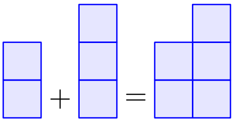
0.1 Addisjon

Addisjon med mengder: Å legge til

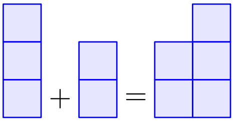
Når vi har ei mengde og skal legge til meir, bruker vi symbolet $+$. Har vi 2 og skal legge til 3, skriv vi

$$2 + 3 = 5$$



Rekkefølga vi legg saman tala på har ikkje noko å seie; å starte med 2 og så legge til 3 er det same som å starte med 3 og så legge til 2:

$$3 + 2 = 5$$



Språkboksen

Eit addisjonsstykke består av to eller fleire *ledd* og éin *sum*. I reknestykket

$$2 + 3 = 5$$

er både 2 og 3 ledd, mens 5 er summen.

Vanlege måtar å seie $2 + 3$ på er

- "2 pluss 3"
- "2 addert med 3"
- "2 og 3 lagt saman"

Det å legge saman tal kallast også *å summere*.

0.1 Addisjon er kommutativ

Summen er den same uansett rekkefølge på ledda.

Eksempel

$$2 + 5 = 7 = 5 + 2$$

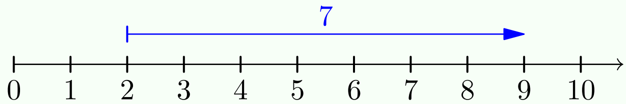
$$6 + 3 = 9 = 3 + 6$$

Addisjon på tallinja: Vandring mot høgre

På ei tallinje vil addisjon med positive tal innebere vandring *mot høgre*:

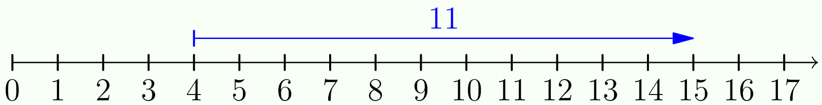
Eksempel 1

$$2 + 7 = 9$$



Eksempel 2

$$4 + 11 = 15$$



Tydinga av $=$

$+$ gir oss moglegheiten til å uttrykke tal på mange forskjellige måtar, for eksempel er $5 = 2 + 3$ og $5 = 1 + 4$. I denne samanhengen vil $=$ bety "har same verdi som". Dette gjeld også ved subtraksjon, multiplikasjon og divisjon, som vi skal sjå på i dei neste tre seksjonane.

0.2 Subtraksjon

Subtraksjon med mengder: Å trekke ifrå

Når vi har ei mengde og tar bort ein del av den, bruker vi symbolet $-$:

$$5 - 3 = 2$$

Språkboksen

Eit subtraksjonsstykke består av to eller fleire *ledd* og éin *differanse*. I subtraksjonsstykket

$$5 - 3 = 2$$

er både 5 og 3 ledd og 2 er differansen.

Vanlege måtar å seie $5 - 3$ på er

- "5 minus 3"
- "5 fratrekt 3"
- "3 subtrahert fra 5"

Ei ny tolking av 0

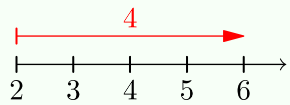
Innleiingsvis i denne boka nemnde vi at 0 kan tolkast som "ingenting". Subtraksjon gir oss moglegheiten til å uttrykke 0 via andre tal. For eksempel er $7 - 7 = 0$ og $19 - 19 = 0$. I praktiske samanhengar vil 0 ofte innebere ei form for likevekt, for eksempel som at ei kraft og ei motkraft er like store.

Subtraksjon på tallinja: Vandring mot venstre

I seksjon 0.1 har vi sett at $+$ (med positive tal) inneber at vi skal gå *mot høgre* langs tallinja. Med $-$ gjer vi omvend, vi går *mot venstre*[1]:

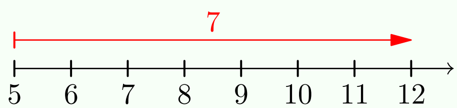
Eksempel 1

$$6 - 4 = 2$$



Eksempel 2

$$12 - 7 = 5$$



Merk

Med det første kan det kanskje verke litt rart at ein i *Eksempel 1* og *2* over skal gå i motsatt veg av retninga pila peiker i, men spesielt i Kapittel **??** vil det lønne seg å tenke slik.

[1] I figurar med tallinjer vil raudfarga piler indikere at ein startar ved pilspissen og vandrar til andre enden.

0.3 Multiplikasjon (Gonging)

Gonging med heiltal: Innleiiande definisjon

Når vi legg saman like tall, kan vi bruke gonge-symbolet $\cdot$ for å skrive reknestykka våre kortare:

Eksempel

$$4 + 4 + 4 = 4 \cdot 3$$

$$8 + 8 = 8 \cdot 2$$

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 1 \cdot 5$$

Språkboksen

Eit gongestykke består av to eller fleire **faktorar** og eitt **produkt**. I gongestykket

$$4 \cdot 3 = 12$$

er 4 og 3 faktorar, mens 12 er produktet.

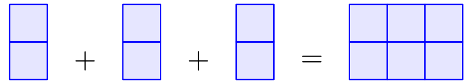
Vanlege måtar å seie $4 \cdot 3$ på er

- "4 gonger 3"
- "4 gonga med 3"
- "4 multiplisert med 3"

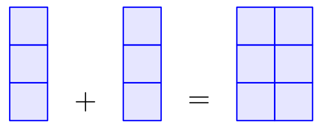
Mange nettstader og bøker på engelsk brukar symbolet $\times$ i staden for $\cdot$. I dei fleste programmeringsspråk er $*$ symbolet for multiplikasjon.

Gonging av mengder

La oss no bruke ein figur for å sjå for oss gongestykket $2 \cdot 3$:

$2 \cdot 3 =$ 

Og så kan vi legge merke til produktet til $3 \cdot 2$:

$3 \cdot 2 =$ 

0.2 Multiplikasjon er kommutativ

Produktet er det same uansett rekkefølge på faktorane.

Eksempel

$$3 \cdot 4 = 12 = 4 \cdot 3$$

$$6 \cdot 7 = 42 = 7 \cdot 6$$

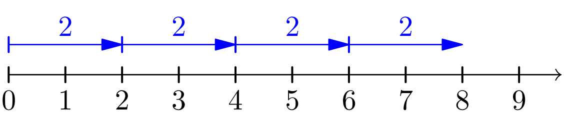
$$8 \cdot 9 = 72 = 9 \cdot 8$$

Gonging på tallinja

Vi kan også bruke tallinja for å rekne ut gongestykker. For eksempel kan vi finne kva $2 \cdot 4$ er ved å tenke slik:

"$2 \cdot 4$ betyr å vandre 2 plassar mot høgre, 4 gonger."

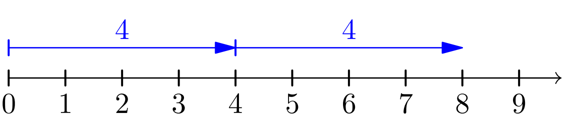
$$2 \cdot 4 = 8$$



Også tallinja kan vi bruke for å overbevise oss om at rekkefølga i eit gongestykke ikkje har noko å seie:

"$4 \cdot 2$ betyr å vandre 4 plassar mot høgre, 2 gonger."

$$4 \cdot 2 = 8$$



Endeleg definisjon av gonging med positive heiltal

Det ligg kanskje nærast å tolke ”2 gonger 3” som ”3, 2 gonger”. Da er

$$\text{"2 gonger 3"} = 3 + 3$$

Innleiingsvis presenterete vi $2 \cdot 3$, altså ”2 gonger 3”, som $2 + 2 + 2$. Med denne tolkinga vil $3 + 3$ svare til $3 \cdot 2$, men nettopp det at multiplikasjon er ein kommutativ operasjon (regel 0.2) gjer at den eine tolkinga ikkje utelukkar den andre; $2 \cdot 3 = 2 + 2 + 2$ og $2 \cdot 3 = 3 + 3$ er to uttrykk med same verdi.

0.3 Gonging som gjentatt addisjon

Gonging med eit positivt heiltal kan uttrykkast som gjentatt addisjon.

Eksempel 1

$$4 + 4 + 4 = 4 \cdot 3 = 3 + 3 + 3 + 3$$

$$8 + 8 = 8 \cdot 2 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 1 \cdot 5 = 5$$

Merk

At gonging med positive heiltal kan uttrykkast som gjentatt addisjon, utelukkar ikkje andre uttrykk. Det er ikkje feil å skrive at $2 \cdot 3 = 1 + 5$.

0.4 Divisjon (deling)

$:$ er **divisjonstegnet**. I praksis har divisjon tre forskjellige betydninger, her eksemplifisert ved regnestykket $12 : 3$:

0.4 Divisjon sine tre betydninger

- **Inndeling av mengder**

  $12 : 3 =$ "Antallet i hver gruppe når 12 deles inn i 3 like store grupper"

- **Antall ganger**

  $12 : 3 =$ "Antall ganger 3 går på 12"

- **Omvendt operasjon av multiplikasjon**

  $12 : 3 =$ "Tallet man må gange 3 med for å få 12"

Språkboksen

Et divisjonsstykke består av en **dividend**, en **divisor** og en **kvotient**. I divisjonstykket

$$12 : 3 = 4$$

er 12 dividenden, 3 er divisoren og 4 er kvotienten.

Vanlege måtar å uttale $12 : 3$ på er

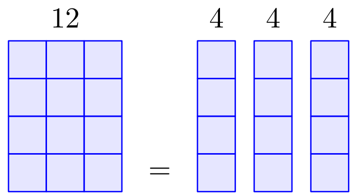
- "12 delt med/på 3"
- "12 dividert med/på 3"
- "12 på 3"

I noen sammenhenger blir $12 : 3$ kalt "**forholdet** mellom 12 og 3". Da er 4 **forholdstallet**.

Ofte brukes $/$ i steden for $:$, spesielt i programmeringsspråk.

Divisjon av mengder

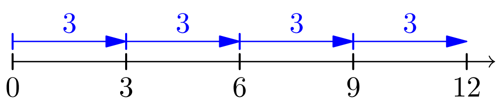
Regnestykket $12 : 3$ forteller oss at vi skal dele 12 inn i 3 like store grupper:



Vi ser at hver gruppe inneholder 4 ruter, dette betyr at

$$12 : 3 = 4$$

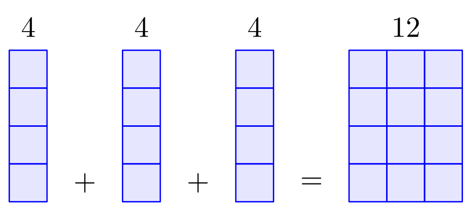
Antall ganger



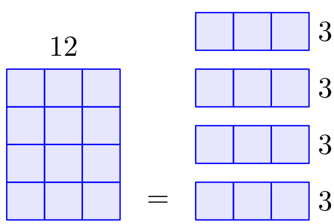
3 går 4 ganger på 12, altså er $12 : 3 = 4$.

Omvendt operasjon av multiplikasjon

Vi har sett at hvis vi deler 12 inn i 3 like grupper, får vi 4 i hver gruppe. Altså er $12 : 3 = 4$. Om vi legger sammen igjen disse gruppene, får vi naturligvis 12:



Men dette er det samme som å gange 4 med 3. Altså; om vi vet at $4 \cdot 3 = 12$, så vet vi også at $12 : 3 = 4$. I tillegg vet vi da at $12 : 4 = 3$.



Eksempel 1

Siden $6 \cdot 3 = 18$, er

$$18 : 6 = 3$$

$$18 : 3 = 6$$

Eksempel 2

Siden $5 \cdot 7 = 35$, er

$$35 : 5 = 7$$

$$35 : 7 = 5$$