Oppgaver for kapittel 0

0.2.1

Gitt likningen

$$x^3 + 4x^2 - 5 = 0$$

a) Hvorfor vil ikke Newtons metode fungere viss du starter med $x_0 = 0$?

b) Lag et script som finner de tre løsningene av likningen.

0.3.1

Forklar hvorfor (**??**) også kan skrives som

$$\int_a^b f\,dx \approx \Delta x \left(\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} [f(x_i) + f(x_{i+1})] \right)$$

0.3.2

Hvis funksjonen du skal integrere er konkav, vil trapesmetoden gi et overestimat eller et underestimat?

Gruble 0.1

Trapesmetoden kan også implementeres slik at delintervallene ikke nødvendigvis har samme bredde. Forklar hvorfor (**??**) da kan skrives som

$$\int_a^b f\,dx \approx \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n} (x_{i+1} - x_i) [f(x_i) + f(x_{i+1})]$$

Gitt funksjonen

$$f(x) = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \sin(\pi x) \qquad x \in [0, 2]$$

a) Bruk (for eksempel) GeoGebra til å tegne grafen til f.

b) Du skal bruke trapesmetoden for å tilnærme $\int\limits_0^2 f\,dx$, men får bare lov til å dele $[0, 2]$ inn i tre delintervaller. Det er naturlig at $x = 0$ og $x = 2$ er med i hvert sitt delintervall. Forklar hvorfor de to x-verdiene som løser likningen

$$x + \pi\cos(\pi x) = 0$$

også er gode kandidater til å være med i delintervallene.

c) Bruk Newtons metode til å finne x-verdiene du ønsker. Stopp søket når $|x_n - x_{n+1}| \leq 0.000001$.

Gruble 0.2

Gitt integralet

$$I = \int_0^2 x^3 - 5x + 6$$

La I_n være intgralet tilnærmet ved trapesmetoden med n delintervaller.

a) Beregn I_{10} og I_{100} og I_{1000}

b) La $E_n = I - I_n$

c) Bruk regresjon til å finne den best tilpassede polynomfunksjonen for punktene $\left(\frac{1}{n}, E_n\right), n \in [10, 100, 1000]$.