<u>Задание №4.1</u>

Приближённое вычисление интеграла по квадратурным формулам

Написать программу для вычисления определенного интеграла при помощи предложенных квадратурных формул (КФ).

1) Параметры задачи: пределы интегрирования a, b (запрашивать у пользователя, вводить с клавиатуры).
2) **Для случая легко интегрируемой функции *f(x)*** (выбрать на свое усмотрение) вычислить точно и вывести на печать значение интеграла от $f(x)$ по конечному $[a, b]$ (считаем вес $\boldsymbol{\rho(x)\equiv 1}$).
   (Обозначим это значение за J).
3) Вычислить приближённо и вывести на печать значение интеграла от $f(x)$ по $[a, b]$ при помощи
   - КФ левого прямоугольника;
   - КФ правого прямоугольника;
   - КФ среднего прямоугольника;
   - КФ трапеции;
   - КФ Симпсона (или парабол);
   - КФ 3/8.
4) Посчитать и вывести на печать абсолютную фактическую погрешность для каждой КФ.
5) Проанализировать полученные результаты (устно).

<u>Замечание 1:</u>

Обязательно описать в программе кроме произвольной функции также функции-многочлены от нулевой до третьей степени включительно.

<u>Замечание 2:</u>

Предусмотреть возможность тестирования всех квадратурных формул на многочленах, для которых формулы должны быть точны!

<u>Задание №4.2</u>

Приближённое вычисление интеграла по составным квадратурным формулам

Написать программу для вычисления определенного интеграла при помощи составных квадратурных формул (СКФ).

1) Параметры задачи: пределы интегрирования A, B, весовая функция $\rho(x)$ и функция $f(x)$ (описать в программе), m – число промежутков деления $[A, B]$.
2) **Для случая $\boldsymbol{\rho(x)\equiv 1}$ и легко интегрируемой функции *f(x)*** вычислять точно (через первообразную) и выводить на печать значение интеграла от $\rho(x)\cdot f(x)$

по конечному [A, B].
(Обозначим это значение за J).

3) Вычислить приближённо и вывести на печать значение интеграла от $\rho(x)\cdot f(x)$ по [A, B] при помощи СКФ
   - *левых прямоугольников;*
   - *правых прямоугольников;*
   - *средних прямоугольников;*
   - *трапеций;*
   - *Симпсона*

   с параметром m. Обозначим эти значения $J(h)$, здесь $h = (B–A)/m$.
4) Посчитать и вывести на печать $\left| J - J(h) \right|$ — абсолютную фактическую погрешность для каждой составной КФ.
5) Посчитать и вывести на печать $\left| J - J(h) \right| : \left| J \right|$ — относительную фактическую погрешность для каждой составной КФ.

Предусмотреть возможность тестирования всех квадратурных формул на многочленах, для которых формулы должны быть точны!

Знать/найти ответы на следующие вопросы:

- Сколько (в терминах m) значений функции $f(x)$ в различных точках участвует в вычислении интеграла по каждой СКФ?
- Почему, несмотря на то, что АСТ КФ средних прямоугольников равна 1, а АСТ Симпсона равна 3, они обе будут точны для $f(x)= 1{,}27\cdot x^5+2{,}04\cdot x$ при интегрировании по [a, b]= [-5, 5] и для [a, b]= [-90, 90]?
- *Если ответ на предыдущий вопрос не находится, подумайте, почему для той же функции не будет точности, например, для [a, b]= [-1, 5]?

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ к заданию 4.2

ПАРАМЕТРЫ ЗАДАЧИ:

1) пределы интегрирования A, B (запрашивать у пользователя, вводить с клавиатуры);
2) весовая функция $\rho(x)$ и функция $f(x)$ (описать в коде вес $\rho(x)$ положить $\equiv 1$ и несколько вариантов для функции $f(x)$, в частности, обязательно рассмотреть функции-многочлены: нулевой, первой и третьей степени);
3) m – число промежутков деления [A, B] (запрашивать у пользователя, вводить с клавиатуры).

НА ЭКРАНЕ (в блоке по тестовой задаче) должна быть отражена следующая информация:

1) название задачи;
2) *A= , B= , m=* , значение $h=(B–A)/m$;
3) J – точное значение интеграла (находить вручную, точно (через первообразную);
4) далее, для каждой составной квадратурной формулы (далее СКФ) выводить:
   - значение $J(h)$;
   - абсолютную фактическую погрешность $|J - J(h)|$;
   - относительную фактическую погрешность $|J - J(h)| : |J|$

ФОРМЫ КОНТРОЛЯ:

1) Все составные КФ должны быть точны (погрешность *0* или машинный *0*) для $f(x)=const$, однако, наиболее важно проверить точность СКФ левых и правых прямоугольников при тестировании программы;
2) Оставшиеся составные КФ должны быть также точны для f(x)– многочленов первой степени, а КФ Симпсона точна для произвольного многочлена второй и третьей степени.

«ПРОВЕРКА НА ПРОЧНОСТЬ»:
Протестировать программу для случая, когда искомое значение интеграла довольно велико (подобрать такие $f(x)$ и $[A, B]$). «Поиграть» числом разбиений m (от 10 000 до 1 000 000).

- Убедиться, что программа «не ломается».
- Убедиться, что СКФ Симпсона при умеренном числе разбиений (1000, 10000) дает результат, более точный чем при миллионе.
- Подумать, с чем может быть связана потеря точности «у Симпсона».