0.1 Likhetstegnet, mengder og tallinjer

Likhetstegnet

Som navnet tilsier, viser **likhetstegnet** $=$ til at noe er likt. I hvilken grad og når man kan si at noe er likt er en filosofisk diskusjon, og innledningsvis er vi bare prisgitt dette: *Hvilken likhet* $=$ *sikter til må bli forstått ut ifra konteksten tegnet blir brukt i.* Med denne forstelsen av $=$ kan vi studere noen grunnleggende egenskaper for tallene våre, og så komme tilbake til mer presise betydninger av tegnet.

Språkboksen

Vanlige måter å si $=$ på er

- ”er lik”
- ”er det samme som”

Mengder og tallinjer

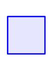
Tall kan representere så mangt. I denne boka skal vi holde oss til to måter å tolke tallene på; tall som en *mengde* og tall som en *plassering på ei linje*. Alle representasjoner av tall tar utganspunkt i hva forståelsen er av tallene 0 og 1.

Tall som mengde

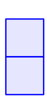
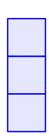
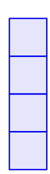
Når vi snakkar om en mengde, vil tallet 0 være[1] knyttet til ”ingenting”. En figur der det ikke er noe til stede vil slik være det samme som 0:

$$= 0$$

1 vil vi tegne som en rute:

 $= 1$

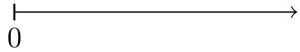
Andre tall vil da være definert ut ifra hvor mange ”enerruter” (”enere”) vi har:

 $= 2$  $= 3$  $= 4$

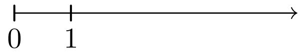
[1] I kapittel ?? skal vi se at det også er andre tolkninger av 0.

Tall som plassering på ei linje

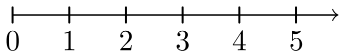
Når vi plasserer tall på ei linje, vil 0 være utgangspunktet vårt:



Så plasserer vi 1 en viss lengde til høyre for 0:



Andre tall vil da være definert ut ifra hvor mange enerlengder (enere) vi er unna 0:



Positive heltall

Vi skal straks se at tall ikke nødvendigvis trenger å være *hele* antall enere, men tallene som *er* det har et eget navn:

R 0.1 Positive heltall

Tall som er et helt antall enere kalles **positive**[1]**heltall**. De positive heltallene er

$$1, 2, 3, 4, 5 \text{ og så videre.}$$

Positive heltall blir også kalt **naturlige tal**.

Hva med 0?

Noen forfattere inkluderer også 0 i begrepet naturlige tal. I noen sammenhenger vil dette lønne seg, i andre ikke.

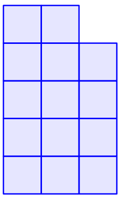
[1]Hva ordet 'positiv' innebærer skal vi se i kapittel **??**.

0.2 Tall, siffer og verdi

Tallene våre er bygd opp av **sifrene** $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ og 9, og *plasseringen* av dem. Sifrene og deres plassering definerer[1] **verdien** til tallet.

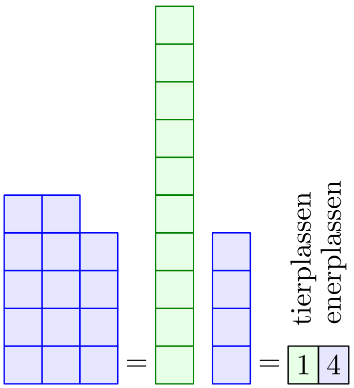
Heltall større enn 9

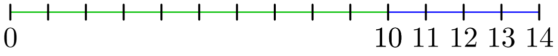
La oss som et eksempel skrive tallet 'fjorten' ved hjelp av sifrene våre.

fjorten = 

En gruppe med ti enere kaller vi en "tier". Av fjorten kan vi lage 1 tier, og i tillegg har vi da 4 enere. Da skriver vi 'fjorten' slik:

$$\text{fjorten} = 14$$

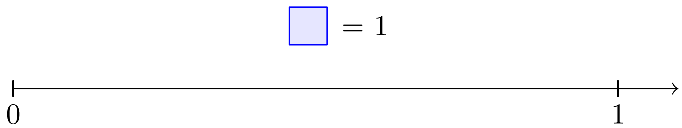




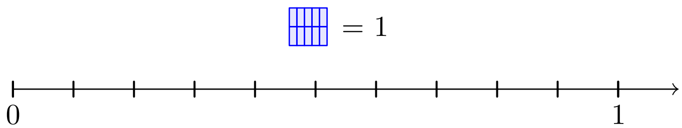
[1] Etter hvert skal vi også se at *fortegn* er med på å definere verdien til tallet (se kapittel **??**).

Desimaltall

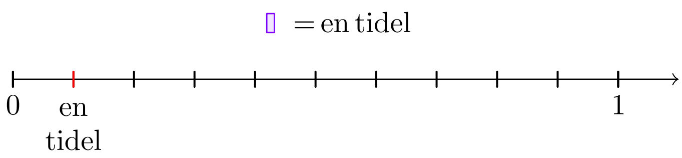
I mange tilfeller har vi ikke et helt antall enere, og da vil det være behov for å dele 1 inn i mindre biter. La oss starte med å tegne en ener:



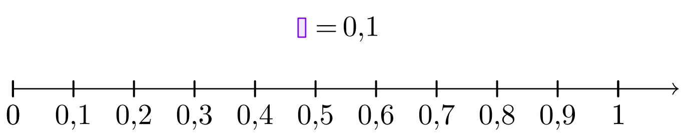
Så deler vi eneren vår inn i 10 mindre biter:



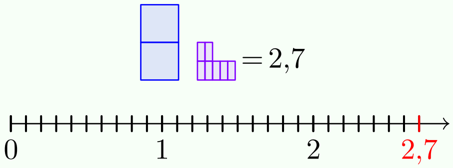
Siden vi har delt 1 inn i 10 biter, kaller vi en slik bit for "en tidel":



Tideler skriver vi ved hjelp av **desimaltegnet** , :



Eksempel



Språkboksen

På engelsk bruker man punktum . som desimaltegn:

3,5 (*norsk*)

3.5 (*english*)

Titallsystemet

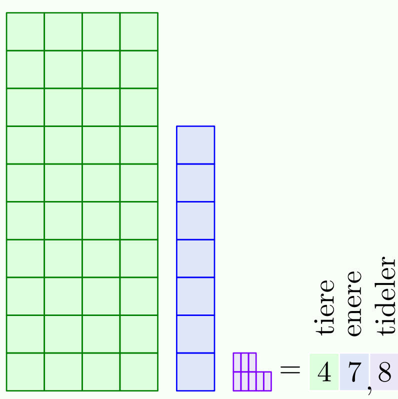
Vi har nå sett hvordan vi kan uttrykke verdien til tall ved å plassere siffer etter antall tiere, enere og tideler, og det stopper selvsagt ikke der:

R 0.2 Titallsystemet

Verdien til et tall er gitt av sifrene $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ og 9, og plasseringen av dem. Med sifferet som angir enere som utgangspunkt vil

- siffer til venstre (i rekkefølge) indikere antall tiere, hundrere, tusener og så videre.
- siffer til høyre (i rekkefølge) indikere antall tideler, hundredeler, tusendeler og så videre.

Eksempel 1



Eksempel 2

tusener hundrere tiere enere tideler hundredeler

3805,72

R 0.3 Partall og oddetall

Heltall som har 0, 2, 6 eller 8 på enerplassen kalles **partall**.

Heltall som har 1, 3, 5, 7 eller 9 på enerplassen kalles **oddetall**.

Eksempel

De ti første (positive) partallene er

$$0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, \text{ og } 18$$

De ti første (positive) oddetallene er

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, \text{ og } 19$$

0.3 Koordinatsystem

I mange tilfeller er det nyttig å bruke to tallinjer samtidig. Dette kaller vi et **koordinatsystem**. Vi plasserer da én tallinje (en akse) som går *horisontalt* og én som går *vertikalt*. En plassering i et koordinatsystem kaller vi et **punkt**.

Strengt tatt finnes det mange typer koordinatsystem, men i denne boka bruker vi ordet om bare én sort, nemlig det **kartesiske koordinatsystem**. Det er oppkalt etter den franske filosofen og matematikeren René Descartes.

Et punkt skriver vi som to tall inni en parentes. De to tallene blir kalt **førstekoordinaten** og **andrekoordinaten** til punktet.

- Førstekoordinaten forteller oss hvor langt vi skal gå langs horisontalaksen.
- Andrekoordinaten forteller oss hvor langt vi skal gå langs vertikalaksen.

I figuren ser vi punktene $(2, 3)$, $(5, 1)$ og $(0, 0)$. Punktet der aksene møtes, altså $(0, 0)$, kalles **origo**.