circ$, er $\triangle ABC$ likebeint ($AC = BC$) og $\angle ACB = 36^\circ$. Altså er også $\triangle BEC$ likebeint ($EB = EC$). $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ fordi de har $\angle BAC$ felles, og $\angle ACB = \angle EBD$. Vi setter $x = AB$ og $y = BC$, og får at

$$\frac{AB}{BC} = \frac{EA}{AB}$$
$$\frac{x}{y} = \frac{y-x}{y}$$
$$xy + x^2 - y^2 = 0$$

Av *abc*-formelen har vi at

$$x = \frac{-y + \pm\sqrt{y^2 - 4y^2}}{2}$$
$$= \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} y$$

Vi forkaster den negative løsningen for x, og får at

$$BD = \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{4} y$$

Da $\sin 18^\circ = \frac{BD}{BC}$, er

$$\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

??

a) Vi har at

$$AF = AD = c - r$$
$$FC = CE = a - r$$

Da $AF + FC = c$, er

$$c - r + a - r = b$$
$$c + a - b = 2r$$

b) Med c som grunnlinje har $\triangle ABC$ høgde b. Av den klassiske arealformelen for en trekant (se MB) og formelen fra Oppgave **??** har vi da at

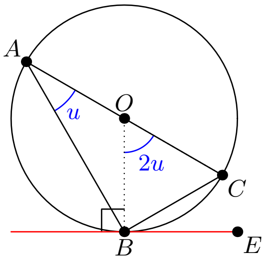
$$(a + b + c)r = ac$$
$$r = \frac{ac}{a + b + c}$$

c) Av oppgave (a) og (b) er

$$\begin{aligned} c + a - b &= \frac{2ac}{a+b+c} \\ (c+a-b)(a+b+c) &= 2ac \\ (a+c)^2 - b^2 &= 2ac \\ a^2 + c^2 &= b^2 \end{aligned}$$

Formelen kjenner vi igjen som Pytagoras' setning.

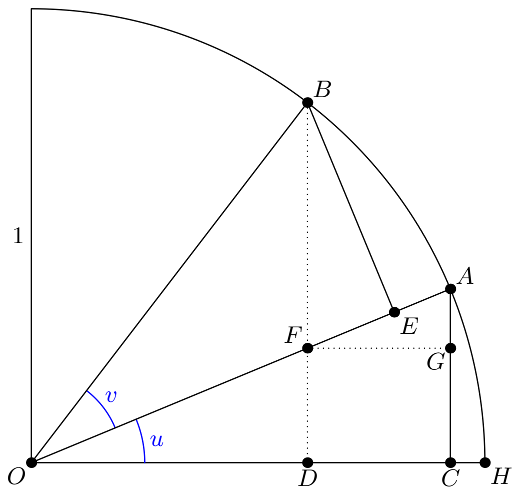
??



Vi setter $v = \angle BAC$. Da $\angle BAC$ er en periferivinkel, er $\angle BOC = 2v$. $\triangle BCO$ er likebeint, og derfor er $\angle CBO = 90^\circ - u$ (forklar for deg selv hvorfor). Nå har vi at

$$\angle EBC = 90^\circ - \angle CBO = u$$

Gruble 3



I figuren over merker vi oss at

$$EB = \sin v \qquad AC = \sin u$$

$$OE = \cos v \qquad OC = \cos u$$

Da $\triangle OCA \sim \triangle BEF$, har vi at

$$FE = \frac{BE}{OC} AC = \frac{\sin v}{\cos u} \sin u$$

Videre har vi at $EA = OA - OE = 1 - \cos v$. Tilsvarende er $CH = 1 - \cos u$. I tillegg er

$$DC = FG = (FE + EA) \cos u = \left(\frac{\sin v}{\cos u} \sin u + 1 - \cos v \right) \cos u$$

Nå har vi at

$$\begin{aligned} OD &= OH - CH - DC \\ \cos(u+v) &= 1 - (1 - \cos u) - \left(\frac{\sin v}{\cos u} \sin u + 1 - \cos v \right) \cos u \\ &= \cos u \cos v - \sin u \sin v \end{aligned}$$