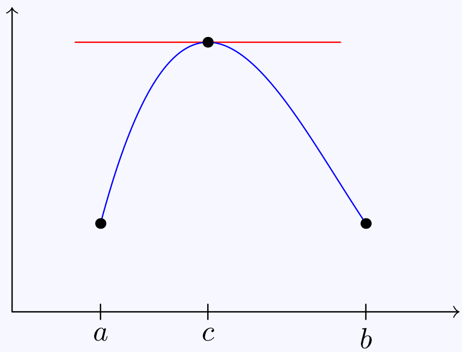
Vedlegg A: Rolles teorem og middelverditeoremet

0.1 Rolles teorem

Gitt en funksjon $f(x)$, deriverbar på intervallet (a, b), og hvor $f(a) = f(b)$. Da fins et tall $c \in [a, b]$ slik at $f'(c) = 0$.



0.1 Rolles teorem (forklaring)

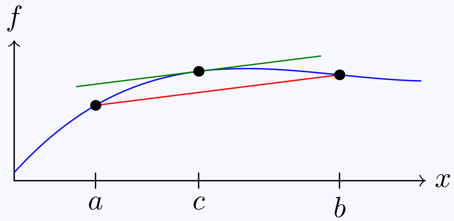
Hvis uttrykket til f er en konstant, er $f'(x) = 0$ på hele intervallet, og påstanden om tallet c er åpenbart sann.

Hvis uttrykket til f ikke er en konstant, impliserer dette at f har et lokalt ekstremalpunkt på intervallet (a, b) (siden $f(a) = f(b)$). La c være dette ekstremalpunktet, av regel **??** er da $f'(c) = 0$.

0.2 Middelverdisetningen

Gitt en funksjon $f(x)$ deriverbar på intervallet (a, b). Da fins et tall $c \in (a, b)$ slik at

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \tag{1}$$



0.2 Middelverdisetningen (forklaring)

La $g(x)$ være den lineære funksjonen som beskriver linja som går gjennom punktene $(a, f(a))$ og $(b, f(b))$. Videre definerer vi

$$h(x) = f - g = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(a - x) + f(a)$$

Da har vi at $h(a) = h(b) = 0$. Av Rolles teorem vet vi da et det fins et tall $c \in (a, b)$ hvor $h'(c) = 0$. Dette betyr at

$$f'(c) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = 0$$