

# Fourier Transform

Wolfram MathWorld

ข้อความข้างล่างนี้คัดมาจาก [?] ให้ทดลองเขียน source code ของ  $\text{\LaTeX}$  เอง เพื่อสร้างเอกสารนี้ โครงของเอกสารคือไฟล์ Exercise.tex

## 1 การอ้างอิง การแทรกรูป และการใส่เชิงอรรถ

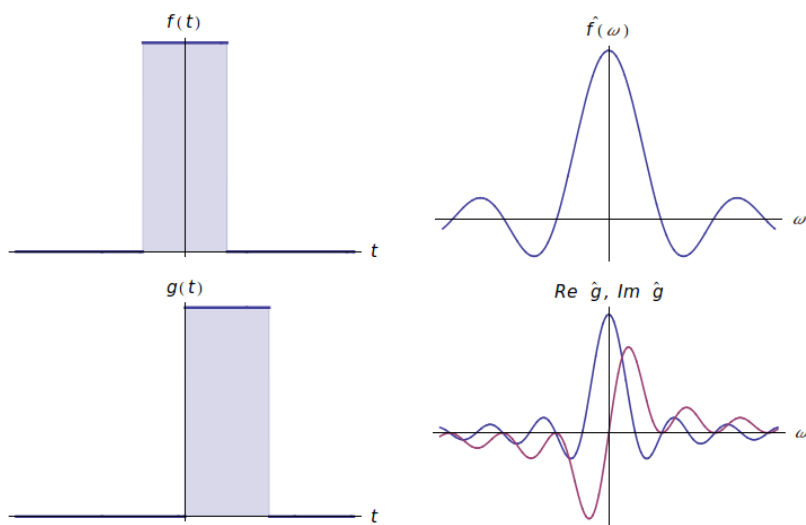


Figure 1: ตัวอย่างการแปลงฟูรีเยร์

ภาพที่ 1 นำมาจาก Wikipedia<sup>1</sup>

<sup>1</sup>“Fourier transform of rect and a translation” by Slawekb - Created in Mathematica 9.0. Licensed under CC BY-SA 3.0 via Wikipedia - [https://en.wikipedia.org/wiki/File:Fourier\\_transform\\_of\\_rect\\_and\\_a\\_translation.png#/media/File:Fourier\\_transform\\_of\\_rect\\_and\\_a\\_translation.png](https://en.wikipedia.org/wiki/File:Fourier_transform_of_rect_and_a_translation.png#/media/File:Fourier_transform_of_rect_and_a_translation.png)

## 2 การเขียนสมการ และการสร้างข้อย่อ

ตัวอย่างข้างล่างนี้มีทั้งการเขียนคำสั่งคณิตศาสตร์แทรกระหว่างข้อความ และการกำหนดสภาพแวดล้อมคณิตศาสตร์ มีการใช้ cases ในการกำหนดค่าให้ฟังก์ชัน และการแทรกข้อความลงในสภาพแวดล้อมคณิตศาสตร์ ลองสังเกตดูว่าฟอนต์ที่ใช้ในสภาพแวดล้อมคณิตศาสตร์ กับสภาพแวดล้อมข้อความปกติมันต่างกัน ผู้เขียนเอกสารพึงระวังเสมอเมื่อต้องการอ้างอิงถึงตัวแปรต่าง ๆ

ส่วนเงื่อนไขด้านล่างใช้การสร้างข้อย่อบางแบบมีเลขข้อ

A function  $f(x)$  has a forward and inverse Fourier transform such that

$$f(x) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi i k x} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i k x} dx \right] dk & \text{for } f(x) \text{ continuous at } x; \\ \frac{1}{2}[f(x_+) + f(x_-)] & \text{for } f(x) \text{ discontinuous at } x, \end{cases} \quad (1)$$

provided that

1.  $\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)| dx$  exists.
2. There are a finite number of discontinuities.
3. The function has bounded variation. A sufficient weaker condition is fulfillment of the Lipschitz condition (Ramirez 1985, p. 29). The smoother a function (i.e., the larger the number of continuous derivatives), the more compact its Fourier transform.

## 3 การเขียนสมการ (เพิ่มเติม) และการสร้างตาราง

ตัวอย่างข้างล่างนี้เป็นการใช้สมการหลายบรรทัดและมีการจัดตำแหน่งให้ตรงกัน ในที่นี้จัดตำแหน่งของ  $\equiv$  ให้ตรงกับ  $=$  ในบรรทัดถัดมา นอกจากนี้ยังมีการใช้สัญลักษณ์พิเศษ  $\star$  การใส่ bar เหนือตัวแปร ( $\bar{f}$ ) รวมถึงฟอนต์พิเศษสำหรับ  $\mathcal{F}$ ,  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{k}$  และ  $\mathbb{R}$  ด้วย สัญลักษณ์พิเศษเหล่านี้ต้องใช้ package `amsmath` และ `amssymb` ผู้ที่ต้องใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นประจำควรจดจำได้ว่าต้องใช้ฟอนต์แบบใดกับตัวแปรหรือสัญลักษณ์ที่ต้องการ

The “autocorrelation width” is

$$w_a \equiv \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f \star \bar{f} dx}{[f \star \bar{f}]_0} \quad (2)$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f dx \int_{-\infty}^{\infty} \bar{f} dx}{\int_{-\infty}^{\infty} f \bar{f} dx}, \quad (3)$$

where  $f \star g$  denotes the cross-correlation of  $f$  and  $g$  and  $\bar{f}$  is the complex conjugate.

Any operation on  $f(x)$  which leaves its area unchanged leaves  $F(0)$  unchanged, since

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \mathcal{F}_x[f(x)](0) = F(0). \quad (4)$$

The following table summarized some common Fourier transform pairs.

function	$f(x)$	$F(k) = \mathcal{F}_x[f(x)](k)$
Fourier transform–1	1	$\delta(k)$
Fourier transform–cosine	$\cos(2\pi k_0 x)$	$\frac{1}{2}[\delta(k - k_0) + \delta(k + k_0)]$
Fourier transform–delta function	$\delta(x - x_0)$	$e^{-2\pi i k x_0}$
Fourier transform–exponential function	$e^{-2\pi k_0  x }$	$\frac{1}{\pi} \frac{k_0}{k^2 + k_0^2}$
Fourier transform–Gaussian	$e^{-ax^2}$	$\sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\pi^2 k^2 / a}$
Fourier transform–Heaviside step function	$H(x)$	$\frac{1}{2} \left[ \delta(k) - \frac{i}{\pi k} \right]$
Fourier transform–inverse function	$-PV \frac{1}{\pi x}$	$i[1 - 2H(-k)]$
Fourier transform–Lorentzian function	$\frac{1}{\pi} \frac{\frac{1}{2\Gamma}}{(x-x_0)^2 + (\frac{1}{2}\Gamma)^2}$	$e^{-2\pi i k x_0 - \Gamma \pi  k }$
Fourier transform–ramp function	$R(x)$	$\pi i \delta'(2\pi k) - \frac{1}{4\pi^2 k^2}$
Fourier transform–sine	$\sin(2\pi k_0 x)$	$\frac{1}{2}i[\delta(k + k_0) - \delta(k - k_0)]$

In two dimensions, the Fourier transform becomes

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(k_x, k_y) e^{-2\pi i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (5)$$

$$f(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y) e^{2\pi i(k_x x + k_y y)} dx dy. \quad (6)$$

การสร้างปีกกาใต้ข้อความข้างล่างนี้ใช้คำสั่ง

$\underbrace{\text{textabove}}_{\text{textbelow}}$

Similarly, the  $n$ -dimensional Fourier transform can be defined for  $\mathbf{k}, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$

by

$$F(\mathbf{x}) = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty}}_n f(\mathbf{k}) e^{-2\pi i \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} d^n \mathbf{k} \quad (7)$$

$$f(\mathbf{k}) = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty}}_n F(\mathbf{x}) e^{2\pi i \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} d^n \mathbf{x}. \quad (8)$$

## 4 ข้อสังเกตอื่นๆ

Caption ได้ภาพยังเป็น Figure อยู่ ซึ่งเกิดจากคลาส article ที่ใช้นั้นกำหนดไว้เป็นภาษาอังกฤษ หากต้องการปรับให้เป็นภาษาไทย สามารถตั้งให้เป็นคำที่ต้องการเองได้โดยใช้คำสั่ง `\renewcommand` เช่น หากสั่ง `\renewcommand{\figurename}{Fig.}` Caption ของรูปจะเปลี่ยนจากคำเริ่มต้นเดิม (Figure) ไปเป็น Fig. เป็นต้น

ในคลาส chula นั้นมีคำสั่งกำหนดคำให้แล้วทั้งภาษาไทยและภาษาอังกฤษ ซึ่งสามารถเลือกใช้ได้โดยกำหนด option ของคลาสเป็น `thaitheiss` หรือ `engthesis`

ตารางในข้อ 3 นั้นไม่มีชื่อตารางกำกับ และยังยาวเกินกว่าขอบเขตของข้อความที่กำหนด