

## 0.1 Regnerekkefølge

### Prioriteringen av regneartene

Se på følgende regnestykke:

$$2 + 3 \cdot 4$$

Et slikt regnestykke *kunne* man tolket på to måter:

- (i) "2 pluss 3 er 5. 5 ganget med 4 er 20. Svaret er 20."
- (ii) "3 ganget med 4 er 12. 2 pluss 12 er 14. Svaret er 14."

Men svarene blir ikke like! Det er altså behov for å ha noen regler om hva vi skal regne ut først. Den ene regelen er at vi må regne ut gangning eller deling *før* vi legger sammen eller trekker ifra, dette betyr at

$$\begin{aligned} 2 + 3 \cdot 4 &= \text{"Regn ut } 3 \cdot 4, \text{ og legg sammen med } 2\text{"} \\ &= 2 + 12 \\ &= 14 \end{aligned}$$

Men hva om vi ønsket å legge sammen 2 og 3 først, og så gange summen med 4? Å fortelle at noe skal regnes ut først gjør vi ved hjelp av parenteser:

$$\begin{aligned} (2 + 3) \cdot 4 &= \text{"Legg sammen 2 og 3, og gang med 4 etterpå"} \\ &= 5 \cdot 4 \\ &= 20 \end{aligned}$$

### 0.1 Regnerekkefølge

1. Uttrykk med parentes
2. Multiplikasjon eller divisjon
3. Addisjon eller subtraksjon

### Example 1

Regn ut

$$23 - (3 + 9) + 4 \cdot 7$$

Svar

$$\begin{aligned} 23 - (3 + 9) + 4 \cdot 7 &= 23 - 12 + 4 \cdot 7 && \text{Parentes} \\ &= 23 - 12 + 28 && \text{Ganging} \\ &= 39 && \text{Addisjon og subtraksjon} \end{aligned}$$

### Example 2

Regn ut

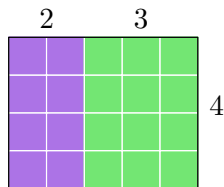
$$18 : (7 - 5) - 3$$

Svar

$$\begin{aligned} 18 : (7 - 5) - 3 &= 18 : 2 - 3 && \text{Parentes} \\ &= 9 - 3 && \text{Deling} \\ &= 6 && \text{Addisjon og subtraksjon} \end{aligned}$$

## Ganging med parentes

Hvor mange ruter ser vi i figuren under?



To måter man kan tenke på er disse:

- (i) Det er  $2 \cdot 4 = 8$  lilla ruter og  $3 \cdot 4 = 12$  grønne ruter. Til sammen er det  $8 + 12 = 20$  ruter. Dette kan vi skrive som

$$2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 20$$

- (ii) Det er  $2 + 3 = 5$  ruter bortover og 4 ruter oppover. Altså er det  $5 \cdot 4 = 20$  ruter totalt. Dette kan vi skrive som

$$(2 + 3) \cdot 4 = 20$$

Av disse to utregningene har vi at

$$(2 + 3) \cdot 4 = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4$$

## 0.2 Ganging med parentes (distributiv lov)

Når et parentesuttrykk er en faktor, kan vi gange de andre faktorene med hvert enkelt ledd i parentesuttrykket.

### Example 1

$$(4 + 7) \cdot 8 = 4 \cdot 8 + 7 \cdot 8$$

### Example 2

$$\begin{aligned}(10 - 7) \cdot 2 &= 10 \cdot 2 - 7 \cdot 2 \\ &= 20 - 14 \\ &= 6\end{aligned}$$

*Merk:* Her vil det selvsagt være raskere å regne slik:

$$(10 - 7) \cdot 2 = 3 \cdot 2 = 6$$

### Example 2

Regn ut  $12 \cdot 3$ .

**Svar**

$$\begin{aligned}12 \cdot 3 &= (10 + 2) \cdot 3 \\ &= 10 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \\ &= 30 + 6 \\ &= 36\end{aligned}$$

### Merk

Vi introduserte parenteser som en indikator på hva som skulle regnes ut først, men [regel 0.2](#) gir en alternativ og likeverdig betydning av parenteser.

## Å gange med 0

Vi har tidligere sett at 0 kan skrives som en differanse mellom to tall, og dette kan vi nå utnytte til å finne produktet når vi ganger med 0. La oss se på regnestykket

$$(2 - 2) \cdot 3$$

Av [regel 0.2](#) har vi at

$$\begin{aligned}(2 - 2) \cdot 3 &= 2 \cdot 3 - 2 \cdot 3 \\ &= 6 - 6 \\ &= 0\end{aligned}$$

Siden  $0 = 2 - 2$ , må dette bety at

$$0 \cdot 3 = 0$$

### 0.3 Gonging med 0

Viss 0 er en faktor, er produktet lik 0.

#### Example 1

$$7 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot 219 = 0$$

## Assosiative lover

### 0.4 Assosiativ lov ved addisjon

Plasseringen av parenteser mellom ledd har ingen påvirkning på summen.

#### Example

$$(2 + 3) + 4 = 5 + 3 = 9$$

$$2 + (3 + 4) = 2 + 7 = 9$$

$$\boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}} + \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}} + \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}}$$

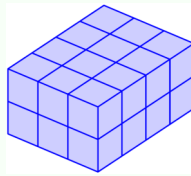
## 0.5 Assosiativ lov ved multiplikasjon

Plasseringen av parenteser mellom faktorer har ingen påvirkning på produktet.

### Example

$$(2 \cdot 3) \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24$$

$$2 \cdot (3 \cdot 4) = 2 \cdot 12 = 24$$



I motsetning til addisjon og multiplikasjon, er hverken subtraksjon eller divisjon assosiative:

$$(12 - 5) - 4 = 7 - 4 = 3$$

$$12 - (5 - 4) = 12 - 1 = 11$$

$$(80 : 10) : 2 = 8 : 2 = 4$$

$$80 : (10 : 2) = 80 : 5 = 16$$

Vi har sett at parentesene hjelper oss med å si noe om *prioriteringen* av regneartene, men det at subtraksjon og divisjon ikke er assosiative fører til at vi også må ha en regel for hvilken *retning* vi skal regne i.

## 0.6 Retning på utregninger

Regnearter som ut ifra [regel 0.1](#) har lik prioritet, skal regnes fra venstre mot høyre.

### Example 1

$$\begin{aligned} 12 - 5 - 4 &= (12 - 5) - 4 \\ &= 7 - 4 \\ &= 3 \end{aligned}$$

**Example 2**

$$\begin{aligned}80 : 10 : 2 &= (80 : 10) : 2 \\&= 8 : 2 \\&= 4\end{aligned}$$

**Example 3**

$$\begin{aligned}6 : 3 \cdot 4 &= (6 : 3) \cdot 4 \\&= 2 \cdot 4 \\&= 8\end{aligned}$$

## 0.2 Faktorisering

Når en heltalls dividend og en heltalls divisor resulterer i en heltalls kvotient, sier vi at dividenden er **delelig** med divisoren. For eksempel er 6 delelig med 3 fordi  $6 : 3 = 2$ , og 40 er delelig med 10 fordi  $40 : 10 = 4$ . Begrepet delelig er med på å definere **primtall**:

### 0.7 Primtall

Et naturlig tall som er større enn 1, og som bare er delelig med seg selv og 1, er et primtall.

#### Example

De fem første primtallene er 2, 3, 5, 7 og 11.

### 0.8 Faktorisering

Faktorisering innebærer å skrive et tall som et produkt av andre tall.

#### Example

Faktoreriser 24 på tre forskjellige måter.

#### Svar

$$24 = 2 \cdot 12$$

$$24 = 3 \cdot 8$$

$$24 = 2 \cdot 3 \cdot 4$$

#### The language box

Da 12 er delelig med 4, sier vi at 4 er en faktor i 12.

## 0.9 Primtallsfaktorisering

Faktorisering med bare primtall som faktorer kalles **primtallsfaktorisering**.

### Example

Skriv 12 på primtallsfaktorisert form.

**Svar**

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

### Primtallene mellom 1-100

91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10