

Chương 4

Đại số quan hệ và Phép tính quan hệ

Nội dung trình bày

- Giới thiệu
- Phép toán một ngôi
- Phép toán hai ngôi.
- Phép toán khác.
- Phép tính quan hệ biến bộ.
- Phép tính quan hệ biến miền.

Giới thiệu (1)

- Đại số quan hệ
 - Là tập hợp các phép toán cơ sở của mô hình dữ liệu quan hệ.
 - Biểu thức đại số quan hệ là một chuỗi các phép toán.
 - Kết quả của một biểu thức là một thể hiện quan hệ.
- Ý nghĩa
 - Cơ sở hình thức cho các phép toán của mô hình quan hệ.
 - Cơ sở để cài đặt và tối ưu hóa các truy vấn trong các HQT CSDL quan hệ.
 - Được áp dụng trong SQL.

Giới thiệu (2)

- Toán hạng
 - Các thể hiện quan hệ.
 - Các tập hợp.
- Toán tử là các phép toán
 - Phép toán tập hợp
 - Hội, giao, hiệu, tích Cartesian.
 - Phép toán quan hệ
 - Chọn, chiếu, kết, chia, đổi tên.
 - Một số phép toán khác.

Phép toán 1 ngôi

- Là các phép toán chỉ tác động lên một quan hệ.
- Gồm
 - Phép chọn (Select).
 - Phép chiếu (Project).
 - Phép đổi tên (Rename).

Phép chọn (1)

- Để rút trích các bộ dữ liệu thỏa điều kiện chọn từ một quan hệ.

R	A	B	C	D
	α	α	1	7
	α	β	5	7
	β	β	12	3
	β	β	23	10

 $\xrightarrow{\sigma_{A=B \wedge D > 5}(R)}$

A	B	C	D
α	α	1	7
β	β	23	10

- Cú pháp
 - $\sigma_{\langle EK \rangle}(R)$.
 - $\langle EK \rangle$ là biểu thức logic.

Phép chọn (2)

- Biểu thức điều kiện
 - Chứa các mệnh đề có dạng
 - $\langle \text{thuộc tính} \rangle \langle \text{toán tử so sánh} \rangle \langle \text{hằng số} \rangle$.
 - $\langle \text{thuộc tính} \rangle \langle \text{toán tử so sánh} \rangle \langle \text{thuộc tính} \rangle$.
 - Toán tử so sánh: $=, <, \leq, >, \geq, \neq$.
 - Các mệnh đề được nối bởi toán tử logic: \wedge, \vee, \neg .
- Đặc trưng
 - Phép chọn có tính giao hoán.
 - $\sigma_{\langle EK1 \rangle}(\sigma_{\langle EK2 \rangle}(R)) = \sigma_{\langle EK2 \rangle}(\sigma_{\langle EK1 \rangle}(R))$.
 - Kết quả là một quan hệ
 - Có cùng bậc với R.
 - Có số bộ ít hơn hoặc bằng số bộ của R.

Phép chiếu (1)

- Để rút trích các cột ứng với các thuộc tính nào đó của một quan hệ.

R	A	B	C	D
	α	α	1	7
	α	β	5	7
	β	β	12	3
	β	β	23	10

 $\xrightarrow{\pi_{A,D}(R)}$

A	D
α	7
β	3
β	10

- Cú pháp
 - $\pi_{\langle DSTT \rangle}(R)$.
 - $\langle DSTT \rangle$ là danh sách các thuộc tính của R.

Phép chiếu (2)

- Đặc trưng
 - Phép chiếu không có tính giao hoán.
 - $\pi_{\langle \text{DSTT1} \rangle}(\pi_{\langle \text{DSTT2} \rangle}(R)) \neq \pi_{\langle \text{DSTT2} \rangle}(\pi_{\langle \text{DSTT1} \rangle}(R))$.
 - Phép chiếu loại bỏ các bộ trùng nhau.
 - Kết quả là một quan hệ
 - Có bậc bằng số thuộc tính của danh sách thuộc tính.
 - Có bậc nhỏ hơn hoặc bằng bậc của R.
 - Có số bộ ít hơn hoặc bằng số bộ của R.
- Mở rộng phép chiếu
 - Cho phép sử dụng các phép toán số học trong danh sách thuộc tính.
 - $\pi_{A, 2 * C}(R)$.

Chuỗi các phép toán và phép gán

- Chuỗi các phép toán
 - Muốn sử dụng kết quả của phép toán này làm toán hạng của phép toán khác.
 - Muốn viết các phép toán lồng nhau.
 - $\pi_{A, C}(\sigma_{A=B \wedge D > 5}(R))$
- Phép gán
 - Muốn lưu lại kết quả của một phép toán.
 - Để đơn giản hóa một chuỗi phép toán phức tạp.
 - Cú pháp
 - $R' \leftarrow E$
 - E là biểu thức đại số quan hệ.
 - Ví dụ
 - $R' \leftarrow \sigma_{A=B \wedge D > 5}(R)$
 $\pi_{A, C}(R')$

Phép đổi tên

- Để đổi tên quan hệ và các thuộc tính.
- Cú pháp: cho quan hệ $R(A_1, \dots, A_n)$
 - Đổi tên quan hệ R thành S
 - $\rho_S(R)$.
 - Đổi tên quan hệ R thành S và các thuộc tính A_i thành B_i
 - $\rho_{S(B_1, B_2, \dots, B_n)}(R)$.
 - Đổi tên các thuộc tính A_i thành B_i
 - $\rho_{(B_1, B_2, \dots, B_n)}(R)$.
 - Đổi tên quan hệ R thành S và thuộc tính A_i thành B_i
 - $\rho_{S(B_1, A_2, A_3, \dots, A_n)}(R)$.
 - Đổi tên thuộc tính A_i thành B_i
 - $\rho_{(B_1, A_2, A_3, \dots, A_n)}(R)$.

Một số ví dụ

- Tìm các nhân viên làm việc trong phòng số 4.
 - $\sigma_{\text{MaPB} = 4}(\text{NHANVIEN})$
- Tìm các nhân viên làm việc trong phòng số 4 và có mức lương từ 25.000 đến 40.000.
 - $\sigma_{\text{MaPB} = 4 \wedge \text{Luong} \geq 25.000 \wedge \text{Luong} \leq 40.000}(\text{NHANVIEN})$
- Cho biết họ, tên, giới tính và mức lương của các nhân viên.
 - $\pi_{\text{Ho}, \text{Ten}, \text{Gtinh}, \text{Luong}}(\text{NHANVIEN})$
- Cho biết họ, tên, giới tính và mức lương của các nhân viên của phòng số 5.
 - $\pi_{\text{Ho}, \text{Ten}, \text{Gtinh}, \text{Luong}}(\sigma_{\text{MaPB} = 5}(\text{NHANVIEN}))$

Phép toán 2 ngôi

- Là các phép toán tác động lên hai quan hệ.
- Gồm 2 loại
 - Phép toán tập hợp
 - Phép hội (Union).
 - Phép giao (Intersection).
 - Phép hiệu (Mimus).
 - Phép tích Cartesian.
 - Phép toán phi tập hợp
 - Phép kết (Join).
 - Phép chia (Division).

Phép toán tập hợp (1)

- Chỉ được sử dụng khi hai quan hệ được tác động là *khả hợp*.
- Hai quan hệ $R(A_1, \dots, A_n)$ và $S(B_1, \dots, B_n)$ gọi là khả hợp nếu
 - Bậc $R = \text{Bậc } S$.
 - Miền xác định $A_i \equiv \text{Miền xác định } B_i$, với $i = 1, \dots, n$.

Phép hội

- Hội của R và S
 - $R \cup S$
 - Là quan hệ gồm các bộ thuộc R hoặc thuộc S.
 - Các bộ trùng nhau bị loại đi.
- $R \cup S = \{t \mid t \in R \vee t \in S\}$

R	A	C
	α	1
	α	5
	β	12
	β	23

S	A	C
	α	1
	γ	12
	β	23

 $\xrightarrow{R \cup S}$

A	C
α	1
α	5
β	12
β	23
γ	12
β	23

Phép giao

- Giao của R và S
 - $R \cap S$
 - Là quan hệ gồm các bộ thuộc R đồng thời thuộc S.
- $R \cap S = \{t \mid t \in R \wedge t \in S\}$

R	A	C
	α	1
	α	5
	β	12
	β	23

S	A	C
	α	1
	γ	12
	β	23

 $\xrightarrow{R \cap S}$

A	C
α	1
β	23

Phép hiệu

- Hiệu của R và S
 - $R - S$
 - Là quan hệ gồm các bộ thuộc R nhưng không thuộc S.
- $R - S = \{t \mid t \in R \wedge t \notin S\}$

R	A	C
	α	1
	α	5
	β	12
	β	23

S	A	C
	α	1
	γ	12
	β	23

$\xrightarrow{R - S}$

	A	C
	α	5
	β	12

Phép toán tập hợp (2)

- Đặc trưng
 - Phép hội và giao có tính giao hoán
 - $R \cup S = S \cup R$ và $R \cap S = S \cap R$.
 - Phép hội và giao có tính kết hợp
 - $R \cup (S \cap T) = (R \cup S) \cap T$ và $R \cap (S \cup T) = (R \cap S) \cup T$.

Phép tích Cartesian

- Tích Cartesian của R và S (không nhất thiết khả hợp).
 - $R \times S$
 - Là quan hệ Q mà mỗi bộ là một tổ hợp của một thuộc R và một bộ thuộc S.
 - Bậc Q = Bậc R + Bậc S.
 - Số bộ Q = Số bộ R \times Số bộ S.
- $R \times S = \{(a_1, \dots, a_m, b_1, \dots, b_n) \mid (a_1, \dots, a_m) \in R \wedge (b_1, \dots, b_n) \in S\}$

R	A	B	C
	α	α	1
	α	β	5
	β	β	12

S	D	E
	1	7
	5	7

$\xrightarrow{R \times S}$

	A	B	C	D	E
	α	α	1	1	7
	α	α	1	5	7
	α	β	5	1	7
	α	β	5	5	7
	β	β	12	1	7
	β	β	12	5	7

Một số ví dụ

- Tìm mã số các nhân viên của phòng số 5 hoặc giám sát trực tiếp các nhân viên phòng số 5.
 - $Q1 \leftarrow \sigma_{\text{MaPB}=5}(\text{NHANVIEN})$
 - $Q2 \leftarrow \pi_{\text{MaNV}}(Q1)$
 - $Q3 \leftarrow \pi_{\text{MaGS}}(Q1)$
 - $Q \leftarrow Q2 \cup Q3$
- Cho biết họ, tên của các nhân viên nữ và tên các thân nhân của họ.
 - $Q1 \leftarrow \sigma_{\text{GTinh}='Nữ'}(\text{NHANVIEN})$
 - $Q2 \leftarrow \rho_{(\text{HoNV}, \text{TenNV}, \text{MaNV})}(\pi_{\text{Ho}, \text{Ten}, \text{MaNV}}(Q1))$
 - $Q3 \leftarrow Q2 \times \text{THANNHAN}$
 - $Q4 \leftarrow \sigma_{\text{MaNV1}=\text{MaNV}}(Q3)$
 - $Q \leftarrow \pi_{\text{HoNV}, \text{TenNV}, \text{Ten}}(Q4)$

Phép kết

- Để kết hợp các bộ có liên quan từ hai quan hệ.
- Có 3 loại
 - Kết theta (Theta Join)
 - $R \bowtie_{\langle \text{ĐK} \rangle} S$.
 - $\langle \text{ĐK} \rangle$ là biểu thức logic.
 - Kết bằng (Equi Join)
 - Kết tự nhiên (Natural Join)
 - $R \bowtie S$ hoặc $R * S$.

Phép kết theta

- Biểu thức điều kiện
 - Chứa các mệnh đề có dạng
 - $A_i <\text{toán tử so sánh}> B_j$.
 - + A_i là thuộc tính của R .
 - + B_j là thuộc tính của S .
 - + Miền xác định $A_i \equiv$ Miền xác định B_j .
 - Toán tử so sánh: $=, <, \leq, >, \geq, \neq$.
 - Các mệnh đề được nối bởi toán tử logic: \wedge .

R	A	B	C	S	E	F	$R \bowtie_{A=E \wedge C < F} S$	A	B	C	E	F
	α	α	1		α	1		α	α	1	α	4
	α	β	5		α	4		β	α	5	β	12
	β	α	5		β	12						
	β	β	12									

Phép kết bằng

- Tất cả các toán tử so sánh trong biểu thức điều kiện đều là $=$.

R	A	B	C	S	E	F	$R \bowtie_{A=E \wedge C=F} S$	A	B	C	E	F
	α	α	1		α	1		α	α	1	α	1
	α	β	5		α	4		β	β	12	β	12
	β	α	5		β	12						
	β	β	12									

- Trong mỗi bộ luôn có một hoặc nhiều cặp thuộc tính có giá trị giống nhau.

Phép kết tự nhiên

- Là phép kết bằng và các cặp thuộc tính trong các mệnh đề phải cùng tên và cùng miền xác định.

R	A	B	C	S	A	C	$R \bowtie S$	A	B	C
	α	α	1		α	1		α	α	1
	α	β	5		α	4		β	β	12
	β	α	5		β	12				
	β	β	12							

- Nếu các cặp thuộc tính không cùng tên thì phải thực hiện phép toán đổi tên trước khi kết.
 - $R(A, B, C)$ và $S(E, F)$, muốn kết tự nhiên trên 2 cặp thuộc tính (A, E) và (C, F) .
 - $R \bowtie (p_{(A, C)}(S))$.

Phép chia (1)

- Để rút trích các bộ của một quan hệ liên quan với tất cả các bộ của quan hệ còn lại.
- Cho 2 quan hệ $R(Z)$ và $S(X)$
 - Z tập hợp các thuộc tính của quan hệ R .
 - X tập hợp các thuộc tính của quan hệ S .
 - $X \subseteq Z$.
 - R chia S là quan hệ $T(Y)$ với $Y = Z - X$.
 - $T(Y) = \{t \mid t \in \pi_Y(R) \wedge \forall u \in S \Rightarrow (t, u) \in R\}$.
- Cú pháp
 - $R \div S$

Phép chia (2)

A	B	C
α	α	1
α	β	12
β	α	23
β	β	3
β	β	23
β	β	12

$\pi_{A,B,C}(R)$

S	D	E
	7	2
	2	5

R	A	B	C	D	E
	α	α	1	7	2
	α	α	1	2	5
	α	β	12	7	2
	β	α	23	7	2
	β	β	3	1	10
	β	α	23	2	5
	β	β	23	10	10
	β	β	12	1	2

$R \div S$	A	B	C
	α	α	1
	β	α	23

Một số ví dụ

- Cho biết tên, địa chỉ của các nhân viên của phòng Nghiên cứu.
 - $Q1 \leftarrow \sigma_{TenPB = 'Nghiên cứu'}(PHONGBAN)$
 - $Q2 \leftarrow Q1 * NHANVIEN$
 - $Q \leftarrow \pi_{Ho, Ten, DChi}(Q2)$
- Cho biết tên các nhân viên tham gia *tất cả* các dự án do phòng số 5 điều phối.
 - $Q1 \leftarrow \pi_{MaDA}(\sigma_{PhongQL = 5}(DUAN))$
 - $Q2 \leftarrow \pi_{MaNV, MaDA}(THAMGIA)$
 - $Q3 \leftarrow Q2 \div Q1$
 - $Q \leftarrow \pi_{Ho, Ten}(Q3 * NHANVIEN)$

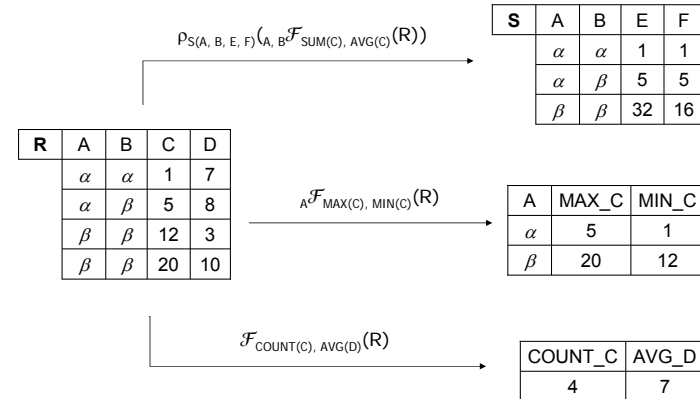
Các phép toán khác

- Để biểu diễn các truy vấn mà không thể thực hiện với các phép toán đại số quan hệ cơ sở
 - Các truy vấn mang tính chất thông kê đơn giản trên một tập hợp các giá trị hoặc các nhóm tập hợp giá trị dữ liệu.
 - Các truy vấn dùng để tạo các báo cáo.
- Gồm
 - Hàm tập hợp (Aggregate Function).
 - Phép gom nhóm các bộ dữ liệu (Grouping).
 - Phép kết mở rộng (Outer Join).

Hàm tập hợp và gom nhóm (1)

- Để thực hiện các truy vấn thống kê đơn giản trên tập hợp các giá trị số
 - SUM - Tính tổng của các giá trị trong tập hợp.
 - AVG - Tính giá trị trung bình của các giá trị trong tập hợp.
 - MAX, MIN - Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của các giá trị trong tập hợp.
- Để đếm số bộ của một quan hệ hoặc số các giá trị của một thuộc tính.
 - COUNT
- Để gom nhóm các bộ của một quan hệ theo các thuộc tính rồi áp dụng các hàm tập hợp.
 - Cú pháp
 - $\langle \text{DSTT} \rangle \mathcal{F}_{\langle \text{DSH} \rangle}(\text{R})$
 - $\langle \text{DSTT} \rangle$ là danh sách các thuộc tính thuộc R.
 - $\langle \text{DSH} \rangle$ là danh sách các cặp (hàm tập hợp, thuộc tính) áp dụng trên các nhóm.

Hàm tập hợp và gom nhóm (2)

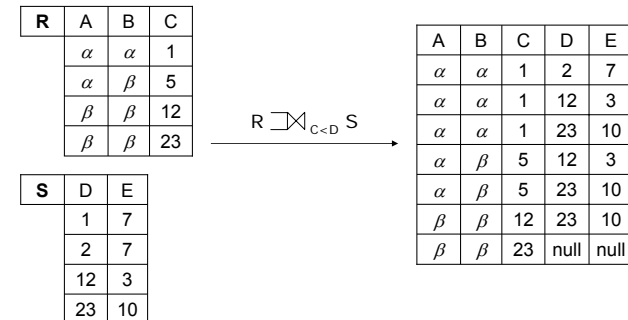


Phép kết mở rộng (1)

- Để giữ lại tất cả các bộ trong một quan hệ bất chấp chúng có được liên kết với các bộ trong quan hệ còn lại hay không nhằm tránh mất thông tin hoặc tạo các báo cáo.
- Có 3 dạng
 - Mở rộng trái (Left Outer Join)
 - $\text{R} \bowtie_{\langle \text{DK} \rangle} \text{S}$
 - Mở rộng phải (Right Outer Join)
 - $\text{R} \bowtie_{\langle \text{DK} \rangle} \text{S}$
 - Mở rộng hai phía (Full Outer Join)
 - $\text{R} \bowtie_{\langle \text{DK} \rangle} \text{S}$

Phép kết mở rộng trái

- Giữ lại tất cả các bộ của quan hệ ở bên trái phép toán kết mà không liên kết được với bộ nào của quan hệ bên phải.



Phép kết mở rộng phải

- Giữ lại tất cả các bộ của quan hệ ở bên phải phép toán kết mà không liên kết được với bộ nào của quan hệ bên trái.

R	A	B	C
	α	α	1
	α	β	5
	β	β	12
	β	β	23

S	D	E
	1	7
	2	7
	12	3
	23	10

A	B	C	D	E
α	β	5	1	7
α	β	5	2	7
β	β	12	1	7
β	β	12	2	7
β	β	23	1	7
β	β	23	2	7
β	β	23	12	3
null	null	null	23	10

Phép kết mở rộng hai phía

- Giữ lại tất cả các bộ của từng quan hệ ở hai bên phép toán kết mà không liên kết được với bộ nào của quan hệ còn lại.

R	A	B	C
	α	α	1
	α	β	5
	β	β	12
	β	β	23

S	D	E
	1	7
	2	7
	12	3
	23	10

A	B	C	D	E
α	α	1	1	7
β	β	12	12	3
β	β	23	23	10
α	β	5	null	null
null	null	null	2	7

Một số ví dụ

- Với mỗi phòng ban cho biết mã số, tổng số nhân viên và mức lương trung bình.
 - $\rho_{(MaPB, SoNV, LuongTB)}(MaPB \bowtie_{COUNT(MaNV), AVG(Luong)} (NHANVIEN))$
- Với mỗi nhân viên cho biết họ, tên và tên phòng nếu họ là trưởng phòng.
 - $Q1 \leftarrow NHANVIEN \bowtie_{MaNV = TrPhong} PHONGBAN$
 - $Q \leftarrow \pi_{Ho, Ten, TenPB}(Q1)$

Phép tính quan hệ (1)

- Một số khái niệm logic toán học
 - Mệnh đề
 - Các khẳng định có giá trị chân lý xác định.
 - Vị từ
 - Là một khẳng định $P(x, y, \dots)$ với x, y, \dots là các biến trên các miền xác định A, B, \dots
 - $P(x, y, \dots)$ không là mệnh đề.
 - Thay x, y, \dots bằng các giá trị cụ thể ta được một mệnh đề.
 - x, y, \dots là các biến tự do.
 - Lượng từ
 - Mệnh đề " $\forall x \in A, P(x)$ " và " $\exists x \in A, P(x)$ " là các lượng từ hóa của vị từ $P(x)$.
 - \forall là lượng từ phổ dụng.
 - \exists là lượng từ tồn tại.
 - x không còn là biến tự do, nó bị buộc bởi các lượng từ \forall hay \exists .

Phép tính quan hệ (2)

- Tổng quan
 - Ngôn ngữ hình thức của mô hình quan hệ.
 - Chỉ quan tâm đến nội dung dữ liệu cần truy vấn.
 - Ngôn ngữ phi thủ tục.
 - Dựa trên logic toán học.
- Chia làm 2 dạng
 - Phép tính quan hệ biến bộ.
 - Phép tính quan hệ biến miền (miền xác định).

Biến bộ và quan hệ miền giá trị

- Biến bộ (Tuple Variable)
 - Biến biến thiên trên một quan hệ R xác định.
- R được gọi là quan hệ miền giá trị của biến bộ (Range Relation).
- Phép tính quan hệ biến bộ đơn giản
 - $\{t \mid P(t)\}$.
 - t là biến bộ.
 - P(t) là vị từ hoặc công thức.
- Ví dụ
 - $\{t \mid t \in \text{NHANVIEN} \wedge t.\text{Luong} > 50000\}$.
 - $\{t.\text{Ho}, t.\text{Ten} \mid \text{NHANVIEN}(t) \wedge t.\text{Luong} > 50000\}$

Biểu thức và công thức (1)

- Biểu thức tổng quát của phép tính quan hệ biến bộ
 - $\{t_1.A_j, t_2.A_k, \dots, t_n.A_m \mid P(t_1, t_2, \dots, t_n, \dots, t_{n+m})\}$
 - t_1, \dots, t_{n+m} là các biến bộ.
 - A_i là thuộc tính của quan hệ miền giá trị ứng với biến bộ t_i .
- Công thức nguyên tử
 - Thuộc một trong 3 dạng sau
 - $t \in R$ hoặc $R(t)$ $t \in \text{NHANVIEN}$ hoặc $\text{NHANVIEN}(t)$
 - $t_i.A <\text{phép toán so sánh}> t_j.B$. $t.\text{MaNV} = s.\text{MaNV}$
 - $t_i.A <\text{phép toán so sánh}> c$. $t.\text{Luong} > 50000$
 - Có chân trị ĐÚNG hoặc SAI.

Biểu thức và công thức (2)

- P được xây dựng từ các công thức nguyên tử liên kết với nhau bởi các phép toán logic \wedge, \vee, \neg theo các luật sau
 1. Công thức nguyên tử là công thức.
 2. F là công thức thì $\neg F$ cũng là công thức.
 F, G là công thức thì $F \wedge G, F \vee G$ cũng là công thức
 3. F là công thức thì $(\forall t)(F)$ cũng là công thức.
 4. F là công thức thì $(\exists t)(F)$ cũng là công thức.
- Biến bộ tự do và bị buộc
 - F là nguyên tử
 - Biến bộ là tự do.
 - $(\forall t)(F), (\exists t)(F)$
 - Biến bộ là bị buộc.
 - $\neg F, F \wedge G, F \vee G$
 - Biến bộ là tự do hoặc bị buộc.
 - Biến bộ có thể là tự do trong F và bị buộc trong G.
- Ví dụ
 - $F_1: \text{NHANVIEN}(d)$
 - $F_2: (\forall d)(d.\text{MaGSat} = '123456789')$

Biến đổi giữa hai lượng từ

- Quy tắc biến đổi
 - (\forall) thay bằng $\neg(\exists)$, và ngược lại.
 - \wedge thay bằng \vee , và ngược lại.
 - $\neg P$ thay bằng P , và ngược lại.
- Một số biến đổi thường gặp
 - $(\forall x)(P(x)) \Leftrightarrow \neg(\exists x)(\neg(P(x)))$
 - $(\exists x)(P(x)) \Leftrightarrow \neg(\forall x)(\neg(P(x)))$
 - $(\forall x)(P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow \neg(\exists x)(\neg(P(x)) \vee \neg(Q(x)))$
 - $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \neg(\exists x)(\neg(P(x)) \wedge \neg(Q(x)))$
 - $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow \neg(\forall x)(\neg(P(x)) \vee \neg(Q(x)))$
 - $(\exists x)(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \neg(\forall x)(\neg(P(x)) \wedge \neg(Q(x)))$

Truy vấn dùng lượng từ tồn tại (1)

- Tìm tên và địa chỉ của các nhân viên phòng Nghiên cứu.
 - $\{e.Ten, e.DChi \mid NHANVIEN(e) \wedge (\exists d)(PHONGBAN(d) \wedge d.TenPB = \text{'Nghiên cứu'} \wedge d.MaPB = e.MaPB)\}$
 - $\{e.Ten, e.DChi \mid NHANVIEN(e) \wedge F\}$
 - $F = (\exists d)(PHONGBAN(d) \wedge F_1)$
 - $F_1 = (d.TenPB = \text{'Nghiên cứu'} \wedge d.MaPB = e.MaPB)$

Truy vấn dùng lượng từ tồn tại (2)

- Với mỗi dự án triển khai tại Thủ Đức, cho biết mã dự án, mã phòng quản lý dự án và họ tên người trưởng phòng.
 - $\{p.MaDA, p.Phong, e.Ho, e.Ten \mid DUAN(p) \wedge NHANVIEN(e) \wedge p.Diadiem = \text{'Thủ Đức'} \wedge (\exists d)(PHONGBAN(d) \wedge d.MaPB = p.Phong \wedge d.TrPhg = e.MaNV)\}$
- Nhận xét
 - Trong một truy vấn có thể có nhiều biến bộ tự do.

Truy vấn dùng lượng từ tồn tại (3)

- Với mỗi nhân viên, cho biết họ tên của nhân viên và họ tên của người quản lý nhân viên đó.
 - $\{e.Ho, e.Ten, s.Ho, s.Ten \mid NHANVIEN(e) \wedge NHANVIEN(s) \wedge e.MaGSat = s.MaNV\}$
- Nhận xét
 - Một vài biến bộ trong cùng một truy vấn có thể có cùng quan hệ miền giá trị.

Truy vấn dùng lượng từ tồn tại (4)

- Tìm các nhân viên tham gia các dự án do phòng số 5 điều phối.
 - $\{e \mid \text{NHANVIEN}(e) \wedge (\exists x)(\exists w)(\text{DUAN}(x) \wedge \text{THAMGIA}(w) \wedge x.\text{Phong} = 5 \wedge x.\text{MaDA} = w.\text{MaDA} \wedge x.\text{MaNV} = w.\text{MaNV})\}$

Truy vấn sử dụng lượng từ phổ dụng

- Tìm các nhân viên tham gia *tất cả* các dự án do phòng số 5 điều phối.
 - $\{e \mid \text{NHANVIEN}(e) \wedge ((\forall x)(\neg(\text{DUAN}(x)) \vee \neg(x.\text{MaDA} = 5)) \vee ((\exists w)(\text{THAMGIA}(w) \wedge w.\text{MaNV} = e.\text{MaNV} \wedge x.\text{MaDA} = w.\text{MaDA}))))\}$
 - $\{e \mid \text{NHANVIEN}(e) \wedge F\}$
 - $F = (\forall x)(\neg(\text{DUAN}(x)) \vee F_1)$
 - $F_1 = \neg(x.\text{MaDA}=5) \vee F_2$
 - $F_2 = (\exists w)(\text{THAMGIA}(w) \wedge w.\text{MaNV}=e.\text{MaNV} \wedge x.\text{MaDA}=w.\text{MaDA})$
 - $\{e \mid \text{NHANVIEN}(e) \wedge (\neg(\exists x)(\text{DUAN}(x) \wedge x.\text{MaDA} = 5 \wedge (\neg(\exists w)(\text{THAMGIA}(w) \wedge w.\text{MaNV} = e.\text{MaNV} \wedge x.\text{MaDA} = w.\text{MaDA}))))\}$

Biểu thức an toàn

- Xét biểu thức
 - $\{t \mid \neg(\text{NHANVIEN}(t))\}$
 - Nhận xét
 - Kết quả của biểu thức *không* là một số *hữu hạn* các bộ.
 - Biểu thức là không an toàn.
- Định nghĩa hình thức
 - Miền xác định của biểu thức là tập hợp gồm
 - Các hằng xuất hiện trong P.
 - Giá trị thuộc tính của các bộ của các quan hệ xuất hiện trong P.
 - Ví dụ
 - $\{t \mid R(t) \wedge t.A = 5\}$
 - $Mxđ = \{5, 1, 7, 23, 10\}$
 - Biểu thức là an toàn nếu mọi giá trị trong kết quả thuộc miền xác định của biểu thức.

R	A	B
	1	7
	23	10

Phép tính quan hệ biến miền

- Biểu thức tổng quát của phép tính quan hệ biến miền
 - $\{x_1, x_2, \dots, x_n \mid P(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, x_{n+m})\}$
 - x_1, \dots, x_{n+m} là các biến miền.
- Công thức nguyên tử
 - Thuộc một trong 3 dạng sau
 - $\langle x_1, \dots, x_j \rangle \in R$ hoặc $R(x_1, \dots, x_j)$
 - $x_i <\text{phép toán so sánh}> x_j$.
 - $x_i <\text{phép toán so sánh}> c$.
 - Có chân trị ĐÚNG hoặc SAI.
- Các khái niệm khác tương tự biến bộ.