# 0.1 Introduksjon

## 0.1 Brøk som omskriving av delestykke

En brøk er en annen måte å skrive et delestykke på. I en brøk kaller vi dividenden for **teller** og divisoren for **nevner**.

$$1 : 4 = \frac{1}{4} \begin{array}{l} \longleftarrow \text{Teller} \\ \longleftarrow \text{Nevner} \end{array}$$

## Språkboksen

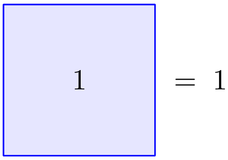
Vanlige måter å si $\frac{1}{4}$ på er[1]

- ”én firedel”
- ”1 av 4”
- ”1 over 4”

[1] I tillegg har vi utsagnene fra språkboksen på side **??**.

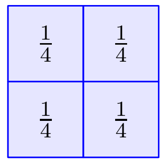
### Brøk som mengde

La oss se på brøken $\frac{1}{4}$ som en mengde. Vi starter da med å tenke på tallet 1 som en rute[1]:



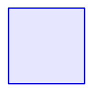

[1] Av praktiske årsaker velger vi oss her en enerrute som er større enn den vi brukte i kapittel **??**.

Så deler vi denne ruten inn i fire mindre ruter som er like store. Hver av disse rutene blir da $\frac{1}{4}$ (1 av 4):



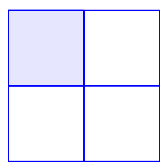

$$= 1$$

Har vi én slik rute, har vi altså 1 firedel:



$$= \frac{1}{4}$$

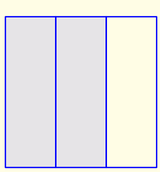
Men skal man bare ut ifra en figur kunne se hvor stor en brøk er, må man vite hvor stor 1 er, og for å få dette lettere til syne skal vi også ta med de "tomme" rutene:



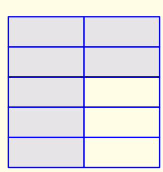
$$= \frac{1}{4}$$

Slik vil de blå og de tomme rutene fortelle oss hvor mange biter 1 er delt inn i, mens de blå rutene alene forteller oss hvor mange slike biter det *egentlig* er. Slik kan vi si at

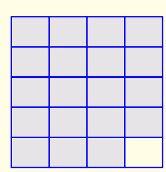
$$\begin{aligned} \text{antall blå ruter} &= \text{teller} \\ \text{antall blå ruter} + \text{antall tommme ruter} &= \text{nevner} \end{aligned}$$



$$= \frac{2}{3}$$



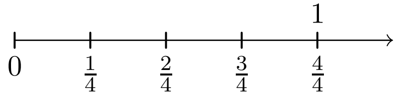
$$= \frac{7}{10}$$



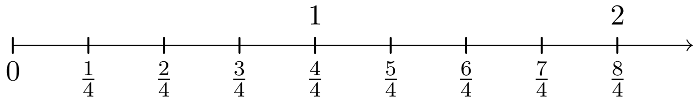
$$= \frac{19}{20}$$

### Brøk på tallinja

På tallinja deler vi lengden mellom 0 og 1 inn i like mange lengder som nevneren angir. Har vi en brøk med 4 i nevner, deler vi lengden mellom 0 og 1 inn i 4 like lengder:




Tallinja er også fin å bruke for å tegne inn brøker som er større enn 1:




### Teller og nevner oppsummert

Selv om vi har vært innom det allerede, er det så avgjørende å forstå hva telleren og nevneren sier oss at vi tar en kort oppsummering:

- Nevneren forteller hvor mange biter 1 er delt inn i.
- Telleren forteller hvor mange slike biter det er.

## 0.2 Verdi, utviding og forkorting av brøk

**0.2 Verdien til en brøk**

Verdien til en brøk finner vi ved å dele telleren med nevneren.

**Eksempel**

Finn verdien til $\frac{1}{4}$.

**Svar**

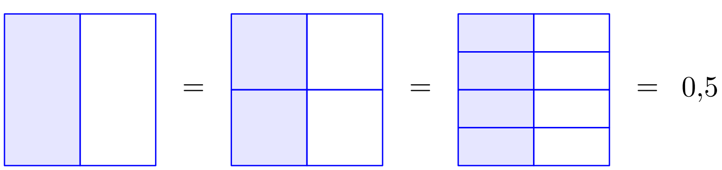
$$\frac{1}{4} = 0{,}25$$

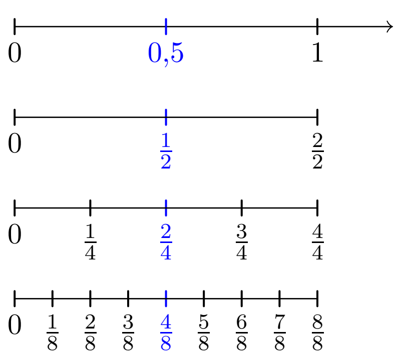
(Se kapittel **??** for hvordan man kan finne at $1 : 4 = 0{,}25$.)

### Brøker med samme verdi

Brøker kan ha samme verdi selv om de ser forskjellige ut. Hvis du regner ut $1 : 2$, $2 : 4$ og $4 : 8$, får du i alle tilfeller 0,5 som svar. Dette betyr at

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = 0{,}5$$



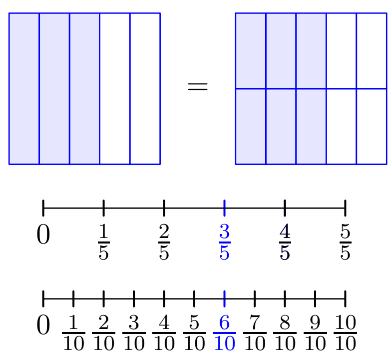
### Utviding

At brøker kan se forskjellige ut, men ha samme verdi, betyr at vi kan endre på utseendet til en brøk uten å endre verdien. La oss som eksempel gjøre om $\frac{3}{5}$ til en brøk med samme verdi, men med 10 som nevner:

- $\frac{3}{5}$ kan vi gjøre om til en brøk med 10 i nevner om vi deler hver femdel inn i 2 like biter, for da blir 1 til sammen delt inn i $5 \cdot 2 = 10$ biter.

- Telleren i $\frac{3}{5}$ forteller at der er 3 femdeler. Når disse blir delt i to, blir de totalt til $3 \cdot 2 = 6$ tideler. Altså har $\frac{3}{5}$ samme verdi som $\frac{6}{10}$.

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}$$




### Forkorting

Vi kan også gå ”motsatt vei”. $\frac{6}{10}$ kan vi gjøre om til en brøk med 5 i nevner ved å dele både teller og nevner med 2:

$$\frac{6}{10} = \frac{6 : 2}{10 : 2} = \frac{3}{5}$$

**0.3 Utviding og forkorting av brøk**

Vi kan gange eller dele teller og nevner med det samme tallet uten at brøken endrer verdi.

Å gange med et tall større enn 1 kalles å **utvide** brøken. Å dele med et tall større enn 1 kalles å **forkorte** brøken.

**Eksempel 1**

Utvid $\frac{3}{5}$ til en brøk med 20 som nevner.

**Svar**

Da $5 \cdot 4 = 20$, ganger vi både teller og nevner med 4:

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} &= \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} \\ &= \frac{12}{20}\end{aligned}$$

**Eksempel 2**

Utvid $\frac{150}{50}$ til en brøk med 100 som nevner.

**Svar**

Da $50 \cdot 2 = 100$, ganger vi både teller og nevner med 2:

$$\begin{aligned}\frac{150}{50} &= \frac{150 \cdot 2}{50 \cdot 2} \\ &= \frac{300}{100}\end{aligned}$$

**Eksempel 3**

Forkort $\frac{18}{30}$ til en brøk med 5 som nevner.

**Svar**

Da $30 : 6 = 5$, deler vi både teller og nevner med 6:

$$\begin{aligned}\frac{18}{30} &= \frac{18 : 6}{30 : 6} \\ &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

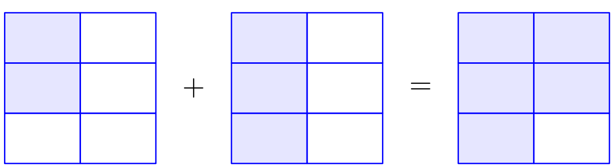
## 0.3 Addisjon og subtraksjon

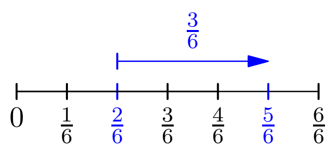
Addisjon og subtraksjon av brøker handler i stor grad om nevnerne. Husk at nevnerne forteller oss om inndelingen av 1. Hvis brøker har lik nevner, representerer de et antall biter med lik størrelse. Da gir det mening å regne addisjon eller subtraksjon mellom tellerne. Hvis brøker har ulike nevnere, representerer de et antall biter med ulik størrelse, og da gir ikke addisjon eller subtraksjon mellom tellerne direkte mening.

### Lik nevner

Om vi for eksempel har 2 seksdeler og adderer 3 seksdeler, ender vi opp med 5 seksdeler:

$$\frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$




**0.4 Addisjon/subtraksjon av brøkar med lik nevner**

Når vi regner addisjon/subtraksjon mellom brøker med lik nevner, finner vi summen/differansen av tellerne, og beholder nevneren.

**Eksempel 1**

$$\begin{aligned}\frac{2}{7} + \frac{8}{7} &= \frac{2+8}{7}\\ &= \frac{10}{7}\end{aligned}$$

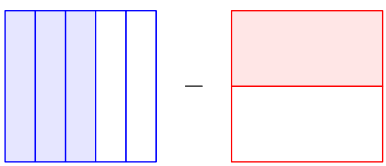
**Eksempel 2**

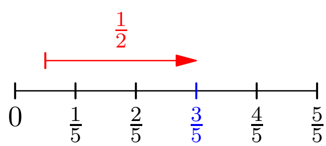
$$\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{7-5}{9}$$
$$= \frac{2}{9}$$

## Ulike nevnere

La oss se på regnestykket[1]

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$$



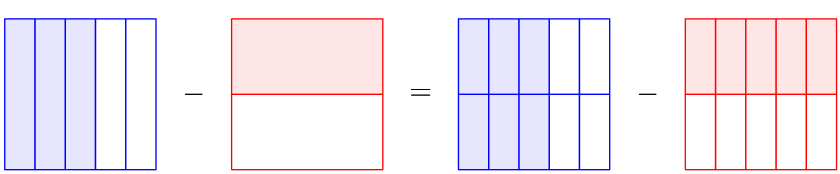


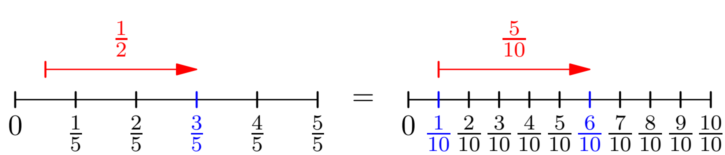

Skal vi skrive differansen som en brøk, må vi sørge for at brøkene har samme nevner. De to brøkene våre kan begge ha 10 som nevner:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10} \qquad \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10}$$

Dette betyr at

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{6}{10} - \frac{5}{10}$$






[1] Vi minner om at rødfargen på pila indikerer at man skal vandre fra pilspissen til andre enden.

Det vi har gjort, er å utvide begge brøkene slik at de har samme nevner, nemlig 10. Når nevnerne i brøkene er like, kan vi regne ut subtraksjonsstykket for tellerne:

$$\begin{aligned}\frac{3}{5}-\frac{1}{2}&=\frac{6}{10}-\frac{5}{10}\\&=\frac{1}{10}\end{aligned}$$

**0.5 Addisjon/subtraksjon av brøkar med ulik nevner**

Når vi regner addisjon/subtraksjon mellom brøker med ulik nevner, må vi utvide brøkene slik at de har lik nevner, for så å bruke regel 0.4.

**Eksempel 1**

Regn ut

$$\frac{2}{9}+\frac{6}{7}$$

Begge nevnerne kan bli 63 hvis vi ganger med rett heltal. Vi utvider derfor til brøker med 63 i nevner:

$$\begin{aligned}\frac{2\cdot 7}{9\cdot 7}+\frac{6\cdot 9}{7\cdot 9}&=\frac{14}{63}+\frac{54}{63}\\&=\frac{68}{63}\end{aligned}$$

**Fellesnevner**

I *Eksempel 1* på side 9 blir 63 kalt en **fellesnevner**. Dette fordi det finnes heltall vi kan gange nevnerne med som gir oss tallet 63:

$$9 \cdot 7 = 63$$
$$7 \cdot 9 = 63$$

Hvis vi ganger sammen alle nevnerne i et regnestykke, finner vi alltid en fellesnevner, men vi sparer oss for store tall om vi finner den *minste* fellesnevneren. Ta for eksempel regnestykket

$$\frac{7}{6} + \frac{5}{3}$$

Her kan vi bruke fellesnevneren $6 \cdot 3 = 18$, men det er bedre å merke seg at $6 \cdot 1 = 3 \cdot 2 = 6$ også er en fellesnevner. Altså er

$$\begin{aligned} \frac{7}{6} + \frac{5}{3} &= \frac{7}{6} + \frac{5 \cdot 2}{3 \cdot 2} \\ &= \frac{7}{6} + \frac{10}{6} \\ &= \frac{17}{6} \end{aligned}$$

**Eksempel 2**

Regn ut

$$\frac{3}{2} - \frac{5}{8} + \frac{10}{4}$$

**Svar**

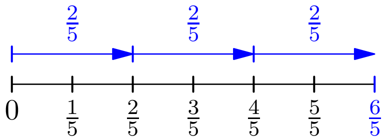
Alle nevnerne kan bli 8 hvis vi ganger med rett heltall. Vi utvider derfor til brøker med 8 i nevner:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} - \frac{5}{8} + \frac{10}{4} &= \frac{3 \cdot 4}{2 \cdot 4} - \frac{5}{8} + \frac{10 \cdot 2}{4 \cdot 2} \\ &= \frac{12}{8} - \frac{5}{8} + \frac{20}{8} \\ &= \frac{27}{8} \end{aligned}$$

## 0.4 Brøk ganget med heltall

I seksjon **??** så vi at ganging med heltall er det samme som gjentatt addisjon. Skal vi for eksempel regne ut $\frac{2}{5} \cdot 3$, kan vi derfor regne slik:

$$\begin{aligned}\frac{2}{5} \cdot 3 &= \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \\ &= \frac{2+2+2}{5} \\ &= \frac{6}{5}\end{aligned}$$




Men vi vet også at $2+2+2 = 2 \cdot 3$, og derfor kan vi forenkle regnestykket vårt:

$$\begin{aligned}\frac{2}{5} \cdot 3 &= \frac{2 \cdot 3}{5} \\ &= \frac{6}{5}\end{aligned}$$

Multiplikasjon mellom heltall og brøk er også kommutativ[1]:

$$\begin{aligned}3 \cdot \frac{2}{5} &= 3 \cdot 2 : 5 \\ &= 6 : 5 \\ &= \frac{6}{5}\end{aligned}$$

[1] Husk at $\frac{2}{5}$ bare er en omskriving av $2 : 5$, og at vi av regel **??** regner fra venstre mot høyre.

### 0.6 Brøk ganget med heltal

Når vi ganger en brøk med et heltall, ganger vi heltallet med telleren i brøken.

**Eksempel 1**

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}\cdot 4 &= \frac{1\cdot 4}{3} \\ &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

**Eksempel 2**

$$\begin{aligned}3\cdot\frac{2}{5} &= \frac{3\cdot 2}{5} \\ &= \frac{6}{5}\end{aligned}$$

**En tolkning av ganging med brøk**

Av regel 0.6 kan vi også danne en tolkning av hva å gange med en brøk innebærer. For eksempel, å gange 3 med $\frac{2}{5}$ kan tolkes på disse to måtene:

- Vi ganger 3 med 2, og deler produktet med 5:

$$3\cdot 2 = 6 \quad , \quad 6:5 = \frac{6}{5}$$

- Vi deler 3 med 5, og ganger kvotienten med 2:

$$3:5 = \frac{3}{5} \quad , \quad \frac{3}{5}\cdot 2 = \frac{3\cdot 2}{5} = \frac{6}{5}$$

## 0.5 Brøk delt med heltall

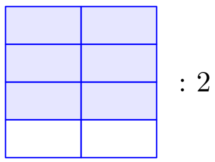
Det er nå viktig å huske på to ting:

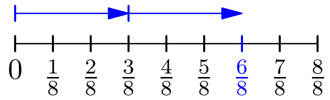
- Deling kan man se på som en lik fordeling av et antall.
- I en brøk er det telleren som forteller noe om antallet (nevneren forteller om inndelingen av 1).

### Tilfellet der telleren er delelig med divisoren

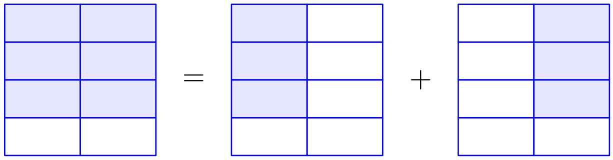
La oss regne ut $\frac{6}{8}$ delt på 2:

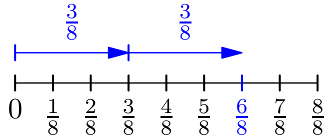
$$\frac{6}{8} : 2$$




Vi har her 6 åttedeler som vi skal fordele likt på 2. Dette blir $4 : 2 = 3$ åttedeler.



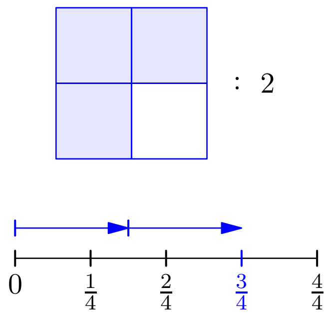

Altså er

$$\frac{6}{8} : 2 = \frac{3}{8}$$

**Tilfellet der telleren ikke er delelig med divisoren**

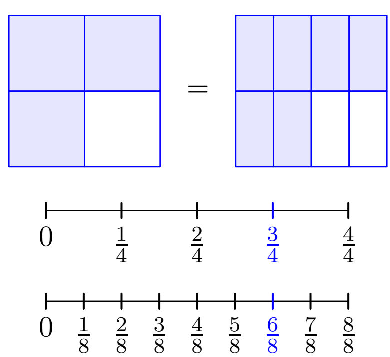
Hva nå om vi skal dele $\frac{3}{4}$ på 2?

$$\frac{3}{4} : 2$$

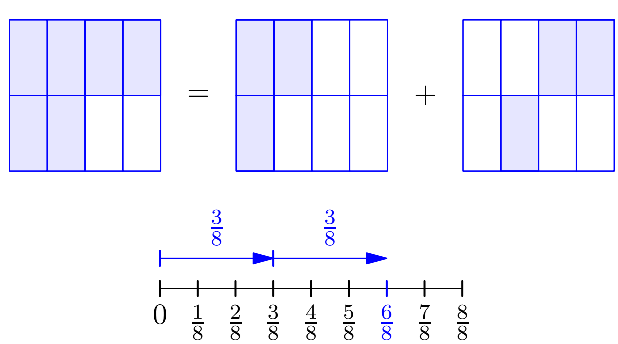



Vi kan alltid utivde brøken vår slik at telleren blir delelig med divisoren. Siden vi skal dele med 2, utvider vi brøken vår med 2:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$$




Nå har vi 6 åttedeler. 6 åttedeler delt på 2 blir 3 åttedeler:



Altså er

$$\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{8}$$

Rent matematisk har vi rett og slett ganget nevneren til $\frac{3}{4}$ med 2:

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} : 2 &= \frac{3}{4 \cdot 2} \\ &= \frac{3}{8}\end{aligned}$$

**0.7 Brøk delt med heltal**

Når vi deler en brøk med et heltall, ganger vi nevneren med heltallet.

**Eksempel 1**

$$\begin{aligned}\frac{5}{3} : 6 &= \frac{5}{3 \cdot 6} \\ &= \frac{5}{18}\end{aligned}$$

**Merk**

På side 13 fant vi at

$$\frac{6}{8} : 2 = \frac{3}{8}$$

Da ganget vi ikke nevneren med 2, slik regel 0.7 tilsier. Om vi gjør det, får vi

$$\frac{6}{8} : 2 = \frac{3}{8 \cdot 2} = \frac{6}{16}$$

Men

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{6}{16}$$

De to svarene har altså samme verdi. Skal vi dele en brøk på et heltall, og telleren er delelig med heltallet, kan vi direkte dele telleren på heltallet. I slike tilfeller er det altså ikke *feil*, men heller *ikke nødvendig* å bruke regel 0.7.

## 0.6 Brøk ganget med brøk

Vi har sett[1] hvordan å gange med en brøk innebærer å gange det andre tallet med telleren, og så dele produktet med nevneren. La oss bruke dette til å regne ut

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2}$$

Da skal vi først gange $\frac{5}{4}$ med 3, og så dele produktet med 2. Av regel 0.6 er

$$\frac{5}{4} \cdot 3 = \frac{5 \cdot 3}{4}$$

Og av regel 0.7 er

$$\frac{5 \cdot 3}{4} : 2 = \frac{5 \cdot 3}{4 \cdot 2}$$

Altså er

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{5 \cdot 3}{4 \cdot 2}$$

**0.8 Brøk ganget med brøk**

Når vi ganger to brøker med hverandre, ganger vi teller med teller og nevner med nevner.

**Eksempel 1**

$$\begin{aligned} \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{9} &= \frac{4 \cdot 6}{7 \cdot 9} \\ &= \frac{24}{63} \end{aligned}$$

**Eksempel 2**

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{10} &= \frac{1 \cdot 9}{2 \cdot 10} \\ &= \frac{9}{20} \end{aligned}$$

[1] Se tekstboksen med tittelen *En tolkning av ganging med brøk* på side 12.

## 0.7 Kansellering av faktorer

Når telleren og nevneren har lik verdi, er verdien til brøken alltid 1. For eksempel er $\frac{3}{3} = 1$, $\frac{25}{25} = 1$ og så videre. Dette kan vi utnytte for å forenkle brøkuttrykk.

La oss forenkle brøkuttrykket

$$\frac{8 \cdot 5}{9 \cdot 8}$$

Da $8 \cdot 5 = 5 \cdot 8$, kan vi skrive

$$\frac{8 \cdot 5}{9 \cdot 8} = \frac{5 \cdot 8}{9 \cdot 8}$$

Og som vi nylig har sett (regel 0.8) er

$$\frac{5 \cdot 8}{9 \cdot 8} = \frac{5}{9} \cdot \frac{8}{8}$$

Siden $\frac{8}{8} = 1$, har vi at

$$\begin{aligned}\frac{5}{9} \cdot \frac{8}{8} &= \frac{5}{9} \cdot 1 \\ &= \frac{5}{9}\end{aligned}$$

Når bare ganging er til stede i brøker, kan man alltid omrokkere slik vi har gjort over, men når man har forstått hva omrokkeringen ender med, er det bedre å bruke **kansellering**. Man setter da en strek over to og to like faktorer for å indikere at de utgjør en brøk med verdien 1. Tilfellet vi akkurat så på skriver vi da som

$$\frac{\cancel{8} \cdot 5}{9 \cdot \cancel{8}} = \frac{5}{9}$$

## 0.9 Kansellering av faktorer

Når bare ganging er til stede i en brøk, kan vi kansellere par av like faktorer i teller og nevner.

### Eksempel 1

Kanseller så mange faktorer som mulig i brøken

$$\frac{3 \cdot 12 \cdot 7}{7 \cdot 4 \cdot 12}$$

**Svar**

$$\frac{3 \cdot \cancel{12} \cdot \cancel{7}}{\cancel{7} \cdot 4 \cdot \cancel{12}} = \frac{3}{4}$$

### Eksempel 2

Forkort brøken $\frac{12}{42}$.

**Svar**

Vi legger merke til at 6 er en faktor i både 12 og 42, altså er

$$\begin{aligned} \frac{12}{42} &= \frac{\cancel{6} \cdot 2}{\cancel{6} \cdot 7} \\ &= \frac{2}{7} \end{aligned}$$

### Eksempel 3

Forkort brøken $\frac{48}{16}$.

**Svar**

Vi legger merke til at 16 er en faktor i 48, altså er

$$\begin{aligned} \frac{48}{16} &= \frac{3 \cdot \cancel{16}}{\cancel{16}} \\ &= \frac{3}{1} \\ &= 3 \end{aligned}$$

*Merk*: Hvis alle faktorer er kansellert i teller eller nevner, er dette det samme som at tallet 1 står der.

### Forkorting via primtalsfaktorisering

Det er ikke alltid like lett å legge merke til en felles faktor, slik vi har gjort i *Eksempel 2* og *Eksempel 3* på side 18. Vil man vere helt sikker på at man ikke har oversett felles faktorer, kan man alltid primtalsfaktorisere (se seksjon **??**) både teller og nevner. For eksempel har vi at

$$\begin{aligned}\frac{12}{42} &= \frac{\cancel{2}\cdot 2\cdot \cancel{3}}{\cancel{2}\cdot \cancel{3}\cdot 7}\\ &= \frac{2}{7}\end{aligned}$$

### Brøker forenkler utregninger

Desmialtallet 0,125 kan vi skrive som brøken $\frac{1}{8}$. Regnestykket

$$0{,}125\cdot 16$$

vil for de fleste av oss ta en stund å løse for hand med vanlige multiplikasjonsregler. Men bruker vi brøkuttrykket, får vi at

$$\begin{aligned}0{,}125\cdot 16 &= \frac{1}{8}\cdot 16\\ &= \frac{2\cdot \cancel{8}}{\cancel{8}}\\ &= 2\end{aligned}$$

**”Å stryke nuller”**

Et tall som 3000 kan vi skrive som $3 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$, mens 700 kan vi skrive som $7 \cdot 10 \cdot 10$. Brøken $\frac{3000}{700}$ kan vi derfor forkorte slik:

$$\begin{aligned}\frac{3000}{700} &= \frac{3 \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10} \cdot 10}{7 \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10}} \\ &= \frac{3 \cdot 10}{7} \\ &= \frac{30}{7}\end{aligned}$$

I praksis er dette det samme som ”å stryke nuller”:

$$\frac{30\cancel{00}}{7\cancel{00}} = \frac{30}{7}$$

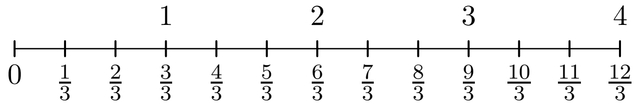
*Obs!* Nuller er de eneste sifrene vi kan ”stryke” slik, for eksempel kan vi ikke forkorte $\frac{123}{13}$ på noen som helst måte. I tillegg kan vi bare ”stryke” nuller som står som bakerste siffer, for eksempel kan vi ikke ”stryke” nuller i brøken $\frac{101}{10}$.

## 0.8 Deling med brøk

### Deling ved å se på tallinja

La oss regne ut $4 : \frac{2}{3}$. Siden brøken vi deler 4 på har 3 i nevner, kan det være en idé å gjøre om også 4 til en brøk med 3 i nevner. Vi har at

$$4 = \frac{12}{3}$$

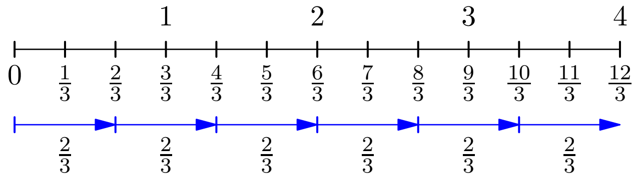



Husk nå at en betydning av $4 : \frac{2}{3}$ er

"Hvor mange ganger $\frac{2}{3}$ går på 4."

Ved å se på tallinja, finner vi at $\frac{2}{3}$ går 6 ganger på 4. Altså er

$$4 : \frac{2}{3} = 6$$



### En generell metode

Vi kan ikke se på en tallinje hver gang vi skal dele med brøker, så nå skal vi komme fram til en generell regnemetode ved igjen å bruke $4 : \frac{2}{3}$ som eksempel. For denne metoden bruker vi denne betydningen av divisjon:

$$4 : \frac{2}{3} = \text{"Tallet vi må gange } \tfrac{2}{3} \text{ med for å få 4."}$$

For å finne dette tallet starter vi med å gange $\frac{2}{3}$ med tallet som gjør at produktet blir 1. Det er **den omvendte brøken** av $\frac{2}{3}$, som er $\frac{3}{2}$:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$$

Nå gjenstår det bare å gange med 4 for å få 4:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot 4 = 4$$

$\frac{3}{2} \cdot 4$ er altså tallet vi må gange $\frac{2}{3}$ med for å få 4 . Dette betyr at

$$\begin{aligned} 4 : \frac{2}{3} &= \frac{3}{2} \cdot 4 \\ &= 6 \end{aligned}$$

**0.10 Brøk delt på brøk**

Når vi deler et tall med en brøk, ganger vi tallet med den omvendte brøken.

**Eksempel 1**

$$\begin{aligned} 6 : \frac{2}{9} &= 6 \cdot \frac{9}{2} \\ &= 27 \end{aligned}$$

**Eksempel 2**

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} : \frac{5}{8} &= \frac{4}{3} \cdot \frac{8}{5} \\ &= \frac{32}{15} \end{aligned}$$

**Eksempel 3**

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} : \frac{3}{10} &= \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{3} \\ &= \frac{30}{15}\end{aligned}$$

Her bør vi også se at brøken kan forkortes:

$$\begin{aligned}\frac{30}{15} &= \frac{2 \cdot \cancel{15}}{\cancel{15}} \\ &= 2\end{aligned}$$

*Merk*: Vi kan spare oss for store tall hvis vi kansellerer faktorer underveis i utregninger:

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{3} &= \frac{\cancel{3} \cdot 2 \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot \cancel{3}} \\ &= 2\end{aligned}$$

## 0.9 Rasjonale tall

### 0.11 Rasjonale tall

Et hvert tall som kan bli skrevet som en brøk med heltalls teller og nevner, er et **rasjonalt tall**.

### Merk

Rasjonale tall gir oss en samlebetegnelse for

- **Heltall**

  For eksempel $4 = \frac{4}{1}$.

- **Desimaltall med endelig antall desimaler**

  For eksempel $0{,}2 = \frac{1}{5}$.

- **Desimaltall med repeterende desimalmønster**

  For eksempel [1] $0{,}08\bar{3} = \frac{1}{12}$.

[1] $\bar{3}$ indikerer at 3 fortsetter i det uendelige. En annen måte å indikere dette på er å bruke symbolet ... . Altså er $0{,}08\bar{3} = 0{,}08333333...$

### 0.12 Blanda tall

Om vi adderer et heltal med en brøk der telleren er mindre enn nevneren, får vi et **blanda tall**.

### Eksempel 1

Tre forskjellige blanda tall:

$$2 + \frac{5}{7} \qquad 8 + \frac{2}{7} \qquad \frac{1}{10} + 4$$

### Obs!

I mange tekster vil du finne tall som dem fra *Eksempel 1* skrevet slik:

$$2\frac{5}{7} \qquad 8\frac{2}{7} \qquad 4\frac{1}{10}$$

### Eksempel 2

Skriv om brøken $\frac{17}{3}$ til et blanda tall.

**Svar**

Vi legger merke til at telleren er 17 og nevneren er 3. Det største heltalet vi kan gange med 3 uten at produktet blir større enn 17, er 5. Altså kan vi skrive

$$\begin{aligned}\frac{17}{3} &= \frac{5\cdot 3+2}{3} \\ &= \frac{5\cdot \cancel{3}}{\cancel{3}}+\frac{2}{3} \\ &= 5+\frac{2}{3}\end{aligned}$$

### Eksempel 3

Skriv om det blanda tallet $3+\frac{4}{5}$ til en brøk.

**Svar**

Vi har at $3=\frac{3}{1}$, altså er

$$3+\frac{4}{5}=\frac{3}{1}+\frac{4}{5}$$

Videre har vi at[1]

$$\begin{aligned}\frac{3}{1}+\frac{4}{5} &= \frac{3\cdot 5}{1\cdot 5}+\frac{4}{5} \\ &= \frac{15}{5}+\frac{4}{5} \\ &= \frac{19}{5}\end{aligned}$$

[1] Se regel 0.5.