

0.1 Introduksjon til Python

```
1 print("Hello world!")
```

Output

Hello world!

Python deler tall inn i tre typer:

<code>int</code>	reelle heltall
<code>float</code>	relle tall
<code>complex</code>	komplekse tall

Vi skal i denne boka konsentrere oss om `int` og `float`. Tallypene definerer vi ved å ekskludere eller inkludere punktum:

```
1 a = 3 # a er av typen int
2 e = -5 # e er av typen int
3 b = 2.8 # b er av typen float
4 c = 2. # c=2.0, og er av typen float
5 d = .7 # d=0.7, og er av typen float
6 f = -0.01 # f er av typen float
```

```
1 a = 5
2 b = 2
3
4 print("a+b = ", a+b);
5 print("a-b = ", a-b);
6 print ("a*b = " ,a*b);
7 print ("a/b = " ,a/b);
8 print("a**b = " ,a**b); # potens med grunntall a og
                          # eksponent b
9 print ("a%b = " , a%b); # resten til divisjonen a/b
10 print ("a//b = " , a//b); # 5/2 rundet ned til nærmeste
                          # heltall
```

Output

a+b = 7
a-b = 3
a*b = 10
a/b = 2.5
a**b = 25
a%b = 1
a//b = 2

```

1 strings = ["98", "99", "100"]
2 floats = [1.7, 1.2]
3 ints = [96, 97, 98, 99, 100]
4
5 print("strings = ", strings);
6 print("floats= ", floats);
7 print("ints= ", ints);
8
9
10 print(ints[0])
11 print(ints[3])
12 print(ints[-2])
13 print("") # blank linje
14 ints.append(10)
15 print("ints.append(10) --> ", ints);
16
17 print("")
18 ints.pop(2)
19 print("ints.pop(2) = 98, og gir at ints = ", ints)

```

Output

stringlist = ['98', '99', '100']

stringlist = [98, 99, 100]

<code>print(x)</code>	Skriver x til terminal.
<code>range(a)</code>	Lager en følge som starter på 0, og øker med 1 fram til $a - 1$ er nådd. Følgen kan indekseres som en liste.
<code>for x in a</code>	Itererer over hvert element i a . a kan være en liste, et array eller en følge laget av <code>range</code>

Obs!

Bruk aldri innebygde funksjoner som navn på variabler.

0.2 Newtons metode

Gitt en funksjon $f(x)$ og likningen

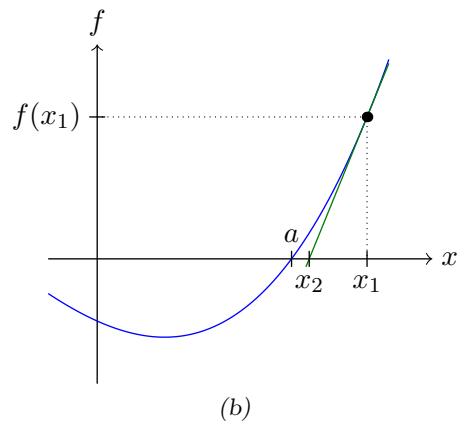
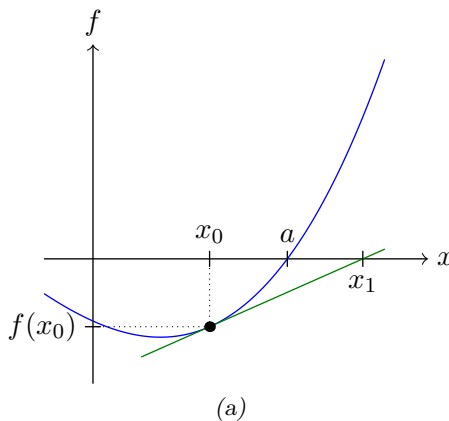
$$f = 0$$

hvor $f(a) = 0$. Ved **Newton's metode** gjør vi denne antakelsen for å en tilnærming a :

La x_1 være skjæringspunktet mellom x -aksen og tangenten til f i x_0 . Vi antar da at $|x_1 - a| < |x_0 - a|$. Sagt med ord antar vi at x_1 gir en bedre tilnærming for a enn det x_0 gjør.

Siden x_1 er skjæringspunktet mellom x -aksen og tangenten til f i x_0 , har vi at¹

$$\begin{aligned}f'(x_0)(x_1 - x_0) + f(x_0) &= 0 \\f'(x_0)x_1 &= f'(x_0)x_0 - f(x_0) \\x_1 &= x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}\end{aligned}$$



La x_2 være skjæringspunktet mellom x -aksen og tangenten til f i x_1 . Ved å gjenta prosedyren vi brukte for å finne x_1 , kan vi finne x_2 , som vi antar er en enda bedre tilnærming for a enn x_1 . Prosedyren kan vi gjenta fram til vi har funnet en x -verdi som gir en tilstrekkelig² tilnærming til a .

¹Se oppgave??

²Hva som er en *tilstrekkelig tilnærming* er det opp til oss selv å bestemme.

Regel 0.1 Newtons metode

Gitt en funksjon $f(x)$ og likningen

$$f = 0$$

hvor $f(a) = 0$. Gitt x -verdiene x_n og x_{n+1} for $n \in \mathbb{N}$. Ved å bruke formelen

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

antas det at x_{n+1} gir en bedre tilnærming for a enn x_n .

Språkboksen

Newton's metode kalles også Newton-Rhapsos metode.

0.3 Trapesmetoden

Gitt en funksjone $f(x)$. Integralet $\int_a^b f dx$ kan vi tilnærme ved å

1. Dele intervallet $[a, b]$ inn i mindre intervall. Disse kaller vi **delintervall**.
2. Finne en tilnærmet verdi for integralet av f på hvert delintervall.
3. Summere verdiene fra punkt 2.

I figur 1a har vi 3 like store delintervaller. Hvis vi setter $a = x_0$ og $\Delta x = \frac{b-a}{3}$, betyr dette at

$$x_1 = x_0 + \Delta x \quad x_2 = x_0 + 2\Delta x \quad x_3 = x_0 + 3\Delta x = b$$

En tilnærmet verdi for $\int_a^{x_1} f dx$ får vi ved å finne arealet til trapeset med hjørner (husk at $x_0 = a$)

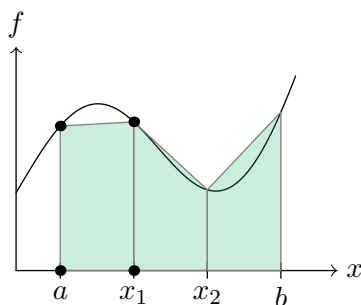
$$(x_0, 0) \quad (x_1, 0) \quad (x_1, f(x_1)) \quad (x_0, f(a))$$

Dette arealet er gitt ved uttrykket

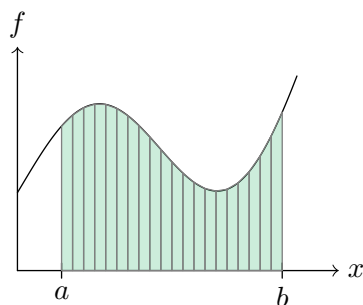
$$\frac{1}{2}(x_1 - x_0)[f(x_0) + f(x_1)] = \frac{\Delta x}{2}[f(x_0) + f(x_1)]$$

Ved å tilnærme integralet for hvert delintervall på denne måten, kan vi skrive

$$\int_a^b f dx \approx \frac{\Delta x}{2} \sum_{i=0}^{n-1} [f(x_i) + f(x_{i+1})]$$



(a) Tilnærming med 3 delintervaller.



(b) Tilnærming med 20 delintervaller

Figur 1

Regel 0.2 Trapesmetoden

Gitt en integrerbar funksjon f . En tilnærmet verdi for $\int_a^b f dx$ er da gitt som

$$\int_a^b f dx \approx \frac{\Delta x}{2} \sum_{i=0}^n [f(x_i) + f(x_{i+1})] \quad (1)$$

hvor

$$n \in \hat{\mathbb{N}}$$

$$a = x_0$$

$$b = x_n$$

$$\Delta x = \frac{b - a}{n + 1}$$

$$x_{n+1} = x_n + i\Delta x$$

Merk

Slik [regel 0.2](#) er formulert, vil $[a, b]$ være delt inn i $n + 1$ delintervaller.