

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

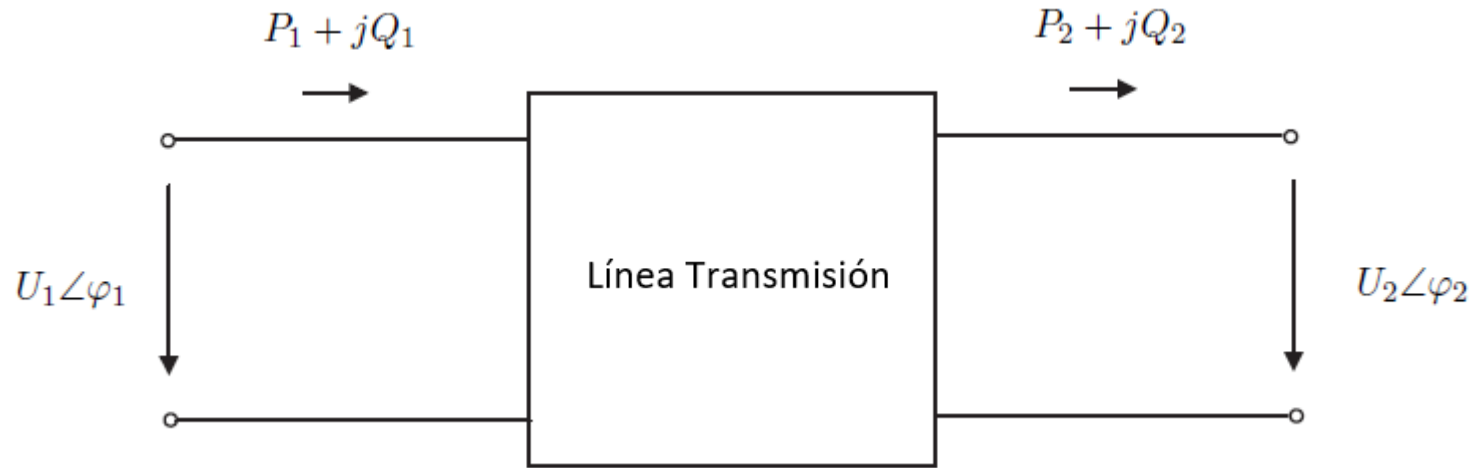
Transmisión de Potencia

IE-0365

Dr. Gustavo Valverde Mora
Profesor Catedrático

gustavo.valverde@ucr.ac.cr

Fundamentos de transmisión de potencia



Analizaremos los siguientes aspectos :

- La línea tiene una carga igual su impedancia característica
- Flujo de potencia de la línea
- Regulación de tensión en la línea de transmisión
- Límites de cargabilidad de la línea de Alta Tensión (AT)

Carga igual a la impedancia característica en línea sin pérdidas

Examinamos primero el caso de una línea sin pérdidas. La impedancia de carga Z_2 será igualada a la impedancia Z_W :

$$Z_2 = Z_W = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad \leftarrow \text{Impedancia no compleja}$$

La potencia activa entregada a la carga será:

$$P_2 = \frac{|\underline{U}_2|^2}{Z_2} = \frac{|\underline{U}_2|^2}{Z_W} \quad \leftarrow \text{Surge Impedance Loading (**SIL**). En el caso de línea trifásica se usa tensión L-L.}$$

La corriente entregada a la carga será:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{Z_2} = \frac{\underline{U}_2}{Z_W}$$

Carga igual a la impedancia característica en línea sin pérdidas

Recordando las relaciones de tensión y corriente en la línea en función de las corrientes y tensiones al final de la línea:

$$\underline{U}(x) = \underline{U}_2 \cos(\beta(l-x)) + jZ_W \underline{I}_2 \sin(\beta(l-x))$$
$$\underline{I}(x) = \underline{I}_2 \cos(\beta(l-x)) + j \frac{\underline{U}_2}{Z_W} \sin(\beta(l-x))$$

Y recordando el caso de interés que $\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{Z_2} = \frac{\underline{U}_2}{Z_W}$:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cos(\beta l) + jZ_W \frac{\underline{U}_2}{Z_W} \sin(\beta l) = \underline{U}_2 (\cos(\beta l) + j \sin(\beta l)) = \underline{U}_2 e^{j\beta l}$$
$$\underline{I}_1 = j \underline{U}_2 \frac{1}{Z_W} \sin(\beta l) + \frac{\underline{U}_2}{Z_W} \cos(\beta l) = \frac{\underline{U}_2}{Z_W} (\cos(\beta l) + j \sin(\beta l)) = \underline{I}_2 e^{j\beta l}$$

El resultado nos indica que tanto la corriente como la tensión de entrada se desfasan con respecto a la tensión de recibo, pero la magnitud se mantuvo igual.

Carga igual a la impedancia característica en línea sin pérdidas

Si realizamos el ejercicio anterior a lo largo de la línea ($x \neq 0$), se encontrará que los fasores estarán desfasados en proporción a la distancia del final de la línea, pero las magnitudes de los fasores se mantendrán iguales a lo largo de la línea.

Al operar al *SIL*, la línea opera en un estado de balance de potencia reactiva. Esto significa que la potencia consumida por la inductancia de la línea es abastecida por la capacitancia de la línea:

$$Q'_C = Q'_L \Rightarrow U^2 \omega C' = I^2 \omega L' \Rightarrow \frac{U^2}{I^2} = \frac{L'}{C'} = Z_W^2$$

La impedancia características de las líneas aéreas de transmisión va de 200 a 400 Ω . El parámetro dominante es la inductancia serie ($X_L \gg X_C$) y la potencia consumida por la inductancia excede la generada por la capacitancia. Las líneas aéreas **operan normalmente** por arriba de su *SIL*.

En el caso de cables (líneas subterráneas), la Z_W^C es de 30 a 50 Ω . La influencia del capacitor domina. Los cables **siempre** operan por debajo de su **SIL**.

Z_W y SIL típicos

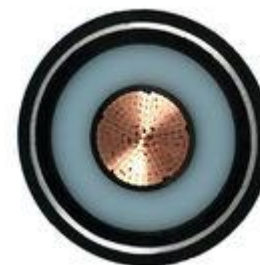
Líneas aéreas

Nominal Voltage in kV	132	275	380
Z_W in Ω	350	315	295
P_{SIL} in MW	50	240	490



Líneas subterráneas

Nominal Voltage in kV	115	230	500
Z_W in Ω	36.2	37.1	50.4
P_{SIL} in MW	365	1426	4960



$$P_{SIL} = \frac{V_{LL}^2}{Re\{Z_W\}} \longrightarrow \text{Línea con pérdidas}$$

Carga igual a la impedancia característica en línea **con** pérdidas

En el caso de línea con pérdidas, Z_W es compleja. La corriente y potencia al final de la línea es:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_W} \quad \underline{S}_2 = P_2 + jQ_2 = \underline{U}_2 \underline{I}_2^* = \frac{|\underline{U}_2|^2}{\underline{Z}_W^*}$$

Al introducir la corriente al final de la línea en las ecuaciones de línea con pérdidas:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cosh(\underline{\gamma}l) + \underline{Z}_W \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_W} \sinh(\underline{\gamma}l) = \underline{U}_2 (\cosh(\underline{\gamma}l) + \sinh(\underline{\gamma}l)) = \underline{U}_2 e^{\underline{\gamma}l}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_W} \cosh(\underline{\gamma}l) + \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_W} \sinh(\underline{\gamma}l) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_W} (\cosh(\underline{\gamma}l) + \sinh(\underline{\gamma}l)) = \underline{I}_2 e^{\underline{\gamma}l}$$

Note que el desfase entre valores de entrada y salida se mantiene como en el caso anterior, pero **la magnitud ya no permanece constante**. La potencia al inicio es:

$$\underline{S}_1 = P_1 + jQ_1 = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* = \underline{U}_2 \frac{\underline{U}_2^*}{\underline{Z}_W^*} e^{2\alpha l} = \underline{S}_2 e^{2\alpha l}$$

Demanda de potencia reactiva en la línea

Anteriormente indicamos que la potencia reactiva demandada por una línea depende de su inductancia y capacitancia. Analizaremos con más detalle este aspecto.

Por facilidad consideramos una línea sin pérdidas con relaciones:

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta l) & jZ_W \sin(\beta l) \\ \frac{j}{Z_W} \sin(\beta l) & \cos(\beta l) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix}$$

Ahora calculamos la potencia al inicio de la línea si se conoce la tensión \underline{U}_2 y se opera al SIL de la línea.

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_1 \underline{I}_1^*$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cos(\beta l) + \underline{I}_2 j Z_W \sin(\beta l)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{U}_2 \frac{j}{Z_W} \sin(\beta l) + \underline{I}_2 \cos(\beta l)$$

Demanda de potencia reactiva en la línea

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_2 \cos(\beta l) \left(\underline{U}_2 \frac{j}{Z_W} \sin(\beta l) \right)^* + \underline{U}_2 \cos(\beta l) (\underline{I}_2 \cos(\beta l))^* + \\ \underline{I}_2 j Z_W \sin(\beta l) \left(\underline{U}_2 \frac{j}{Z_W} \sin(\beta l) \right)^* + \underline{I}_2 j Z_W \sin(\beta l) (\underline{I}_2 \cos(\beta l))^*$$

Al utilizar la igualdad:

Suponemos carga de SIL

$$|\underline{S}_2|^2 = (\underline{U}_2 \underline{I}_2^*)(\underline{U}_2 \underline{I}_2^*)^* = |\underline{U}_2|^2 |\underline{I}_2|^2 = \overbrace{Z_W P_{SIL}} |\underline{I}_2|^2$$

La potencia de entrada se puede expresar como:

$$\underline{S}_1 = P_2 (\cos(\beta l)^2 + \sin(\beta l)^2) + j Q_2 (\cos(\beta l)^2 - \sin(\beta l)^2) + \\ j \left(\frac{|\underline{S}_2|^2}{P_{SIL}} - P_{SIL} \right) \sin(\beta l) \cos(\beta l) \\ = P_2 + j \underbrace{\left(Q_2 \cos(2\beta l) + \frac{1}{2} \left(\frac{|\underline{S}_2|^2}{P_{SIL}} - P_{SIL} \right) \sin(2\beta l) \right)}_Q$$

Demanda de potencia reactiva en la línea

De la ecuación anterior se ve que $P_1 = P_2 \rightarrow$ esperado para línea sin pérdidas.

Con la aproximación $\cos(2\beta l) \approx 1$:

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 \approx \frac{1}{2} \left(\frac{|\underline{S}_2|^2}{P_{SIL}} - P_{SIL} \right) \sin(2\beta l)$$

$$Q_L = \frac{1}{2} \frac{|\underline{S}_2|^2}{P_{SIL}} \sin(2\beta l) \quad \text{Componente inductiva}$$

$$Q_C = \frac{1}{2} P_{SIL} \sin(2\beta l) \quad \text{Componente capacitiva}$$

Note que $\Delta Q = Q_L - Q_C = 0$ si $|\underline{S}_2| = P_{SIL} \rightarrow$ hay balance de reactivo en la línea.

$$\text{Si } \begin{cases} |\underline{S}_2| > P_{SIL} \rightarrow \text{Línea consume reactivo} \\ |\underline{S}_2| < P_{SIL} \rightarrow \text{Línea produce reactivo} \end{cases}$$

Regulación de Tensión

La regulación de tensión es el cambio en la magnitud de la tensión de recibo cuando la carga varía de condición de vacío a plena carga para un factor de potencia dado **mientras la tensión de envío se mantuvo constante.**

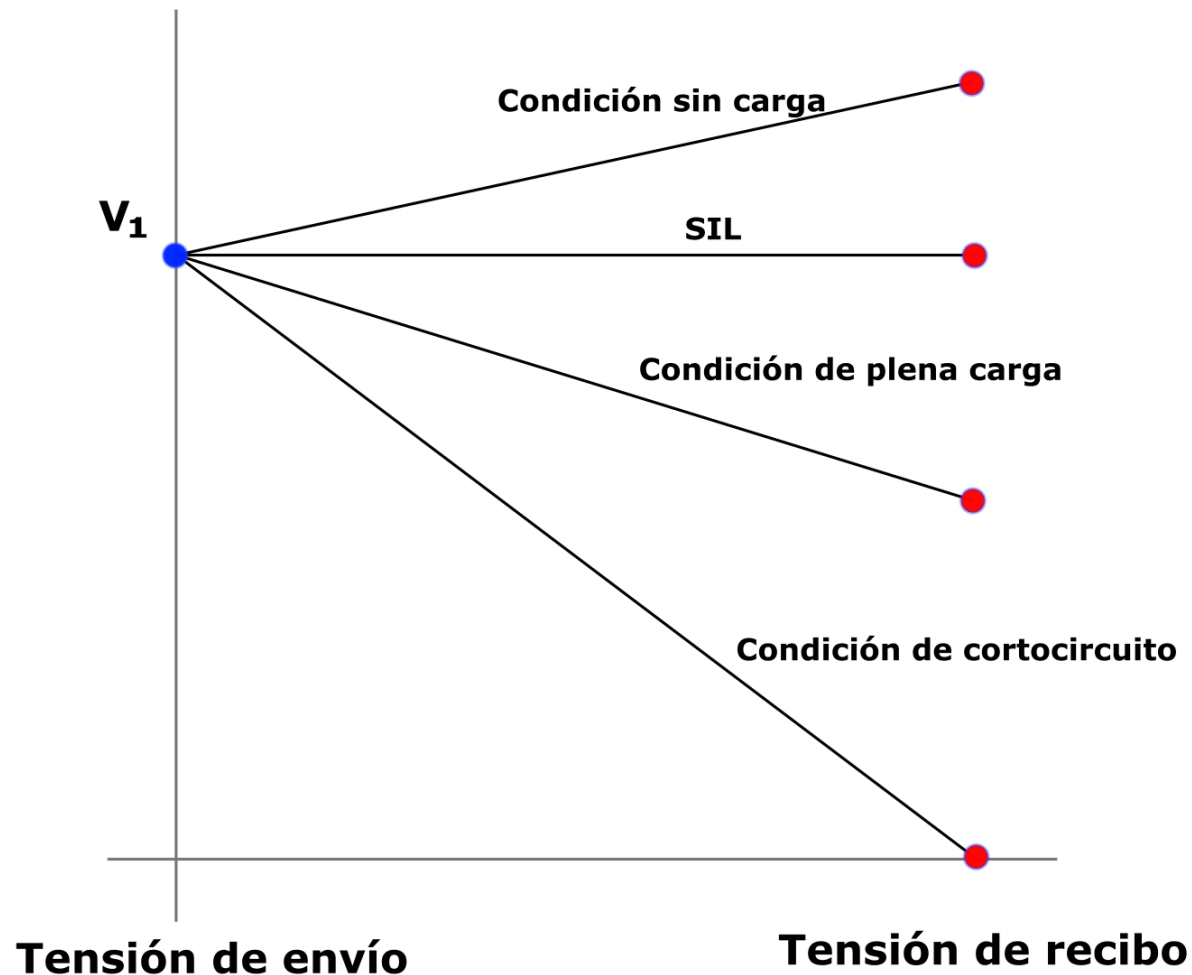
$$\%RT = \frac{|\bar{V}_{2NL}| - |\bar{V}_{2FL}|}{|\bar{V}_{2FL}|}$$

Donde:

$|\bar{V}_{2NL}|$ es la magnitud de la tensión de recibo, sin carga.

$|\bar{V}_{2FL}|$ es la magnitud de la tensión de recibo, a plena carga para un factor de potencia dado.

Perfil de tensión en línea de transmisión



Ejemplo 1

Una línea de transmisión trifásica de 345 kV a 60 Hz tiene una longitud de 200 km. La línea tiene una impedancia serie de $0.032 + j0.35 \Omega/km$ y una admitancia paralelo de $j4.2 \times 10^{-6} S/km$. A plena carga, en el extremo receptor de la línea se entregan 700 MW a fp 0.99 en adelanto y al 95% de la tensión nominal. Si utiliza el modelo de línea mediana y \bar{V}_2 como la referencia, determine:

- a) La tensión y potencia activa trifásica en el extremo de envío.
- b) La regulación de tensión

Respuestas:

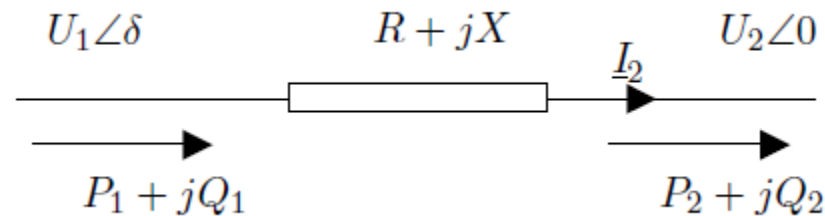
$$\bar{V}_1 = 199.6 \angle 26.14^\circ \text{ kV}$$

$$P_1 = 730.5 \text{ MW}$$

$$\%RT = 8.7 \%$$

Caída de tensión en la línea

Del circuito Pi **nos interesa** solo la caída de tensión en **la rama serie**:



Donde la corriente se puede expresar en términos de las potencias:

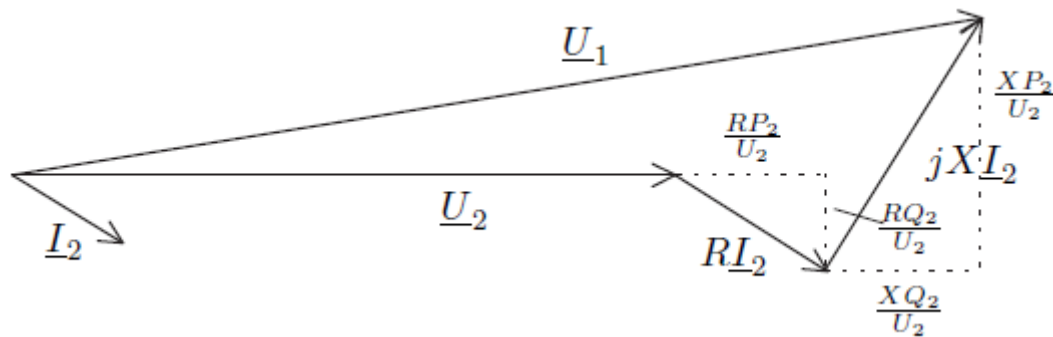
$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{S}_2^*}{\underline{U}_2^*} = \frac{P_2 - jQ_2}{U_2}$$

Y la tensión de envío se expresa como:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{U}_2 + \underline{Z}_l \cdot \underline{I}_2 = U_2 + (R + jX) \frac{P_2 - jQ_2}{U_2} \\ &= \left(U_2 + \frac{RP_2 + XQ_2}{U_2} \right) + j \left(\frac{XP_2 - RQ_2}{U_2} \right)\end{aligned}$$

Caída de tensión en la línea

$$\underline{U}_1 = \left(U_2 + \frac{RP_2 + XQ_2}{U_2} \right) + j \left(\frac{XP_2 - RQ_2}{U_2} \right)$$



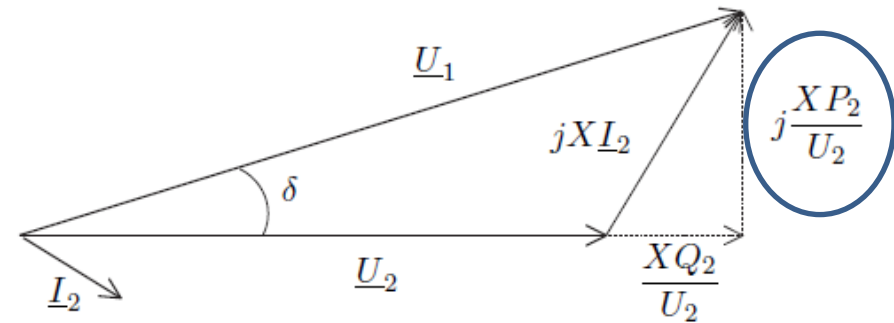
Por lo tanto, la magnitud de la tensión al inicio de la línea es:

$$|\underline{U}_1| = U_1 = \sqrt{\left(U_2 + \frac{RP_2 + XQ_2}{U_2} \right)^2 + \left(\frac{XP_2 - RQ_2}{U_2} \right)^2}$$

Caída de tensión en la línea

Si suponemos que la resistencia es despreciable:

$$U_1 = \sqrt{\left(U_2 + \frac{XQ_2}{U_2}\right)^2 + \left(\frac{XP_2}{U_2}\right)^2}$$



En la práctica se sabe que $|XP_2/U_2| \ll U_2$.

$$U_1 \approx U_2 + \frac{XQ_2}{U_2}$$

Del diagrama fasorial y la ecuación anterior se concluye que la diferencia angular entre las tensiones es causada por la potencia demandada, mientras que la diferencia de magnitud es causada primordialmente por la potencia reactiva demandada.

Relaciones de potencia y tensión en la línea

Cuando se demanda mucha potencia en una línea de transmisión de alta tensión, se presenta una caída considerable de tensión en la línea. Esto puede llevar a problemas de estabilidad de tensión.

Suponga el caso en que se conocen la tensión y potencias al final de una línea sin pérdidas:

$$\underline{I}_2 = \frac{P_2 - jQ_2}{\underline{U}_2^*}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cos(\beta l) + jZ_W \underline{I}_2 \sin(\beta l) = \underline{U}_2 \cos(\beta l) + jZ_W \frac{P_2 - jQ_2}{\underline{U}_2^*} \sin(\beta l)$$

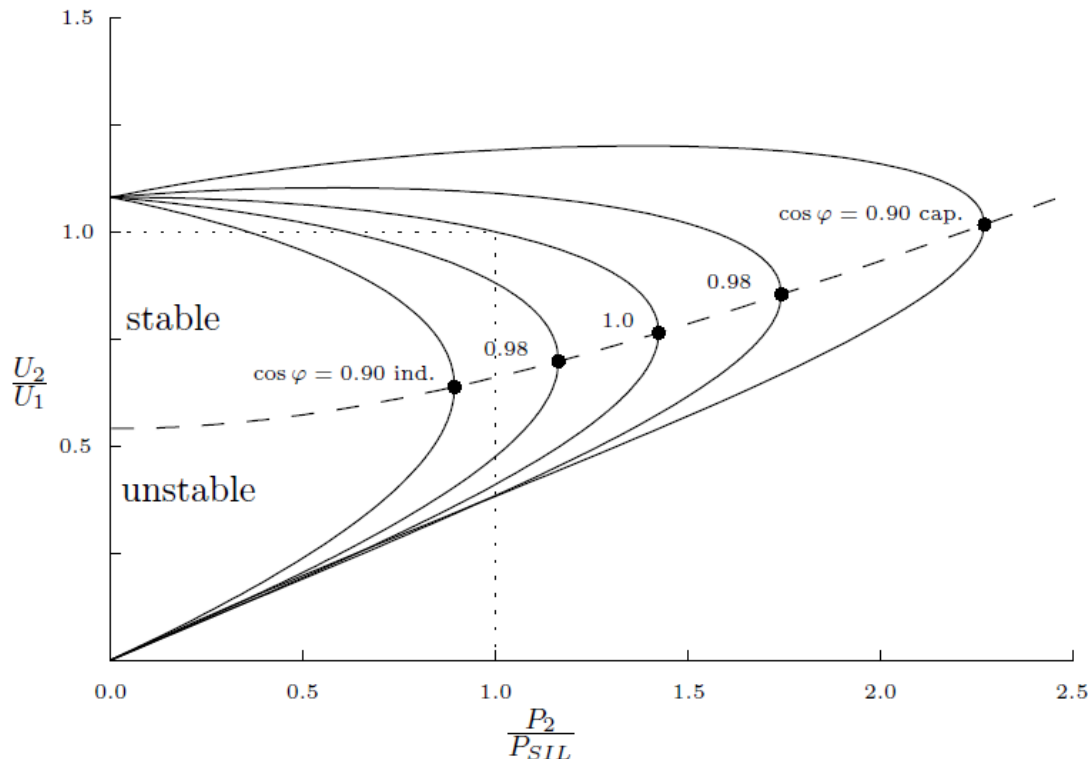
Al resolver para la tensión al final de la línea, tenemos:

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_1 - jZ_W \frac{P_2 - jQ_2}{\underline{U}_2^*} \sin(\beta l)}{\cos(\beta l)}$$

Relaciones de potencia y tensión en la línea

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_1 - jZ_W \frac{P_2 - jQ_2}{\underline{U}_2^*} \sin(\beta l)}{\cos(\beta l)}$$

- La tensión al final de la línea aparece al lado izquierdo y derecho de la igualdad

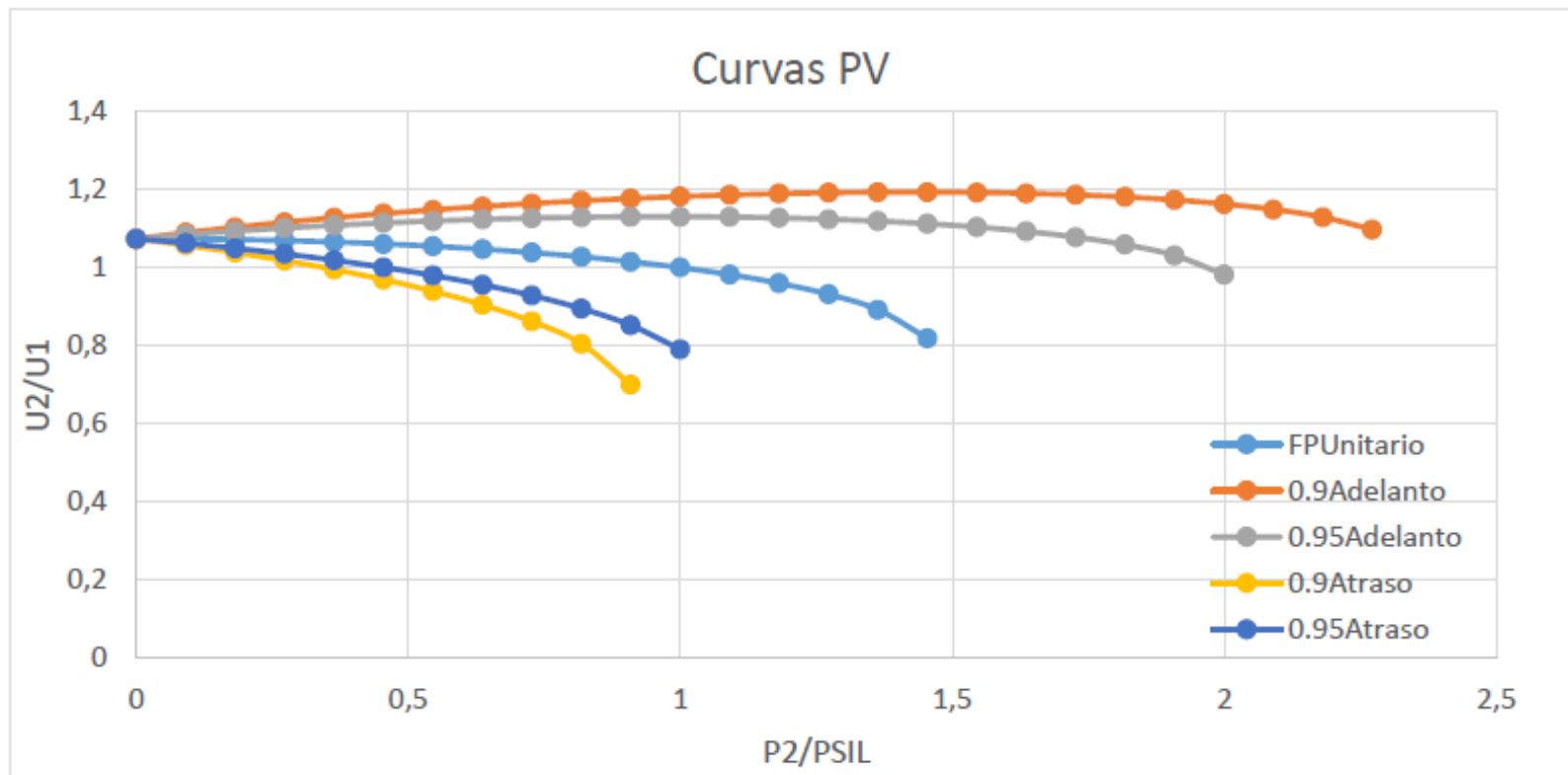


- Hay dos posibles tensiones
- En baja tensión hay mayor corriente
- SP diseñado para operar parte alta
- Operación en parte baja es inestable

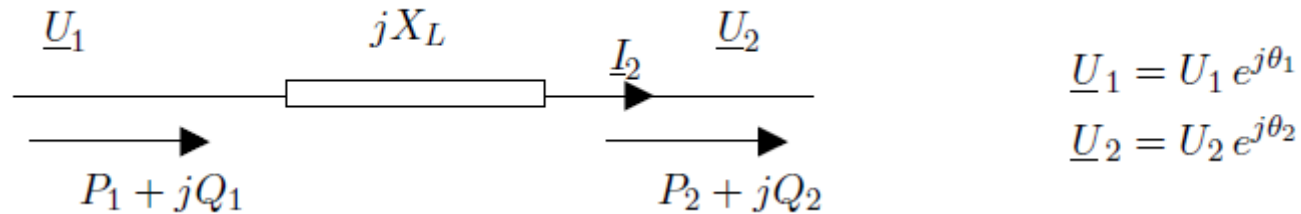
Ejemplo 2

Dibuje las curvas PV (V_2 vs P_2) de una línea de transmisión transpuesta de 765 kV, 60 Hz y 300 km de longitud que tiene los siguientes parámetros (línea sin pérdidas):

$$Z' = 0 + j0.3306 \frac{\Omega}{km} \quad Y' = 0 + j4.674 \times 10^{-6} S/km$$



Transferencia de potencia en función de fasores de tensión



Dado que la línea no tiene pérdidas $P_1 = P_2 = \Re \{ \underline{U}_1 \underline{I}_1^* \}$

La expresión de corriente y su conjugado es:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{jX_L} = \frac{U_1 e^{j\theta_1} - U_2 e^{j\theta_2}}{jX_L}$$

$$\underline{I}_1^* = \frac{U_1 e^{-j\theta_1} - U_2 e^{-j\theta_2}}{-jX_L} = \frac{j}{X_L} (U_1 e^{-j\theta_1} - U_2 e^{-j\theta_2})$$

Transferencia de potencia en función de fasores de tensión

Por conveniencia, definimos $\theta_2 = 0$ (referencia)

$$\begin{aligned}\underline{S}_1 &= \underline{U}_1 \underline{I}_1^* \\ P_1 &= \Re \{ \underline{U}_1 \underline{I}_1^* \} \\ &= \Re \left\{ U_1 e^{j\theta_1} \frac{j}{X_L} (U_1 e^{-j\theta_1} - U_2) \right\} \\ &= \Re \left\{ jU_1^2 \frac{1}{X_L} - jU_1 U_2 \frac{1}{X_L} e^{j\theta_1} \right\} \\ &= \Re \left\{ jU_1^2 \frac{1}{X_L} - jU_1 U_2 \frac{1}{X_L} \cos \theta_1 + U_1 U_2 \frac{1}{X_L} \sin \theta_1 \right\} \\ &= U_1 U_2 \frac{1}{X_L} \sin \theta_1 = U_1 U_2 \frac{1}{X_L} \sin \delta\end{aligned}$$

$$\delta = \theta_1 - \theta_2$$

Ángulo de transmisión

Y la potencia reactiva al inicio de la línea es:

$$Q_1 = U_1^2 \frac{1}{X_L} - U_1 U_2 \frac{1}{X_L} \cos \delta$$

Transferencia de potencia en función de fasores de tensión

Para el caso de una línea con resistencia:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{R + jX_L}$$
$$\underline{I}_1^* = \frac{1}{R - jX_L} (U_1 e^{-j\theta_1} - U_2)$$

Por lo tanto:

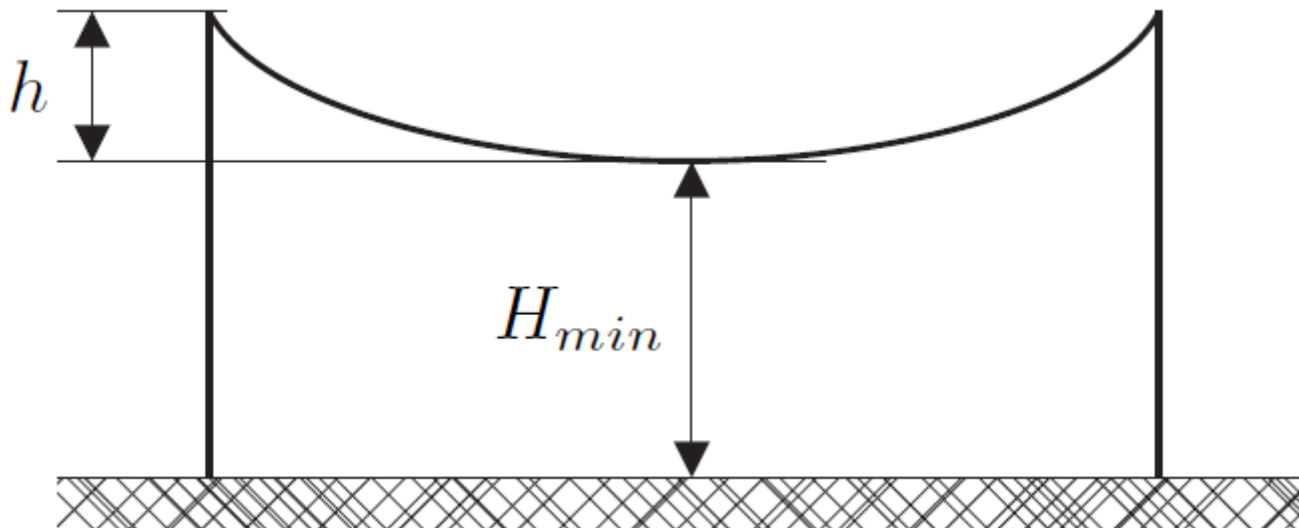
$$\underline{S}_1 = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^*$$
$$= U_1 e^{j\theta_1} \frac{1}{R - jX_L} (U_1 e^{-j\theta_1} - U_2)$$

De donde se obtiene:

$$\underline{S}_1 = P_1 + jQ_1$$
$$P_1 = \Re(\underline{S}_1)$$
$$= \frac{1}{R^2 + X_L^2} (R(U_1^2 - U_1 U_2 \cos \delta) + X_L(U_1 U_2 \sin \delta))$$
$$Q_1 = \Im(\underline{S}_1)$$
$$= \frac{1}{R^2 + X_L^2} (-R(U_1 U_2 \sin \delta) + X_L(U_1^2 - U_1 U_2 \cos \delta))$$

Límites de cargabilidad de líneas de AT

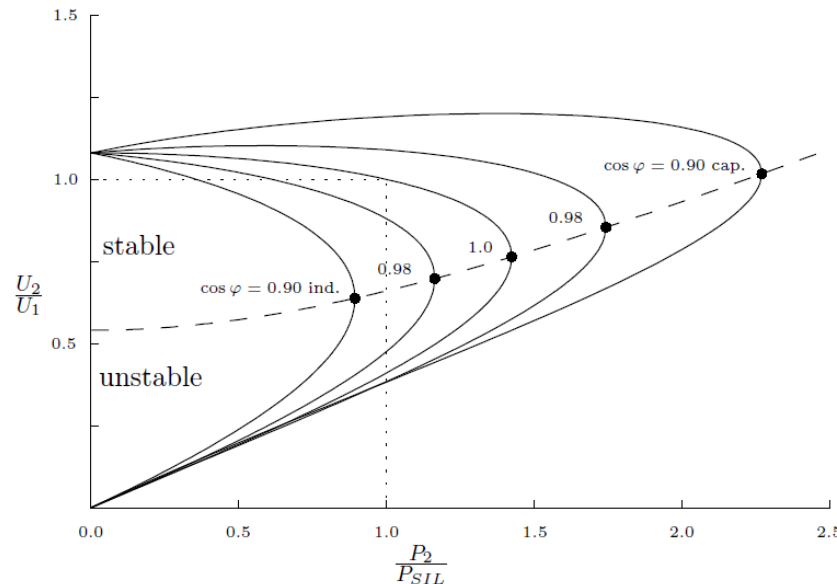
Límite térmico: Si la temperatura del conductor aumenta significativamente por las altas pérdidas resistivas, esto llevará a un incremento de la flecha h del vano. Esto lleva a una reducción de la distancia H_{min} de los conductores con superficies aterrizadas, lo cual aumenta el riesgo de arcos eléctricos. En el caso de cables, las altas temperaturas conllevan a deterioro del material aislante (e.g. EPR, XLPE, PVC, etc.)



Límites de cargabilidad de líneas de AT

Caída de tensión: Por motivos de calidad de energía y estabilidad de tensión, la tensión en cualquier barra del sistema de potencia deben permanecer cerca de la tensión nominal ($\pm 10\% V_{nom}$).

Tal como se vio anteriormente, a mayor potencia demandada en una línea de transmisión, menor será la tensión al final de la línea. De modo que hay un límite de cargabilidad establecido por la tensión de recibo de la línea.

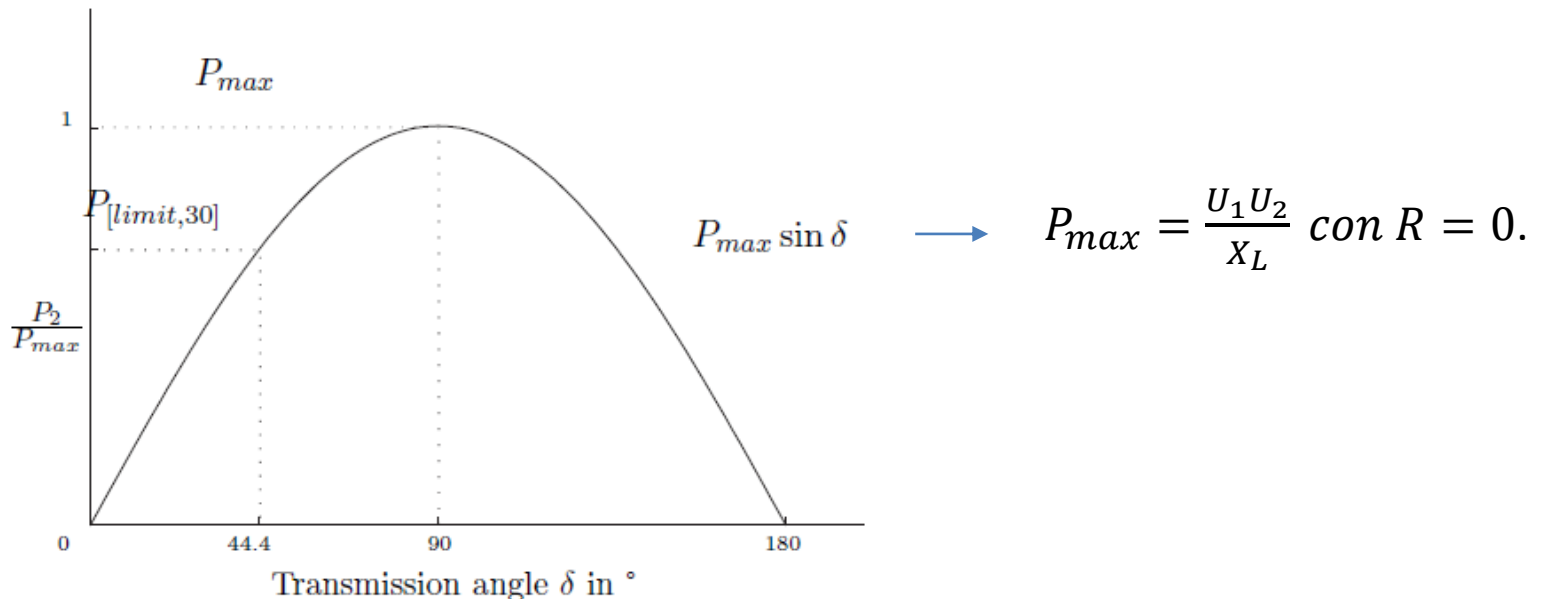


Límites de cargabilidad de líneas de AT

Ángulo de transmisión: Por motivos de estabilidad, el ángulo de transmisión de la línea no debe exceder un valor límite para asegurar un margen de estabilidad mínimo

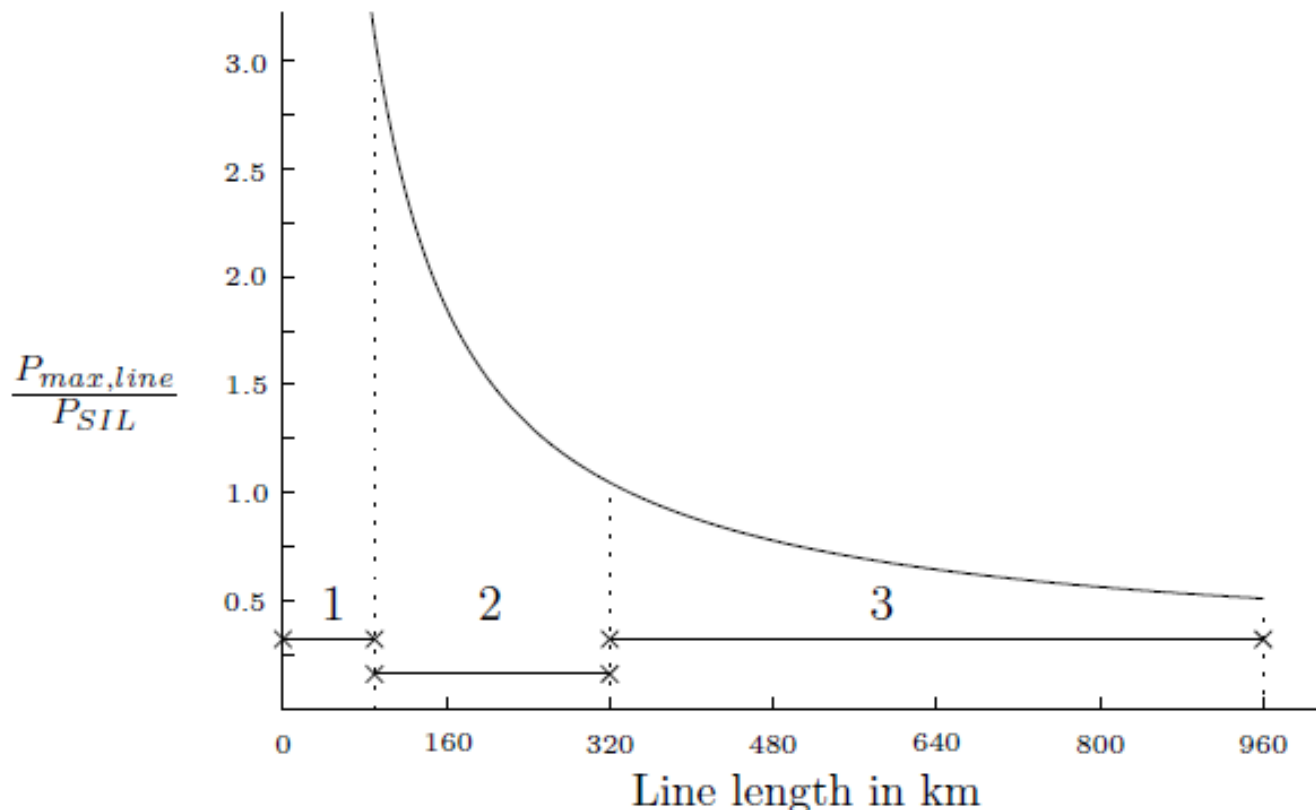
$$\text{margen estabilidad estático} = \frac{P_{max} - P_{limit}}{P_{max}}$$

Para mantener un margen de estabilidad de 30%:



Límites de cargabilidad en función de longitud de línea

1. **Líneas cortas (> 80 km):** Mayormente limitadas por límite térmico.
2. **Líneas entre 80 y 320 km:** Mayormente limitadas por caída de tensión
3. **Líneas de 320 km o más:** Mayormente limitadas por límite de estabilidad.



Introducción a PSS/e

Aprendemos
haciendo...

