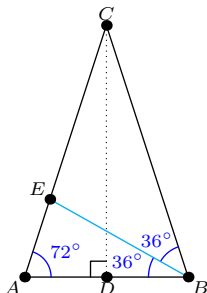


Oppgaver for kapittel 0

Gruble ??



Da $\angle BAC = \angle CBA = 72^\circ$, er $\triangle ABC$ likebeint ($AC = BC$) og $\angle ACB = 36^\circ$. Altså er også $\triangle BEC$ likebeint ($EB = EC$). $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ fordi de har $\angle BAC$ felles, og $\angle ACB = \angle EBD$. Vi setter $x = AB$ og $y = BC$, og får at

$$\frac{AB}{BC} = \frac{EA}{AB}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{y-x}{y}$$

$$xy + x^2 - y^2 = 0$$

Av abc -formelen har vi at

$$x = \frac{-y + \pm \sqrt{y^2 - 4y^2}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} y$$

Vi forkaster den negative løsningen for x , og får at

$$BD = \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4} y$$

Da $\sin 18^\circ = \frac{BD}{BC}$, er

$$\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$

??

a) Vi har at

$$AF = AD = c - r$$

$$FC = CE = a - r$$

Da $AF + FC = c$, er

$$c - r + a - r = b$$

$$c + a - b = 2r$$

b) Med c som grunnlinje har $\triangle ABC$ høyde b . Av den klassiske arealformelen for en trekant (se [MB](#)) og formelen fra [Oppgave ??](#) har vi da at

$$(a + b + c)r = ac$$

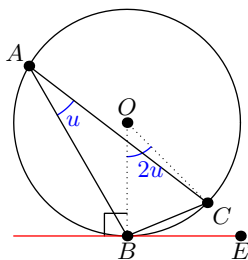
$$r = \frac{ac}{a + b + c}$$

c) Av oppgave (a) og (b) er

$$\begin{aligned}c + a - b &= \frac{2ac}{a + b + c} \\(c + a - b)(a + b + c) &= 2ac \\(a + c)^2 - b^2 &= 2ac \\a^2 + c^2 &= b^2\end{aligned}$$

Formelen kjenner vi igjen som Pytagoras' setning.

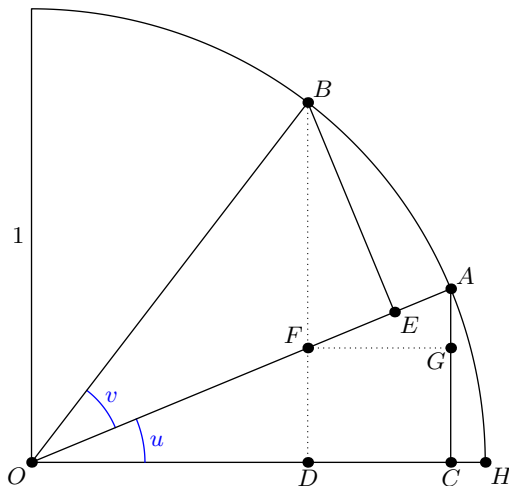
??



Vi setter $v = \angle BAC$. Da $\angle BAC$ er en periferivinkel, er $\angle BOC = 2v$. $\triangle BCO$ er likebeint, og derfor er $\angle CBO = 90^\circ - u$ (forklar for deg selv hvorfor). Nå har vi at

$$\angle EBC = 90^\circ - \angle CBO = u$$

Gruble ??



I figuren over merker vi oss at

$$EB = \sin v$$

$$AC = \sin u$$

$$OE = \cos v$$

$$OC = \cos u$$

Da $\triangle OCA \sim \triangle BEF$, har vi at

$$FE = \frac{BE}{OC} AC = \frac{\sin v}{\cos u} \sin u$$

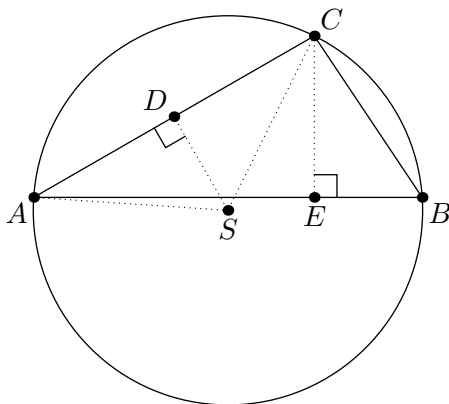
Videre har vi at $EA = OA - OE = 1 - \cos v$. Tilsvarende er $CH = 1 - \cos u$. I tillegg er

$$DC = FG = (FE + EA) \cos u = \left(\frac{\sin v}{\cos u} \sin u + 1 - \cos v \right) \cos u$$

Nå har vi at

$$\begin{aligned} OD &= OH - CH - DC \\ \cos(u + v) &= 1 - (1 - \cos u) - \left(\frac{\sin v}{\cos u} \sin u + 1 - \cos v \right) \cos u \\ &= \cos u \cos v - \sin u \sin v \end{aligned}$$

Gruble ??



Av [regel ??](#) er $\angle CSA = 2\angle CBA$. Da $\triangle ASC$ er likesidet, er derfor $\angle DSA = \angle CBA$. Følgelig er $\triangle ASD \sim \triangle CBE$. Dette betyr at

$$\frac{a}{EC} = \frac{r}{\frac{1}{2}b}$$

$$r = \frac{ab}{2EC}$$

Da $2A_{\triangle ABC} = EC \cdot c$, er $EC = \frac{2A_{\triangle ABC}}{c}$, og dermed er

$$r = \frac{abc}{4A_{\triangle ABC}}$$

Gruble ??

Gitt $\triangle ABC$, hvor $\angle C = 90^\circ$, $a = BC$, $b = AC$, og $c = AB$. Da er $4A_{\triangle ABC} = 2ab$. Av [gruble ??](#) er da $r = \frac{c}{2}$. Altså er $c = 2r$, og er dermed en diameter i den omskrevne sirkelen.