

# 0.1 Addisjon

## Oppstilling

Denne metoden baserer seg på plassverdisystemet, der man trinnvis regner ut summen av enerne, tierne, hundrene, o.l.

Eksempel 1

	2	3	4
+	6	1	2
=	8	4	6

Eksempel 2

	<sup>1</sup> 2	7	3
+		8	6
=	3	5	9

Eksempel 3

	<sup>1</sup>	<sup>1</sup>	
	8	5	
+		7	9
=	1	6	4

Eksempel 4

	<sup>1</sup>	<sup>1</sup>	<sup>1</sup>	
	3	9	7	,2
+		8	5	,9
=	4	8	2	,1

### Eksempel 1 (forklaring)

	2	3	4
+	6	1	2
			6

(a)

	2	3	4
+	6	1	2
		4	6

(b)

	2	3	4
+	6	1	2
=	8	4	6

(c)

- a) Vi legger sammen enerne:  $4 + 2 = 6$
- b) Vi legger sammen tierne:  $3 + 1 = 4$
- c) Vi legger sammen hundrene:  $2 + 6 = 8$

## Eksempel 2 (forklaring)

$$\begin{array}{r} 273 \\ + 86 \\ \hline \end{array}$$

(a)

$$\begin{array}{r} 273 \\ + 86 \\ \hline \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{r} 273 \\ + 86 \\ \hline = 359 \end{array}$$

(c)

- Vi legger sammen enerne:  $3 + 6 = 9$
- Vi legger sammen tierne:  $7 + 8 = 15$ . Siden 10 tiere er det samme som 100, legger vi til 1 på hundreplassen, og skriver opp de resterende 5 tierne på tierplassen.
- Vi legger sammen hundrene:  $1 + 2 = 3$ .

## Språkboksen

Det å skrive 1 på neste sifferplass kalles "å skrive 1 i mente".

## Tabellmetoden

Denne metoden tar utgangspunkt i det éne leddet, og summerer fram til det andre leddet er nådd. Det som i starten kan være litt rart med denne metoden, er at du selv velger fritt hvilke tall du skal legge til, så lenge du når det andre leddet til slutt.

### Eksempel 1

$$273 + 86 = 359$$

		273
6	6	279
30	36	309
50	86	359

### Eksempel 2

$$85 + 79 = 164$$

		85
5	5	90
10	15	100
64	79	164

## Eksempel 1 (forklaring)

		273

(a)

		273
6	6	279

(b)

		273
6	6	279
30	36	309

(c)

		273
6	6	279
30	36	309
50	86	359

(d)

- (a) Vi starter med det leddet vi selv ønsker, ofte er det lurt å starte med det største leddet.
- (b) Vi legger til 6. Da har vi totalt lagt til 6, og videre er  $273 + 6 = 279$ .
- (c) Vi legger til 30. Da har vi totalt lagt til 36, og videre er  $279 + 30 = 309$ .
- (d) Vi legger til 50. Da har vi totalt lagt til 86, altså har vi nådd det andre leddet, og videre er  $309 + 50 = 359$ .

## Oppstilling versus tabellmetoden

Ved første øyekast kan kanskje tabellmetoden bare se ut som en innviklet måte å regne addisjon på sammenlignet med oppstilling, men med øving vil mange oppdage at tabellmetoden bedrer evnen til hoderegning.

## 0.2 Subtraksjon

### Oppstilling

Subtraksjon med oppstilling baserer seg på plassverdisystemet, der man trinnvis regner differansen mellom enerne, tierne, hundrene, o.l. Metoden tar også utgangspunkt i et mengdeperspektiv, og tillater derfor ikke differanser med negativ verdi (se forklaringen til *Eksempel 2*).

**Eksempel 1**

$$\begin{array}{r} 789 \\ - 324 \\ \hline = 465 \end{array}$$

**Eksempel 2**

$$\begin{array}{r} 83^{10} \\ - 67 \\ \hline = 16 \end{array}$$

**Eksempel 3**

$$\begin{array}{r} 584^{10} \\ - 478^{10} \\ \hline = 106 \end{array}$$

**Eksempel 4**

$$\begin{array}{r} 206^{10} \\ - 317^{10} \\ \hline = 1744 \end{array}$$

**Eksempel 1 (forklaring)**

$$\begin{array}{r} 789 \\ - 324 \\ \hline \phantom{= } \phantom{0} 5 \end{array}$$

(a)

$$\begin{array}{r} 789 \\ - 324 \\ \hline \phantom{= } 6 5 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{r} 789 \\ - 324 \\ \hline = 465 \end{array}$$

(c)

(a) Vi finner differansen mellom enerne:  $9 - 4 = 5$

(b) Vi finner differansen mellom tierne:  $8 - 2 = 6$ .

(c) Vi finner differansen mellom hundrene:  $7 - 3 = 4$ .

## Eksempel 2 (forklaring)

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 8 & 3 \\ \hline \end{array} \\
 - \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 7 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|} \hline & 6 \\ \hline \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 8 & 3 \\ \hline \end{array} \\
 - \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 7 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 6 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

(a)                      (b)

- (a) Vi merker oss at 7 er større enn 3, derfor tar vi 1 tier fra de 8 på tierplassen. Dette markerer vi ved å sette en strek over 8. Så finner vi differansen mellom enerne:  $13 - 7 = 6$
- (b) Siden vi tok 1 fra de 8 tierne, er der nå bare 7 tiere. Vi finner differansen mellom tierne:  $7 - 6 = 1$ .

## Tabellmetoden

Tabellmetoden for subtraksjon tar utgangspunkt i at subtraksjon er en omvendt operasjon av addisjon. For eksempel, svaret på spørsmålet "Hva er  $789 - 324$ ?" er det samme som svaret på spørsmålet "Hvor mye må jeg legge til på 324 for å få 789?". Med tabellmetoden følger du ingen spesiell regel underveis, men velger selv tallene du mener passer best for å nå målet.

### Eksempel 1

$$789 - 324 = 465$$

	324
6	330
70	400
389	789
465	

### Eksempel 2

$$83 - 67 = 16$$

	67
3	70
13	83
16	

### Eksempel 3

$$564 - 478 = 86$$

	478
2	480
20	500
64	564
86	

### Eksempel 4

$$206,1 - 31,7 = 174,4$$

	31,7
0,3	32
70	102
104,1	206,1
174,4	

### Eksempel 1 (forklaring)

$$789 - 324 = 465$$

	324

(a)

	324
6	330

(b)

	324
6	330
70	400

(c)

	324
6	330
70	400
389	789

(d)

	324
6	330
70	400
389	789
465	

(e)

- (a) Vi starter med 324.
- (b) Vi legger til 6, og får  $324 + 6 = 330$
- (c) Vi legger til 70, og får  $70 + 330 = 400$
- (d) Vi legger til 389, og får  $389 + 400 = 789$ . Da er vi framme på 789.
- (e) Vi summerer tallene vi har lagt til:  $6 + 70 + 389 = 465$

## 0.3 Ganging

Ganging med 10, 100, 1 000 osv.

### 0.1 Å gange heltall med 10, 100 osv.

- Når man ganger et heltall med 10, får man svaret ved å legge til sifferet 0 bak heltallet.
- Når man ganger et heltall med 100, får man svaret ved å legge til sifrene 00 bak heltallet.
- Det samme mønsteret gjelder for tallene 1 000, 10 000 osv.

#### Eksempel 1

$$6 \cdot 10 = 60$$

$$79 \cdot 10 = 790$$

$$802 \cdot 10 = 8020$$

#### Eksempel 2

$$6 \cdot 100 = 600$$

$$79 \cdot 100 = 7\,900$$

$$802 \cdot 100 = 80\,200$$

#### Eksempel 3

$$6 \cdot 1\,000 = 6\,000$$

$$79 \cdot 10\,000 = 790\,000$$

$$802 \cdot 100\,000 = 80\,200\,000$$

## 0.2 Å gange desimaltall med 10, 100 osv.

- Når man ganger et desimaltall med 10, får man svaret ved å flytte komma en plass til høyre.
- Når man ganger et heltall med 100, får man svaret ved å flytte komma to plasser til høyre.
- Det samme mønsteret gjelder for tallene 1 000, 10 000 osv.

### Eksempel 1

$$7,9 \cdot 10 = 79, = 79$$

$$38,02 \cdot 10 = 380,2$$

$$0,57 \cdot 10 = 05,7 = 5,7$$

$$0,194 \cdot 10 = 01,94 = 1,94$$

### Eksempel 2

$$7,9 \cdot 100 = 790, = 790$$

$$38,02 \cdot 100 = 3802, = 3\,802$$

$$0,57 \cdot 100 = 057, = 57$$

$$0,194 \cdot 100 = 019,4 = 19,4$$

### Eksempel 3

$$7,9 \cdot 1\,000 = 7900, = 7\,900$$

$$38,02 \cdot 10\,000 = 380020, = 380\,200$$

$$0,57 \cdot 100\,000 = 57000, = 57\,000$$

### Merk

**Regel 0.1** er bare et spesialtilfelle av **regel 0.2**. For eksempel, å bruke **regel 0.1** på regnestykket  $7 \cdot 10$  gir samme resultat som å bruke **regel 0.2** på regnestykket  $7,0 \cdot 10$ .



### Å gange tall med 10, 100 osv. (forklaring)

Titallsystemet baserer seg på grupper av ti, hundre, tusen osv., og tideler, hundredeler og tusendeler osv (se [regel ??](#)). Når man ganger et tall med 10, vil alle enere i tallet bli til tiere, alle tiere bli til hundrere osv. Hvert siffer forskyves altså én plass mot venstre. Tilsvarende forskyves hvert siffer to plasser mot venstre når man ganger med 100, tre plasser når man ganger med 1 000 osv.

### Utvidet form

Ganging på utvidet form bruker vi for å regne multiplikasjon mellom flersifrede tall. Metoden baserer seg på distributiv lov ([regel ??](#)).

#### Eksempel 1

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 2 & 4 & \cdot & 3 & = & 7 & 2 \\ \hline 2 & 0 & \cdot & 3 & = & 6 & 0 \\ 4 & \cdot & 3 & = & 1 & 2 \\ \hline & & & & 7 & 2 \\ \hline \end{array}$$

#### Eksempel 2

$$279 \cdot 34 = 9486$$

$$\begin{array}{rcl} 200 \cdot 30 = 6000 & 200 \cdot 4 = & 800 \\ 70 \cdot 30 = 2100 & 70 \cdot 4 = & 280 \\ 9 \cdot 30 = \underline{270} & 9 \cdot 4 = \underline{36} & \\ \textcolor{blue}{8370} & \textcolor{blue}{1116} & \textcolor{green}{9486} \end{array}$$

#### Eksempel 1 (forklaring)

24 kan skrives som  $20 + 4$ , altså er

$$24 \cdot 3 = (20 + 4) \cdot 3$$

Videre er

$$\begin{aligned} (20 + 4) \cdot 3 &= 20 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \\ &= 60 + 12 \\ &= 72 \end{aligned}$$



### Eksempel 1 (forklaring)

Vi starter med å gange sifrene i 279 enkeltvis med 4:

- $9 \cdot 4 = 36$ , da skriver vi 6 på enerplassen og 3 i mente.
- $7 \cdot 4 = 28$ , da skriver vi 8 på tierplassen og 2 i mente.
- $2 \cdot 4 = 8$ , da skriver vi 8 på hundrerplassen.

Så ganger vi sifrene i 279 enkeltvis med 30. Dette kan forenkles til å gange med 3, så lenge vi plasserer sifrene én plass forskjøvet til venstre i forhold til da vi ganget med 4:

- $9 \cdot 3 = 27$ , da skriver vi 7 på tierplassen og 2 i mente.
- $7 \cdot 3 = 21$ , da skriver vi 1 på hundrerplassen og 2 i mente.
- $2 \cdot 3 = 6$ , da skriver vi 6 på tusenplassen.

## 0.4 Divisjon

**Deling med 10, 100, 1 000 osv.**

### 0.3 Deling med 10, 100, 1 000 osv.

Når man deler et desimaltall med 10, får man svaret ved å flytte komma én plass til venstre.

Når man deler et desimaltall med 100, får man svaret ved å flytte komma to plasser til venstre.

Det samme mønsteret gjelder for tallene 1 000, 10 000 osv.

#### Eksempel 1

$$\begin{aligned}200 : 10 &= 200,0 : 10 \\&= 20,00 \\&= 20\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}45 : 10 &= 45,0 : 10 \\&= 4,50 \\&= 4,5\end{aligned}$$

#### Eksempel 2

$$\begin{aligned}200 : 100 &= 200,0 : 100 \\&= 2,000 \\&= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}45 : 100 &= 45,0 : 100 \\&= 0,450 \\&= 0,45\end{aligned}$$

### Eksempel 3

$$143,7 : 10 = 14,37$$

$$143,7 : 100 = 1,437$$

$$143,7 : 1\,000 = 0,1437$$

### Eksempel 4

$$93,6 : 10 = 9,36$$

$$93,6 : 100 = 0,936$$

$$93,6 : 1\,000 = 0,0936$$

### Deling med 10, 100, 1 000 osv. (forklaring)

Titallsystemet baserer seg på grupper av ti, hundre, tusen osv., og tideler, hundredeler og tusendeler osv (se [regel ??](#)). Når man deler et tall med 10, vil alle enere i tallet bli til tideler, alle tiere bli til enere osv. Hvert siffer forskyves altså én plass mot høyre. Tilsvarende forskyves hvert siffer to plasser mot høyre når man deler med 100, tre plasser når man deler med 1 000 osv.

### Oppstilling

Divisjon med oppstilling baserer seg på divisjon tolket som inndeling av mengder (se side ??)

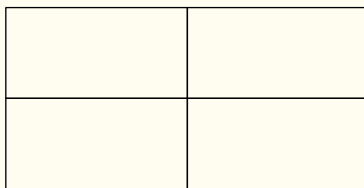
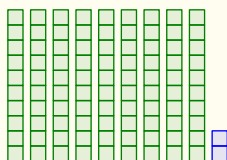
#### Eksempel 1

9	2	:	4	=	2	3
8						
1	2					
1	2					
	0					

#### Eksempel 1

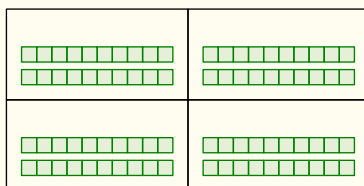
8	9	4	:	3	=	2	9	8
6								
2	9							
2	7							
	2	4						
	2	4						
		0						

## Eksempel 1 (forklaring)

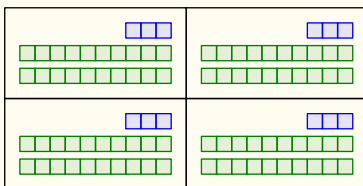


Figuren over illustrerer mengden 92, som vi skal dele inn i 4 like store grupper.

- Vi starter med å fordele så mange av tierne som mulig. Av de 9 tierne, kan hver gruppe få 2. Da har vi totalt fordelt  $2 \cdot 4 = 8$  tierne.



- Vi står nå igjen med 1 tier og 2 enere, altså 12 enere. Av de 12 enerne, kan hver gruppe få 3. Da har vi totalt fordelt  $3 \cdot 4 = 12$  enere.



- Nå er hele mengden 92 fordelt, og da er vi ferdige med utregningen. I hver gruppe endte vi opp med mengden 23.

# Tabellmetoden

Tabellmetoden baserer seg på divisjon som omvendt operasjon av ganging. For eksempel er svaret på spørsmålet ”Hva er  $76 : 4$ ?” det samme som svaret på spørsmålet ”Hvilket tall må jeg gange 4 med for å få 76?”. På samme vis som for tabellmetoden ved subtraksjon er det opp til en selv å velge passende tall for å nå målet.

## Eksempel 1

$76 : 4 = 19$

· 4		
10	40	40
9	36	76
19		

## Eksempel 2

$894 : 3 = 298$

· 3		
200	600	600
30	90	690
30	90	780
30	90	870
8	24	894
298		

## Eksempel 3

$894 : 3 = 298$

· 3		
300	900	900
−2	−6	894
298		

*Merk:* Samme regnestykke som i *Eksempel 2*, men en annen utregning.

## Eksempel 1 (forklaring)

Siden vi skal dele 92 med 4, ganger vi med 4 fram til vi når 92.

· 4		
10	40	40

(a)

· 4		
10	40	40
10	40	80

(b)

· 4		
10	40	40
10	40	80
3	12	92

(c)

· 4		
10	40	40
10	40	80
3	12	92
23		

(d)

- (a) Vi ganger 10 med 4, som er lik 40. Da har vi så langt kommet til 40.
- (b) Vi ganger 10 med 4, som er lik 40. Da har vi så langt kommet til  $40 + 40 = 80$ .
- (c) Vi ganger 3 med 4, som er lik 12. Da har vi kommet til  $80 + 12 = 92$ , som var målet.
- (d) Vi legger sammen tallene vi ganget med, og får  $10 + 10 + 3 = 23$ .

## Tips

Det kan være lurt å se tilbake på utregninger gjort med tabellmetoden for å tenke over om man kunne valgt tall på en annen måte. I *Eksempel 1* på side 15 kunne vi startet med å gange med 20. Dette er omtrent like enkelt som å gange med 10, og det ville ha brakt oss nærmere målet.



## Divisjon med rest

Det er langt ifra alltid at svaret ved divisjon blir et heltall. En måte å uttrykke slike svar på, er å ved å bruke begrepet **rest**. Begrepet er best forklart ved eksempel:

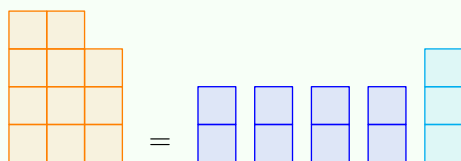
### Eksempel 1

Regn ut  $11 : 4$  med rest.

#### Svar

Det største heltallet vi kan gange med 4 uten at produktet blir større enn 11, er 2.  $2 \cdot 4 = 8$ , så da har vi  $11 - 8 = 3$  i rest.

$$11 = 2 \cdot 4 + 3$$



Dette betyr at

$$11 : 4 = 2 \text{ og } 3 \text{ i rest}$$

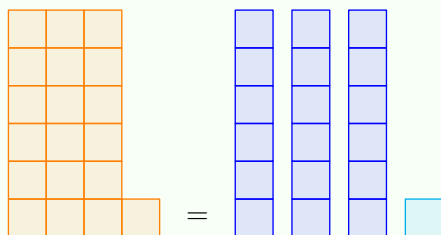
### Eksempel 2

Regn ut  $19 : 3$  med rest.

#### Svar

Det største heltallet vi kan gange med 3 uten at produktet blir større enn 19, er 6.  $6 \cdot 3 = 18$ , så da har vi  $19 - 18 = 1$  i rest.

$$19 = 6 \cdot 3 + 1$$



Dette betyr at

$$19 : 3 = 6 \text{ og } 1 \text{ i rest}$$

### Eksempel 3

Regn ut  $94 : 4$  med rest.

#### Svar

Med oppstilling

$$94 : 4 = 23 \text{ og } 2 \text{ i rest}$$

9	4	:	4	→	2	3
8						
1	4					
1	2					
	2					

Merk: Da det blir feil å bruke `=` i figuren over, har vi valgt å bruke `→`.

Med tabellmetoden

$$94 : 4 = 23 \text{ og } 2 \text{ i rest}$$

· 4			
20	80	80	
3	12	92	
23			

$$94 - 92 = 2$$

### Språkboksen

Hvis vi utfører en **modulo-operasjon**, finner vi resten i et delestykke. Dette blir ofte vist ved forkortingene `mod`. For eksempel er

$$11 \bmod 4 = 3 \quad , \quad 19 \bmod 3 = 1$$

I tillegg til `mod`, blir også `%` og `\%` brukt som symbol for denne operasjonen i programmeringsspråk.

## Divisjon med blanda tall som svar

### Eksempel 1

Regn ut  $11 : 4$ . Skriv svaret som et blandet tall.

Svar

$$11 : 4 = 2 \text{ og } 3 \text{ i rest} = 2 + \frac{3}{4}$$

### Eksempel 2

Regn ut  $19 : 3$ . Skriv svaret som et blandet tall.

Svar

$$19 : 3 = 6 \text{ og } 1 \text{ i rest} = 6 + \frac{1}{3}$$

### Eksempel 1 (forklaring)

Vi starter med å legge merke til at  $4 = \frac{4}{1}$ . Dette betyr at

$$11 : 4 = 11 : \frac{4}{1}$$

Av [regel ??](#) har vi at

$$11 : \frac{4}{1} = 11 \cdot \frac{1}{4}$$

Videre er  $11 = 2 \cdot 4 + 3$ , og da er

$$11 \cdot \frac{1}{4} = (2 \cdot 4 + 3) \cdot \frac{1}{4}$$

Av [regel ??](#) har vi at

$$\begin{aligned} (2 \cdot 4 + 3) \cdot \frac{1}{4} &= 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{4} \\ &= 2 + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

### 0.4.1 Divisjon med desimaltall som svar

#### Eksempel 1

Regn ut  $11 : 4$ . Oppgi svaret som desimaltall.

#### Svar

Med oppstilling

$$11 : 4 = 2,75$$

$$\begin{array}{r|l} 11 : 4 = & 2,75 \\ \hline 8 & \\ \hline 30 & \\ \hline 28 & \\ \hline 20 & \\ \hline 20 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Med tabellmetoden

$$11 : 4 = 2,75$$

$\cdot 4$		
2	8	8
0,5	2	10
0,25	1	11
2,75		

#### Eksempel 1; oppstilling (forklaring)

Siden vi deler med 4, er det snakk om å fordele 11 likt i 4 grupper.

- 8 av de 11 enerne kan vi fordele likt i 4 grupper. Da har vi igjen 3 enere. Dette er det samme som 30 tideler.
- 28 av de 30 tidelene kan vi fordele likt i 4 grupper. Da har vi igjen 2 tideler. Dette er det samme som 20 hundredeler.
- 20 av de 20 hundredelene kan vi fordele likt i 4 grupper.
- Hele mengden 11 er nå fordelt, og da er vi ferdige med utegningen.

## 0.5 Primtalsfaktorisering

*Merk:* Primtallene mellom 1-100 finner du på side 22.

### Eksempel 1

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$

	:	
84	2	42
42	2	21
21	3	7

### Eksempel 2

$$595 = 5 \cdot 7 \cdot 17$$

	:	
595	5	119
119	7	17

### Eksempel 1 (forklaring)

	:	
84	2	42

(a)

	:	
84	2	42
42	2	21

(b)

	:	
84	2	42
42	2	21
21	3	7

(c)

- (a) Siden 2 er det første primtallet, undersøker vi om 84 er delelig med 2. Det er det, fordi  $84 : 2 = 42$ .
- (b) Vi undersøker om også 42 er delelig med 2. Det er det, fordi  $42 : 2 = 21$ .
- (c) Vi undersøker om også 21 er delelig med 2. Det er det ikke, fordi  $21 : 2 = 10,5$ . Derfor går vi over til neste primtall, som er 3. 21 er delelig med 3 fordi  $21 : 3 = 7$ .

Siden 7 er et primtal, har vi kommet i mål.

91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

## 0.6 Regning med tid

Sekunder, minutter og timer er organisert i grupper på 60:

$$1 \text{ minutt} = 60 \text{ sekund}$$

$$1 \text{ time} = 60 \text{ minutt}$$

Dette betyr at *overganger* oppstår i utregninger når vi når 60.

### Eksempel 1

$$2 \text{ t } 25 \text{ min} + 10 \text{ t } 45 \text{ min} = 13 \text{ t } 10 \text{ min}$$

#### Utrekningsmetode 1

		10 t 45 min
15 min	15 min	11 t 00 min
10 min	25 min	11 t 10 min
2 t	2 t 25 min	13 t 10 min

#### Utrekningsmetode 2

		10:45
00:15	00:15	11:00
00:10	00:25	11:10
02:00	02:25	13:10

### Eksempel 2

$$14 \text{ t } 18 \text{ min} - 9 \text{ t } 34 \text{ min} = 4 \text{ t } 44 \text{ min}$$

#### Utrekningsmetode 1

	9 t 34 min
26 min	10 t 00 min
18 min	10 t 18 min
4 t	14 t 00 min
4 t 44 min	

#### Utrekningsmetode 2

	09:34
00:26	10:00
00:18	10:18
04:00	14:18
04:44	

## 0.7 Avrunding og overslagsregning

### Avrunding

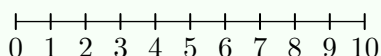
Ved **avrunding** av et tall minker vi antall siffer forskjellige fra 0 i tallet. Videre kan man runde av til *nærmeste ener*, *nærmeste tier* og lignende.

#### Eksempel 1

Ved avrunding til *nærmeste tier* avrundes

- 1, 2, 3 og 4 *ned* til 0 fordi de er nærmere 0 enn 10.
- 6, 7, 8 og 9 *opp* til 10 fordi de er nærmere 10 enn 0.

5 avrundes også opp til 10.



#### Eksempel 2

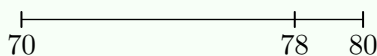
- **63 avrundet til nærmeste tier = 60**

Dette fordi 63 er nærmere 60 enn 70.



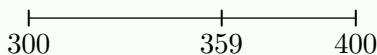
- **78 avrundet til nærmeste tier = 80**

Dette fordi 78 er nærmere 80 enn 70.



- **359 avrundet til nærmeste hundrer = 400**

Dette fordi 359 er nærmere 400 enn 300.



- **11,8 avrundet til nærmeste ener = 12**

Dette fordi 11,8 er nærmere 12 enn 11.





### 0.7.1 Overslagsregning

Det er ikke alltid vi trenger å vite svaret på regnestykker helt nøyaktig, ofte er det viktigere at vi fort kan avgjøre hva svaret *omtrent* er det samme som, aller helst ved hoderegning. Når vi finner svar som omtrent er riktige, sier vi at vi gjør et **overslag**. Et overslag innebærer at vi avrunder<sup>1</sup> tallene som inngår i et regnestykke slik at utregningen blir enklere.

#### Språkboksen

At noe er "omtrent det samme som" skriver vi ofte som "cirka" ("ca."). Tegnet for "cirka" er  $\approx$ .

#### Overslag ved addisjon og gangning

La oss gjøre et overslag på regnestykket

$$98,2 + 24,6$$

Vi ser at  $98,2 \approx 100$ . Skriver vi 100 istedenfor 98,2 i regnestykket vårt, får vi noe som er litt mer enn det nøyaktige svaret. Skal vi endre på 24,6 bør vi derfor gjøre det til et tall som er litt mindre. 24,6 er ganske nærme 20, så vi kan skrive

$$98,2 + 24,6 \approx 100 + 20 = 120$$

Når vi gjør overslag på tall som legges sammen, bør vi altså prøve å gjøre det ene tallet større (runde opp) og et tall mindre (runde ned).

---

Det samme gjelder også hvis vi har gangning, for eksempel

$$1\,689 \cdot 12$$

Her avrunder vi 12 til 10. For å "veie opp" for at svaret da blir litt mindre enn det egentlige, avrunder vi 1 689 opp til 1 700. Da får vi

$$1\,689 \cdot 12 \approx 1\,700 \cdot 10 = 17\,000$$

---

<sup>1</sup>Obs! Avrunding ved overslag trenger ikke å innebære avrunding til nærmeste tier og lignende.

## Overslag ved subtraskjon og deling

Skal et tall trekkes fra et annet, blir det litt annerledes. La oss gjøre et overslag på

$$186,4 - 28,9$$

Hvis vi runder 186,4 opp til 190 får vi et svar som er større enn det egentlige, derfor bør vi også trekke ifra noe. Det kan vi gjøre ved også å runde 28,9 oppover (til 30):

$$\begin{aligned} 186,4 - 28,9 &\approx 190 - 30 \\ &= 160 \end{aligned}$$

Samme prinsippet gjelder for deling:

$$145 : 17$$

Vi avrunder 17 opp til 20. Deler vi noe med 20 istedenfor 17, blir svaret mindre. Derfor bør vi også runde 145 oppover (til 150):

$$145 : 17 \approx 150 : 20 = 75$$

## Overslagsregning oppsummert

### 0.4 Overslagsregning

- Ved addisjon eller multiplikasjon mellom to tall, avrund gjerne et tall opp og et tall ned.
- Ved subtraksjon eller deling mellom to tall, avrund gjerne begge tall ned eller begge tall opp.

### Eksempel

Rund av og finn omtrentlig svar for regnestykkene.

a)  $23,1 + 174,7$       b)  $11,8 \cdot 107,2$

c)  $37,4 - 18,9$       d)  $1054 : 209$

### Svar

a)  $32,1 + 174,7 \approx 30 + 170 = 200$

b)  $11,8 \cdot 107,2 \approx 10 \cdot 110 = 1\,100$

c)  $37,4 - 18,9 \approx 40 - 20 = 20$

d)  $1\,054 : 209 \approx 1\,000 : 200 = 5$

## Kommentar

Det finnes ingen konkrete regler for hva man *kan* eller ikke *kan* tillate seg av forenklinger når man gjør et overslag, det som er kalt [regel 0.4](#) er strengt tatt ikke en regel, men et nyttig tips.

Man kan også spørre seg hvor langt unna det faktiske svaret man kan tillate seg å være ved overslagsregning. Heller ikke dette er det noe fasitsvar på, men en grei føring er at overslaget og det faktiske svaret skal være av samme **størrelsesorden**. Litt enkelt sagt betyr dette at hvis det faktiske svaret har med tusener å gjøre, bør også overslaget ha med tusener å gjøre. Mer nøyaktig sagt betyr det av det faktiske svaret og ditt overslag bør ha samme tierpotens når de er skrevet på standardform<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Se [seksjon 0.8](#)

## 0.8 Standardform

*Obs! Denne seksjonen tar utgangspunkt i at leseren er kjent med potenser, som vi ser på i [seksjon ??](#).*

Vi kan utnytte [regel 0.2](#) og [regel 0.3](#), og det vi kan om potenser, til å skrive tall på **standardform**.

La oss se på tallet 6 700. Av [regel 0.2](#) vet vi at

$$6\,700 = 6,7 \cdot 1\,000$$

Og siden  $1000 = 10^3$ , er

$$6\,700 = 6,7 \cdot 1\,000 = 6,7 \cdot 10^3$$

$6,7 \cdot 10^3$  er 6 700 skrevet på standardform fordi

- 6,7 er større enn 0 og mindre enn 10.
- $10^3$  er en potens med grunntall 10 og eksponent 3, som er et heltall.
- 6,7 og  $10^3$  er ganget sammen.

---

La oss også se på tallet 0,093. Av [regel 0.3](#) har vi at

$$0,093 = 9,3 : 100$$

Men å dele med 100 er det samme som å gange med  $10^{-2}$ , altså er

$$0,093 = 9,3 : 100 = 9,3 \cdot 10^{-2}$$

$9,3 \cdot 10^{-2}$  er 0,093 skrevet på standardform fordi

- 9,3 er større enn 0 og mindre enn 10.
- $10^{-2}$  er en potens med grunntall 10 og eksponent  $-2$ , som er et heltall.
- 9,3 og  $10^{-2}$  er ganget sammen.

## 0.5 Standardform

Et tall skrevet som

$$a \cdot 10^n$$

hvor  $0 < a < 10$  og  $n$  er et heltall, er et tall skrevet på standardform.

### Eksempel 1

Skriv 980 på standardform.

**Svar**

$$980 = 9,8 \cdot 10^2$$

### Eksempel 2

Skriv 0,00671 på standardform.

**Svar**

$$0,00671 = 6,71 \cdot 10^{-3}$$

### Tips

For å skrive om tall på standardform kan du gjøre følgende:

1. Flytt komma slik at du får et tall som ligger mellom 0 og 10.
2. Gang dette tallet med en tierpotens som har eksponent med tallverdi lik antallet plasser du flyttet komma. Flyttet du komma mot venstre/høgre, er eksponenten positiv/negativ.

### Eksempel 3

Skriv 9 761 432 på standardform.

**Svar**

1. Vi flytter komma 6 plasser til venstre, og får 9,761432
2. Vi ganger dette tallet med  $10^6$ , og får at

$$9\,761\,432 = 9,761432 \cdot 10^6$$

#### **Eksempel 4**

Skriv 0,00039 på standardform.

#### **Svar**

1. Vi flytter komma 4 plasser til høyre, og får 3,9.
2. Vi ganger dette tallet med  $10^{-4}$ , og får at

$$0,00039 = 3,9 \cdot 10^{-4}$$