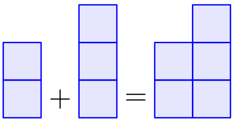
0.1 Addisjon

Addisjon med mengder; å legge til

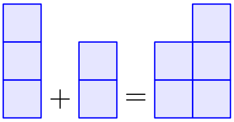
Når vi har en mengde og skal legge til mer, bruker vi **plusstegnet** + . Har vi 2 og skal legge til 3, skriver vi

$$2 + 3 = 5$$



Rekkefølgen vi legger sammen tallene på har ikke noe å si; å starte med 2 og så legge til 3 er det samme som å starte med 3 og så legge til 2:

$$3 + 2 = 5$$



Språkboksen

Et addisjonsstykke består av to eller flere **ledd** og én **sum**. I regnestykket

$$2 + 3 = 5$$

er både 2 og 3 ledd, mens 5 er summen.

Vanlige måter å si $2 + 3$ på er

- ”2 pluss 3”
- ”2 addert med 3”
- ”2 og 3 lagt sammen”

Det å legge sammen tall kalles også *å summere*.

0.1 Addisjon er kommutativ

Summen er den samme uansett rekkefølge på leddene.

Eksempel

$$2+5=7=5+2$$

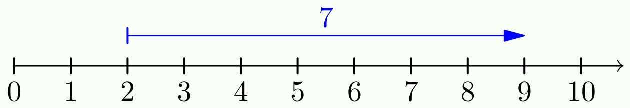
$$6+3=9=3+6$$

Addisjon på tallinja; Vandring mot høyre

På en tallinje vil addisjon med positive tall innebære vandring *mot høyre*:

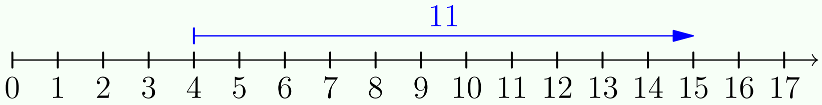
Eksempel 1

$$2+7=9$$



Eksempel 2

$$4+11=15$$



Betydningen av $=$

$+$ gir oss muligheten til å uttrykke tall på mange forskjellige måter, for eksempel er $5=2+3$ og $5=1+4$. I denne sammenhengen vil $=$ bety ”har samme verdi som”. Dette gjelder også ved subtraksjon, multiplikasjon og divisjon, som vi skal se på i de neste tre seksjonene.

0.2 Subtraksjon

Subtraksjon med mengder: Å trekke ifra

Når vi har en mengde og tar bort en del av den, bruker vi **minustegnet** $-$. Har vi 5 og skal ta bort 3, skriver vi

$$5 - 3 = 2$$

Språkboksen

Et subtraksjonsstykke består av to eller flere **ledd** og én **differanse**. I subtraksjonsstykket

$$5 - 3 = 2$$

er både 5 og 3 ledd og 2 er differansen.

Vanlige måter å si $5 - 3$ på er

- "5 minus 3"
- "5 fratrekt 3"
- "3 subtrahert fra 5"

En ny tolkning av 0

Innledningsvis i denne boka nevnte vi at 0 kan tolkes som "ingenting". Subtraksjon gir oss muligheten til å uttrykke 0 via andre tall. For eksempel er $7 - 7 = 0$ og $19 - 19 = 0$.

Subtraksjon på tallinja: Vandring mot venstre

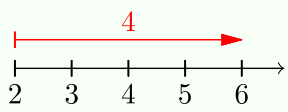
I seksjon 0.1 har vi sett at $+$ (med positive tall) innebærer at vi skal gå *mot høyre* langs tallinja. Med $-$ gjør vi omvendt, vi går *mot venstre*[1]:

Merk

I *Eksempel 1* og *Eksempel 2* under går vi i motsatt retning av den som pila peker i. Dette kan først virke litt rart, men spesielt i kapittel **??** vil det lønne seg å tenke slik.

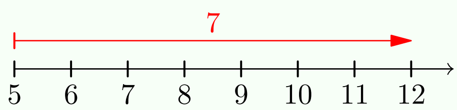
Eksempel 1

$$6 - 4 = 2$$



Eksempel 2

$$12 - 7 = 5$$



[1]I figurer med tallinjer vil rødfargede piler indikere at man starter ved pilspissen og vandrer til andre enden.

0.3 Multiplikasjon (ganging)

Ganging med heltall; innledende definisjon

Når vi legger sammen like tall, kan vi bruke **gangetegnet** $\cdot$ for å skrive regnestykkene våre kortere:

Eksempel

$$4 + 4 + 4 = 4 \cdot 3$$

$$8 + 8 = 8 \cdot 2$$

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 1 \cdot 5$$

Språkboksen

Et gangestykke består av to eller flere **faktorer** og ett **produkt**. I gangestykket

$$4 \cdot 3 = 12$$

er 4 og 3 faktorer, mens 12 er produktet.

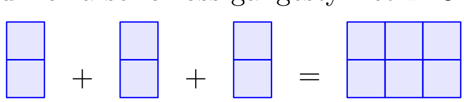
Vanlige måter å si $4 \cdot 3$ på er

- ”4 ganger 3”
- ”4 ganget med 3”
- ”4 multiplisert med 3”

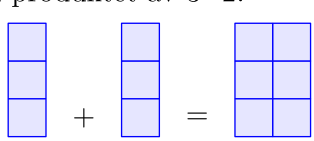
Mange nettsteder og bøker på engelsk bruker symbolet $\times$ i steden for $\cdot$. I de fleste programmeringsspråk er * symbolet for multiplikasjon.

Ganging av mengder

La oss nå bruke en figur for å se for oss gangestykket $2 \cdot 3$:

$2 \cdot 3 =$ 

Og så kan vi legge merke til produktet av $3 \cdot 2$:

$3 \cdot 2 =$ 

0.2 Multiplikasjon er kommutativ

Produktet er det samme uansett rekkefølge på faktorene.

Eksempel

$$3 \cdot 4 = 12 = 4 \cdot 3$$

$$6 \cdot 7 = 42 = 7 \cdot 6$$

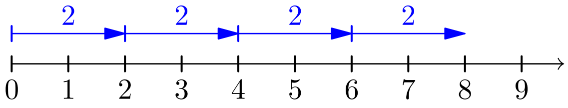
$$8 \cdot 9 = 72 = 9 \cdot 8$$

Ganging på tallinja

Vi kan også bruke tallinja for å regne ut gangestykker. For eksempel kan vi finne hva $2 \cdot 4$ er ved å tenke slik:

"$2 \cdot 4$ betyr å vandre 2 plasser *mot høyre*, 4 ganger."

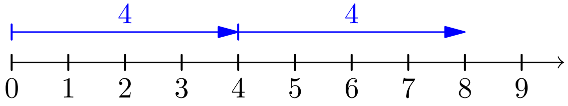
$$2 \cdot 4 = 8$$



Også tallinja kan vi bruke for å overbevise oss om at rekkefølgen i et gangestykke ikke har noe å si:

"$4 \cdot 2$ betyr å vandre 4 plasser *mot høyre*, 2 ganger."

$$4 \cdot 2 = 8$$



Endelig definisjon av ganging med positive heltall

Det ligger kanskje nærmest å tolke "2 ganger 3" som "3, 2 ganger". Da er

$$\text{"2 ganger 3"} = 3 + 3$$

På side 5 presenterete vi $2 \cdot 3$, altså "2 ganger 3", som $2 + 2 + 2$. Med denne tolkningen vil $3 + 3$ svare til $3 \cdot 2$, men nettopp det at multiplikasjon er en kommutativ operasjon (regel 0.2) gjør at den ene tolkningen ikke utelukker den andre; $2 \cdot 3 = 2 + 2 + 2$ og $2 \cdot 3 = 3 + 3$ er to uttrykk med samme verdi.

0.3 Ganging som gjentatt addisjon

Ganging med et positivt heltal kan uttrykkes som gjentatt addisjon.

Eksempel 1

$$4 + 4 + 4 = 4 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3$$

$$8 + 8 = 8 \cdot 2 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 1 \cdot 5 = 5$$

Merk

At ganging med positive heltal kan uttrykkes som gjentatt addisjon, utelukker ikke andre uttrykk. Det er ikke feil å skrive at $2 \cdot 3 = 1 + 5$.

0.4 Divisjon (deling)

$:$ er **divisjonstegnet**. I praksis har divisjon tre forskjellige betydninger, her eksemplifisert ved regnestykket $12 : 3$:

0.4 Divisjon sine tre betydninger

- **Inndeling av mengder**

  $12 : 3 =$ "Antallet i hver gruppe når 12 deles inn i 3 like store grupper"

- **Antall ganger**

  $12 : 3 =$ "Antall ganger 3 går på 12"

- **Omvendt operasjon av multiplikasjon**

  $12 : 3 =$ "Tallet man må gange 3 med for å få 12"

Språkboksen

Et divisjonsstykke består av en **dividend**, en **divisor** og en **kvotient**. I divisjonstykket

$$12 : 3 = 4$$

er 12 dividenden, 3 er divisoren og 4 er kvotienten.

Vanlege måtar å uttale $12 : 3$ på er

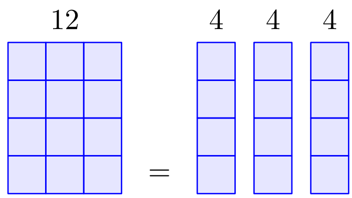
- "12 delt med/på 3"
- "12 dividert med/på 3"
- "12 på 3"

I noen sammenhenger blir $12 : 3$ kalt "**forholdet** mellom 12 og 3". Da er 4 **forholdstallet**.

Ofte brukes $/$ i steden for $:$, spesielt i programmeringsspråk.

Divisjon av mengder

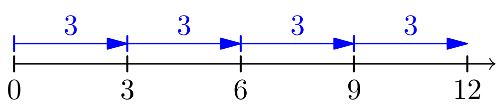
Regnestykket $12 : 3$ forteller oss at vi skal dele 12 inn i 3 like store grupper:



Vi ser at hver gruppe inneholder 4 ruter, dette betyr at

$$12 : 3 = 4$$

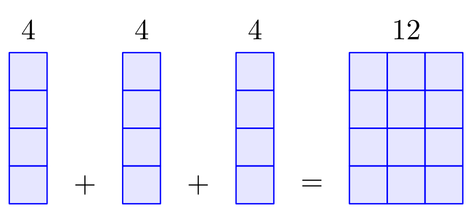
Antall ganger



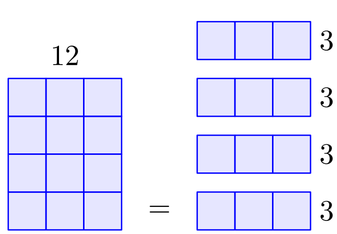
3 går 4 ganger på 12, altså er $12 : 3 = 4$.

Omvendt operasjon av multiplikasjon

Vi har sett at hvis vi deler 12 inn i 3 like grupper, får vi 4 i hver gruppe. Altså er $12 : 3 = 4$. Om vi legger sammen igjen disse gruppene, får vi naturligvis 12:



Men dette er det samme som å gange 4 med 3. Altså; om vi vet at $4 \cdot 3 = 12$, så vet vi også at $12 : 3 = 4$. I tillegg vet vi da at $12 : 4 = 3$.



Eksempel 1

Siden $6 \cdot 3 = 18$, er

$$18 : 6 = 3$$

$$18 : 3 = 6$$

Eksempel 2

Siden $5 \cdot 7 = 35$, er

$$35 : 5 = 7$$

$$35 : 7 = 5$$