

Численное решение Задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка

Найти решение Задачи Коши для уравнения $y'(x)=f(x, y)$ с начальным условием $y(x_0) = y_0$ следующими методами:

- 1) Найти точное решение тестовой задачи, описать формулу для него в программе.
- 2) Найти приближенное решение Задачи Коши методом разложения в ряд Тейлора (можно ограничиться шестью ненулевыми слагаемыми в частичной сумме). Записать формулу для приближенного решения в программе.
- 3) Вывести на печать таблицу, в которой представлены значения точного решения, значения «по Тейлору» и значения абсолютной погрешности в равноотстоящих с шагом h точках $x_k = x_0 + k \cdot h$, где $k = -2, -1, 0, \dots, N$; здесь N и h – параметры задачи (запрашивать у пользователя, вводить с клавиатуры).
- 4) Используя начало таблицы построенное в п.2) (первые пять найденных Тейлором значений), рассчитать значения приближённого решения, полученного экстраполяционным методом Адамса 4-го порядка в точках $x_k = x_0 + k \cdot h$, где $k = 3, 4, \dots, N$.
- 5) Методом Рунге-Кутты 4-го порядка найти значения приближённого решения в точках $x_k = x_0 + k \cdot h$, где $k = 1, 2, \dots, N$.
- 6) Найти значения приближенных решений исходной задачи, полученных методом Эйлера, методом Эйлера I и методом Эйлера II в точках $x_k = x_0 + k \cdot h$, где $k = 1, 2, \dots, N$.
- 7) Для всех методов (включая Тейлора) определить абсолютную погрешность для последнего значения $y_N \approx y(x_N)$. Результаты представить в виде таблицы.
- 8) Предложить пользователю ввести новые значения параметров N и h .

Вариант 1. $y'(x) = -y^2(x) + 1, y(0) = 0; h = 0,1 \quad N = 10$

Вариант 2. $y'(x) = -y(x) + x, y(0) = 1; h = 0,1 \quad N = 10$

Вариант 3. $y'(x) = -2 \cdot y(x) + y^2(x), y(0) = 1; h = 0,1 \quad N = 10$

Вариант 4. $y'(x) = -y(x) + y^2(x), y(0) = 0,5; h = 0,1 \quad N = 10$

Вариант 5. $y'(x) = -y(x) + \sin(x), y(0) = 1; h = 0,1 \quad N = 10$

Вариант 6. $y'(x) = -y(x) + e^{-x}, y(0) = 1; h = 0,1 \quad N = 10$

Вариант 7. $y'(x) = -y(x) + \cos(x), y(0) = 1; h = 0,1 \quad N = 10$

Вариант 8. $y'(x) = -y(x) \cdot (1 + x), y(0) = 1; h = 0,1 \quad N = 10$

Вариант 9. $y'(x) = -y(x) \cdot (2 - \cos(x)), \quad y(0)=1; \quad h=0,1 \quad N=10$

Вариант 10. $y'(x) = -3 \cdot y(x) + y^2(x), \quad y(0)=1; \quad h=0,1 \quad N=10$

Вариант 11. $y'(x) = -y^2(x), \quad y(0)=1; \quad h=0,1 \quad N=10$

Вариант 12. $y'(x) = -y(x) + y^2(x), \quad y(0)=0,5; \quad h=0,1 \quad N=10$

Вариант 13. $y'(x) = -y(x) + 2 \cdot y^2(x) + 1$, $y(0) = 0,25$; $h = 0,1$ $N = 10$

Вариант 14. $y'(x) = -y(x) + x / 2$, $y(0) = 1$; $h = 0,1$ $N = 10$