

## 0.1 Mengder

En samling av tall kalles en **mengde**<sup>1</sup>, og et tall som er en del av en mengde kalles et **element**. Mengder kan inneholde et endelig antall elementer og de kan inneholde uendelig mange elementer.

### 0.1 Mengder

For to reelle tall  $a$  og  $b$ , hvor  $a \leq b$ , har vi at

- $[a, b]$  er mengden av alle reelle tall større eller lik  $a$  og mindre eller lik  $b$ .
- $(a, b]$  er mengden av alle reelle tall større enn  $a$  og mindre eller lik  $b$ .
- $[a, b)$  er mengden av alle reelle tall større eller lik  $a$  og mindre enn  $b$ .

$[a, b]$  kalles et lukket intervall,  $(a, b)$  kalles et åpent intervall, og både  $(a, b]$  og  $[a, b)$  kalles halvåpne intervall.

Mengden som inneholder bare  $a$  og  $b$  skrives som  $\{a, b\}$ .

At  $x$  er et element i en mengde  $M$ , skrives som  $x \in M$ .

At  $x$  ikke er et element i en mengde  $M$ , skrives som  $x \notin M$ .

At  $x$  er et element i både en mengde  $M_1$  og en mengde  $M_2$ , skrives som  $x \in M_1 \cup M_2$ .

### Språkboksen

$x \in M$  uttales ” $x$  inneholdt i  $M$ ”.

Mange tekster bruker  $\langle$  istedenfor  $($  for å indikere åpne (eller halvåpne) intervall.

### Merk

Når vi heretter i boka definerer et intervall beskrevet av  $a$  og  $b$ , tar vi det for gitt at  $a$  og  $b$  er to reelle tall og at  $a \leq b$ .

---

<sup>1</sup>En mengde kan også være en samling av andre matematiske objekter, som for eksempel funksjoner, men i denne boka holder det å se på mengder av tall.

### Eksempel 1

Mengden av alle heltall større enn 0 og mindre enn 10 skriver vi som

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Denne mengden inneholder 9 elementer. 3 er et element i denne mengden, og da kan vi skrive  $3 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

10 er ikke et element i denne mengden, og da kan vi skrive  $10 \notin \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ .

### Eksempel 2

Skriv opp ulikhetene som gjelder for alle  $x \in M$ , og om 1 er inneholdt i  $M$ .

a)  $M = [0, 1]$

b)  $M = (0, 1]$

c)  $M = [0, 1)$

#### Svar

a)  $0 \leq x \leq 1$ . Videre er  $1 \in M$ .

b)  $0 < x \leq 1$ . Videre er  $1 \in M$ .

c)  $0 \leq x < 1$ . Videre er  $1 \notin M$ .

## 0.2 Navn på mengder

$\mathbb{N}$  Mengden av alle positive heltall<sup>1</sup>

$\mathbb{Z}$  Mengden av alle heltall<sup>2</sup>

$\mathbb{Q}$  Mengden av alle rasjonale tall

$\mathbb{R}$  Mengden av alle reelle tall

$\mathbb{C}$  Mengden av alle komplekse tall

---

<sup>1</sup>Inneholder *ikke* 0.

<sup>2</sup>Inneholder 0.

## Symbolet for uendelig

Mengdene i [definisjon 0.2](#) inneholder uendelig mange elementer. Noen ganger ønsker vi å avgrense deler av en uendelig mengde, og da melder det seg et behov for et symbol som er med på å symbolisere dette.  $\infty$  er symbolet for en uendelig stor, positiv verdi.

### Eksempel

Et vilkår om at  $x \geq 2$  kan vi skrive som  $x \in [2, \infty)$ .

Et vilkår om at  $x < -7$  kan vi skrive som  $x \in (-\infty, -7)$ .

### Språkboksen

De to intervallene i eksempelet over kan også skrives som  $[2, \rightarrow)$  og  $(\leftarrow, -7)$ .

### Merk

$\infty$  er ikke noe bestemt tall. Å bruke de fire grunnleggende regneartene alene med dette symbolet gir derfor ingen mening.

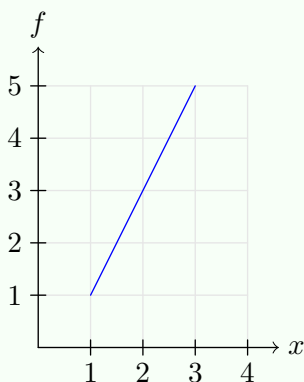
## 0.2 Verdi- og definisjonsmengder

### 0.3 Verdi- og definisjonsmengder

Gitt en funksjon  $f(x)$ . Mengden som utelukkende inneholder alle verdier  $x$  kan ha, er definisjonsmengden til  $f$ . Denne mengden skrives som  $D_f$ . Mengden som utelukkende inneholder alle verdier  $f$  kan ha når  $x \in D_f$ , er verdimengden til  $f$ . Denne mengden skrives som  $V_f$ .

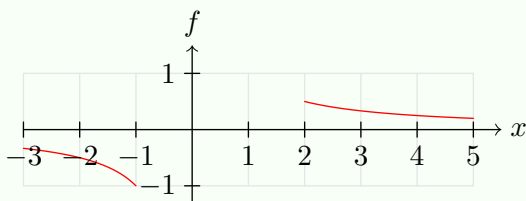
#### Eksempel 1

Figuren under viser  $f(x) = 2x + 1$ , hvor  $D_f = [1, 3]$ . Da er  $V_f = [1, 5]$ .



#### Eksempel 2

Figuren under viser  $f(x) = \frac{1}{x}$ , hvor  $D_f = [-3, -1] \cup [2, 5]$ . Da er  $V_f = [-1, -\frac{1}{3}] \cup [\frac{1}{2}, \frac{1}{5}]$ .



## Merk

Definisjonsmengden til en funksjon bestemmes av to ting; hvilken sammenheng funksjonen skal brukes i og eventuelle verdier som gir et udefinert funksjonsuttrykk. I *Eksempel 1* på side 4 er definisjonsmengden helt vilkårlig valgt, siden funksjonen er definert for alle  $x$ . I *Eksempel 2* derimot er ikke funksjonen definert for  $x = 0$ , så en definisjonsmengde som inneholdt denne verdien for  $x$  ville ikke gitt mening.

## 0.3 Vilkår

Symbolet  $\Rightarrow$  bruker vi for å vise til at hvis et vilkår er oppfylt, så er et annet (eller flere) vilkår også oppfylt. For eksempel; i MB så vi at hvis en trekant er rettvinklet, er Pytagoras' setning gyldig. Dette kan vi skrive slik:

trekanten er rettvinklet  $\Rightarrow$  Pytagoras' setning er gyldig

Men vi så også at det omvendte gjelder; hvis Pytagoras' setning er gyldig, må trekanten være rettvinklet. Da kan vi skrive

trekanten er rettvinklet  $\iff$  Pytagoras' setning er gyldig

Det er veldig viktig å være bevisst forskjellen på  $\Rightarrow$  og  $\iff$ ; at vilkår A oppfylt gir B oppfylt, trenger ikke å bety at vilkår B oppfylt gir vilkår A oppfylt!

### Eksempel 1

firkanten er et kvadrat  $\Rightarrow$  firkanten har fire like lange sider

### Eksempel 2

tallet er et primtall større enn 2  $\Rightarrow$  tallet er et oddetall

### Eksempel 3

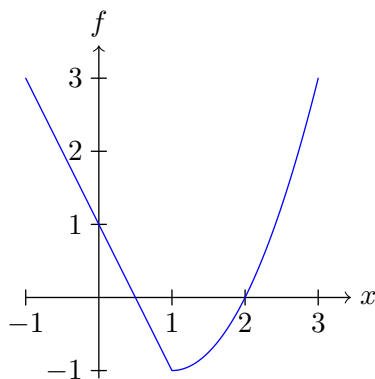
tallet er et partall  $\iff$  tallet er delelig med 2

## Funksjoner med vilkår

Funksjoner kan gjerne ha flere uttrykk som gjelder ved forskjellige vilkår. La oss for eksempel definere en funksjon  $f(x)$  slik:

For  $x < 1$  er funksjonsuttrykket  $-2x + 1$

For  $x \geq 1$  er funksjonsuttrykket  $x^2 - 2x$



Figur 1: Grafen til  $f$  på intervallet  $[-1, 3]$ .

Dette kan vi skrive som

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 1 & , \quad x < 1 \\ x^2 - 2x & , \quad x \geq 1 \end{cases}$$