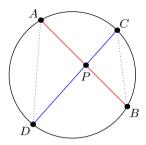
# Oppgaver for kapittel 0

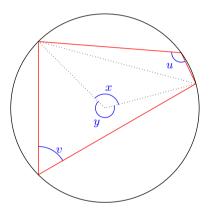
## Gruble ??



Av regel ?? har vi at  $\angle CBA = \angle CDA$ . Da  $\angle CPA = \angle DPB$  (de er toppvinkler), er dermed  $\triangle PDA \sim \triangle PBC$ . Altså har vi at

$$DP \cdot PC = AP \cdot PB$$

## Gruble??

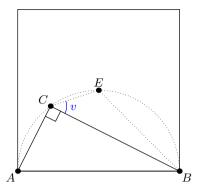


Vi har at y=360-x. Da x og y er de tilhørende sentralvinklene til henholdsvis v og u, er

$$2u = 360^{\circ} - 2v$$

$$y = 180^{\circ} - v$$

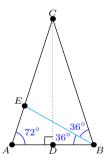
### Gruble??



Da  $\triangle ABC$  er rettvinklet, er  $\angle CBA = 90^{\circ} - \angle BAC$ . Da  $\angle BAC$  og  $\angle CEB$  er periverivinkler som spenner over samme korde, er  $\angle CEB = 180^{\circ} - \angle BAC$ . Da E er midtpunktet til kvadratet, er  $\angle EBA = 45^{\circ}$ , og dermed er

$$v = 180^{\circ} - \angle CEB - \angle EBC$$
$$= 180^{\circ} - (180^{\circ} - \angle BAC) - (45^{\circ} - \angle BAC)$$
$$= 45^{\circ}$$

### Gruble??



Da  $\angle BAC = \angle CBA = 72^\circ$ , er  $\triangle ABC$  likebeint (AC = BC) og  $\angle ACB = 36^\circ$ . Altså er også  $\triangle BEC$  likebeint (EB = EC).  $\triangle ABC \sim \triangle DBE$  fordi de har  $\angle BAC$  felles, og  $\angle ACB = \angle EBD$ . Vi setter x = AB og y = BC, og får at

$$\frac{AB}{BC} = \frac{EA}{AB}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{y - x}{y}$$

$$xy + x^2 - y^2 = 0$$

Av abc-formelen har vi at

$$x = \frac{-y + \pm \sqrt{y^2 - 4y^2}}{2}$$
$$= \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}y$$

Vi forkaster den negative løsningen for x, og får at

$$BD = \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}y$$

Da  $\sin 18^{\circ} = \frac{BD}{BC}$ , er

$$\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$

??

a) Vi har at

$$AF = AD = c - r$$

$$FC = CE = a - r$$

Da AF + FC = c, er

$$c - r + a - r = b$$
$$c + a - b = 2r$$

b) Med c som grunnlinje har  $\triangle ABC$  høgde b. Av den klassiske arealformelen for en trekant (se MB) og formelen fra Oppgave ?? har vi da at

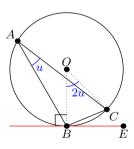
$$(a+b+c)r = ac$$
 
$$r = \frac{ac}{a+b+c}$$

c) Av oppgave (a) og (b) er

c + 
$$a - b = \frac{2ac}{a+b+c}$$
  
 $(c+a-b)(a+b+c) = 2ac$   
 $(a+c)^2 - b^2 = 2ac$   
 $a^2 + c^2 = b^2$ 

Formelen kjenner vi igjen som Pytagoras' setning.

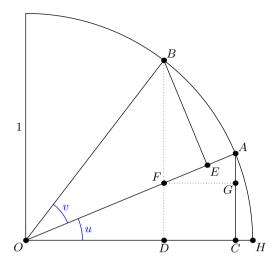
??



Vi setter  $v=\angle BAC$ . Da  $\angle BAC$  er en periferivinkel, er  $\angle BOC=2v$ .  $\triangle BCO$  er likebeint, og derfor er  $\angle CBO=90^{\circ}-u$  (forklar for deg selv hvorfor). Nå har vi at

$$\angle EBC = 90^{\circ} - \angle CBO = u$$

## Gruble??



I figuren over merker vi oss at

$$EB = \sin v$$
  $AC = \sin u$   $OE = \cos v$   $OC = \cos u$ 

Da  $\triangle OCA \sim \triangle BEF$ , har vi at

$$FE = \frac{BE}{OC}AC = \frac{\sin v}{\cos u}\sin u$$

Videre har vi at  $EA = OA - OE = 1 - \cos v$ . Tilsvarende er  $CH = 1 - \cos u$ . I tillegg er

$$DC = FG = (FE + EA)\cos u = \left(\frac{\sin v}{\cos u}\sin u + 1 - \cos v\right)\cos u$$

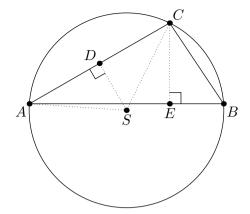
Nå har vi at

$$OD = OH - CH - DC$$

$$\cos(u+v) = 1 - (1 - \cos u) - \left(\frac{\sin v}{\cos u}\sin u + 1 - \cos v\right)\cos u$$

$$= \cos u \cos v - \sin u \sin v$$

### Gruble??



Av regel ?? er  $\angle CSA = 2\angle CBA$ . Da  $\triangle ASC$  er likesidet, er derfor  $\angle DSA = \angle CBA$ . Følgelig er  $\triangle ASD \sim \triangle CBE$ . Dette betyr at

$$\frac{a}{EC} = \frac{r}{\frac{1}{2}b}$$
$$r = \frac{ab}{2EC}$$

Da  $2A_{\triangle ABC}=EC\cdot c,$  er  $EC=\frac{2A_{\triangle ABC}}{c},$  og dermed er

$$r = \frac{abc}{4A_{\triangle ABC}}$$

## Gruble??

Gitt  $\triangle ABC$ , hvor  $\angle C=90^\circ$ , a=BC, b=AC, og c=AB. Da er  $4A_{\triangle ABC}=2ab$ . Av gruble ?? er da  $r=\frac{c}{2}$ . Altså er c=2r, og er dermed en diameter i den omskrevne sirkelen.

#### Gruble??

Vi setter  $\angle ADC = u$ . Av regel ?? er  $\angle AOC = 2\angle ADC$ . Da  $\triangle AOC$  er likebeint (AO = CO), er dermed  $\angle OAC = 90 - u$ , og følgelig er  $\angle BAC = u$ . Dette betyr at  $\triangle ABC$  og  $\triangle BDA$  har to vinkler som er parvis like store, og dermed er de formlike. Altså er

$$\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB}$$
$$AB^2 = BC \cdot BD$$

