L'hopital 2 (forklaring)

Vi har at

$$\lim_{x\to a}\frac{g}{f}=\lim_{x\to a}\frac{\frac{1}{f}}{\frac{1}{g}}$$

Da $\lim_{x\to a} f=\lim_{x\to a} g=\infty$, må $\lim_{x\to a}\frac{1}{f}=\lim_{x\to a}\frac{1}{g}=0$. Av Lhopital1?? har vi da at

$$\lim_{x\to a}\frac{g}{f}=\lim_{x\to a}\frac{\frac{1}{f^2}f'}{\frac{1}{g^2}g'}$$

Multipliserer vi begge sider med $\lim_{x\to a}\frac{f^2}{g^2}$, får vi at

$$\lim_{x\to a}\frac{f}{g}=\lim_{x\to a}\frac{f'}{g'}$$

Eksempel

Gitt funksjonen

$$f(x)=\sin x \quad , \quad x\in[-2,4]$$

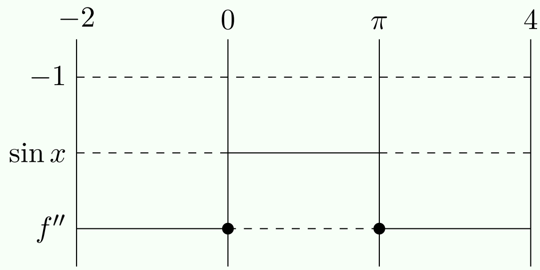
a) Finn infleksjonspunktene til f.
b) Finn vendepunktene til f.

Svar

a) Infleksjonspunktene finner vi der hvor $f''(x)=0$:

$$\begin{aligned} f''(x)&=0\\ (\sin x)''&=0\\ -\sin x&=0 \end{aligned}$$

Av $x\in D_f$ er det $x=0$ og $x=\pi$ som oppfyller kravet fra ligningen over. For å finne ut om f'' skifter fortegn i disse punktene, setter vi opp et fortegnsskjema:



f'' går altså fra positiv til negativ i $x = 0$ og fra negativ til positiv i $x = \pi$. Dette betyr at f går fra konveks til konkav i $x = 0$ og fra konkav til konveks i $x = \pi$.