

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ к Заданию №1

ПАРАМЕТРЫ ЗАДАЧИ (запрашивать у пользователя; вводятся с клавиатуры):

- 1) число значений в таблице (в наших обозначениях это  $m+1$ );
- 2) концы отрезка  $[a, b]$ , из которого выбираются узлы интерполяции;
- 3)  $x$  – точка интерполирования, значение в которой хотим найти;
- 4)  $n$  – степень интерполяционного многочлена, который будет построен для того, чтобы найти значение в точке  $x$ .

**ВАЖНО:**

При задании аргументов исходной таблицы выбирать/определять их попарно-различными!

Никаких ограничений на  $x$  нет, введенное  $x$  может совпадать с табличным или лежать вне  $[a, b]$ , из которого выбираются узлы интерполяции.

Запрашивая у пользователя значение  $n$ , сразу ограничивать его значением  $m$ , то есть просить ввести  $n \leq m$ . Если введенное пользователем  $n > m$ , сообщать: «Введено недопустимое значение  $n$ » и просить ввести  $n$  заново.

НА ЭКРАНЕ должна быть отражена следующая информация:

- 1) название задачи (для Задания №1 это Задача алгебраического интерполирования);
- 2) номер Вашего варианта;
- 3) запрос на число значений в таблице, запрос на границы отрезка;
- 4) исходная таблица значений функции (результат подготовительного этапа);
- 5) запрос на точку интерполирования  $x$ ;  $x = \dots$
- 6) запрос на степень интерполяционного многочлена  $n \leq m$ ;  $n = \dots$
- 7) отсортированная таблица (или набор узлов, ближайших к точке  $x$ , по которым будет строиться интерполяционный многочлен);
- 8) значение интерполяционного многочлена  $P_n^L(x)$ , найденное при помощи представления в форме Лагранжа;
- 9) значение абсолютной фактической погрешности для формы Лагранжа  $|f(x) - P_n^L(x)|$ ;
- 10) предложение ввести новые значения  $x$  и  $n$  или выйти из программы.

ГРУППЫ 22.Б05, 22.Б06  
IV семестр, 2023/2024 уч. год  
Задание №1

Задача алгебраического интерполирования.  
Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа

Подготовительный этап:

Составить и вывести на печать таблицу из  $(m+1)$  значения функции  $f$  в попарно-различных точках (узлах)  $x_j$ , где  $j=0,1,\dots,m$ . Здесь число значений в таблице — параметр задачи, формула для непрерывной функции  $f$  представлена в варианте задания.

При создании таблицы возможно как случайное задание узлов из некоторого промежутка  $[a; b]$  (важным ограничением здесь является попарная различность узлов), так и задание с помощью формулы (например, равноотстоящие с шагом  $h$  узлы).

Решение задачи алгебраического интерполирования:

Дана таблично-заданная функция  $(m+1)$  аргумента. Требуется найти значение в точке  $x$ , (здесь  $x$  — параметр задачи; пользователю предлагается ввести произвольное значение  $x$ ).

Для этого требуется построить интерполяционный алгебраический многочлен, степени не выше  $n$ , ( $n$  — параметр задачи; пользователю предлагается ввести произвольное значение  $n \leq m$ ).

Решением задачи будет значение  $P_n(x) \approx f(x)$  (здесь  $P_n$  — алгебраический интерполяционный многочлен функции  $f$ , степени не выше  $n$  (при этом  $n \leq m$ ), построенный по набору из  $(n+1)$  узла  $x_j$ , решающему задачу минимизации погрешности интерполирования в заданной точке  $x$ ).

Для выбора «оптимальных» для точки  $x$  узлов необходимо упорядочить узлы исходной таблицы по мере удаления их от точки интерполирования  $x$  (провести любую любую сортировку). Далее работать уже с отсортированной таблицей. Узлы для построения  $P_n$  (ближайшие к точке  $x$ ) будут располагаться в первых  $(n+1)$  строках отсортированной таблицы.

Найти значение  $P_n^L(x)$ , используя представление в форме Лагранжа. Вычислить фактическую погрешность  $ef_n(x) = |f(x) - P_n^L(x)|$ .

**Предусмотреть решение задачи для различных значений  $x$  и  $n$ .**

Решение тестовой задачи:

Вариант 1

$f(x)=\sin(x)-x^2/2$		$a=0$	$b=1$	$x=0,65$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m \ j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 2

$f(x)=\ln(1+x)$		$a=0$	$b=1$	$x=0,35$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m \ j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 3

$f(x)=\exp(x)-x$		$a=0$	$b=1$	$x=0,65$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m \ j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 4

$f(x)=\sqrt{1+x^2}$		$a=0$	$b=0,7$	$x=0,4$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m \ j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 5

$f(x)=1-\exp(-2\cdot x)$		$a=0$	$b=1$	$x=0,65$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m \ j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 6

$f(x)=x^2/(1+x^2)$		$a=0,4$	$b=1$	$x=0,85$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m \ j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 7

$f(x)=\exp(-x)-x^2/2$		$a=0$	$b=1$	$x=0,65$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m \ j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 8

$f(x)=2\cdot\sin(x)-x/2$		$a=0,2$	$b=0,7$	$x=0,35$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m \ j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 9

$f(x)=1-\exp(-x)+x^2$		$a=0$	$b=1,5$	$x=0,95$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m \ j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 10

$f(x)=\cos(x)+2\cdot x$		$a=0,5$	$b=1,8$	$x=1,2$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m \ j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 11

$f(x) = \sin(x) + x^2/2$		$a=0,4$	$b=0,9$	$x=0,75$
$x_j = a + j \cdot (b-a)/m \quad j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 12

$f(x) = \exp(-x) - x^2/2$		$a=0$	$b=1$	$x=0,6$
$x_j = a + j \cdot (b-a)/m \quad j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 13

$f(x) = \ln(1+x) - \exp(x)$		$a=1$	$b=10$	$x=5,25$
$x_j = a + j \cdot (b-a)/m \quad j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 14

$f(x) = \sqrt{1+x^2} + x$		$a=0$	$b=1$	$x=0,15$
$x_j = a + j \cdot (b-a)/m \quad j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	