Oppgaver for kapittel 0

??

a) Vi har at

$$AF = AD = c - r$$

$$FC = CE = a - r$$

Da $AF + FC = c$, er

$$\begin{aligned} c - r + a - r &= b \\ c + a - b &= 2r \end{aligned}$$

b) Med c som grunnlinje har $\triangle ABC$ høgde b. Av den klassiske arealformelen for en trekant (se MB) og formelen fra Oppgave **??** har vi da at

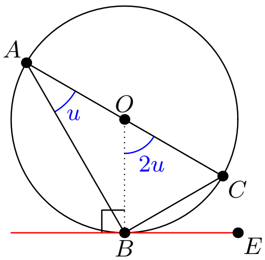
$$\begin{aligned} (a + b + c)r &= ac \\ r &= \frac{ac}{a + b + c} \end{aligned}$$

c) Av oppgave (a) og (b) er

$$\begin{aligned} c + a - b &= \frac{2ac}{a + b + c} \\ (c + a - b)(a + b + c) &= 2ac \\ (a + c)^2 - b^2 &= 2ac \\ a^2 + c^2 &= b^2 \end{aligned}$$

Formelen kjenner vi igjen som Pytagoras' setning.

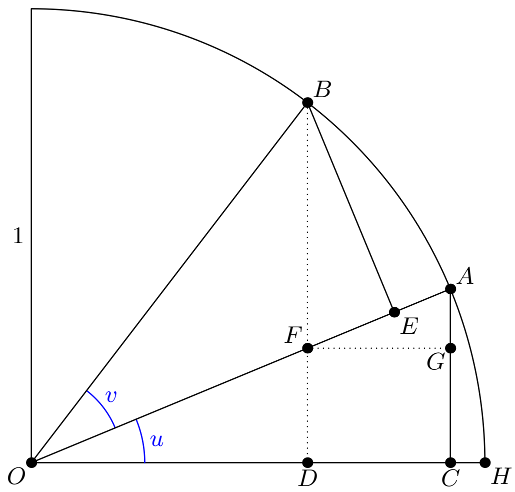
??



Vi setter $v = \angle BAC$. Da $\angle BAC$ er en periferivinkel, er $\angle BOC = 2v$. $\triangle BCO$ er likebeint, og derfor er $\angle CBO = 90^\circ - u$ (forklar for deg selv hvorfor). Nå har vi at

$$\angle EBC = 90^\circ - \angle CBO = u$$

Gruble 3



I figuren over merker vi oss at

$$EB = \sin v \qquad\qquad AC = \sin u$$

$$OE = \cos v \qquad\qquad OC = \cos u$$

Da $\triangle OCA \sim \triangle BEF$, har vi at

$$FE = \frac{BE}{OC} AC = \frac{\sin v}{\cos u} \sin u$$

Videre har vi at $EA = OA - OE = 1 - \cos v$. Tilsvarende er $CH = 1 - \cos u$. I tillegg er

$$DC = FG = (FE + EA) \cos u = \left(\frac{\sin v}{\cos u} \sin u + 1 - \cos v \right) \cos u$$

Nå har vi at

$$\begin{aligned} OD &= OH - CH - DC \\ \cos(u+v) &= 1 - (1 - \cos u) - \left(\frac{\sin v}{\cos u} \sin u + 1 - \cos v \right) \cos u \\ &= \cos u \cos v - \sin u \sin v \end{aligned}$$