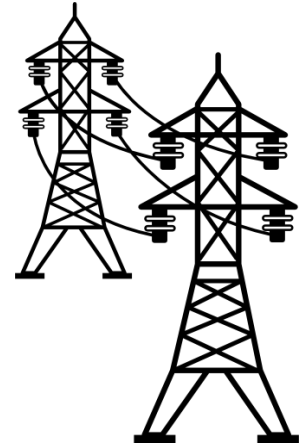




EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica



IE-0469 Sistemas de Potencia I

Presentación #1: Repaso sistema p.u.

Dr. Andrés Argüello Guillén

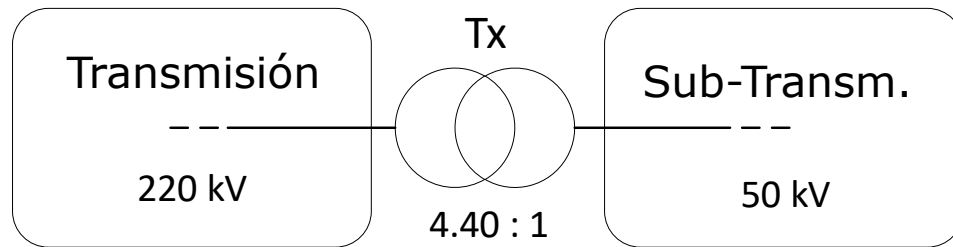
andres.arguelloguillen@ucr.ac.cr

Contenido

1. Introducción al sistema por unidad
2. Cálculos en p.u
3. Impedancias en base propia
4. Cambios de base en p.u

Introducción al sistema pu

Considere un sistema de potencia cuyas tensiones de transmisión y sub-transmisión son 220 kV y 50 kV, respectivamente:



Si una carga en el lado de transmisión opera a 209 kV, y otra carga en subtransmisión opera a 47 kV, ¿Cuál carga experimenta la peor condición de tensión?

El sistema en p.u. nos permite responder a esta pregunta de manera rápida

Los cálculos de variables de sistemas eléctricos de potencia se realizan con cantidades de tensión, corriente, impedancias o potencias en por unidad. Entre las **ventajas** del sistema pu están:

1. Permite normalizar todas las tensiones de la red → **en sistema pu, no hay tensiones de línea o de fase.**
2. Las **tensiones de la red operan cerca de 1 pu** independientemente del nivel de tensión, lo que facilita la lectura del estado del sistema. Flujos de 100% de la capacidad nominal se asocian a valores de 1 pu también.
3. Las **impedancias en pu reflejadas** al primario o secundario de cualquier transformador **son iguales.**
4. Es **fácil detectar desviaciones con respecto a valores nominales o típicos** (tensiones, potencias, impedancias).
5. La normalización en pu **evita trabajar con números grandes y pequeños al mismo tiempo.**
6. Una vez normalizado, el sistema se estudia como **monofásico por lo que no debo preocuparme por deltas y estrellas.**

Una vez en sistema pu, se puede trabajar con expresiones monofásicas:

- Monofásico (SI)

$$I_L = I_F \quad V_L = V_F \quad S = VI$$

- Trifásico estrella (SI)

$$I_L = I_F \quad V_L = \sqrt{3}V_F \quad S = \sqrt{3}V_L I_L$$

- Trifásico delta (SI)

$$I_L = \sqrt{3}I_F \quad V_L = V_F \quad S = \sqrt{3}V_L I_L$$

- Monofásico (pu)

$$I_L = I_F \quad V_L = V_F \quad S = VI$$

- Trifásico estrella (pu)

$$I_L = I_F \quad V_L = V_F \quad S = V_L I_L$$

- Trifásico delta (pu)

$$I_L = I_F \quad V_L = V_F \quad S = V_L I_L$$

Precaución: Uso indebido de decimales puede llevar a errores de MW o kV en sus resultados. Por eso, se recomienda usar al menos cuatro decimales para evitar resultados inexactos.

Cálculos en pu

El valor en por unidad (pu) de una cantidad se define como:

$$\text{Valor en pu} = \frac{\text{Valor en unidad natural}}{\text{Valor base}}$$

La selección de los valores base es arbitraria, pero comúnmente se utilizan valores que faciliten identificar condiciones de operación nominales del sistema o cálculos matemáticos.

Ejemplo: La tensión nominal de la subestación del Este en Tres Ríos es 138 kV. Si la tensión de operación en hora de máxima demanda es 133.85 kV, dicha tensión en pu es:

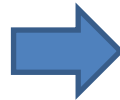
$$V_{pu} = \frac{V_{SI}}{V_{base}} = \frac{133.85kV}{138kV} = 0.9699pu$$

Selección de valores base

- **Potencia:** un único valor para todo el sistema de potencia. Usualmente se usa un valor de potencia aparente, de 100 MVA, o del equipo más grande del sistema. Esta base aplica para cantidades de potencia compleja, aparente, activa y reactiva.
- **Tensión:** un único valor para una región (zona), delimitada por transformadores. Usualmente es la tensión nominal de la respectiva zona del sistema de potencia. La mayoría de la veces corresponde a la tensión nominal de sus devanados. Si es diferente, para calcular la tensión base en otra región del sistema, se utiliza la relación de transformación de los Tx.
- **Corriente:** Calculada a partir de potencia y tensión base.
- **Impedancia:** Calculada a partir de potencia y tensión base.

Se fijan las bases de potencia, tensión y frecuencia

$$\begin{aligned}S_{b,3\varphi} &= S_{n,3\varphi} \\S_{b,1\varphi} &= \frac{S_{b,3\varphi}}{3} \\V_{b,L} &= V_{n,L} \\V_{b,F} &= \frac{V_{b,L}}{\sqrt{3}} \\\omega_b &= \omega_n = 2\pi f_n\end{aligned}$$



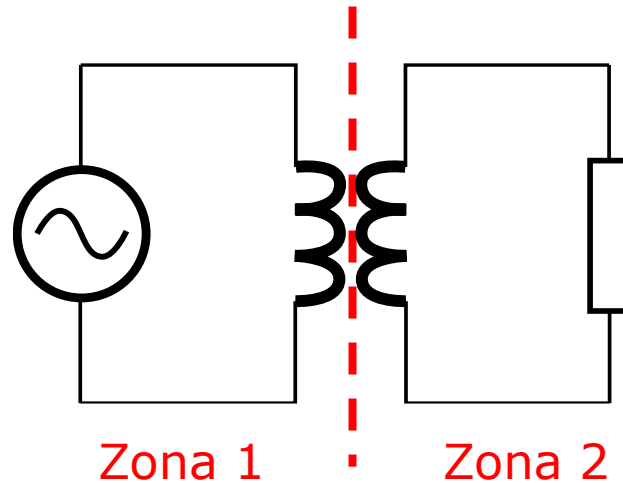
Se calculan las bases de corriente, impedancia, admitancia, inductancia y capacitancia

$$\begin{aligned}I_b &= \frac{S_{b,3\varphi}}{\sqrt{3}V_{b,L}} = \frac{S_{b,1\varphi}}{V_{b,F}} \\Z_b &= \frac{V_{b,L}^2}{S_{b,3\varphi}} = \frac{V_{b,F}^2}{S_{b,1\varphi}} = \frac{V_{b,L}}{\sqrt{3}I_b} = \frac{V_{b,F}}{I_b} \\Y_b &= \frac{1}{Z_b} \\L_b &= \frac{Z_b}{\omega_b} \\C_b &= \frac{1}{\omega_b Z_b}\end{aligned}$$

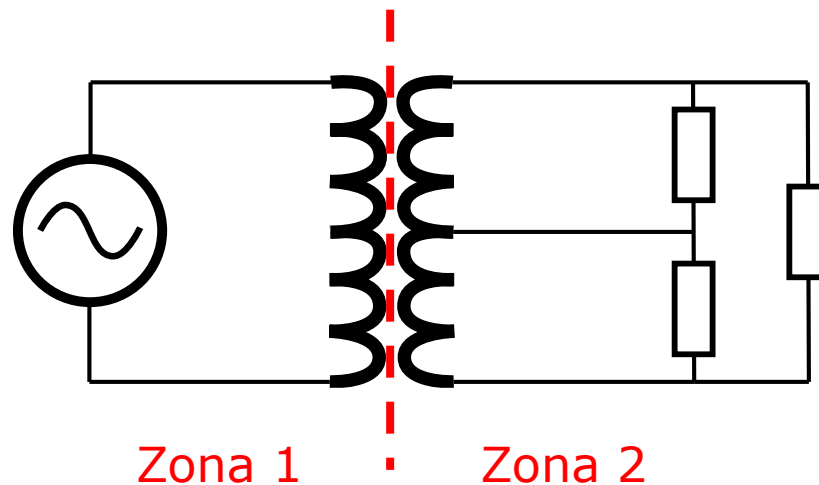
Nomeclatura: Base (b), Nominal (n), Línea (L), Fase (F), Monofásico (1 φ) , Trifásico (3 φ)

¡Y este procedimiento se hace para cada **zona**!

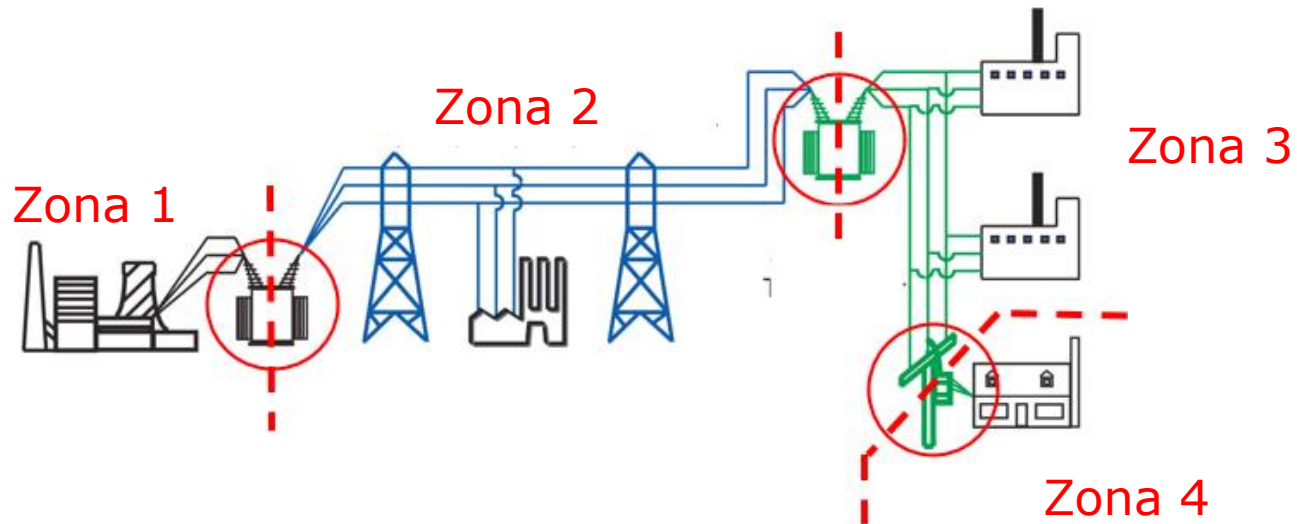
Debemos localizar los transformadores, ya que definen las zonas.
Para un transformador monofásico de dos devanados:



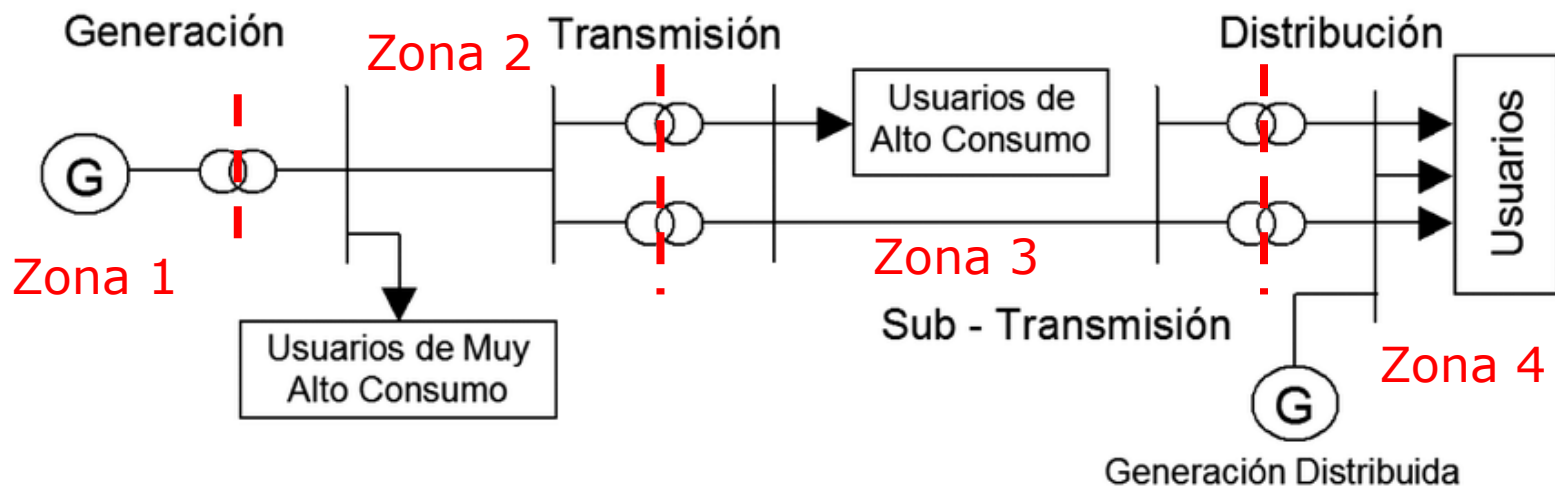
Para un transformador monofásico de fase partida:



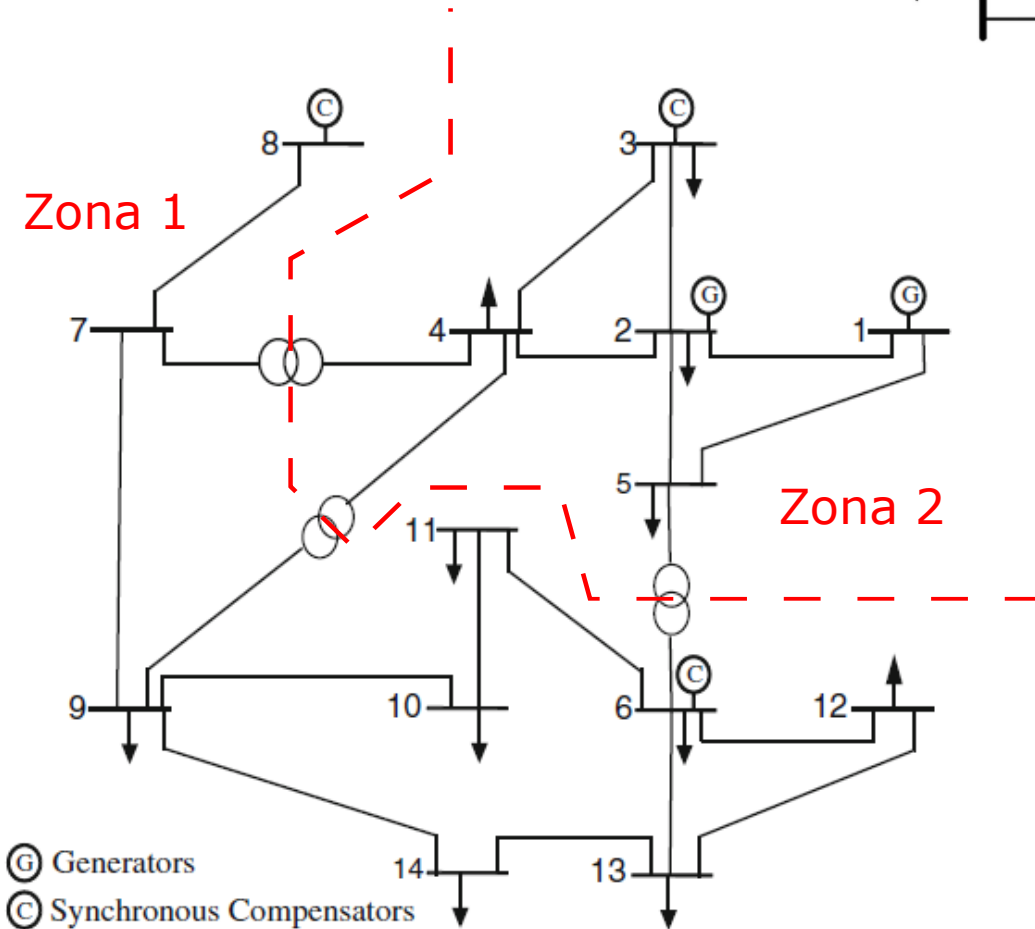
Para un sistema radial:



Para un sistema con transformadores en paralelo:

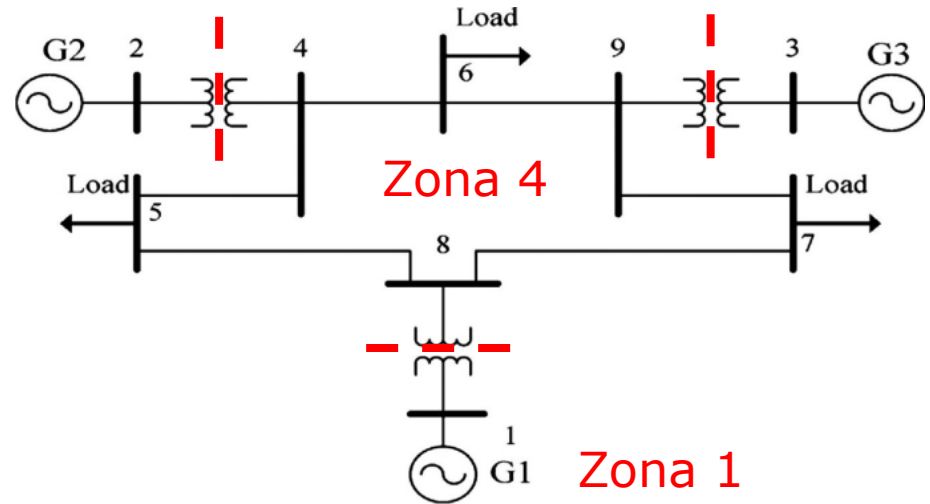


Para sistemas en anillo:



Zona 2

Zona 3



Una vez definidas las zonas y bases del circuito, efectuamos el procedimiento de “normalización”.

Conversión de SI a pu (normalizando)

Para convertir parámetros o variables SI de: potencia; tensión; frecuencia; corriente; impedancia; admitancia; inductancia; o capacitancia a pu, **se divide por la respectiva base de la zona.**

$$\begin{aligned} S_{pu} &= \frac{S_{SI}}{S_b} & V_{pu} &= \frac{V_{SI}}{V_b} & \omega_{pu} &= \frac{\omega_{SI}}{\omega_b} & I_{pu} &= \frac{I_{SI}}{I_b} \\ Z_{pu} &= \frac{Z_{SI}}{Z_b} & Y_{pu} &= \frac{Y_{SI}}{Y_b} & L_{pu} &= \frac{L_{SI}}{L_b} & C_{pu} &= \frac{C_{SI}}{C_b} \end{aligned}$$

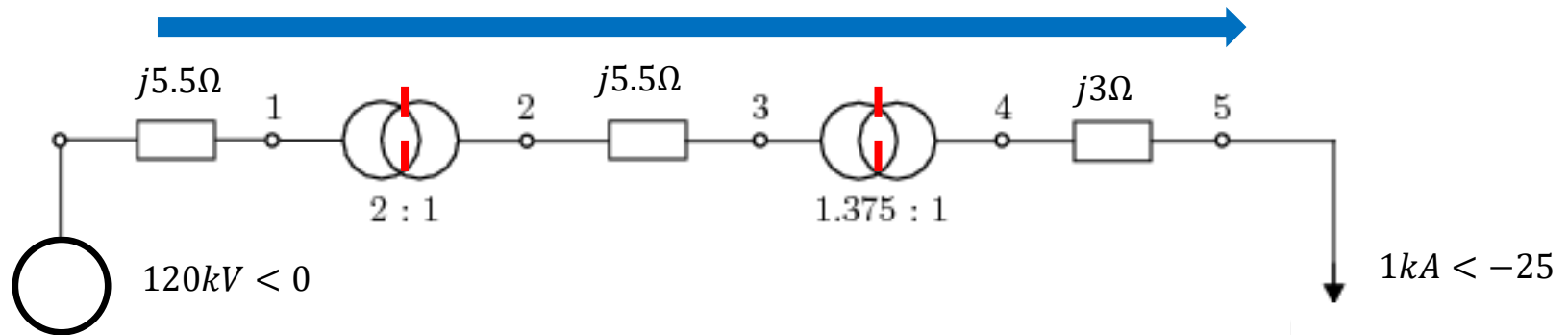
Conversión de pu a SI (desnormalizando)

Simplemente **se multiplica por la respectiva base de la zona.**

$$\begin{aligned} S_{SI} &= S_{pu} S_b & V_{SI} &= V_{pu} V_b & \omega_{SI} &= \omega_{pu} \omega_b & I_{SI} &= I_{pu} I_b \\ Z_{SI} &= Z_{pu} Z_b & Y_{SI} &= Y_{pu} Y_b & L_{SI} &= L_{pu} L_b & C_{SI} &= C_{pu} C_b \end{aligned}$$

Ejemplo

Calcule los valores base en las zonas 1, 2 y 3 considerando una tensión base de 120 kV en la zona 1. Suponga una potencia base de 100 MVA en todo el sistema.



Zona 1

Zona 2

Zona 3

$$V_{b1} = 120 \text{ kV}$$

$$Z_{b1} = \frac{V_{b1}^2}{S_b} = 144\Omega$$

$$I_{b1} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b1}} = 481.1252A$$

$$V_{b2} = \frac{120kV}{a_{12}} = 60kV$$

$$Z_{b2} = \frac{V_{b2}^2}{S_b} = 36\Omega$$

$$I_{b2} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b2}} = 962.2504A$$

$$V_{b3} = \frac{60kV}{a_{23}} = 43.6364kV$$

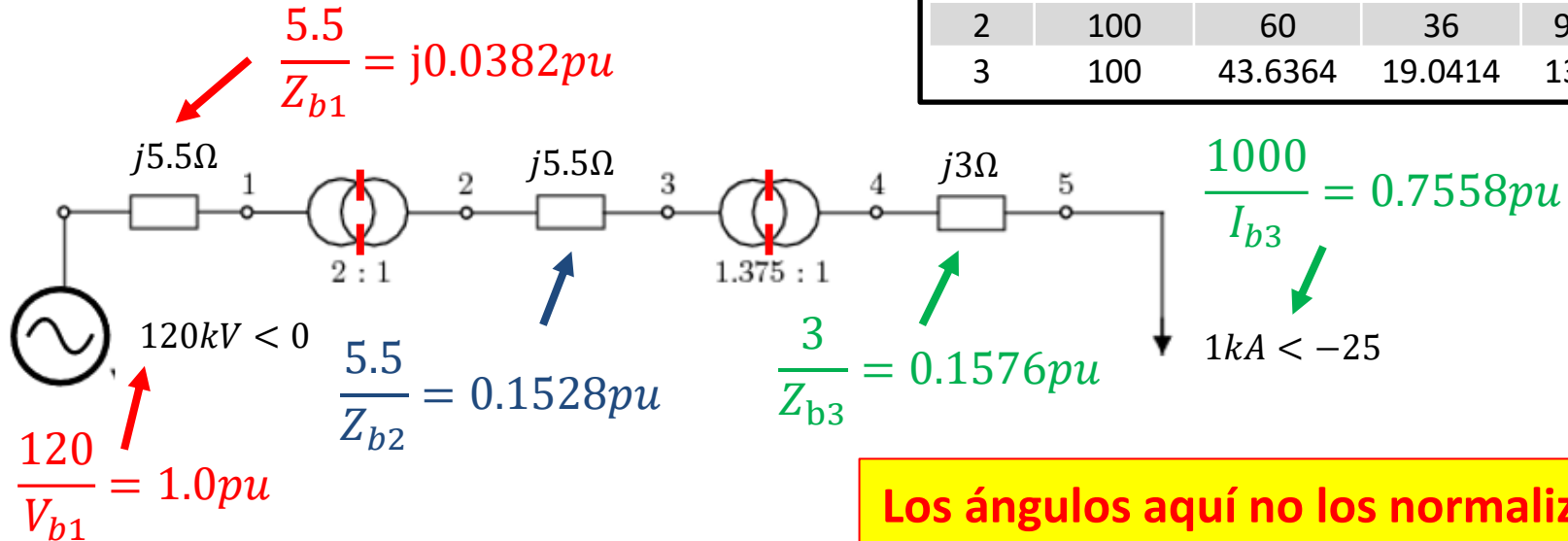
$$Z_{b3} = \frac{V_{b3}^2}{S_b} = 19.0414\Omega$$

$$I_{b3} = \frac{S_b}{\sqrt{3}V_{b3}} = 1323.0933A$$

Tip (obligatorio): Hacer una tablita con las bases

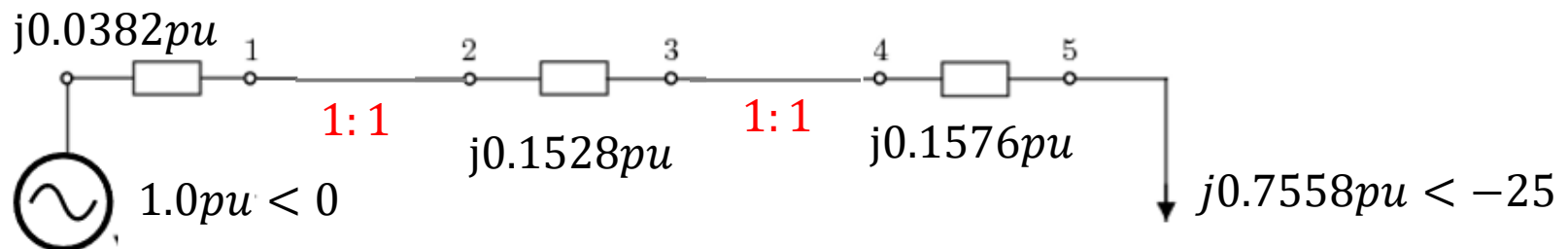
Normalizando el circuito:

Zona	S_b , MVA	V_b , kV	Z_b , Ω	I_b , A
1	100	120	144	481.1252
2	100	60	36	962.2504
3	100	43.6364	19.0414	1323.0933

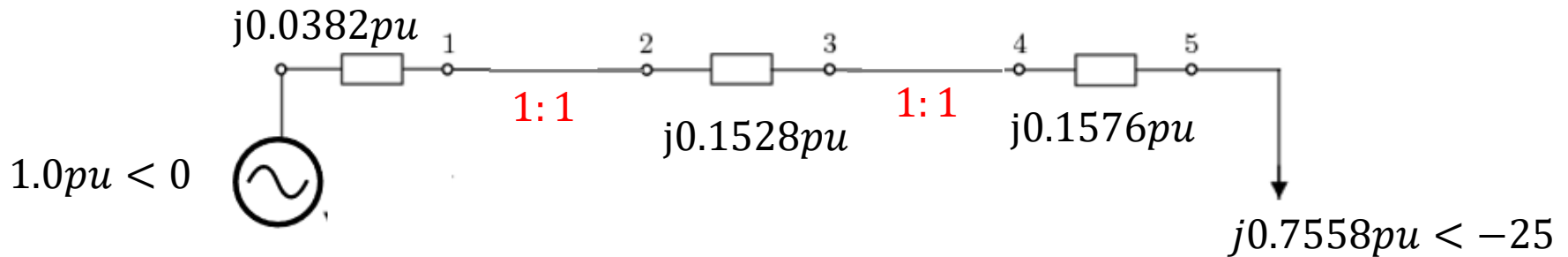


Los ángulos aquí no los normalizamos

La selección de bases de acuerdo a la relación de transformación de cada Tx, hace que la relación de transformación en pu sea 1:1. Así, no hay que reflejar valores de un lado a otro y se pone un cable en lugar del Tx. Se debe **recordar** donde estaban las **barras (nodos)** para hacer cálculos con el circuito.



Ahora vamos a calcular la tensión en la carga, la potencia en la carga, y las pérdidas de potencia a lo largo de la red.



$$V_c = (1 < 0) - (j0.0382 + j0.1528 + j0.1576)(0.7558 < -25) = 0.9202 \text{ pu} < -15.0405$$

$$\bar{S}_c = (0.9202 < -15.0405)(0.7558 < -25)^* = 0.685 + j0.1203 \text{ pu}$$

$$\bar{S}_{\text{perd}} = (1 < 0 - 0.9202 < -15.0405)(0.7558 < -25)^* = 0 + j0.1991 \text{ pu}$$

Y podemos regresar a SI desnormalizando los resultados.

$$V_c = (0.9202 < -15.0405)(43.6364 \times 10^3) = 40.1542 \text{ kV} < -15.0405$$

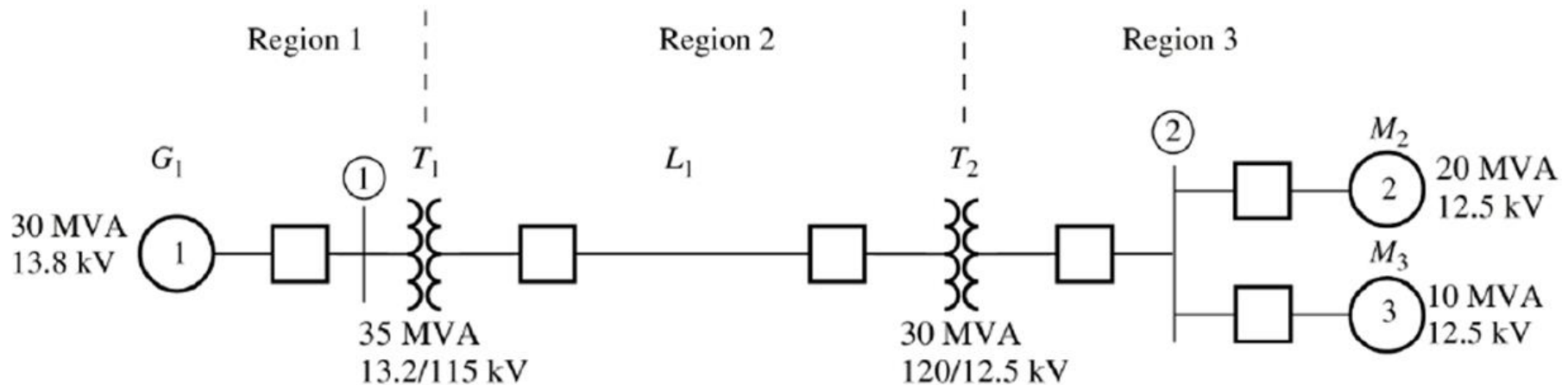
$$\bar{S}_c = (0.685 + j0.1203)(100 \times 10^6) = 68.5 \text{ MW} + j12.03 \text{ MVar}$$

$$\bar{S}_{\text{perd}} = (j0.1991) (100 \times 10^6) = j19.91 \text{ MVar}$$

Zona	S_b , MVA	V_b , kV	Z_b , Ω	I_b , A
1	100	120	144	481.1252
2	100	60	36	962.2504
3	100	43.6364	19.0414	1323.0933

Ejemplo

El sistema de potencia de la figura se compone de tres regiones con diferentes niveles de tensión, según la relación de transformación de T1 y T2. Haga una tabla con las potencias, tensiones, corrientes e impedancias base de cada región (zona).



¿Cuál potencia base y cuál tensión base debo fijar?

ARBITRARIO PERO CONSISTENTE: Hay infinitas combinaciones correctas, pero debo **respetar las relaciones de transformación.**

Impedancias en base propia

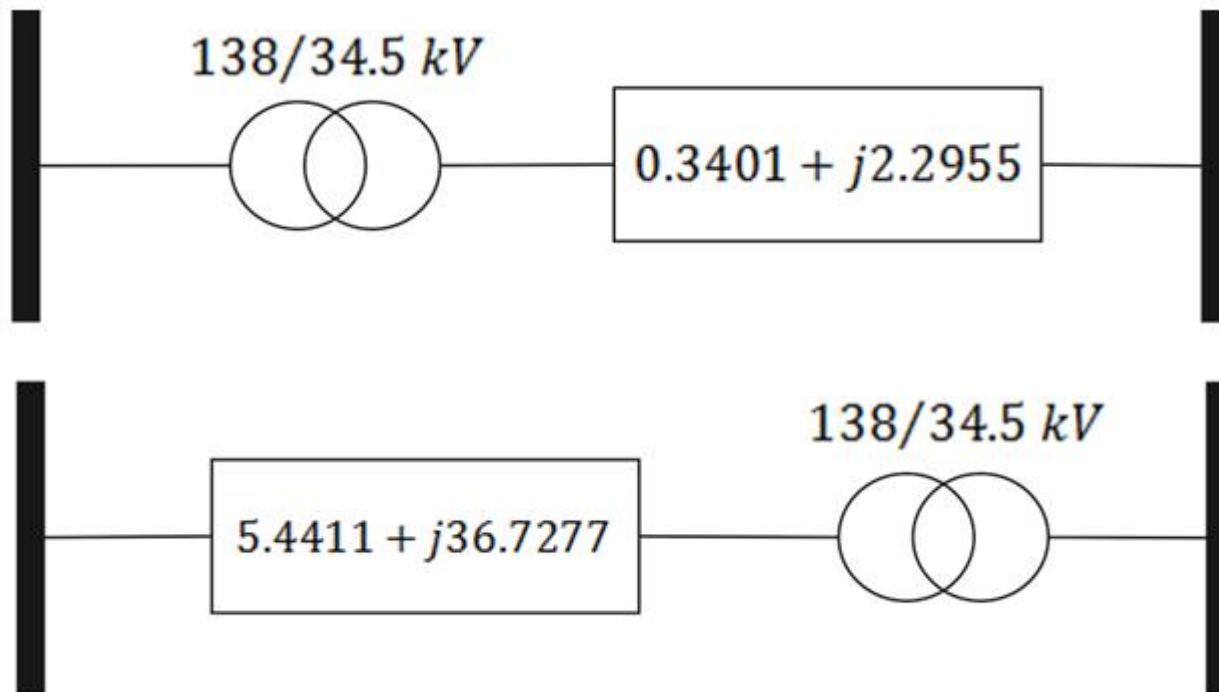
Las impedancias dadas por los **valores de placa** están dadas en **base propia**, esto quiere decir, están normalizadas con la **potencia nominal** del equipo y la **tensión nominal** del equipo.

- Si el equipo tiene una tensión nominal únicamente (generadores, motores, cargas), se utiliza esta tensión.
- Si el equipo tiene dos valores de tensión o más (como transformadores), normalmente la tensión base es la del lado de alta tensión.
- En equipos trifásicos, la tensión base es la tensión de línea.
- Un valor en **porcentaje** se relaciona con el pu de la siguiente manera (**para cálculos se usa pu**):

$$X_{\%} = 100X_{pu}$$

Ejemplo

Un transformador trifásico de 70 MVA, 138/ 34.5 kV se modeló por medio de un transformador ideal en serie con su impedancia de corto-circuito en Ω . La figura muestra la impedancia referida al lado de alta y al lado de baja tensión.



Calcule el modelo del transformador en pu para ambos casos.

Se calcula la base de impedancia de cada zona con los valores nominales del transformador. Esto aplica para ambos circuitos:

$$Z_{b1} = \frac{(34.5 \times 10^3)^2}{70 \times 10^6} = 17 \Omega$$
$$Z_{b2} = \frac{(138 \times 10^3)^2}{70 \times 10^6} = 272.05 \Omega$$

Se calcula la impedancia de corto-circuito en pu para cada circuito:

- Circuito 1: $Z_{sc,pu} = \frac{0.3401 + j2.2955}{17} = 0.02 + j0.1350 \text{ pu}$
- Circuito 2: $Z_{sc,pu} = \frac{5.4411 + j36.7277}{272.05} = 0.02 + j0.1350 \text{ pu}$

Note que la impedancia de corto-circuito del transformador en pu, referida al lado de baja, o al lado de alta, es la misma.

Cambio de bases en p.u.

Las impedancias de generadores, motores y transformadores típicamente están en **base propia**. Sin embargo, para hacer cálculos con ellas en un circuito que modela un sistema de potencia, debemos expresarlas en una **base común**, es decir:

- Misma base de potencia para todo el sistema.
- Misma base de tensión para todos los componentes en una zona.

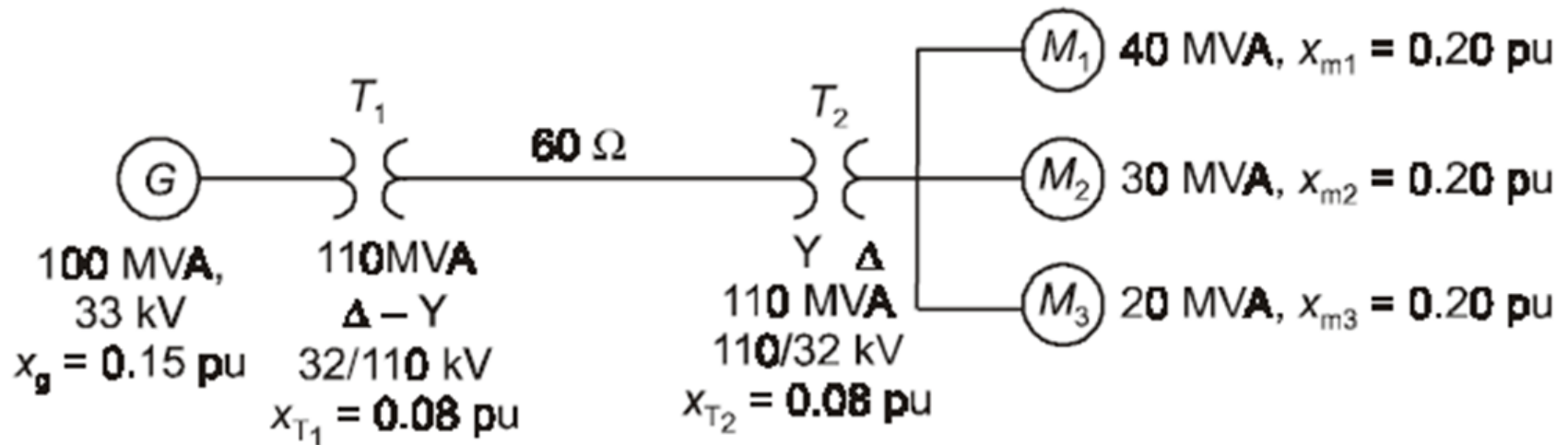
Para cambiar la base de un componente de una base vieja (old), a una base nueva (new) podemos utilizar la siguiente expresión:

$$X^{new} = X^{old} \frac{X_b^{old}}{X_b^{new}}$$

Básicamente, desnormalizo por la base vieja, y normalizo por la nueva. Esto aplica para potencias, tensiones, **impedancias**, etc...

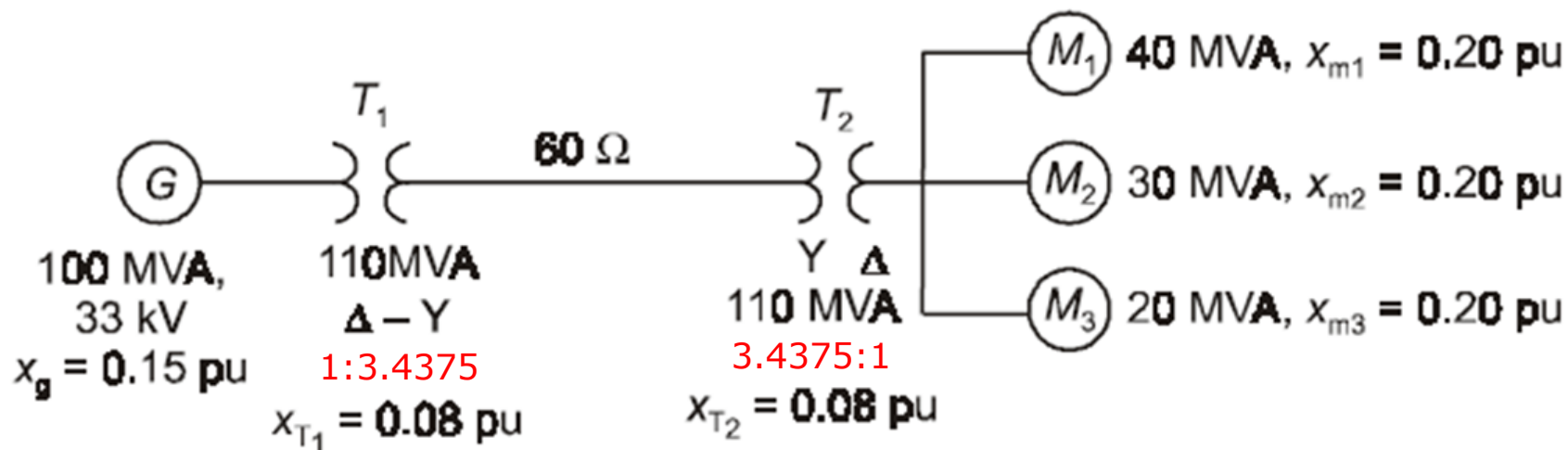
Ejemplo

Un generador trifásico de 100 MVA y 33 kV alimenta tres motores a través de una línea de transmisión y dos transformadores, como se muestra en la Figura. Los motores tienen una tensión nominal de 32 kV.



Calcule todos los valores en p.u. en una base común.

El primer paso es calcular los valores y ponerlos en una tabla. Pero tomando cuidado de respetar la relación de transformación entre las zonas. **Se recomienda expresar las relaciones como a:1 o 1:a para tener claridad de la relación y esto se consigue al dividir ambos lados por el valor más alto.**

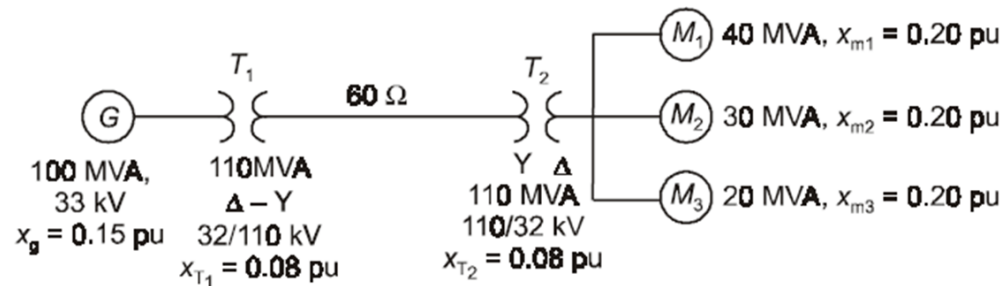


Zona	S_b , MVA	V_b , kV	Z_b , Ω	I_b , A
1	100	33	10.8900	1749.5463
2	100	113.4375	128.6807	508.9589
3	100	33	10.8900	1749.5463

Posteriormente, se pasan todas las impedancias a base común:

$$X_{T1}^{NEW} = X_{T1}^{OLD} \frac{S_{base}^{NEW}}{S_{base}^{OLD}} \left(\frac{V_{base}^{OLD}}{V_{base}^{NEW}} \right)^2 = 0.08 \frac{100}{110} \left(\frac{32}{33} \right)^2 = 0.0684 \text{ pu}$$

$$X_{T2}^{NEW} = X_{T2}^{OLD} \frac{S_{base}^{NEW}}{S_{base}^{OLD}} \left(\frac{V_{base}^{OLD}}{V_{base}^{NEW}} \right)^2 = 0.08 \frac{100}{110} \left(\frac{110}{113.43} \right)^2 = 0.0684 \text{ pu}$$



La reactancia de la línea se debe pasar a p.u:

$$X_{line} = \frac{60}{128.66} = 0.4663 \text{ pu}$$

Finalmente las reactancias del motor en la base del sistema son:

$$X_{m1}^{NEW} = X_{m1}^{OLD} \frac{S_{base}^{NEW}}{S_{base}^{OLD}} \left(\frac{V_{base}^{OLD}}{V_{base}^{NEW}} \right)^2 = 0.2 \frac{100}{40} \left(\frac{30}{33} \right)^2 = 0.4132 \text{ pu}$$

$$X_{m2}^{NEW} = X_{m2}^{OLD} \frac{S_{base}^{NEW}}{S_{base}^{OLD}} \left(\frac{V_{base}^{OLD}}{V_{base}^{NEW}} \right)^2 = 0.2 \frac{100}{30} \left(\frac{30}{33} \right)^2 = 0.5510 \text{ pu}$$

$$X_{m3}^{NEW} = X_{m3}^{OLD} \frac{S_{base}^{NEW}}{S_{base}^{OLD}} \left(\frac{V_{base}^{OLD}}{V_{base}^{NEW}} \right)^2 = 0.2 \frac{100}{20} \left(\frac{30}{33} \right)^2 = 0.8264 \text{ pu}$$

