0.1 Introduksjon

Algebra er kort og godt matematikk der bokstavar representerer tal. Dette gjer at vi lettare kan jobbe med *generelle* tilfelle. For eksempel er $3 \cdot 2 = 2 \cdot 3$ og $6 \cdot 7 = 7 \cdot 6$, men desse er berre to av dei uendeleg mange eksempla på at multiplikasjon er kommutativ! Ei av hensiktene med algebra er at vi ønsker å gi *eitt* eksempel som forklarer *alle* tilfelle, og sidan sifra våre (0-9) er uløseleg knytta til bestemde tal, bruker vi bokstavar for å nå dette målet.

Verdien til tala som er representert ved bokstavar vil ofte variere ut ifrå ein samanheng, og da kallar vi desse bokstavtala for *variablar*. Viss bokstavtala derimot har ein bestemd verdi, kallar vi dei for *konstantar*.

I *Del I* av boka har vi sett på rekning med konkrete tal, likevel er dei fleste reglane vi har utleda *generelle*; dei gjeld for alle tal. På side 1 - 4 har vi gjengitt mange av desse reglane på ei meir generell form. Ein fin introduksjon til algebra er å samanlikne reglane du finn her med slik du finn dei[1] i *Del I*.

0.1 Addisjon er kommutativ (??)

$$a + b = b + a$$

Eksempel

$$7 + 5 = 5 + 7$$

0.2 Multiplikasjon er kommutativ (??)

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Eksempel 1

$$9 \cdot 8 = 8 \cdot 9$$

Eksempel 2

$$8 \cdot a = a \cdot 8$$

[1]Reglane sine nummer i *Del I* står i parantes.

Gonging med bokstavuttrykk

Når ein gongar saman bokstavar, er det vanleg å utelate gongeteiknet. Og om ein gongar saman ein bokstav og eit konkret tal, skriv ein det konkrete talet først. Dette betyr for eksempel at

$$a \cdot b = ab$$

og at

$$a \cdot 8 = 8a$$

I tillegg skriv vi også

$$1 \cdot a = a$$

Det er også vanleg å utelate gongeteikn der parantesuttrykk er ein faktor:

$$3 \cdot (a + b) = 3(a + b)$$

0.3 Brøk som omskriving av delestykke (??)

$$a : b = \frac{a}{b}$$

Eksempel

$$a : 2 = \frac{a}{2}$$

0.4 Brøk gonga med brøk (??)

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Eksempel 1

$$\frac{2}{11} \cdot \frac{13}{21} = \frac{2 \cdot 13}{11 \cdot 21} = \frac{26}{231}$$

Eksempel 2

$$\frac{3}{b} \cdot \frac{a}{7} = \frac{3a}{7b}$$

0.5 Deling med brøk (??)

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Eksempel 1

$$\frac{1}{2} : \frac{5}{7} = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{5}$$

Eksempel 2

$$\begin{aligned} \frac{a}{13} : \frac{b}{3} &= \frac{a}{13} \cdot \frac{3}{b} \\ &= \frac{3a}{13b} \end{aligned}$$

0.6 Gonging med parantes (distributiv lov) (??)

$$(a+b)c = ac + bc$$

Eksempel 1

$$(2+a)b = 2b + ab$$

Eksempel 2

$$a(5b-3) = 5ab - 3a$$

0.7 Multiplikasjon med negative tal I (??)

$$a \cdot (-b) = -(a \cdot b)$$

Eksempel 1

$$\begin{aligned} 3 \cdot (-4) &= -(3 \cdot 4) \\ &= -12 \end{aligned}$$

Eksempel 2

$$
\begin{aligned}
(-a) \cdot 7 &= -(a \cdot 7) \\
&= -7a
\end{aligned}
$$

0.8 Multiplikasjon med negative tal II (??)

$$(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$$

Eksempel 1

$$
\begin{aligned}
(-2) \cdot (-8) &= 2 \cdot 8 \\
&= 16
\end{aligned}
$$

Eksempel 2

$$(-a) \cdot (-15) = 15a$$

Utvidingar av reglane

Noko av styrken til algebra er at vi kan lage oss kompakte reglar som det er lett å utvide også til andre tilfelle. Lat oss som eit eksempel finne eit anna uttrykk for

$$(a + b + c)d$$

Regel 0.6 fortel oss ikkje direkte korleis vi kan rekne mellom parantesuttrykket og d, men det er ingenting som hindrar oss i å omdøpe $a + b$ til k:

$$a + b = k$$

Da er

$$(a + b + c)d = (k + c)d$$

Av *Regel 0.6* har vi no at

$$(k + c)d = kd + cd$$

Om vi sett inn att uttrykket for k, får vi

$$kd + cd = (a + b)d + cd$$

Ved å utnytte *Regel 0.6* enda ein gong kan vi skrive

$$(a+b)d+cd=ad+bc+cd$$

Altså er

$$(a+b+c)d=ad+bc+cd$$

Obs! Dette eksempelet er ikkje meint for å vise korleis ein skal gå fram når ein har uttrykk som ikkje direkte er omfatta av Regel 0.1 - 0.8, men for å vise kvifor det alltid er nok å skrive reglar med færrast moglege ledd, faktorar og liknande. Oftast vil ein bruke utvidingar av reglane utan eingong å tenke over det, og i alle fall langt ifrå så pertentleg som det vi gjorde her.