0.1 Reknerekkefølge

Prioriteringa av rekneartane

Sjå på følgande reknestykke:

$$2 + 3 \cdot 4$$

Eit slikt reknestykke *kunne* ein tolka på to måtar:

1. "2 pluss 3 er 5. 5 gonga med 4 er 20. Svaret er 20."
2. "3 gonga med 4 er 12. 2 pluss 12 er 14. Svaret er 14."

Men svara blir ikkje like! Det er altså behov for å ha nokre reglar om kva vi skal rekne ut først. Den eine regelen er at vi må rekne ut gonging eller deling *før* vi legg saman eller trekk ifrå, dette betyr at

$$\begin{aligned} 2 + 3 \cdot 4 &= \text{"Rekn ut } 3 \cdot 4\text{, og legg saman med 2"} \\ &= 2 + 12 \\ &= 14 \end{aligned}$$

Men kva om vi ønska å legge saman 2 og 3 først, og så gonge summen med 4? Å fortelle at noko skal reknast ut først gjer vi ved hjelp av parentesar:

$$\begin{aligned} (2 + 3) \cdot 4 &= \text{"Legg saman 2 og 3, og gong med 4 etterpå"} \\ &= 5 \cdot 4 \\ &= 20 \end{aligned}$$

0.1 Reknerekkefølge

1. Uttrykk med parentes
2. Multiplikasjon eller divisjon
3. Addisjon eller subtraksjon

Eksempel 1

Rekn ut

$$23 - (3 + 9) + 4 \cdot 7$$

Svar

$$\begin{aligned} 23 - (3 + 9) + 4 \cdot 7 &= 23 - 12 + 4 \cdot 7 && \text{Parentes} \\ &= 23 - 12 + 28 && \text{Gonging} \\ &= 39 && \text{Addisjon og subtraksjon} \end{aligned}$$

Eksempel 2

Rekn ut

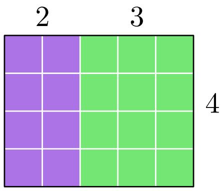
$$18 : (7 - 5) - 3$$

Svar

$$\begin{aligned} 18 : (7 - 5) - 3 &= 18 : 2 - 3 && \text{Parentes} \\ &= 9 - 3 && \text{Deling} \\ &= 6 && \text{Addisjon og subtraksjon} \end{aligned}$$

Gonging med parentes

Kvor mange ruter ser vi i figuren under?



To måter ein kan tenke på er desse:

1. Det er $2 \cdot 4 = 8$ lilla ruter og $3 \cdot 4 = 12$ grøne ruter. Til saman er det $8 + 12 = 20$ ruter. Dette kan vi skrive som

$$2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 20$$

2. Det er $2 + 3 = 5$ ruter bortover og 4 ruter oppover. Altså er det $5 \cdot 4 = 20$ ruter totalt. Dette kan vi skrive som

$$(2 + 3) \cdot 4 = 20$$

Av desse to utrekningane har vi at

$$(2+3)\cdot 4 = 2\cdot 4 + 3\cdot 4$$

0.2 Gonging med parentes (distributiv lov)

Når eit parentesuttrykk er ein faktor, kan vi gonge dei andre faktorane med kvart enkelt ledd i parentesuttrykket.

Eksempel 1

$$(4+7)\cdot 8 = 4\cdot 8 + 7\cdot 8$$

Eksempel 2

$$\begin{aligned}(10-7)\cdot 2 &= 10\cdot 2 - 7\cdot 2\\ &= 20-14\\ &= 6\end{aligned}$$

Merk: Her vil det sjølvsagt vere raskare å rekne slik:

$$(10-7)\cdot 2 = 3\cdot 2 = 6$$

Eksempel 2

Rekn ut $12\cdot 3$.

Svar

$$\begin{aligned}12\cdot 3 &= (10+2)\cdot 3\\ &= 10\cdot 3 + 2\cdot 3\\ &= 30+6\\ &= 36\end{aligned}$$

Obs!

Vi introduserte parentesar som ein indikator på kva som skulle reknast ut først, men regel 0.2 gir ei alternativ og likeverdig tyding av parentesar. Regelen kjem spesielt til nytte i algebrarekning (sjå Del ??).

Å gonge med 0

Vi har tidlegare sett at 0 kan skrivast som ein differanse mellom to tal, og dette kan vi no utnytte til å finne produktet når vi gongar med 0. La oss sjå på reknestykket

$$(2-2)\cdot 3$$

Av regel 0.2 har vi at

$$\begin{aligned}(2-2)\cdot 3 &= 2\cdot 3 - 2\cdot 3\\ &= 6-6\\ &= 0\end{aligned}$$

Sidan $0 = 2-2$, må dette bety at

$$0\cdot 3 = 0$$

0.3 Gonging med 0

Viss 0 er ein faktor, er produktet lik 0.

Eksempel 1

$$7\cdot 0 = 0$$

$$0\cdot 219 = 0$$

Assosiative lover

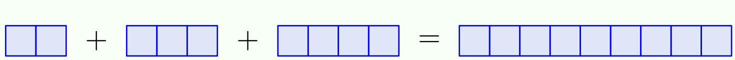
0.4 Assosiativ lov ved addisjon

Plasseringa av parentesar mellom ledd har inga påverknad på summen.

Eksempel

$$(2+3)+4 = 5+4 = 9$$

$$2+(3+4) = 2+7 = 9$$



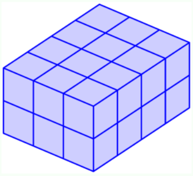
0.5 Assosiativ lov ved multiplikasjon

Plasseringa av parentesar mellom faktorar har inga påverknad på produktet.

Eksempel

$$(2 \cdot 3) \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24$$

$$2 \cdot (3 \cdot 4) = 2 \cdot 12 = 24$$



I motsetnad til addisjon og multiplikasjon, er verken subtraksjon eller divisjon assosiative:

$$(12 - 5) - 4 = 7 - 4 = 3$$
$$12 - (5 - 4) = 12 - 1 = 11$$

$$(80 : 10) : 2 = 8 : 2 = 4$$
$$80 : (10 : 2) = 80 : 5 = 16$$

Vi har sett at parentesane hjelp oss med å seie noko om *prioriteringa* av rekneartane, men det at subtraksjon og divisjon er ikkje-assosiative fører til at vi også må ha ein regel for kva *retning* vi skal rekne i.

0.6 Retning på utrekningar

Rekneartar som ut ifrå regel 0.1 har lik prioritet, skal reknast frå venstre mot høgre.

Eksempel 1

$$\begin{aligned} 12 - 5 - 4 &= (12 - 5) - 4 \\ &= 7 - 4 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Eksempel 2

$$\begin{aligned} 80 : 10 : 2 &= (80 : 10) : 2 \\ &= 8 : 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

Eksempel 3

$$\begin{aligned} 6 : 3 \cdot 4 &= (6 : 3) \cdot 4 \\ &= 2 \cdot 4 \\ &= 8 \end{aligned}$$

0.2 Faktorisering

Når ein heiltalls dividend og ein heiltals divisor resulterer i ein heiltals kvotient, seier vi at dividenden er **deleleg** med divisoren. For eksempel er 6 deleleg med 3 fordi $6 : 3 = 2$, og 40 er deleleg med 10 fordi $40 : 10 = 4$. Omgrepet deleleg er med på å definere primtal:

0.7 Primtal

Eit naturleg tal som er større enn 1, og som berre er deleleg med seg sjølv og 1, er eit **primtal**.

Eksempel

Dei fem første primtala er $2, 3, 5, 7$ og 11.

0.8 Faktorisering

Faktorisering inneber å skrive eit tal som eit produkt av andre tal.

Eksempel

Faktoriser 24 på tre forskjellige måtar.

Svar

$$24 = 2 \cdot 12$$

$$24 = 3 \cdot 8$$

$$24 = 2 \cdot 3 \cdot 4$$

Språkboksen

Da 12 er deleleg med 4, seier vi at ”4 er ein faktor i 12”.

0.9 Primtalsfaktorisering

Faktorisering med berre primtal som faktorar kallast **primtalsfaktorisering**.

Eksempel

Skriv 12 på primtalsfaktorisert form.

Svar

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$