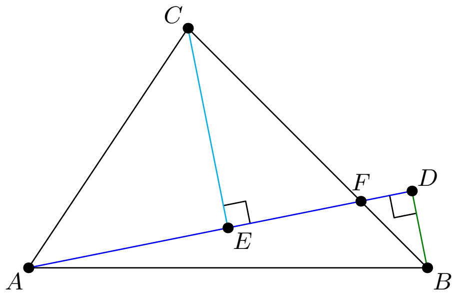
Oppgaver for kapittel 0

??



$\triangle EFC \sim \triangle DFB$ fordi begge er rettvinklede, og $\angle CFE = \angle BFD$ (de er toppvinkler). Dermed har vi at

$$\frac{EF}{CE} = \frac{FD}{BC} \tag{1}$$

Videre er

$$EF + FD = AD - AE \tag{2}$$

Ved å løse likningssettet vi får av (1) og (2), med hensyn på EF og ED, får vi at

$$EF = \frac{AD - AE}{CE + BC} CE \qquad , \qquad ED = \frac{AD - AE}{CE + BC} BC$$

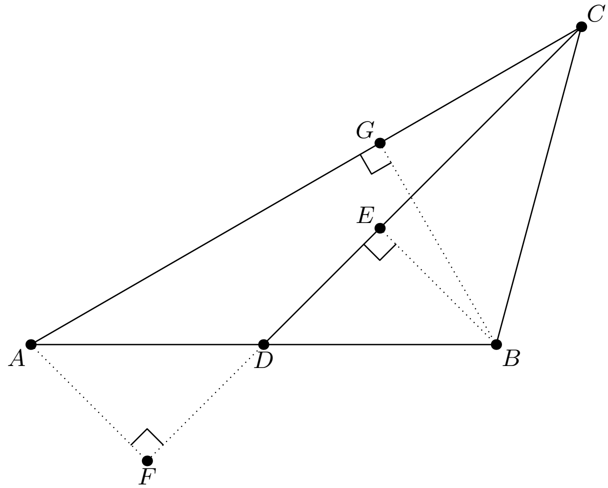
Det doble arealet til $\triangle ABC$ er gitt som

$$\begin{aligned}
&(AE + EF)CE + (AD - FD)BC \\
&\qquad = \left(AE + \frac{AD - AE}{CE + BC} CE\right) CE + \left(AD - \frac{AD - AE}{CE + BC} BC\right) BC \\
&= \frac{1}{CE + BC} \left[(AE \cdot BC + AD \cdot CE)\, CE + (AD \cdot CE + AE \cdot BC)\, BC\right] \\
&= AD \cdot CE + AE \cdot BC
\end{aligned}$$

Gruble ??

a)

b) $A_{\triangle DBC} = A_{\triangle ADC}$ fordi med henholdsvis DB og AD som grunnlinje har de lik høgde, og $DB = AD$. Altså er $AF \cdot DC = EB \cdot DC$, og da er $AF = EB$.



Videre er $\triangle DAF \cong \triangle DBE$ fordi begge er rettvinklede $\angle ADF = \angle BDE$ (de er toppvinkler), og $AD = DB$. Vi setter $x = DE$, $a = EB$ og $b = AC$. Da $\triangle BCE$ er en 30°, 60°, 90° trekant, er $EC = \sqrt{3}a$ og $BC = 2a$. Da $\triangle BGC$ er en 45°, 45° , 90° trekant, er $GB = \frac{2}{\sqrt{2}}a$. Da $A_{\triangle ABC} = 2A_{\triangle DBC}$, har vi at

$$
\begin{aligned}
b \cdot \frac{2}{\sqrt{2}}a &= 2(\sqrt{3}a + x) \cdot a \\
b &= \sqrt{2}(\sqrt{3}a + x)
\end{aligned}
$$

Av løsningen i oppgave a) har vi at $AC = (\sqrt{2} + \sqrt{6})AF$, og dermed er $b = a\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)$. Altså er $x = a$, som betyr at $\triangle AFD$ er en 45°, 45°, 90° trekant. Ved å betrakte vinkelsummen i $\triangle CAF$, finner vi da at

$$
\begin{aligned}
\angle DAC &= 180^\circ - 15^\circ - 90^\circ - 45^\circ \\
&= 30^\circ
\end{aligned}
$$

Alternativ metode for å vise at $x = a$

Av Pytagoras' setning på $\triangle ACD$ har vi at

$$
\begin{aligned}
AC^2 &= FC^2 + AF \\
2(\sqrt{3}a + x)^2 &= (\sqrt{3}a + 2x)^2 + a^2 \\
x^2 &= a^2
\end{aligned}
$$