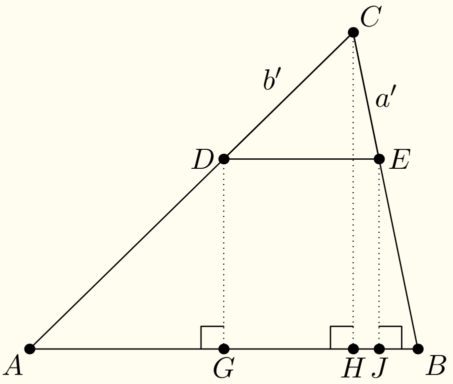
Vi tar utgangspunkt i trekantene $\triangle ABC$ og $\triangle DEF$ der

$$\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} \tag{1}$$

og $\angle C = \angle F$. Altså kan vi plassere $\triangle DEF$ inn i $\triangle ABC$, slik at $C$ og $F$ blir sammenfallende punkt. Av




Vi setter $a = BC$, $a' = CE$, $b = AC$ og $b' = DC$. Av (1) har vi no at

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \tag{2}$$

$\triangle AGD \sim \triangle AHC$, altså er

$$\begin{aligned}\frac{CH}{AC} &= \frac{GD}{AD}\\ CH &= \frac{GD \cdot AC}{AD}\\ &= \frac{GD \cdot b}{b - b'}\end{aligned}$$

$\triangle HBC \sim \triangle JBE$, altså er

$$\begin{aligned}\frac{CH}{BC} &= \frac{EJ}{BE}\\ CH &= \frac{JE \cdot BC}{BE}\\ &= \frac{JE \cdot a}{a - a'}\end{aligned}$$

Vi sett dei to uttrykkene for $CH$ lik hverandre:

$$\frac{GD \cdot b}{b - b'} = \frac{JE \cdot a}{a - a'}$$

Av (2) har vi at $a' = \frac{ab'}{b}$ og $b' = \frac{a'b}{a}$. Altså er

$$\frac{GD \cdot b}{b - \frac{a'b}{a}} = \frac{JE \cdot a}{a - \frac{ab'}{b}}$$

$$\frac{GD}{1 - \frac{a'}{a}} = \frac{JE}{1 - \frac{b'}{b}}$$

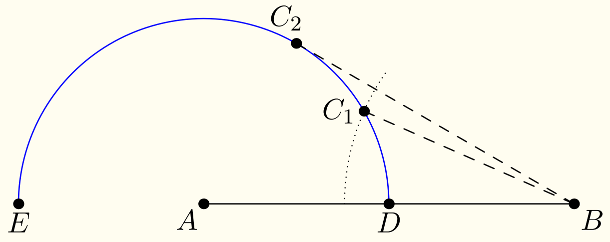
Av (2) har vi også at $\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b}$, altså er $GD$ og $JE$ dividert med den samme verdien i likninga over. Dette betyr at $GD = JE$, dermed er $DE \parallel AB$, og da er $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

**Vilkår iii**

Gitt to lengder $b$ og $c$ og ein vinkel $u$. Vi startar med følgande:

1. Vi lagar eit linjestykke $AB$ med lengde $c$.
2. I $A$ teiknar vi ein halvsirkel med radius $b$.

Ved å la $C$ vere plassert kor som helst på denne sirkelbua, har vi alle moglege variantar av ein trekant $\triangle ABC$ med sidelengdene $AB = c$ og $AC = b$. Å plassere $C$ langs boga til halvsirkelen er det same som å gi $\angle A$ ein bestemt verdi. Det gjenstår no å vise at kvar plassering av $C$ gir ei unik lengde av $BC$.




Vi let $C_1$ og $C_2$ vere to potensielle plasseringar av $C$, der $C_2$ langs halvsirkelen ligg nærare $E$ (sjå figur over) enn $C_1$. I $C_1$ stiplar vi ei sirkelboge med radius $BC_1$ og sentrum i $B$. Da den stipla sirkelboga og halvsirkelen berre kan skjære kvarandre i

$C_1$, vil alle andre punkt på halvsirkelen ligge enten innanfor eller utanfor den stipla sirkelboga. Slik vi har definert $C_2$, må dette punktet ligge utanfor den stipla sirkelboga, og dermed er $BC_2$ større enn $BC_1$. Av dette kan vi konkludere med at $BC$ blir lengre dess nærare $C$ beveger seg mot $E$ langs halvsirkelen. Å sette $\angle A = u$ vil altså gi ein unik verdi for $BC$, og da ein unik trekant $\triangle ABC$ der $AC = b$, $c = AB$ og $\angle BAC = u$.