QUAN HỆ

1. Định nghĩa quan hệ 2 ngôi

- ✓ Choa A, B là các tập hợp khác rỗng. Tập con $\Re \neq \emptyset$ của tập tích AxB gọi là một quan hệ giữa A và B. Quan hệ giữa hai tập hợp gọi là *quan hệ hai ngôi.*

  <u>*Ví dụ 1*</u>: Cho A = {a,b}, B = {1,2,3}

  ta có AxB = {(a,1); (a,2); (a,3); (b,1); (b,2); (b,3)}, và

  $\Re$ = {(a,2); (a,3); (b,1); (b,2)} là một quan hệ giữa A và B.

- ✓ Nếu $(x,y) \in \Re$ ta nói x có quan hệ $\Re$ với y và viết là $x\Re y$. Ngược lại ta nói x không có quan hệ $\Re$ với y. Như vậy $x\Re y \Leftrightarrow (x,y) \in \Re$.

  Trong ví dụ trên thì mệnh đề $a\Re 2$ là mệnh đề đúng, còn mệnh đề $a\Re 1$ là sai.

- ✓ Một quan hệ giữa A và A được gọi là quan hệ trên A. Theo đó, R là quan hệ trên A nếu $R \subset AxA$.

  <u>*Ví dụ 2:*</u> Cho A = {1,2,3} thì R = {(1,1),(2,2),(1,3)}, T = {(1,1), (3,3)} là các quan hệ trên A.

  <u>*Ví dụ 3*</u>: Trên Z, Q, R xác định quan hệ "≤": $aRb \Leftrightarrow a \leq b$, đây chính là quan hệ bé hơn hay bằng. Theo đó ta nói 2 có quan hệ " ≤" với 3; và tất nhiên 3 không có quan hệ " ≤" với 2.

- ✓ Rõ ràng theo định nghĩa thì quan hệ là một tập hợp. Chính vì vậy có thể cho quan hệ bằng cách liệt kê, cũng có thể cho quan hệ bởi cách mô tả tính chất chung của quan hệ.

  <u>*Ví dụ 4*</u>: Trên tập Z_+^* các số nguyền dương ta xét quan hệ ước số " $^*|_*$ " được mô tả như sau: số nguyên n được gọi là chia hết cho số

nguyên a nếu tồn tại số nguyên k sao cho n = ka. Khi đó ta cũng nói a là ước của n. Với a, b $\in Z^*_+$, định nghĩa $a|_b \Leftrightarrow$ a là ước số của b.

Ta thấy:

- Các mệnh đề: $1|_3$; $3|_{12}$; $5|_{20}$ là mệnh đề đúng.
- Các mệnh đề: $2|_3$; $3|_2$; $5|_{21}$ là mệnh đề sai.

Ví dụ 5: Trên tập hợp các đường thẳng trong mặt phẳng ta có các quan hệ vuông góc, quan hệ song song.

Trên tập hợp các tam giác ta có quan hệ đồng dạng, quan hệ bằng nhau. … Có vô vàn các quan hệ hai ngôi quanh ta.

2. Biểu diễn quan hệ 2 ngôi dạng bảng.

Xét hai tập A, B là các tập có hữu hạn phần tử và một quan hệ R giữa A và B. Để biểu diễn việc phần tử a $\in$ A có quan hệ R với phần tử b$\in$B không người ta hay dùng một bảng như trong ví dụ dưới đây:

Ví dụ 1: A = {a,b}, B = {2,3, @}. Bảng dưới mô tả quan hệ R giữa A và B:

A \ B	2	3	@
a	1	0	1
b	0	1	0

Bảng trên sẽ cho ta biết: a có quan hệ R với 2, a có quan hệ R với @, còn a không có quan hệ R với 3. Bằng cách này ta xác định được dạng liệt kê của quan hệ R là: R = {(a,2), (2,@), (b,3)}

Ví dụ 2: Cho A = {1,2,3,4}. Xét quan hệ R = “là ước số” trên A nghĩa là: x,y $\in$ A; xRy $\Leftrightarrow$ x là ước số của y. Khi đó:

- Dạng liệt kê của R là: R = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,4),(3,3), (4,4)}
- Bảng mô tả R là:

A \ A	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	0	1	0	1
3	0	0	1	0
4	0	0	0	1

Bảng số 0 hoặc 1 trên biểu diễn quan hệ R trên tập A (còn gọi là m trận biểu diễn quan hệ). Trong bảng cho ví dụ 2 số 0 cho biết 2 không có quan hệ với 3.

Mô tả quan hệ dạng trận như trên rất có lợi cho việc biểu diễn dữ liệu khi lập trình sau này.

3. Các tính chất của quan hệ trên một tập

Cho R là một quan hệ trên tập A. Ta phân biệt các tính chất sau của quan hệ R: phản xạ, đối xứng, phản xứng và bắc cầu.

3.1. <u>Phản xạ:</u>

R được gọi là có tính phản xạ nếu với mọi x thuộc về A thì x có quan hệ R với chính nó. Nghĩa là $\forall x \in A \Rightarrow xRx$. Ta hiểu R có tính phản xạ nếu nó chứa mọi bộ có dạng (a,a) với a thuộc về A.

Phủ định mệnh đề trên ta được: R không là quan hệ có tính phản xạ nếu có x thuộc về A và x không có quan hệ R với chính nó. Nghĩa là $(\exists x \in A) \wedge (x\overline{R}x)$.

Ví dụ 1: Cho A = {a,b,c}. Các quan hệ sau trên A có tính phản xạ:

R = { (a,a), (b,b), (c,c)}

T = { (a,a), (b,b), (c,c), (a,b)}

X = { (a,a), (b,b), (c,c), (a,b), (b,a)}

….

R là quan hệ có tính phản xạ có ít phần tử nhất.

Ví dụ 2: Trên tập các đường thẳng trong mặt phẳng thì quan hệ song song có tính phản xạ vì mọi đường thẳng đều song song với chính nó. Quan hệ vuông góc của hai đường thẳng trong mặt phẳng không có tính phản xạ.

Ví dụ 3: Trên tập R các số thực xét quan hệ $\Re$ định nghĩa như sau: với $x,y \in R$, $x\Re y \Leftrightarrow \cos^2 x + \sin^2 y = 1$. Ta có

do với $\forall x \in R \Rightarrow \cos^2 x + \sin^2 = 1$ hay $\forall x \in R \Rightarrow x\Re x$. Vậy nên $\Re$ có tính phản xạ.

Ma trận biểu diễn quan hệ có tính phản xạ có các phần tử trên đường chéo bằng 1, không quan tâm đến các phần tử ngoài đường chéo.

Ví dụ 4: Lại xét trên A = {a,b,c} quan hệ R = { (a,a), (b,b), (c,c), (a,b)} là quan hệ có tính phản xạ; ma trận biểu diễn là:

A \ A	a	b	c
a	1	1	0
b	0	1	0
c	0	0	1

3.2. Đối xứng:

Quan hệ R được gọi là có tính đối xứng nếu với $x,y \in A$ và x có quan hệ R với y thì kéo theo y có quan hệ R với x, nghiã là trong R đã có bộ (x,y) thì phải có bộ (y,x).

Ví dụ 1: Trên A = {a,b,c}, quan hệ R = {(a,a), (a,b), (b,a) } là có tính đối xứng.

Ví dụ 2: Trên A = {a,b,c}, quan hệ T = {(a,a), (a,b), (b,a), (a,c) } là không có tính đối xứng ví trong T có bộ (a,c) mà không có bộ (c,a).

Ma trận biểu diễn quan hệ có tính đối xứng là đối xứng nhau qua đường chéo chính.

Ví dụ 3: Lại xét trên A = {a,b,c} quan hệ R = { (a,a), (b,b), (c,c), (a,b), (b,a)} là quan hệ có tính phản xạ và có tính đối xứng; ma trận biểu diễn là:

A \ A	a	b	c
a	1	**1**	0
b	**1**	1	0
c	0	0	1

Quan hệ R không có tính đối xứng nếu tồn tại (a,b) ∈R và (b,a) ∉R.(xem ví dụ 2).

3.3. Phản xứng:

Quan hệ R có tính phản xứng nếu với mọi a,b∈A nếu (a,b)∈R và (b,a)∈R thì suy ra a = b.

$$\begin{cases} aRb \\ bRa \end{cases} \Rightarrow a = b$$

Ví dụ 1: A = {1,2,3}. Các quan hệ sau trên A có tính phản xứng:

R = {(1,1), (2,2), (2,1)}

T = {(1,1), (3,3), (1,3), (3,2)}

Dạng ma trận biểu diễn R và T là:

R

	1	2	3
1	1	0	0
2	1	1	0
3	0	0	0

T

	1	2	3
1	1	0	1
2	1	0	0
3	0	1	1

Ví dụ 2: Trên tập Z các số nguyên, quan hệ “là ước số” có tính phản xứng. Vì với mọi a,b thuộc Z, a là ước số của b và b là ước số của a suy ra a = b.

Ví dụ 3: Quan hệ: “≤” trên Z, Q, R là có tính phản xứng.

Ví dụ 4: Quan hệ “=”, “⊥”, “//” không có tính phản xứng.

Chú ý: Khác với quan hệ đối xứng, trong quan hệ phản xứng thì mọi bộ phận tự đối xứng của R nằm hết trên đường chéo.

3.4. Bắc cầu:

Quan hệ R được gọi là có tính bắc cầu nếu với mọi x,y,z thuôc về A, x có quan hệ R với y và y có quan hệ R với z thì suy ra x có quan hệ R với z.

$$\begin{cases} xRy \\ yRz \end{cases} \Rightarrow xRz$$

Ví dụ 1: Các quan hệ “=, //, ≤ ” có tính bắc cầu.

Ví dụ 2: Quan hệ “⊥” trên tập các đường thẳng trong mặt phẳng không có tính bắc cầu.

Ví dụ 3: Quan hệ R = {(1,1), (2,3), (3,4), (2,4)} trên A ={1,2,3,4} là có tính bắc cầu.

4. Quan hệ tương đương

4.1. Định nghĩa:

Quan hệ R trên A được gọi là quan hệ tương đương nếu có đủ 3 tính chất: phản xạ, đối xứng và bắc cầu.

Ví dụ 1: Các quan hệ "=, ≡, //" là quan hệ tương đương.

Ví dụ 2: Các quan hệ "⊥, ≤" Không là quan hệ tương đương vì không có tính đối xứng.

Ví dụ 3: Trên tập hợp các mệnh đề thì quan hệ "tương đương logic" là một quan hệ tương đương.

Ví dụ 4: Trên tập A = {1,2,3} thì

R = {(1,1), (2,2), (3,3)} là quan hệ tương đương.

T = {(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,1)} là quan hệ tương đương.

R còn là quan hệ tương đương có ít phần tử nhất.

H = {(1,1), (2,2), (3,3), (2,3) } không là quan hệ tương đương vì không đối xứng.

K = {{(1,1), (2,2), (1,2), (2,1) } không là quan hệ tương đương vì không có tính phản xạ.

4.2. Lớp tương đương:

Cho R là quan hệ tương đương trên A. Tập con của A gồm các phần tử tương đương với x ∈A gọi là lớp tương đương chứa x. thương kí hiệu lớp tương đương chứa x là [x] hay $\bar{x}$. Theo đó,

$$[x] = \{y \in A / yRx\}$$

Ví dụ 1: Trên tập A = {1,2,3} thì T = {(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,1)} là quan hệ tương đương. Ta có: [1] = {1,2}.

Ví dụ 2: Trên tập z các số nguyên xét quan hệ =(mod3) như sau: $x,y \in Z$, $x=y(\text{mod}3) \Leftrightarrow$ x và y có cùng số dư khi chia cho 3. Dễ chứng minh được đây là quan hệ tương đương trên Z. Ta được

[0]= {…, -6, -3, 0, 3, 6, …}

[1] = {…, -4, -1, 1, 4, …}

[2] = {…, -5, -2, 2, 5, …}

Lưu ý: [0] = [3] =[6] = …

[1] = [4] = [7] = …

[2] = [5] = [8] = …

Rõ ràng Z được phân hoạch thành 3 tập con rời nhau từng đôi một: {[0], [1], [2]}. Ta nói sự phân hoạch trên là sự chia lớp của Z thành các lớp tương đương dựa trên quan hệ tương đương =(mod3). Có thể tổng quát sự chia lớp tương đương cho các tập hợp khác với quan hệ tương đương tương ứng.

Tính chất: Giả sử R là một quan hệ tương đương trên A. Khi ấy

(i). $\forall x \in A \Rightarrow x \in [x]$

(ii). $\forall x,y \in A$, $xRy \Leftrightarrow [x] = [y]$

(iii). Hai lớp tương đương [x], [y] sao cho $[x] \cap [y] \neq \emptyset$ thì trùng nhau.

5. Quan hệ thứ tự

Trước nay ta chỉ quen với khái niệm thứ tự lớn hơn (bé hơn) trong các tập số: N,Z,Q,R, thứ tự trước (sau) của các chữ cái trong bảng chữ cái. Có vô vàn các quan hệ như thế, biết sử dụng các quan hệ thứ tự như vậy đem lại nhiều hiệu quả trong đời sống. Đặc biệt trong lập trình tin học, khi giải các bài tóan tìm kiếm, nếu các phần tử của tập hợp tìm kiếm được sắp theo một thứ tự thì bằng cách sử dụng thuật tóan tìm kiếm nhị phân ta co tập hợp phải tìm chỉ còn một nửa sau mỗi bước. Tổng quát của quan hệ thứ tự được nêu dưới đây.

5.1. Định nghĩa

- *Quan hệ R trên tập A được gọi là quan hệ thứ tự nếu R có đủ 3 tính chất là phản xạ, phản xứng và bắc cầu.*

  Ví dụ 1: Quan hệ "$\leq$" trên tập số thực có tính phản xạ , phản xứng và bắc cầu nên là quan hệ thứ tự.

  Ví dụ 2: Quan hệ "$\perp$" trên tập hợp các đường thẳng trong mặt phẳng không là quan hệ thứ tự vì không có tính phản xạ.

  Ví dụ 3: Cho E = {a,b,c}, đặt P(E) là tập các tập con của A. Trên P(E) xét quan hệ chứa trong "$\subset$". X, Y $\in$ P(E), X $\subset$ Y $\Leftrightarrow$ X là tập con của Y. Ta chứng minh "$\subset$" là quan hệ thứ tự trê P(E).

  Thật vậy, do X $\subset$ X với mọi X $\in$ P(E) nên "$\subset$" có tính phản xạ. Mặt khác với X,Y $\in$ P(E), X $\subset$ Y và Y $\subset$ X suy ra X = Y nên "$\subset$" có tính phản xứng và theo tính chất của tập con "$\subset$" có tính bắc cầu. Vì vậy "$\subset$" là quan hệ thứ tự trên P(E).

- Thường kí hiệu quan hệ thứ tự là: $\prec$
- Cho $\prec$ là quan hệ thứ tự trên A (gọi tắt là thứ tự). Khi đó
  - o (A, $\prec$) được gọi là tập được sắp thứ tự (tập có thứ tự).
  - o Với x, y $\in$ A(x$\neq$y) và x$\prec$y thì ta nói y là *trội* của x (x bị trội bởi y).
  - o y được gọi là *trội trực tiếp* của x nếu y là trội của x và không tồn tại một trội z nào của x sao cho z bị trội bởi y.
  - o Trường hợp x $\not\prec$ y ta nói x và y là không so sánh.

  Ví dụ 4: Ta biết trong ví dụ 3 "$\subset$" là thứ tự trên P(E).

Trội của {a} là {a,b), {a,c}, E.

Trội trực tiếp của {a} là {a,b}, {a,c}.

Trội trực tiếp của {a,b) là E = {a,b,c}.

- Một thứ tự $\prec$ trên A được gọi là thứ tự tòan phần nếu với mọi x, y khác nhau thuộc về A ta có: x $\prec$ y hay y $\prec$ x. Trường hợp không là thứ tự tòan phần ta gọi là thứ tự bộ phận. Thứ tự "$\subset$" trên P(E) trong ví dụ 3 là thứ tự tòan phần. Ở đây ta hiểu một thứ tự là tòan phần nếu mọi hai phần tử thuộc về tập A đều so sánh được.

5.2. Phần tử lớn nhất, nhỏ nhất

Cho $\prec$ là một thứ tự trên tập A. Ta định nghĩa:

- x $\in$ A được gọi là phần tử ***tối đại*** nếu x không bị trội bởi phần tử khác trong A.
- x $\in$ A được gọi là phần tử ***tối tiểu*** nếu x không là trội của phần tử bất kỳ khác trong A.
- x $\in$ A được gọi là phần tử ***lớn nhất*** nếu x là trội của mọi phần tử khác trong A.
- x $\in$ A được gọi là phần tử ***bé nhất*** nếu x bị trội bởi mọi phần tử khác trong A.

Tính chất*: Phần tử lớn nhất (nếu có) là duy nhất. Tương tự, phần tử bé nhất (nếu có) là duy nhất.*

Ví dụ : Trong (P(E), $\subset$) thì E là phần tử tối đại duy nhất và cũng là phần tử lớn nhất. Còn $\varnothing$ là phần tử tối tiểu duy nhất và cũng là phần tử bé nhất.

Chú ý: Trường hợp A là tập số khôgn bị chặn trên sẽ không có phần tử lớn nhất. Tương tự A không bị chặn dưới sẽ không có phần tử bé nhất. Chẳng hạn tập các số tự nhiên N với thứ tự "bé hơn hay bằng" không có phần tử tối đại và cũng không có phần tử lớn nhất.

6. Quan hệ chiếu.

6.1. Quan hệ n ngôi

Ta đã biết quan hệ hai ngôi giữa tập hợp A với tập B là một tập con của tập tích AxB. Tổng quát, một tập con R của tập tích A_1x A_2 x …x A_n là quan hệ n ngôi của các tập: A_1, A_2 , …, A_n.

Ví dụ 1: Cho A_1 = { a,b}, A_2 = {1,2}, A_3 = {x}. Khi đó

R = {(a,1,x), (a,2,x), (b,2,x)} là quan hệ 3 ngôi của A_1, A_2 và A_3.

Ví dụ 2: A là tập sinhvien, B là tập nganhhoc, C là tập monhoc và giả sử được cho dạng bảng:

A: sinhvien
Nguyễn Anh Tuấn
Hòang Vĩnh Giang
Mai Thị Mộng Mơ
Đặng Nhật Khang

B: nganhhoc
Tinhọc ứng dụng
Công nghệ phần mềm
Cơ Điện tử

C: monhoc
Tóan rời rạc
Cơ sở dữ liệu
Tóan cao cấp 1
Điện tử căn bản

Quan hệ R = "sinhvien_nganhhoc" thể hiện trong bảng sau:

R:sinhvien_nganhhoc	
sinhvien	nganhhoc
Nguyễn Anh Tuấn	Tinhọc ứng dụng
Hòang Vĩnh Giang	Tinhọc ứng dụng
Mai Thị Mộng Mơ	Công nghệ phần mềm
Đặng Nhật Khang	Cơ Điện tử

Chú ý bộ (Nguyễn Anh Tuấn, Tinhọc ứng dụng) thuộc về R và cho ta hiểu sinh viên *Nguyễn Anh Tuấn* học ngành *Tin học ứng dụng*. Theo bảng trên quan hệ sinhvien_nganhhoc có 4 phần tử. R là quan hệ hai ngôi giữa tập A:sinhvien với tập B:nganhhoc.

Quan hệ T: dangky sau là quan hệ 3 ngôi của A, B và C. Thể hiện bởi bảng:

T:dangky		
sinhvien	nganhhoc	monhoc
Nguyễn Anh Tuấn	Tinhọc ứng dụng	Tóan rời rạc
Nguyễn Anh Tuấn	Tinhọc ứng dụng	Cơ sở dữ liệu
Nguyễn Anh Tuấn	Tinhọc ứng dụng	Tóan cao cấp 1
Hòang Vĩnh Giang	*Tinhọc ứng dụng*	*Tóan rời rạc*
Hòang Vĩnh Giang	*Tinhọc ứng dụng*	*Cơ sở dữ liệu*
Hòang Vĩnh Giang	*Tinhọc ứng dụng*	*Tóan cao cấp 1*
Mai Thị Mộng Mơ	Công nghệ phần mềm	Tóan rời rạc
Mai Thị Mộng Mơ	Công nghệ phần mềm	Cơ sở dữ liệu
Mai Thị Mộng Mơ	Công nghệ phần mềm	Tóan cao cấp 1
Đặng Nhật Khang	*Cơ Điện tử*	*Điện tử căn bản*
Đặng Nhật Khang	*Cơ Điện tử*	*Tóan cao cấp 1*

Mỗi dòng trong bang (bộ 3 thành phần: (sinhvien, nganhhoc, monhoc)) là một phần tử của quan hệ T: dangky. Trong ngôn ngữ cơ sở dữ liệu ta sẽ gọi mỗi cột trong bảng là một *trường* còn mỗi dòng của bảng là một *bản ghi* ; mỗi một bản ghi gọi là một thể hiện của quan hệ.

Trong đại số quan hệ của lý thuyết cơ sở dữ liệu quan hệ thường dùng phép tóan nhằm trích chọn vẹn một số cột của bảng (mà được gọi là các thuộc tính của quan hệ), là phép chiếu lên một quan hệ. Đó là kết quả của ánh xạ chiếu được định nghĩa dưới đây.

6.2. Ánh xạ chiếu, quan hệ chiếu

Cho R là quan hệ n ngôi trên A_1 , A_2 , …, A_n . Khi ấy các phần tử của R là những bộ n thành phần (a_1, a_2, …, a_n). Với m là số tự nhiên thỏa $1 \leq m \leq n$ ta xét ánh xạ:

$$\pi_{i_1,i_2,\ldots,i_m} : A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n \to A_{i_1} \times A_{i_2} \times A_{i_m}$$
$$(a_1, a_2, \ldots, a_n) \quad \mapsto \quad (a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots, a_{i_m})$$

Định nghĩa: R là quan hệ n ngôi trên A_1 , A_2 , …, A_n thì $\pi_{i_1,i_2,\ldots,i_m}(R)$ được gọi là quan hệ chiếu của R.

Chú ý:

(i) Quan hệ chiếu $\pi_{i_1,i_2,\ldots,i_m}(R)$ là một quan hệ trên $A_{i_1} \times A_{i_2} \times \ldots \times A_{i_m}$.

(ii) Trong lý thuyết về cơ sở dữ liệu phép chiếu lên một quan hệ được quan hệ chiếu. Quan hệ chiếu chính là quan hệ ban đầu mà bỏ đi các cột (thuộc tính) không có trong các tập $A_{i_1}, A_{i_2}, \ldots, A_{i_m}$.

Ví dụ 3: Trong ví dụ 2 ta có quan hệ T:dangky là bảng:

dangky		
sinhvien	nganhhoc	monhoc
Nguyễn Anh Tuấn	Tinhọc ứng dụng	Tóan rời rạc
Nguyễn Anh Tuấn	Tinhọc ứng dụng	Cơ sở dữ liệu
Nguyễn Anh Tuấn	Tinhọc ứng dụng	Tóan cao cấp 1
Hòang Vĩnh Giang	*Tinhọc ứng dụng*	*Tóan rời rạc*
Hòang Vĩnh Giang	*Tinhọc ứng dụng*	*Cơ sở dữ liệu*
Hòang Vĩnh Giang	*Tinhọc ứng dụng*	*Tóan cao cấp 1*
Mai Thị Mộng Mơ	Công nghệ phần mềm	Tóan rời rạc
Mai Thị Mộng Mơ	Công nghệ phần mềm	Cơ sở dữ liệu
Mai Thị Mộng Mơ	Công nghệ phần mềm	Tóan cao cấp 1
Đặng Nhật Khang	*Cơ Điện tử*	*Điện tử căn bản*
Đặng Nhật Khang	*Cơ Điện tử*	*Tóan cao cấp 1*

Quan hệ chiếu $\pi_{1,3}$(dangky) là quan hệ sinhvien_monhoc cho bởi bảng:

$\pi_{1,3}$(dangky)	
sinhvien	monhoc
Nguyễn Anh Tuấn	Tóan rời rạc
Nguyễn Anh Tuấn	Cơ sở dữ liệu
Nguyễn Anh Tuấn	Tóan cao cấp 1
Hòang Vĩnh Giang	*Tóan rời rạc*

Hòang Vĩnh Giang	*Cơ sở dữ liệu*
Hòang Vĩnh Giang	*Tóan cao cấp 1*
Mai Thị Mộng Mơ	Tóan rời rạc
Mai Thị Mộng Mơ	Cơ sở dữ liệu
Mai Thị Mộng Mơ	Tóan cao cấp 1
Đặng Nhật Khang	*Điện tử căn bản*
Đặng Nhật Khang	*Tóan cao cấp 1*

Quan hệ chiếu $\pi_{1,2}$ (dangky) chính là quan hệ sinhvien_nganhhoc được cho bởi bảng:

$\pi_{1,2}$ (dangky)	
sinhvien	nganhhoc
Nguyễn Anh Tuấn	Tinhọc ứng dụng
Hòang Vĩnh Giang	Tinhọc ứng dụng
Mai Thị Mộng Mơ	Công nghệ phần mềm
Đặng Nhật Khang	Cơ Điện tử

Và quan hệ chiếu π_1 (dangky) là quan hệ sinhvien:

π_1 (dangky)
sinhvien
Nguyễn Anh Tuấn
Hòang Vĩnh Giang
Mai Thị Mộng Mơ
Đặng Nhật Khang

7. BÀI TẬP

1./ Cho A = {2, 3, 4}; B = {2, 4, 8}. Định nghĩa các quan hệ giữa A và B như sau:

$x \in A, y \in B; xRy \Leftrightarrow x<y.$

$x \in A, y \in B$; xTy $\Leftrightarrow$ x là ước số của y (y chia hết cho x).

$x \in A, y \in B; xHy \Leftrightarrow y = 4.$

$x \in A, y \in B; xSy \Leftrightarrow (x+2 = y).$

a) Hãy viết các quan hệ R, T, H và S dưới dạng liệt kê.

b) Biểu diễn các quan hệ R, T, H và S dạng bảng (ma trận).

b) Cho biết số quan hệ 2 ngôi giữa A và B.

2./ Cho A = {2, 3, …, 10}. Biết rằng hai số nguyên dương được gọi là nguyên tố cùng nhau nếu chúng có ước số chung lớn nhất là 1. Xác định trên A quan hệ R định nghĩa như sau:

$x, y \in A$, xRy $\Leftrightarrow$ x và y nguyên tố cùng nhau.

a) Cho biết chân trị các mệnh đề sau: 2R3, 2R4, 2R5, 4R10.

b) Biểu diễn quan hệ R dạng ma trận.

c) Cho biết R có tính chất nào sau đây: phản xạ, đối xứng, phản xứng, bắc cầu?

3./ Cho A = {a,b,c}. trên A xác định bao nhiêu quan hệ khác nhau có tính phản xạ?

4./ Chứng tỏ các quan hệ dưới đây là quan hệ tương đương:

a) Quan hệ $\Re$ trên tập Z các số nguyên: $x\Re y \Leftrightarrow x + y$ là số chẵn

b) Quan hệ $\Re$ trên tập R các số thực: $x\Re y \Leftrightarrow |x| = |y|$.

c) Quan hệ $\Re$ trên tập R các số thực: $x\Re y \Leftrightarrow \cos^2 x + \sin^2 y =1$.

d) Cho A = {1,2,3,4,5}.

Quan hệ $\Re$ trên tập AxA : $(a,b)\Re(c,d) \Leftrightarrow a+b = c+d$.

Chứng minh $\Re$ là quan hệ tương đương. Tìm các lớp tương đương: [(1,1)], [(1,3)], [(2,4)].

5./ Trên A = {1,2,3,4,5,6} cho quan hệ R = {(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (4,4), (4,5), (5,4), (5,5),(6,6)}.

a) Kiểm tra lại R là một quan hệ tương đương.

b) Tìm các lớp tương đương: [1], [2], [3].

c) Tìm phân hoạch của A thành các lớp tương đương.

6./ Cho A ={1,2,3,4,5}. Tìm quan hệ tương đương R trên A sao cho R phân hoạch a thành các lớp tương đương: {1,2}, {3,4} và {5}.

7./ Cho n là số nguyên dương. Đặt U_n là tập các ước số nguyên dương của n.

a) Tìm U_{12}, U_{30} (viết các tập dưới dạng liệt kê).

b) Trên U_n định nghiã quan hệ chia hết như sau:

$x, y \in U_n$, $x \big|_y$ $\Leftrightarrow$ tồn tại số nguyên dương k sao cho y = kx.

Ta nói khi đó x chia hết y (hay y chia hết cho x = x là ước số của y).

i) Chứng tỏ quan hệ chia hết định nghĩa như trên là quan hệ thứ tự trên U_{12} và trên U_{30}. Tổng quát quan hệ chia hết là quan hệ chia hết là quan hệ thứ tự trên tập các số nguyên dương.

ii) Cho biết $x \big|_y$ là quan hệ thứ tự trên U_{10}. Tìm phần tử tối đại, tối tiểu, lớn nhất, bé nhất (nếu có). Hỏi tương tự cho U_{12}, U_{30}.

8./ Cho R là một quan hệ trên A. Chứng minh rằng nếu R có tính chất đối xứng và tính bắc cầu thì r có tính phản xạ.

9./ Cho A = {4,5,6}; B = {5,6}, C = {6,7,8}. Xác định quan hệ 3 ngôi giữa A, B và C như sau: $a \in A$, $b \in B$, $c \in C$. Quan hệ R trên AxBxC:

R = {(a,b,c)/ a < b và b < c}

a) Cho biết chân trị các mệnh đề: $(4, 5,6) \in R$; $(5,5,6) \in R$; $(4,6,7) \in R$.

b) Liệt kê các phần tử của R.

10./ Dưới đây là các quan hệ (bảng) có trong một cơ sở dữ liệu quản lý sinh viên.

sinhvien	
hotensv	**masv**
Lê Triệu Vy	091A128
Nguyễn văn Nam	091B112
Hoàng Công Tấn	091C141

monhoc		
tenmh	**mamh**	**sotc**
Tóan rời rạc	CS01	4
Cơ sở lập trình	CS02	4
Cấu trúc dữ liệu	CS03	3
Cơ sở dữ liệu	CS04	3
Bài tóan lập lịch	CD01	3
Lập trình web	CD02	3
Hệ quản trị cơ sở dữ liệu	CD03	3

Mô tả:

091A là 4 ký tự đầu của mã số sinh viên chuyên ngành Tin học ứng dụng.

091B là 4 ký tự đầu của mã số sinh viên chuyên ngành Tin học quản lý.

091C là 4 ký tự đầu của mã số sinh viên chuyên ngành Công nghệ phần mềm.

CS là 2 ký tự đầu mã môn học là môn cơ sở. Sinh viên các chuyên ngành nêu trên đều học.

CN là 2 ký tự đầu mã môn học chuyên đề. CN01 dành cho sinh viên có mã 091A…, CN02 dành cho sinh viên 091B…, CN03 dành cho sinh viên 091C….

Yêu cầu:

a) Cho biết quan hệ (bảng) sinhvien_monhoc. Chú ý mỗi thể hiện của quan hệ này là bộ (tensv,masv,tenmh, mamh, sotc).

b) Cho biết các quan hệ chiếu: π_1(sinhvien), $\pi_{1,3}$(mmonhoc).

c) Cho biết quan hệ chiếu: $\pi_{1,3,5}$(sinhvien_monhoc).