

0.1 Introduksjon

Algebra er kort og godt matematikk der bokstavar representerer tal. Dette gjer at vi lettare kan jobbe med *generelle* tilfelle. For eksempel er $3 \cdot 2 = 2 \cdot 3$ og $6 \cdot 7 = 7 \cdot 6$, men desse er berre to av dei uendeleg mange eksempla på at multiplikasjon er kommutativ! Ei av hensiktene med algebra er at vi ønsker å gi *eitt* eksempel som forklarar *alle* tilfelle, og sidan sifra våre (0-9) er uløseleg knytta til bestemte tal, bruker vi bokstavar for å nå dette målet.

Verdien til tala som er representert ved bokstavar vil ofte variere ut ifrå ein samanheng, og da kallar vi desse bokstavgata for *variablar*. Viss bokstavgata derimot har ein bestemd verdi, kallar vi dei for *konstantar*.

I *Del I* av boka har vi sett på rekning med konkrete tal, likevel er dei fleste reglane vi har utleda *generelle*; dei gjeld for alle tal. På side 1-4 har vi gjengitt mange av desse reglane på ei meir generell form. Ein fin introduksjon til algebra er å samanlikne reglane du finn her med slik du finn dei¹ i *Del I*.

0.1 Addisjon er kommutativ (??)

$$a + b = b + a$$

Eksempel

$$7 + 5 = 5 + 7$$

0.2 Multiplikasjon er kommutativ (??)

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Eksempel 1

$$9 \cdot 8 = 8 \cdot 9$$

Eksempel 2

$$8 \cdot a = a \cdot 8$$

¹Reglane sine nummer i *Del I* står i parentes.

Gonging med bokstavuttrykk

Når ein gongar saman bokstavar, er det vanleg å utelate gongeteiknet. Og om ein gongar saman ein bokstav og eit konkret tal, skriv ein det konkrete talet først. Dette betyr for eksempel at

$$a \cdot b = ab$$

og at

$$a \cdot 8 = 8a$$

I tillegg skriv vi også

$$1 \cdot a = a$$

Det er også vanleg å utelate gongeteikn der parentesuttrykk er ein faktor:

$$3 \cdot (a + b) = 3(a + b)$$

0.3 Brøk som omskriving av delestykke (??)

$$a : b = \frac{a}{b}$$

Eksempel

$$a : 2 = \frac{a}{2}$$

0.4 Brøk gonga med brøk (??)

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Eksempel 1

$$\frac{2}{11} \cdot \frac{13}{21} = \frac{2 \cdot 13}{11 \cdot 21} = \frac{26}{231}$$

Eksempel 2

$$\frac{3}{b} \cdot \frac{a}{7} = \frac{3a}{7b}$$

0.5 Deling med brøk (??)

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Eksempel 1

$$\frac{1}{2} : \frac{5}{7} = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{5}$$

Eksempel 2

$$\begin{aligned}\frac{a}{13} : \frac{b}{3} &= \frac{a}{13} \cdot \frac{3}{b} \\ &= \frac{3a}{13b}\end{aligned}$$

0.6 Gonging med parentes (distributiv lov) (??)

$$(a + b)c = ac + bc$$

Eksempel 1

$$(2 + a)b = 2b + ab$$

Eksempel 2

$$a(5b - 3) = 5ab - 3a$$

0.7 Gonging med negative tal I (??)

$$a \cdot (-b) = -(a \cdot b)$$

Eksempel 1

$$\begin{aligned}3 \cdot (-4) &= -(3 \cdot 4) \\ &= -12\end{aligned}$$

Eksempel 2

$$\begin{aligned}(-a) \cdot 7 &= -(a \cdot 7) \\ &= -7a\end{aligned}$$

0.8 Gonging med negative tal II (??)

$$(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$$

Eksempel 1

$$\begin{aligned}(-2) \cdot (-8) &= 2 \cdot 8 \\ &= 16\end{aligned}$$

Eksempel 2

$$(-a) \cdot (-15) = 15a$$

Språkboksen

Viss vi i eit uttrykk har éin variabel isolert på den eine sida av likskapsteiknet, og konstantar og variablar på den andre sida, seier vi at den isolerte variabelen er **uttrykt ved** dei andre tala. For eksempel, om vi har uttrykket $a = 2b - 4$, seir vi at "a er uttrykt ved b". Har vi uttrykket $q = 9y - x$, seier vi at "q er uttrykt ved x og y".

Utvidingar av reglane

Noko av styrken til algebra er at vi kan lage oss kompakte reglar som det er lett å utvide også til andre tilfelle. La oss som eit eksempel finne eit anna uttrykk for

$$(a + b + c)d$$

regel 0.6 fortel oss ikkje direkte korleis vi kan rekne mellom parentesuttrykket og d , men det er ingenting som hindrar oss i å omdøpe $a + b$ til k :

$$a + b = k$$

Da er

$$(a + b + c)d = (k + c)d$$

Av regel 0.6 har vi no at

$$(k + c)d = kd + cd$$

Om vi sett inn att uttrykket for k , får vi

$$kd + cd = (a + b)d + cd$$

Ved å utnytte regel 0.6 enda ein gong kan vi skrive

$$(a + b)d + cd = ad + bc + cd$$

Altså er

$$(a + b + c)d = ad + bc + cd$$

Obs! Dette eksempelet er ikkje meint for å vise korleis ein skal gå fram når ein har uttrykk som ikkje direkte er omfatta av Regel 0.1 - 0.8, men for å vise kvifor det alltid er nok å skrive reglar med færrest moglege ledd, faktorar og liknande. Oftast vil ein bruke utvidingar av reglane utan eingong å tenke over det, og i alle fall langt ifrå så pertentleg som det vi gjorde her.