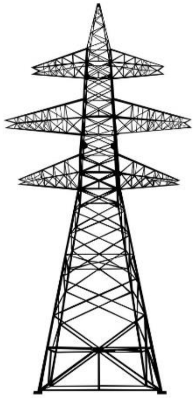
EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica



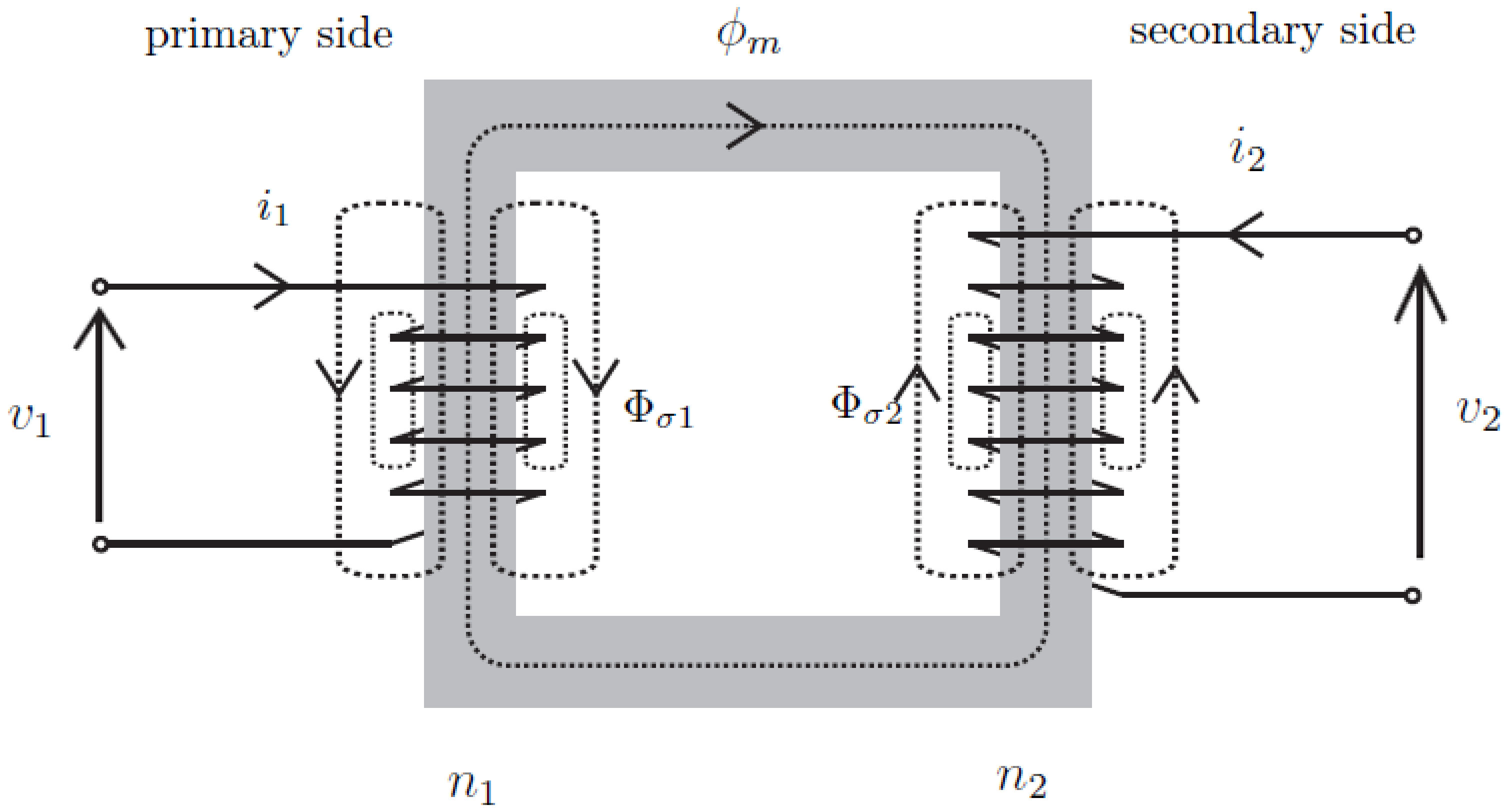
IE-0365 Transmisión de Potencia

Presentación #5

Dr. Gustavo Valverde Mora
Profesor Catedrático

gustavo.valverde@ucr.ac.cr

El transformador monofásico



$$v_1 = r_1 i_1 + n_1 \frac{d(\Phi_m + \Phi_{\sigma 1})}{dt} = r_1 i_1 + \frac{d(\psi_1)}{dt} \qquad v_2 = r_2 i_2 + n_2 \frac{d(\Phi_m + \Phi_{\sigma 2})}{dt} = r_2 i_2 + \frac{d(\psi_2)}{dt}$$

Modelo de transformador monofásico

A partir de teoría de circuitos magnéticos se sabe que:

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = \mathcal{R}\phi_m$$

Además, el flujo concatenado en el devanado 1 es:

$$\psi_1 = \psi_{\ell 1} + n_1 \phi_m$$

$\psi_{\ell 1}$ *es el flujo de dispersión relacionado a las líneas de campo del devanado 1 que no enlazan al devanado 2.*

El flujo concatenado en el devanado 2 es:

$$\psi_2 = \psi_{\ell 2} + n_2 \phi_m$$

Modelo de transformador **ideal**

La reluctancia del circuito magnético es nula:

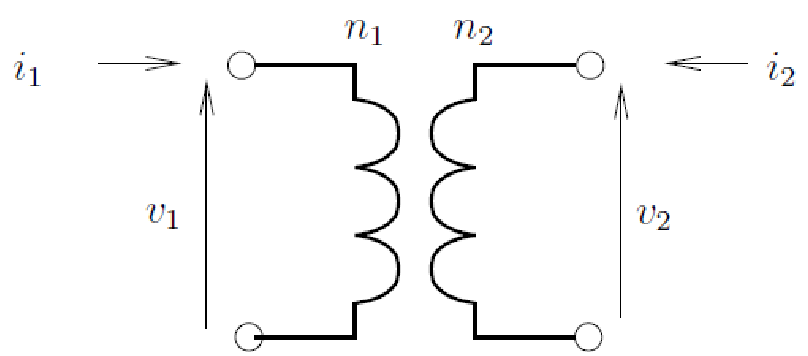
$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = 0 \longrightarrow i_2 = -\frac{n_1}{n_2} i_1$$

El (-) aparece por la dirección de la corriente en la figura inferior.

En ausencia de resistencias y flujos de dispersión:

$$v_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = n_1 \frac{d\phi_m}{dt} \qquad v_2 = \frac{d\psi_2}{dt} = n_2 \frac{d\phi_m}{dt}$$

De donde se obtiene: $v_2 = \frac{n_2}{n_1} v_1$



De las ecuaciones anteriores se puede demostrar que:

$$v_1\, i_1 = -v_2\, i_2$$

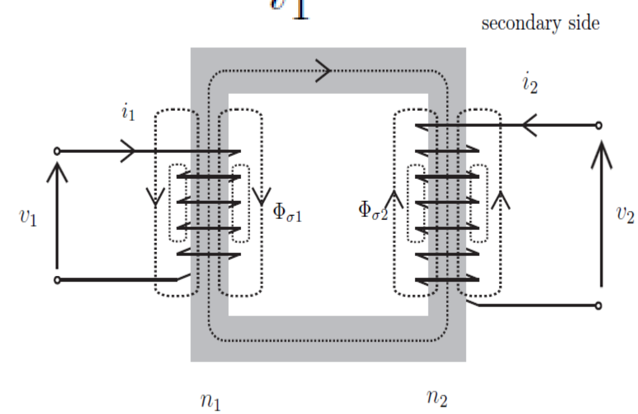
Modelo de transformador **real**

Hay reluctancia en circuito magnético y hay flujos dispersos:

$$\psi_1 = L_{\ell 1}\, i_1 + n_1 \frac{n_1 i_1 + n_2 i_2}{\mathcal{R}} \longrightarrow L_{\ell 1} = \frac{\psi_{\ell 1}}{i_1}$$

$$= L_{\ell 1}\, i_1 + \frac{n_1^2}{\mathcal{R}} i_1 + \frac{n_1 n_2}{\mathcal{R}} i_2$$

$$= L_{\ell 1}\, i_1 + L_{m1} i_1 + \frac{n_2}{n_1} L_{m1} i_2$$



Donde $L_{m1} = \frac{n_1^2}{\mathcal{R}}$ *es la inductancia magnética vista desde prim.*

$$v_1 = R_1 i_1 + \frac{d\psi_1}{dt} = R_1 i_1 + L_{\ell 1} \frac{di_1}{dt} + L_{m1} \frac{di_1}{dt} + \frac{n_2}{n_1} L_{m1} \frac{di_2}{dt}$$

Modelo de transformador real

Para el segundo devanado:

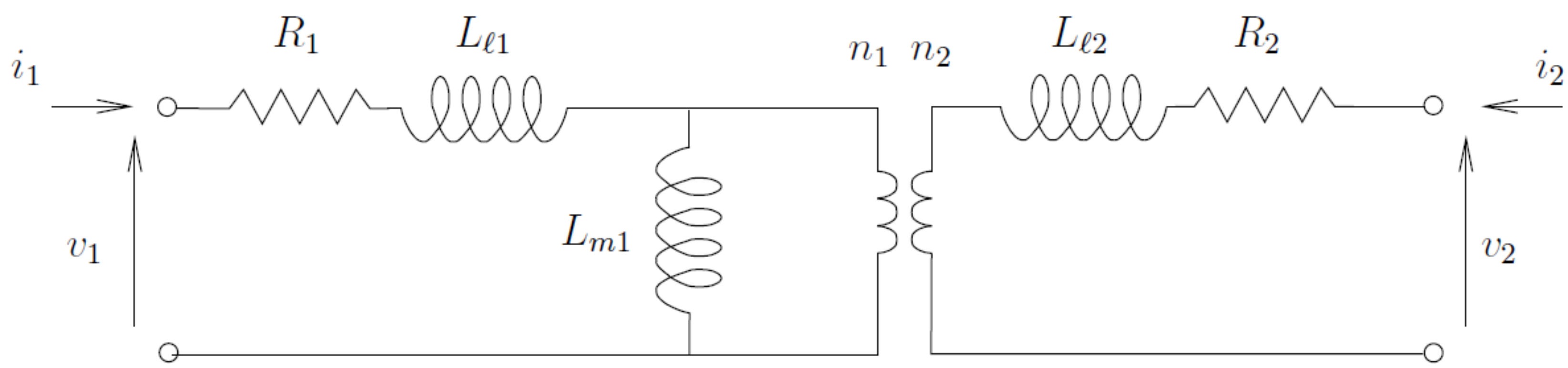
$$
\begin{aligned}
\psi_2 &= L_{\ell 2}\, i_2 + n_2 \frac{n_1 i_1 + n_2 i_2}{\mathcal{R}} \longrightarrow L_{\ell 2} = \frac{\psi_{\ell 2}}{i_2} \\
&= L_{\ell 2}\, i_2 + \frac{n_2^2}{\mathcal{R}} i_2 + \frac{n_1 n_2}{\mathcal{R}} i_1 \\
&= L_{\ell 2}\, i_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 L_{m1} i_2 + \frac{n_2}{n_1} L_{m1} i_1
\end{aligned}
$$

visto desde primario

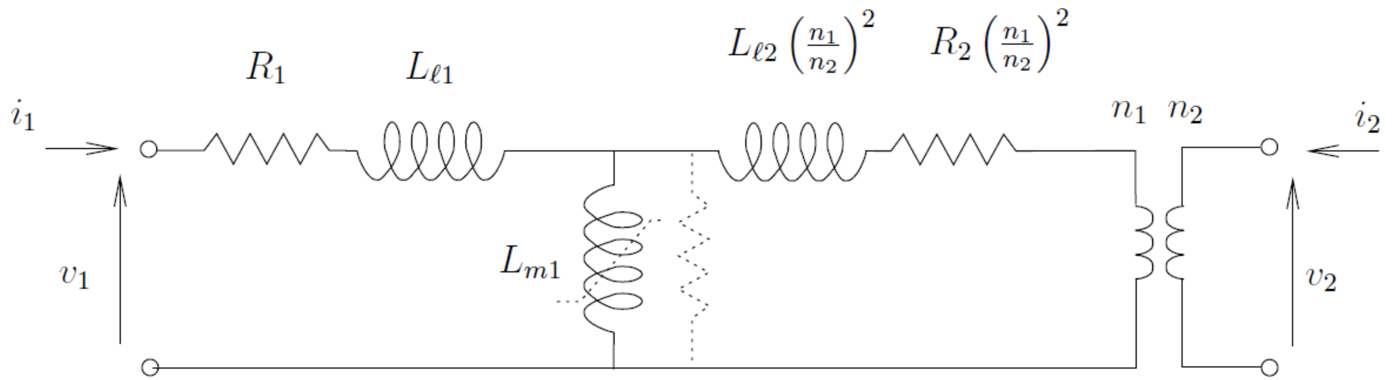
$$
v_2 = R_2 i_2 + \frac{d\psi_2}{dt} = R_2 i_2 + L_{\ell 2}\frac{di_2}{dt} + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 L_{m1}\frac{di_2}{dt} + \frac{n_2}{n_1} L_{m1}\frac{di_1}{dt}
$$

Modelo de transformador real

Es posible comprobar que las relaciones de tensión anteriores cumplen con:

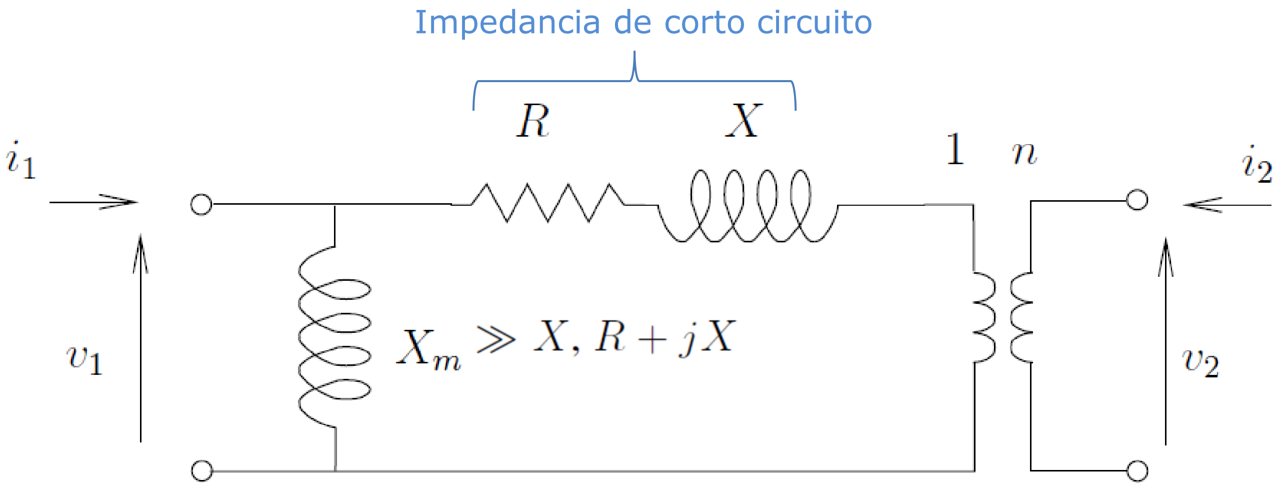


El mismo circuito referido al primario:



Modelo de transformador real

Como la inductancia de magnetización es muy grande con respecto a las inductancias de dispersión, es posible reubicarla al inicio del circuito sin mayor error de aproximación:

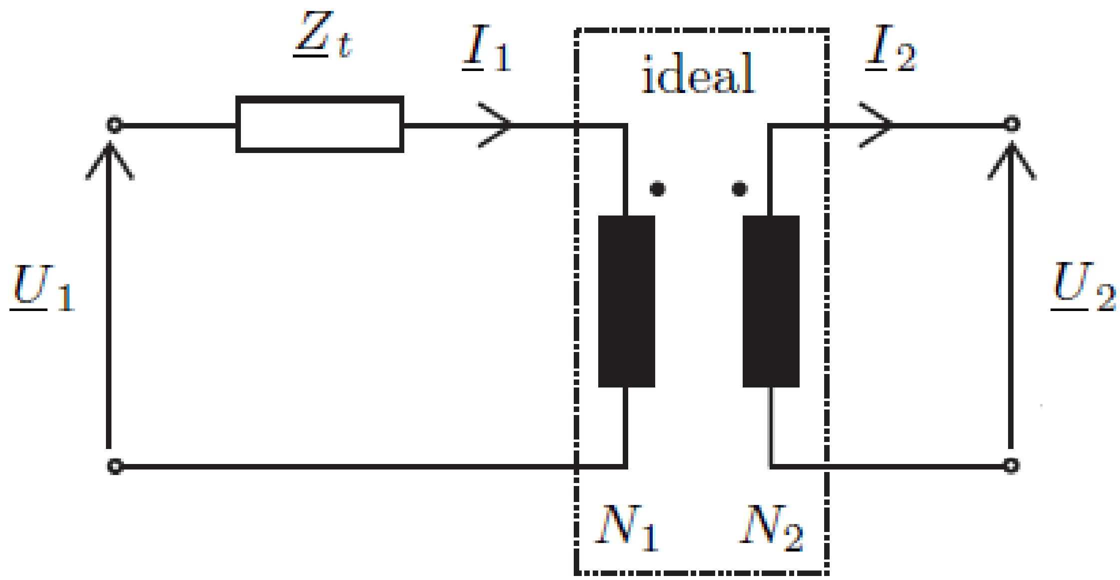


Donde:

$$n = \frac{n_2}{n_1} \qquad X_m = \omega L_{m1}$$

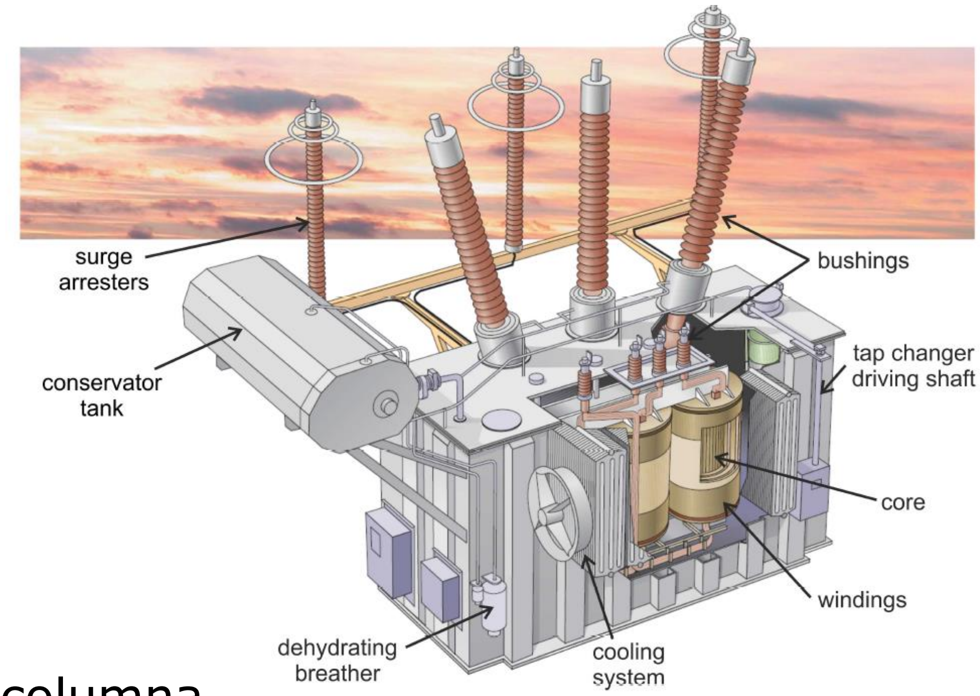
$$R = R_1 + \frac{R_2}{n^2} \qquad X = \omega L_{\ell 1} + \frac{\omega L_{\ell 2}}{n^2}$$

Modelo simplificado del transformador

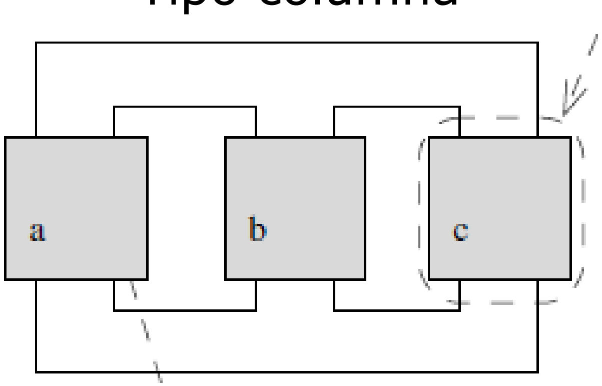


Donde $Z_t = R + jX$ es la impedancia de cortocircuito del transformador. **La magnitud de la impedancia en pu es igual a la magnitud de la tensión V_{sc} (en pu)** aplicada durante la prueba de corto circuito para obtener la corriente nominal (I=1 pu) en los devanados.

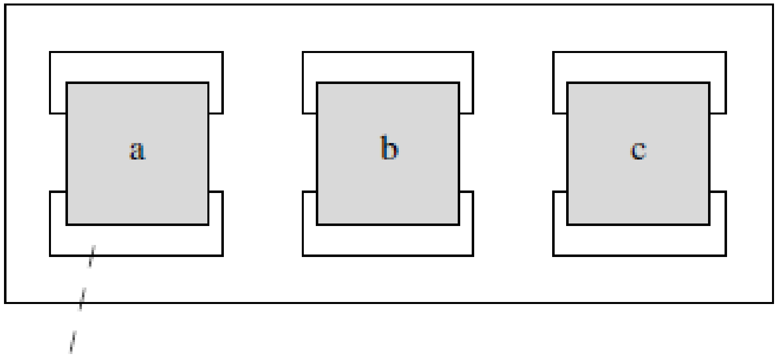
Transformador trifásico



Tipo columna

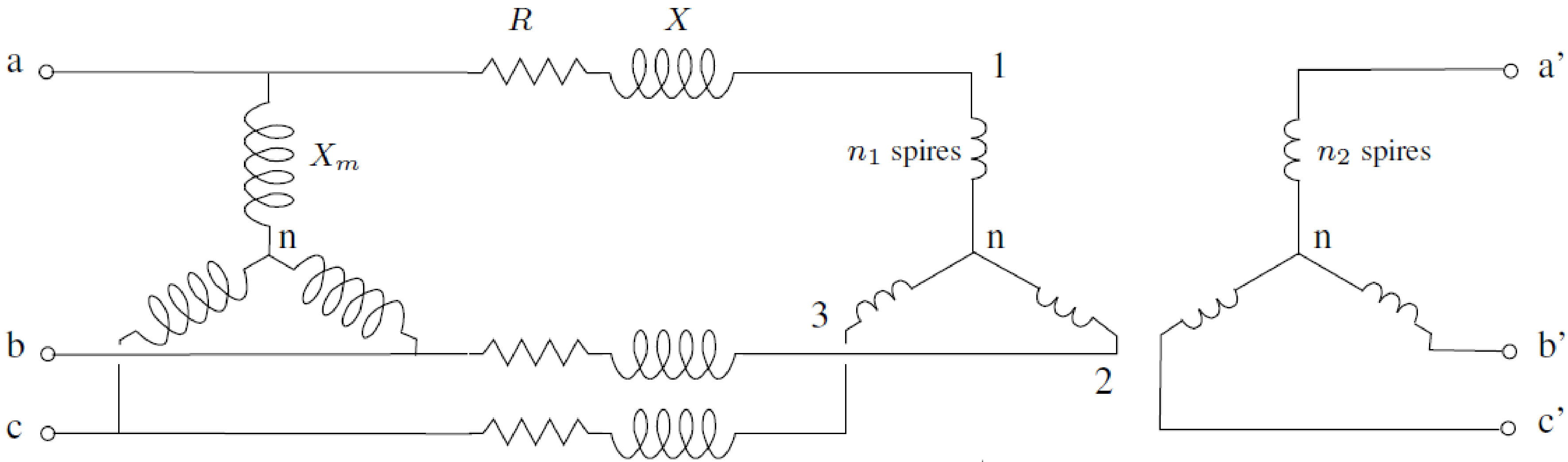


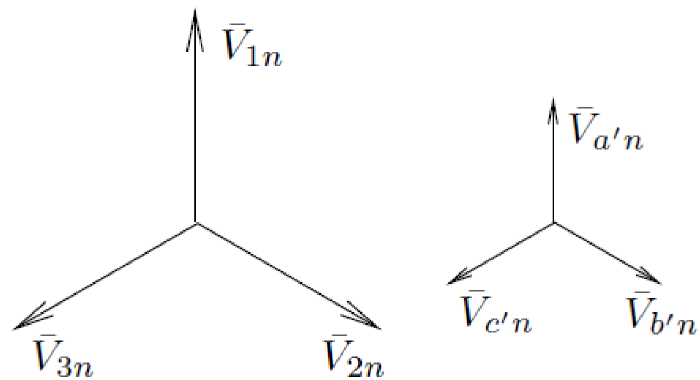
Acorazado

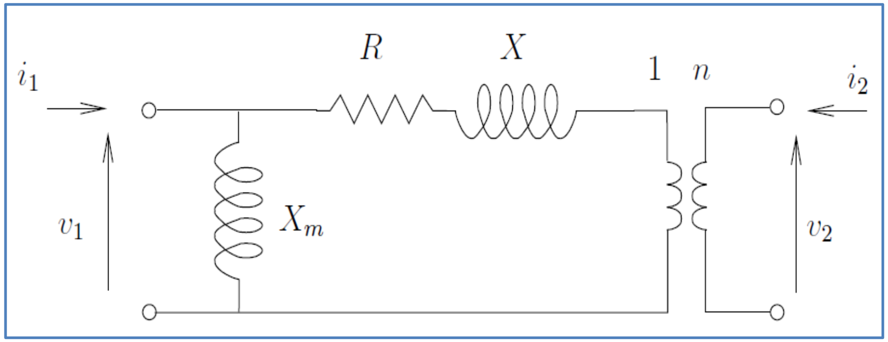


Primario y secundario de fase a

Transformador YY

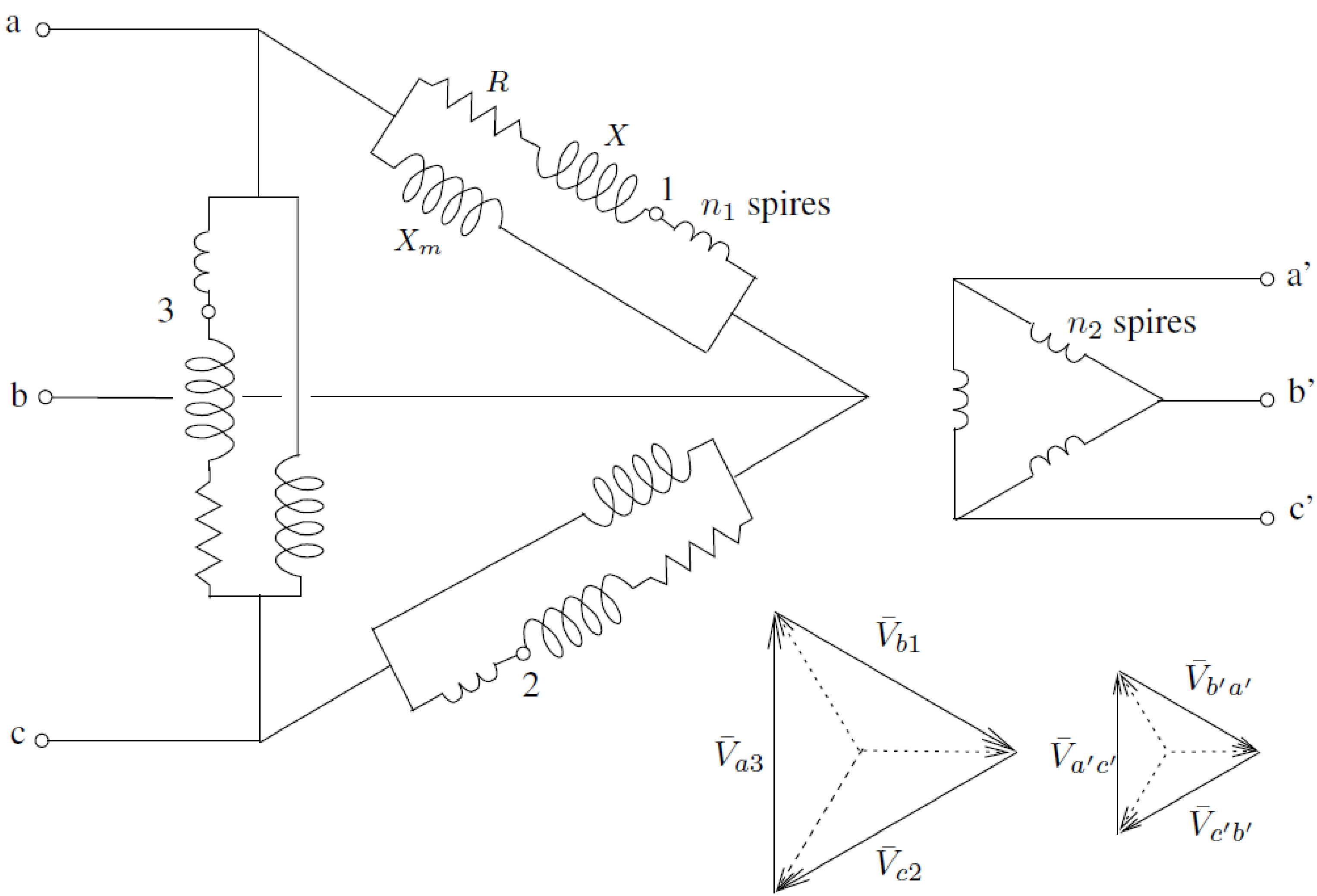






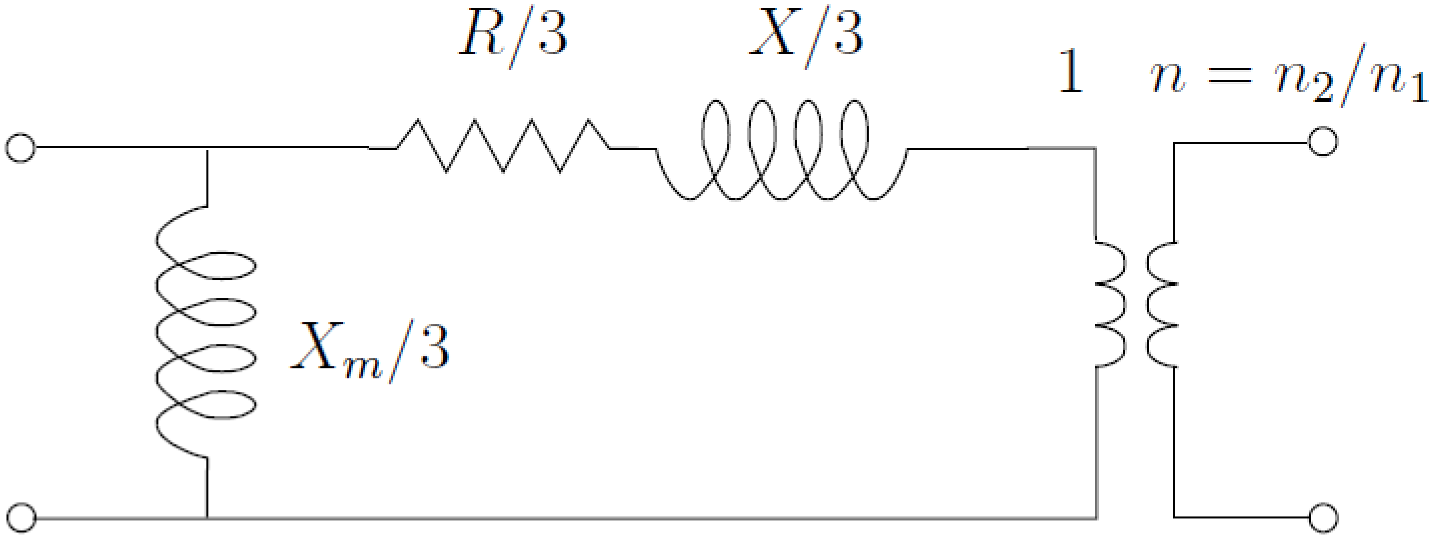
Equivalente por fase

Transformador DD

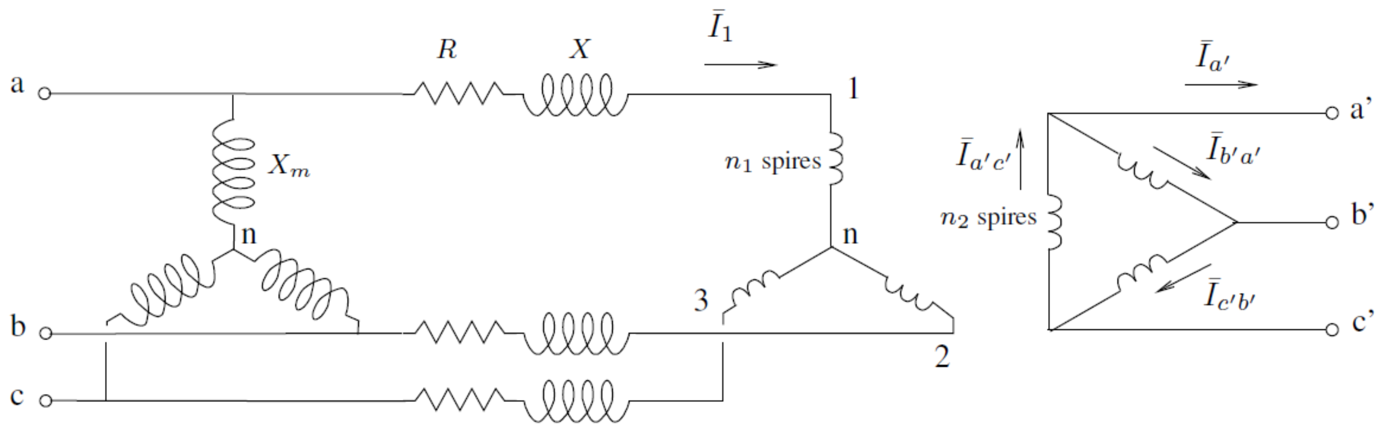


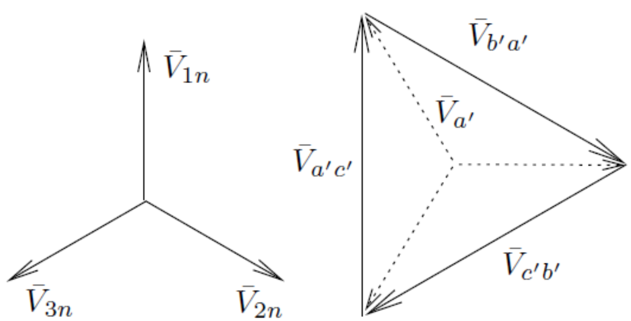
Transformador DD

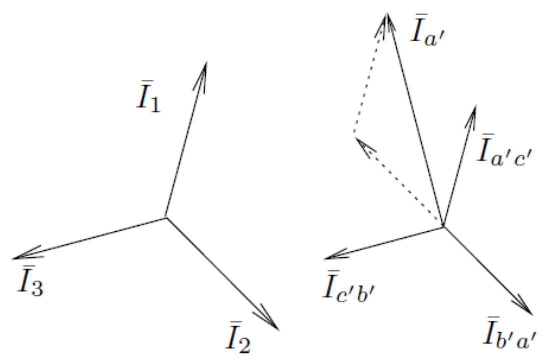
El equivalente por fase del transformador DD requiere transformación a estrella, de donde se obtiene:

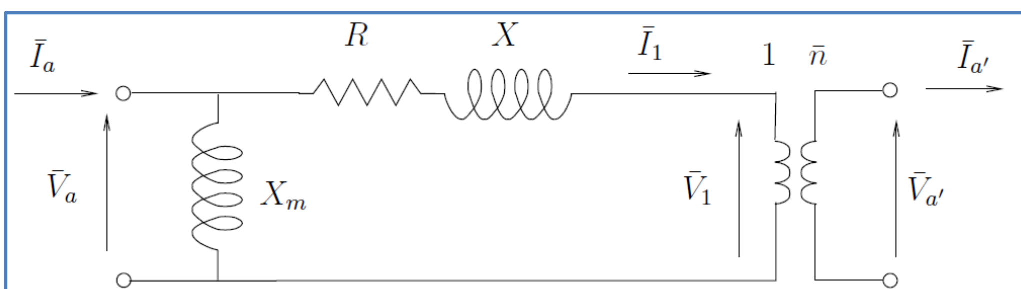


Transformador YD







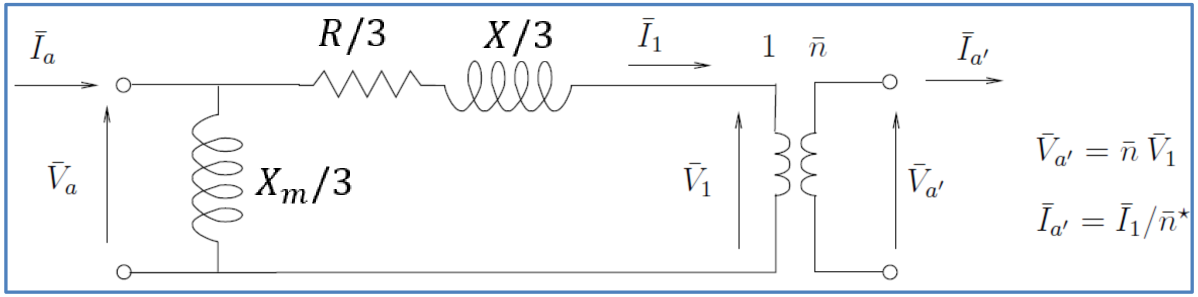


$$\bar{V}_{a'} = \bar{n}\,\bar{V}_1$$

$$\bar{I}_{a'} = \bar{I}_1/\bar{n}^\star$$

$$\bar{n} = \frac{n_2}{\sqrt{3}\,n_1}\,e^{j\pi/6}$$

Transformador DY



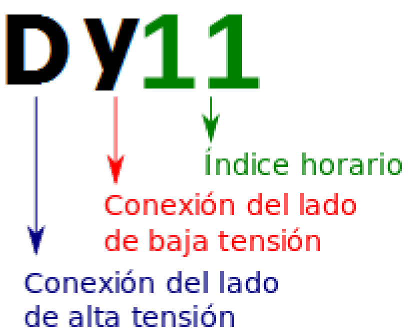
$$\bar{n} = \frac{\sqrt{3}\,n_2}{n_1}\,e^{-j\pi/6}$$

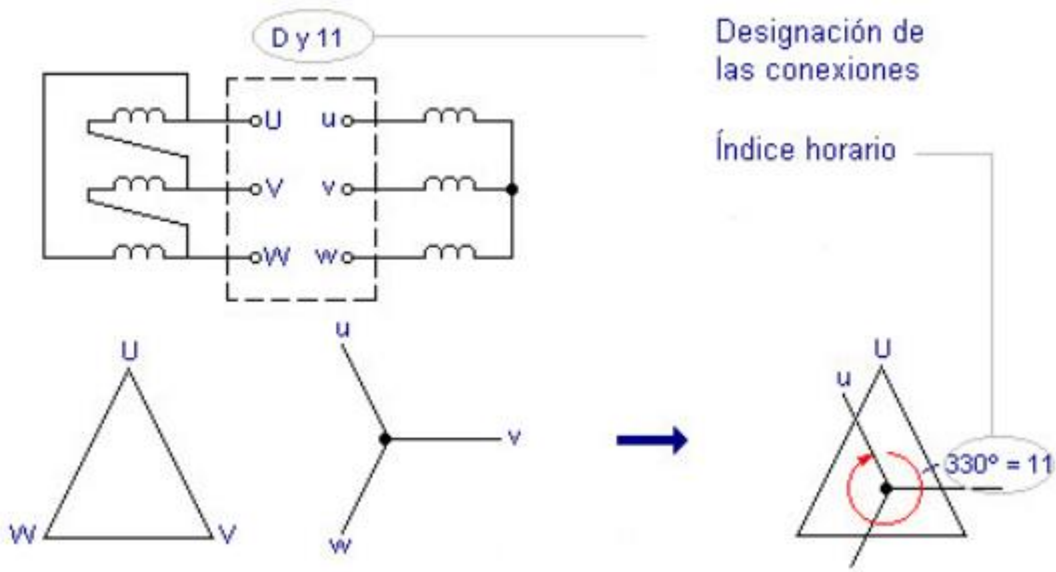
Simplificación:

Para análisis de sistemas de potencia balanceados, uno puede suprimir los desfases de 30° en transformación YD o DY sin afectar las magnitudes de corrientes y tensiones. Solo el ángulo de las corrientes y tensiones estarían mal calculados. Sin embargo, la potencia compleja $\bar{V}\bar{I}^*$ en el secundario del transformador no se ve afectada.

Grupo de conexión e índice horario

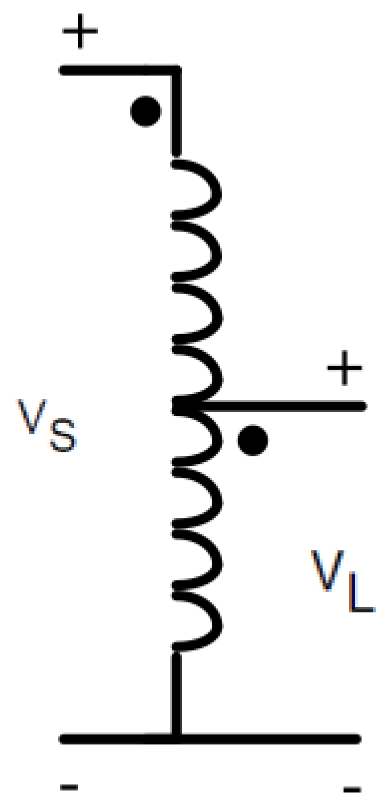
- Un transformador conectado en su primario en Delta (AT), y su secundario en Estrella (BT), y cuyas tensiones están desfasadas 330º=11x30º, se identificaría como:





El autotransformador

- Está construido con un único devanado continuo, del cual se sacan las terminales primarias y secundarias compartiendo una en común.
- Utiliza menos espiras y por tanto menos pérdidas en el cobre.
- Además menos pérdidas en el núcleo porque son más pequeños que un transformador típico de la misma capacidad.



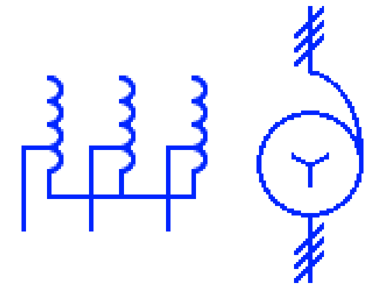
Nota: En las siguientes diapositivas se usará S para SOURCE y L para LOAD.

El autotransformador

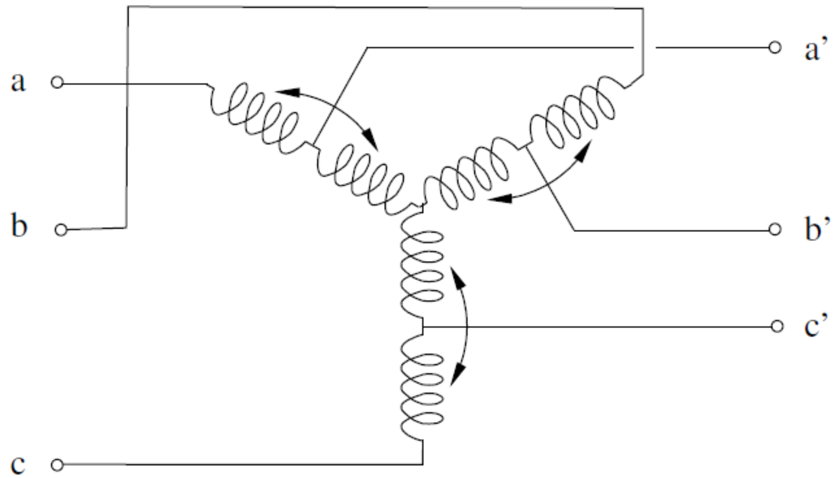
- Presentan un acople tanto magnético como eléctrico.
- Como tiene una Zcc baja, las corrientes de falla son más elevadas.
- Su relación máxima de transformación es de 2:1.

El autotransformador

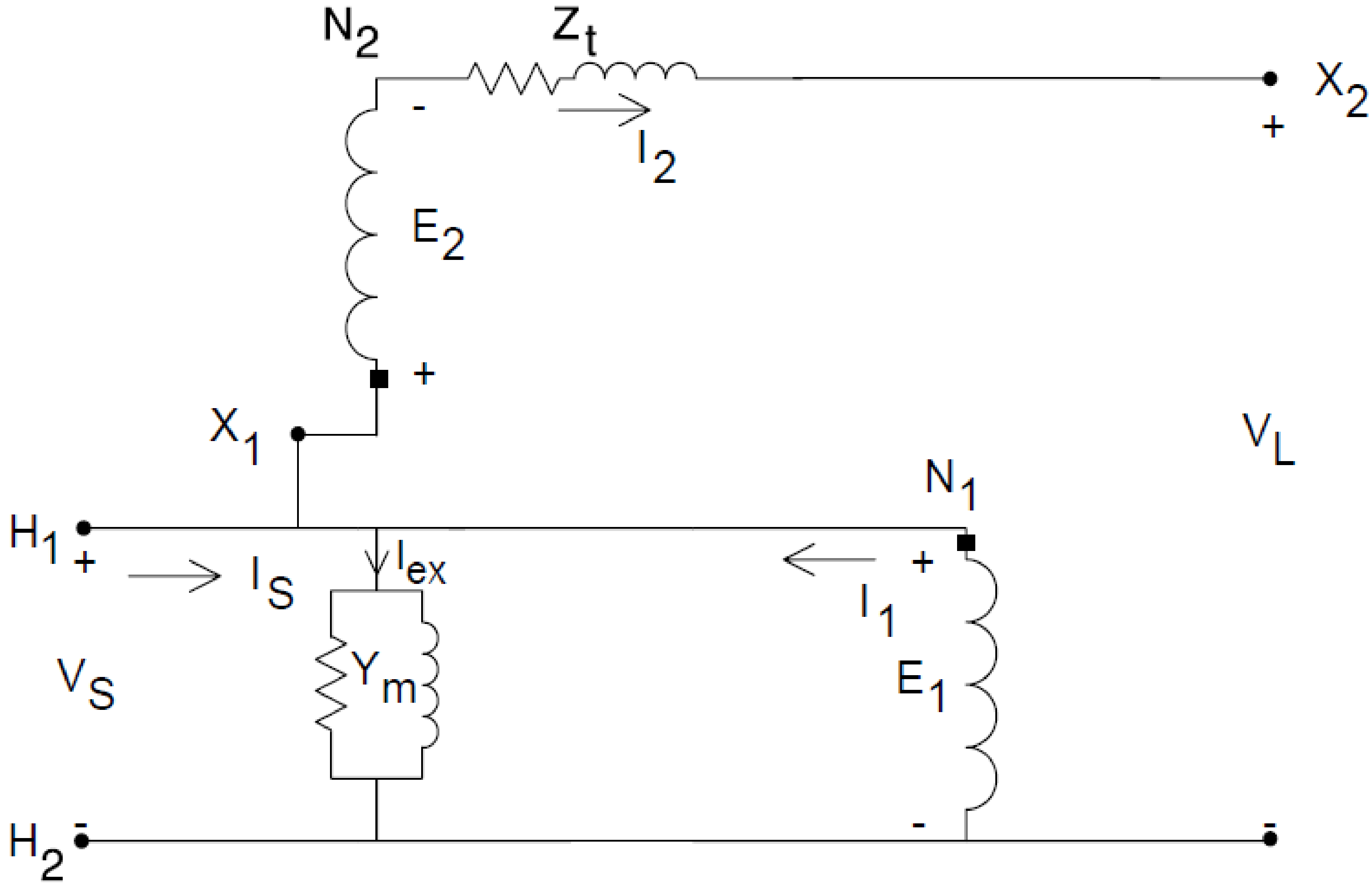
- El autotrafo se puede conectar de varias formas, dependiendo de su conexión, así varía la potencia que puede trasegar.
- Se cambia la polaridad del secundario para hacerlo reductor o elevador.



Símbolos usados comúnmente a nivel internacional

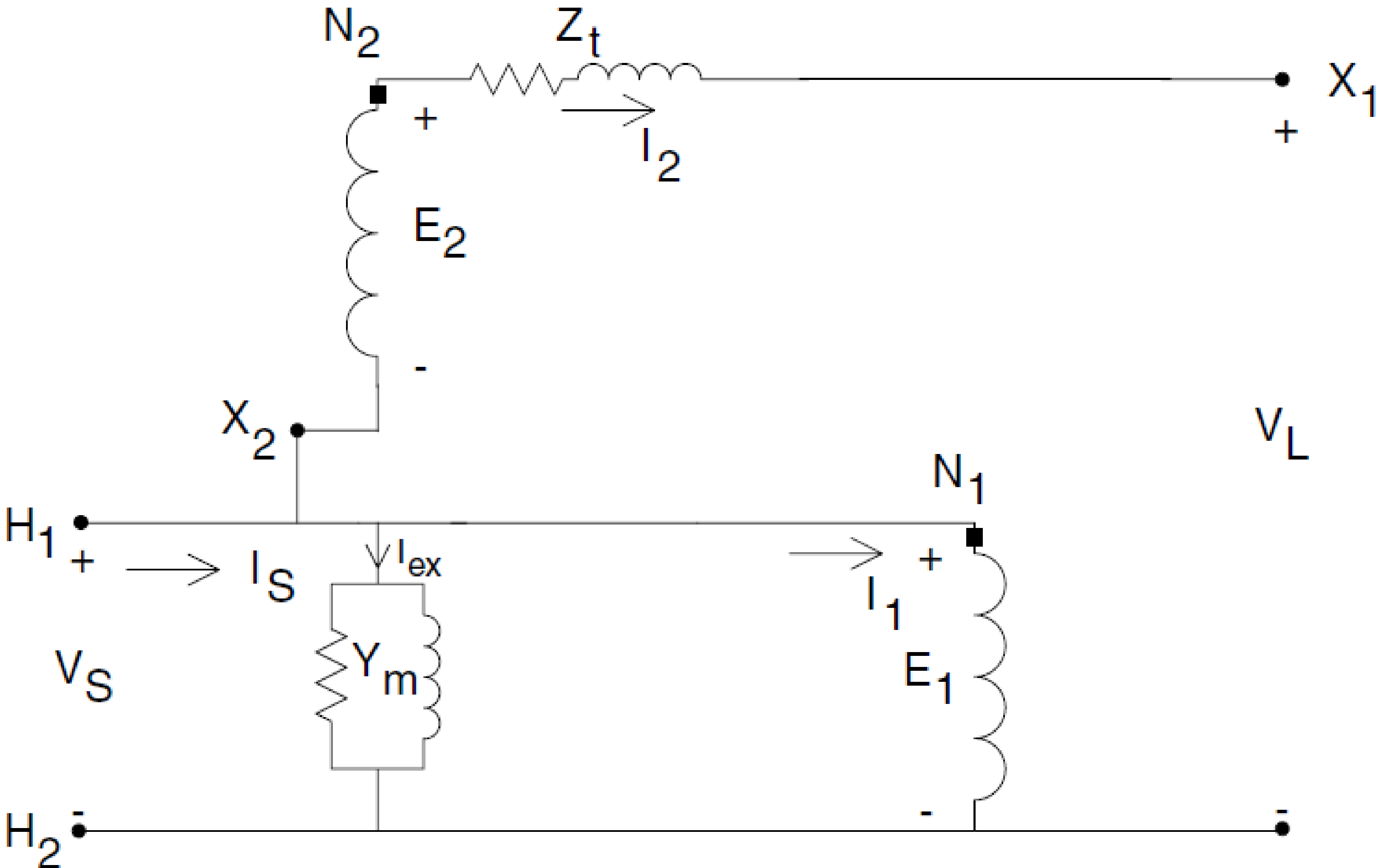


Autotrafo reductor (step down)



Análisis por fase

Autotrafo elevador (step up)



Análisis por fase

Potencia en el autotransformador

$$V_L = E_1 \pm E_2 = E_1 \pm nE_1$$
$$V_L = E_1(1 \pm n)$$

$n = N_2/N_1$

$$I_1 = nI_2$$

$$S_{auto} = V_L I_2 = E_1(1 \pm n) \cdot I_1/n$$
$$S_{auto} = E_1 I_1 \frac{(1 \pm n)}{n}$$
$$S_{auto} = S_{Tx}^{nom} \frac{(1 \pm n)}{n}$$

La potencia nominal del autotrafo depende de n y la potencia nominal del trafo original

Potencia en el autotransformador

$$V_L = E_1 \pm E_2 = E_1 \pm E_1/a$$
$$V_L = E_1(1 \pm 1/a)$$

$a = N_1/N_2$

$$I_1 = \frac{I_2}{a}$$

$$S_{auto} = V_L I_2 = E_1(1 \pm 1/a) \cdot aI_1$$
$$S_{auto} = E_1 I_1 \left(1 \pm \frac{1}{a}\right) a$$
$$S_{auto} = S_{Tx}^{nom} \left(1 \pm \frac{1}{a}\right) a$$

La potencia nominal del autotrafo depende de a y la potencia nominal del trafo original

Ejemplo 1

Un transformador monofásico de 75 kVA, 2400-240 V se conecta como un autotransformador elevador. Determine las tensiones y potencia nominal del nuevo autotransformador.

Solución:

$$n = \frac{N_2}{N_1} = \frac{240}{2400} = 0.1$$

$$S_{auto} = S_{Tx}^{nom}\frac{(1+n)}{n} = 75\frac{(1+0.1)}{0.1} = 825\ kVA$$

Las tensiones son:

$$V_S = 2400\ V$$
$$V_L = 2400 + 240 = 2640\ V$$

Sistema en por unidad

Los cálculos de variables de sistemas eléctricos de potencia se realizan con cantidades de tensión, impedancias o potencias en por unidad. Entre las ventajas del sistema en por unidad están:

- Permite normalizar todas las tensiones de la red → en sistema pu no hay tensiones de línea o de fase.
- Las tensiones de la red operan cerca de 1 pu independientemente del nivel de tensión, lo que facilita la lectura del estado del sistema
- Las impedancias en p.u. reflejadas al primario o secundario de cualquier transformador (en su tap nominal) son iguales.

Sistema en por unidad

Desviaciones con respecto a valores nominales son fácilmente interpretados: Una tension de 387.6 kV es 1.02 p.u. en un sistema de 380 kV (2% por arriba del nominal)

Para efectos de comparación: Una tension de 0.94 (47/50) p.u. es peor que 0.9545 (210/220) p.u.

Cálculos numéricos: Tensiones en p.u. siempre están cerca de 1 p.u. Esta es siempre una suposición en la primer iteración.

Dimensión de valores: La normalización evita trabajar con números grandes y pequeños al mismo tiempo.

Cuantos decimales usar?

Precaución: Mal uso de decimales puede llevar a errores de unos cuantos MW o kV en sus resultados. Por eso, se recomienda usar <u>cuatro decimales</u> para evitar resultados inexactos después de normalizar cantidades.

El valor en *por unidad* de cualquier cantidad se define como:

$$Valor\ en\ pu = \frac{Valor\ en\ unidad\ natural}{Valor\ base}$$

La selección de los valores base es arbitraria, pero comúnmente se utilizan valores que <u>faciliten</u> identificar si el sistema está operando en condiciones normales o para <u>facilitar</u> cálculos matemáticos.

Por ejemplo, la tensión nominal de la subestación del Este en Tres Ríos es 138 kV. Si la tensión de operación en hora de máxima demanda es 133.85 kV, dicha tensión en p.u. es:

$$V_{pu} = \frac{V}{V_{base}} = \frac{133.85\ kV}{138\ kV} = 0.97\ pu$$

Conversión a variables en p.u.

Para convertir variables de potencia, tensión, corriente, impedancia y admitancia a p.u. se utiliza la base de la región respectiva:

$$S_{pu} = \frac{S_{3\phi}}{S_{base}^{3\phi}} = \frac{P_{3\phi} + jQ_{3\phi}}{S_{base}^{3\phi}} = P_{pu} + jQ_{pu}$$

$$V_{pu} = \frac{V_{ll}}{V_{base}^{ll}}$$

$$Z_{pu} = \frac{Z}{Z_{base}} \qquad Y_{pu} = \frac{Y}{Y_{base}}$$

Para regresar de p.u. a SI:

Multiplique el valor en p.u. por la base respectiva.

Una vez que todas las variables eléctricas se han pasado a sistema p.u., las relaciones de corriente, tensión, potencia e impedancia serán "monofásicas":

$$S_{pu} = \bar{V}_{pu} \cdot \bar{I}_{pu}^{*}$$

$$Z_{pu} = \frac{\bar{V}_{pu}}{\bar{I}_{pu}}$$

$$\bar{I}_{pu} = \left(\frac{S_{pu}}{\bar{V}_{pu}}\right)^{*}$$

$$Y_{pu} = \frac{\bar{I}_{pu}}{\bar{V}_{pu}}$$

Selección de valores base

Potencia: un único valor para todo el sistema de potencia. Usualmente se usa un valor de 100 MVA. S_B también aplica para cantidades de potencia activa y potencia reactiva.

Tensión: un único valor para la region entre dos transformadores. Usualmente V_B es la tensión nominal de la respectiva zona del sistema de potencia. Para calcular la tension base en otra region del sistema se utiliza la relación de transformación de los Tx.

Corriente: Calculado a partir de potencia y tension nominal

Impedancia: a partir de potencia y tension nominal

Para sistemas trifásicos

$$V_{base}^{ll} = V_{LL}^{nom}$$

$$I_{base}^{l} = \frac{S_B^{3\phi}}{\sqrt{3}V_{base}^{ll}}$$

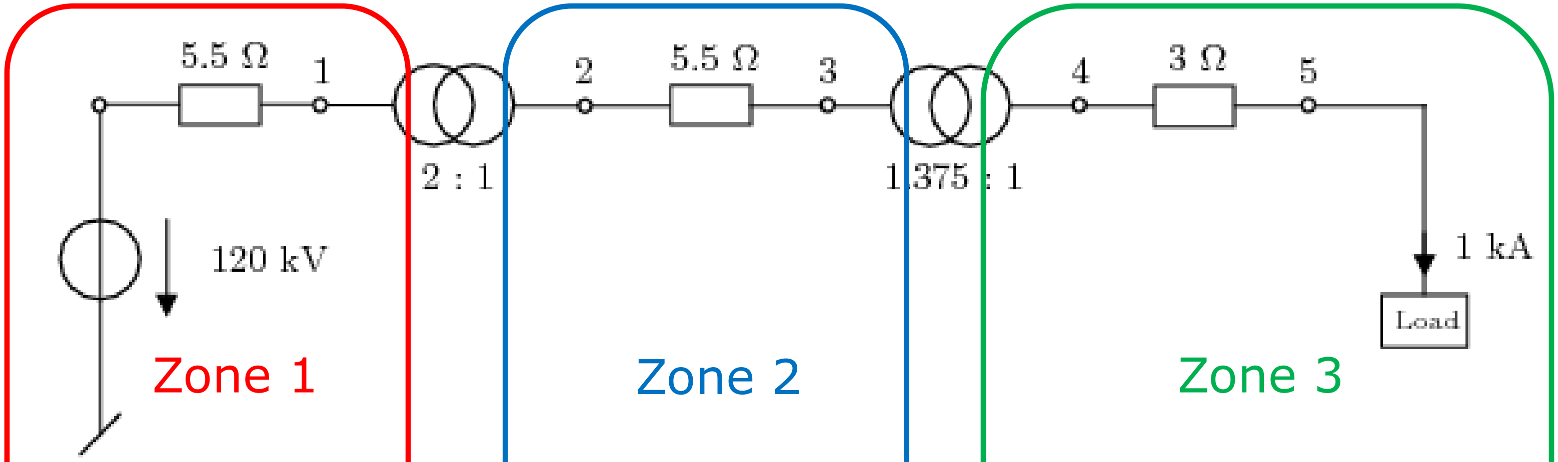
$$Z_{base} = \frac{V_{base}^{ll}}{\sqrt{3}I_{base}^{l}} = \frac{{V_{base}^{ll}}^{2}}{S_{base}^{3\phi}}$$

Para sistemas monofásicos

$$I_{base} = \frac{S_{base}^{1\phi}}{V_{base}} \qquad Z_{base} = \frac{V_{base}^{2}}{S_{base}^{1\phi}}$$

Ejemplo 2

Calcule los valores base en las zonas 1, 2 y 3 considerando una tension base de 120 kV en la zona 1. Suponga una potencia base de 100 MVA en todo el sistema.



$$U_{B1} = 120\ kV$$

$$Z_{B1} = \frac{U_{B1}^2}{S_B} = \frac{(120kV)^2}{100MVA} = 144\Omega$$

$$U_{B2} = \frac{120kV}{c_{B12}} = 60\ kV$$

$$Z_{B2} = \frac{U_{B2}^2}{S_B} = \frac{(60kV)^2}{100MVA} = 36\Omega$$

$$U_{B3} = \frac{60kV}{c_{B23}} = 43.6364\ kV$$

$$Z_{B3} = \frac{U_{B3}^2}{S_B} = \frac{(43.6364kV)^2}{100MVA} = 19.04\Omega$$

Ejemplo 2

Ahora convierta todas las variables a p.u.:

$$v_0 = \frac{V_0}{U_{B1}} = \frac{120}{120} = 1.0\,pu \qquad r_{01} = \frac{R_{01}}{Z_{B1}} = \frac{5.5}{144} = 0.0382\,pu$$

$$r_{23} = \frac{R_{23}}{Z_{B2}} = \frac{5.5}{36} = 0.1528\,pu$$

$$r_{45} = \frac{R_{45}}{Z_{B3}} = \frac{3}{19.04} = 0.1576\,pu \qquad i_{45} = \frac{I_{45}}{I_{B3}} = ?$$

Relación de vueltas normalizadas:

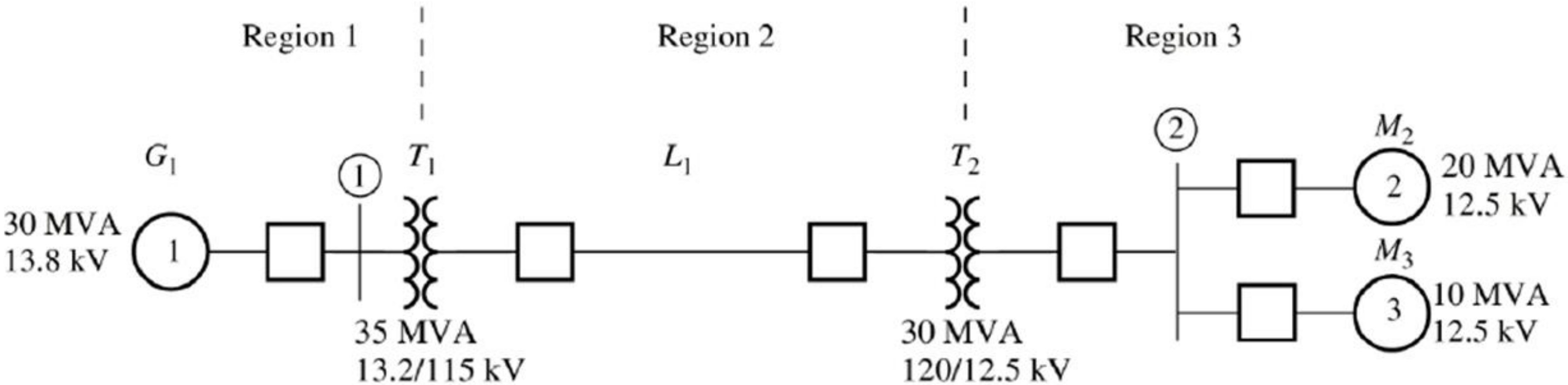
$$c_{B12} = \frac{U_{B1}}{U_{B2}} = \frac{120}{60} = 2.0 : 1 \qquad c'_{T1} = \frac{2.0}{c_{B12}} = 1 : 1$$

$$c_{B23} = \frac{U_{B2}}{U_{B3}} = \frac{60}{43.6364} = 1.375 : 1 \qquad c'_{T2} = \frac{1.375}{c_{B23}} = 1 : 1$$

La selección de valores base de acuerdo a la relación de transformación hace que la relación de transformación normalizada sea 1. Esto simplifica los cálculos porque no hay que referir valores de un lado a otro.

Ejemplo 3

El sistema de potencia de la figura se compone de tres regiones con diferentes niveles de tensión, según la relación de transformación de T1 y T2.



Sistema de potencia con dos niveles de tensión

Determine las potencias, tensiones, corrientes e impedancias base en cada región.

Solución

La selección de los valores base de potencia y tensión en cada región debe seguir el principio del sistema p.u.

La potencia base se escoge de forma arbitraria, en este caso se utilizará la potencia nominal del generador G1.

$$S_{base}^{3\phi} = 30\ MVA$$

Esta potencia base será la misma en todos los niveles de tensión de la red eléctrica.

Solución

La tensión base en la región 1 también se seleccionará arbitrariamente a partir de la tensión nominal del generador 1:

$$V_{base}^{ll-1} = 13.8\ kV$$

La tensión base en la región 2 se calculará a partir de la relación de transformación de T1, por lo tanto:

$$V_{base}^{ll-2} = \frac{115}{13.2} V_{base}^{ll-1} = 120\ kV$$

Solución

La tensión base en la región 3 se calculará a partir de la relación de transformación de T2, por lo tanto:

$$V_{base}^{ll-3} = \frac{12.5}{120} V_{base}^{ll-2} = 12.5\ kV$$

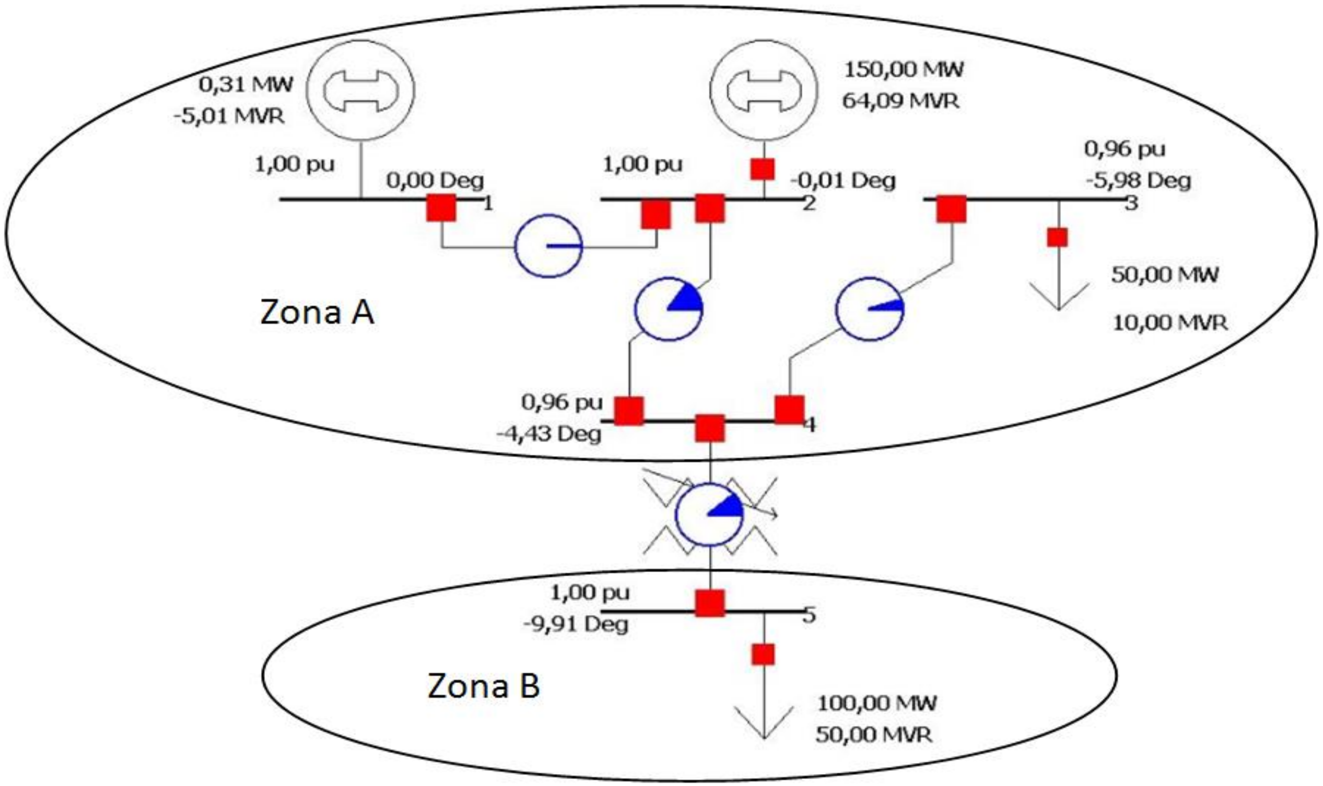
Todos los demás valores base en un mismo nivel de tensión se obtienen de ecuaciones eléctricas:

$$I_{base}^{l} = \frac{S_{base}^{3\phi}}{\sqrt{3} V_{base}^{ll}}$$

$$Z_{base} = \frac{V_{base}^{ll}}{\sqrt{3} I_{base}^{l}} = \frac{{V_{base}^{ll}}^{2}}{S_{base}^{3\phi}} \qquad Y_{base} = \frac{1}{Z_{base}} = \frac{S_{base}^{3\phi}}{{V_{base}^{ll}}^{2}}$$

Ejemplo 4

Este diagrama unifilar muestra una porción de un sistema de potencia con dos niveles de tensión. La relación de transformación del transformador es 13.8/230 kV donde la Zona A es el lado de baja tensión.



Determine los valores base en Zona A y Zona B.

Solución:

A menos que se especifique lo contrario, la potencia base se escogerá como $S_{base}^{3\phi} = 100\,MVA$ y la tensión base para zona A se escoge como la tensión nominal en esa zona.

ZONA A:

$$S_{base}^{3\phi} = 100\,MVA \qquad V_{base}^{ll} = 13.8\,kV$$

$$I_{base}^{l} = \frac{S_{base}^{3\phi}}{\sqrt{3}V_{base}^{ll}} = \frac{100\,MVA}{\sqrt{3}\cdot 13.8\,kV} = 4.1837\,kA$$

$$Z_{base} = \frac{{V_{base}^{ll}}^{2}}{S_{base}^{3\phi}} = 1.9044\,\Omega \qquad Y_{base} = \frac{1}{Z_{base}} = 0.5251\,S$$

ZONA B:

$$S_{base}^{3\phi} = 100\ MVA$$

La tensión base en esta zona sale a partir de la definición de la tensión base en zona A y la relación de transformación:

$$V_{base}^{ll} = \frac{230}{13.8} 13.8\ kV = 230\ kV$$

$$I_{base}^{l} = \frac{S_{base}^{3\phi}}{\sqrt{3} V_{base}^{ll}} = \frac{100\ MVA}{\sqrt{3} \cdot 230\ kV} = 251.02\ A$$

$$Z_{base} = \frac{{V_{base}^{ll}}^2}{S_{base}^{3\phi}} = 529\ \Omega \qquad Y_{base} = \frac{1}{Z_{base}} = 0.0019\ S$$

Ejemplo 5 (cont. 4)

a) Calcule la corriente en p.u. de la línea 1-2 si sabe que la corriente que circula por esa línea es 315 A.

b) Determine los parámetros en pu de la línea 3-4 si sabe que los valores naturales son:

$$Z = 0.09 + j1.4\ \Omega \text{ y } B_s = 98\ \mu S$$

c) Calcule la potencia generada de G2 en p.u.

d) Calcule la potencia demandada en la barra 3 en p.u.

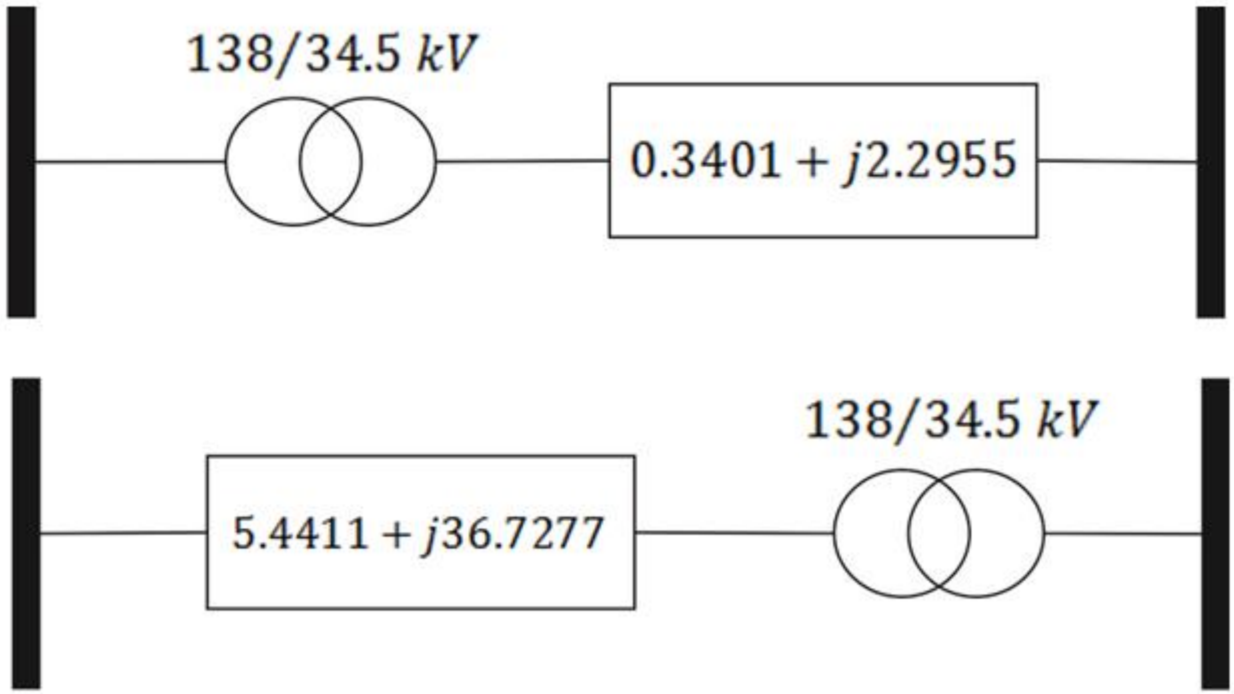
Impedancias en base propia

Las impedancias dadas por los valores de placa están dadas en base propia.

Las bases utilizadas por lo general son la tensión del primario de línea (en el caso de sistema trifásico) y la potencia aparente nominal del equipo.

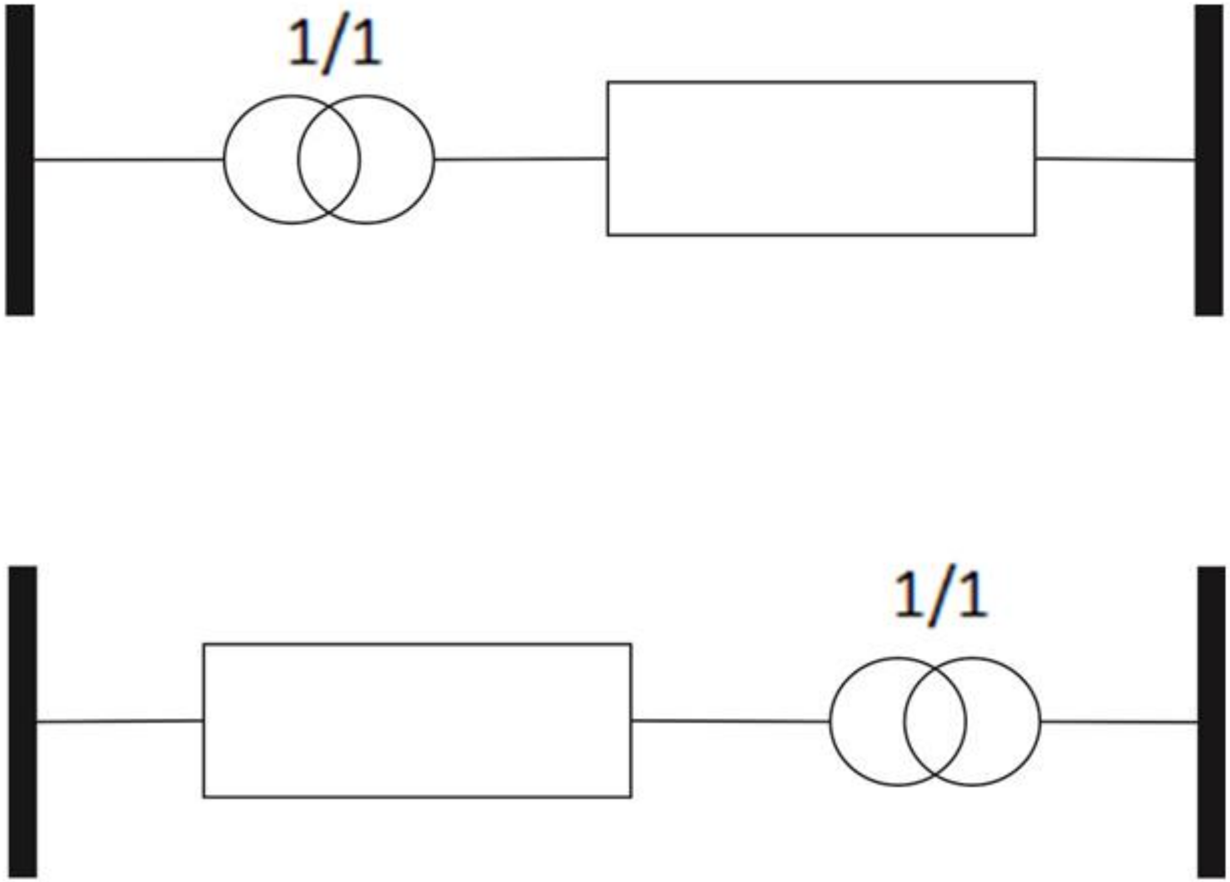
Ejemplo 6

Un transformador trifásico de 70 MVA, 138/ 34.5 kV se modeló por medio de un transformador ideal en serie con su impedancia en Ω. La Figura muestra la impedancia referida al lado de alta y de baja tensión.



Calcule la impedancia base en ambos lados del transformador trifásico utilizando la potencia nominal del transformador como $S_{base}^{3\phi}$.

Calcule las impedancias referidas al lado de baja y de alta en p.u. (en base propia)



Modelo de transformador con impedancia en pu referido al lado de baja y alta tensión

Impedancias en porcentaje

Los valores de impedancia en p.u. se pueden brindar en porcentaje, únicamente se debe multiplicar el p.u. por 100.

Para cálculos, se debe pasar los porcentajes a p.u. puro.

Cambio de bases en sistema en p.u.

Las impedancias de generadores, motores y transformadores están dadas en la base propia (usan la potencia nominal del equipo como $S_{base}^{3\phi}$). Sin embargo, todas las variables deben ser expresadas en una base consistente.

- La misma base para todo el sistema
- La misma base de tensión para todos los componentes en un mismo nivel de tensión

Necesitamos una fórmula que nos permita pasar de una base vieja (OLD) a una nueva base (NEW).

$$X_{pu}^{NEW} = X_{pu}^{OLD} \frac{X_{base}^{OLD}}{X_{base}^{NEW}}$$

Por ejemplo, la potencia de salida de un generador de 60 MVA es 0.85 pu en base propia (OLD). Para determinar la misma potencia en pu pero en la base del sistema de 100 MVA (NEW):

$$P_{pu}^{NEW} = 0.85\,\frac{60\;MVA}{100\;MVA} = \;0.5100\;pu$$

Lo más común es cambiar impedancias de una base a otra, para este caso la conversión de una base a otra será:

$$Z_{pu}^{NEW} = Z_{pu}^{OLD}\,\frac{Z_{base}^{OLD}}{Z_{base}^{NEW}}$$

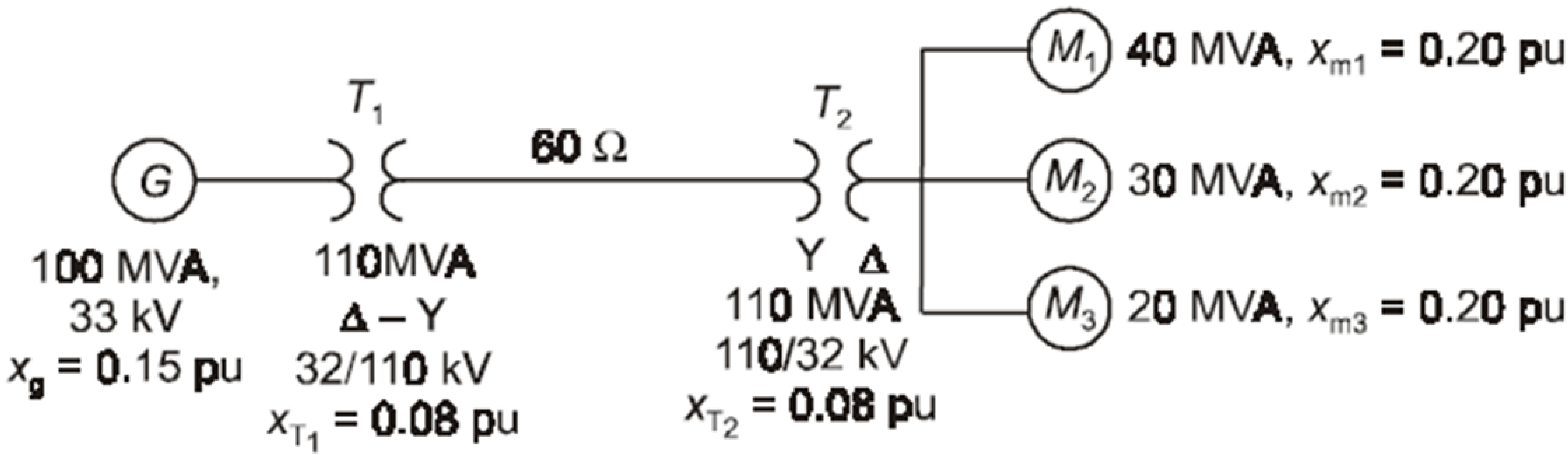
$$Z_{pu}^{NEW} = Z_{pu}^{OLD}\,\frac{\dfrac{{V_{base}^{OLD}}^{2}}{S_{base}^{OLD}}}{\dfrac{{V_{base}^{NEW}}^{2}}{S_{base}^{NEW}}} = Z_{pu}^{OLD}\,\frac{S_{base}^{NEW}}{S_{base}^{OLD}}\left(\frac{V_{base}^{OLD}}{V_{base}^{NEW}}\right)^{2}$$

En la mayoría de los casos tenemos que $V_{base}^{OLD} = V_{base}^{NEW}$ *porque casi siempre* la tensión nominal de los equipos coincide con la tensión nominal de la zona donde estos se encuentran. Por lo tanto la conversión se simplificaría a:

$$Z_{pu}^{NEW} = Z_{pu}^{OLD} \frac{S_{base}^{NEW}}{S_{base}^{OLD}}$$

Ejemplo 7

Un generador trifásico de 100 MVA y 33 kV alimenta tres motores a través de una línea de transmisión y dos transformadores, como se muestra en la figura. Los motores tienen una tensión nominal de 30 kV.



Calcule todos los valores en p.u. en una base común.

Solución:

El primer paso es calcular los valores base en la zona de generación, transmisión y carga.

Generación:

$$S_{base}^{3\phi} = 100\ MVA \qquad V_{base}^{gen} = 33\ kV$$

Transmisión:

$$S_{base}^{3\phi} = 100\ MVA \qquad V_{base}^{trans} = \frac{110}{32} 33\ kV = 113.43\ kV$$

$$Z_{base}^{tr} = \frac{113.43^2}{100} = 128.66\ \Omega$$

Motores:

$$S_{base}^{3\phi} = 100\ MVA \qquad V_{base}^{mot} = \frac{32}{110} 113.43\ kV = 33\ kV$$

Impedancias en base común

La reactancia del generador se encuentra en la base propia que también es la base de la zona de generación, entonces no se debe realizar ningún cambio:

$X_g = 0.15\, pu$ en la base común del sistema.

La reactancia de los transformadores T1 y T2 está dado en base propia y debe pasar a la base del sistema:

$$X_{T1}^{NEW} = X_{T1}^{OLD} \frac{S_{base}^{NEW}}{S_{base}^{OLD}} \left(\frac{V_{base}^{OLD}}{V_{base}^{NEW}} \right)^2 = 0.08 \frac{100}{110} \left(\frac{32}{33} \right)^2 = 0.0684\, pu$$

$$X_{T2}^{NEW} = X_{T2}^{OLD} \frac{S_{base}^{NEW}}{S_{base}^{OLD}} \left(\frac{V_{base}^{OLD}}{V_{base}^{NEW}} \right)^2 = 0.08 \frac{100}{110} \left(\frac{110}{113.43} \right)^2 = 0.0684\, pu$$

La reactancia de la línea se debe pasar a p.u:

$$X_{line} = \frac{60}{128.66} = 0.4663\ pu$$

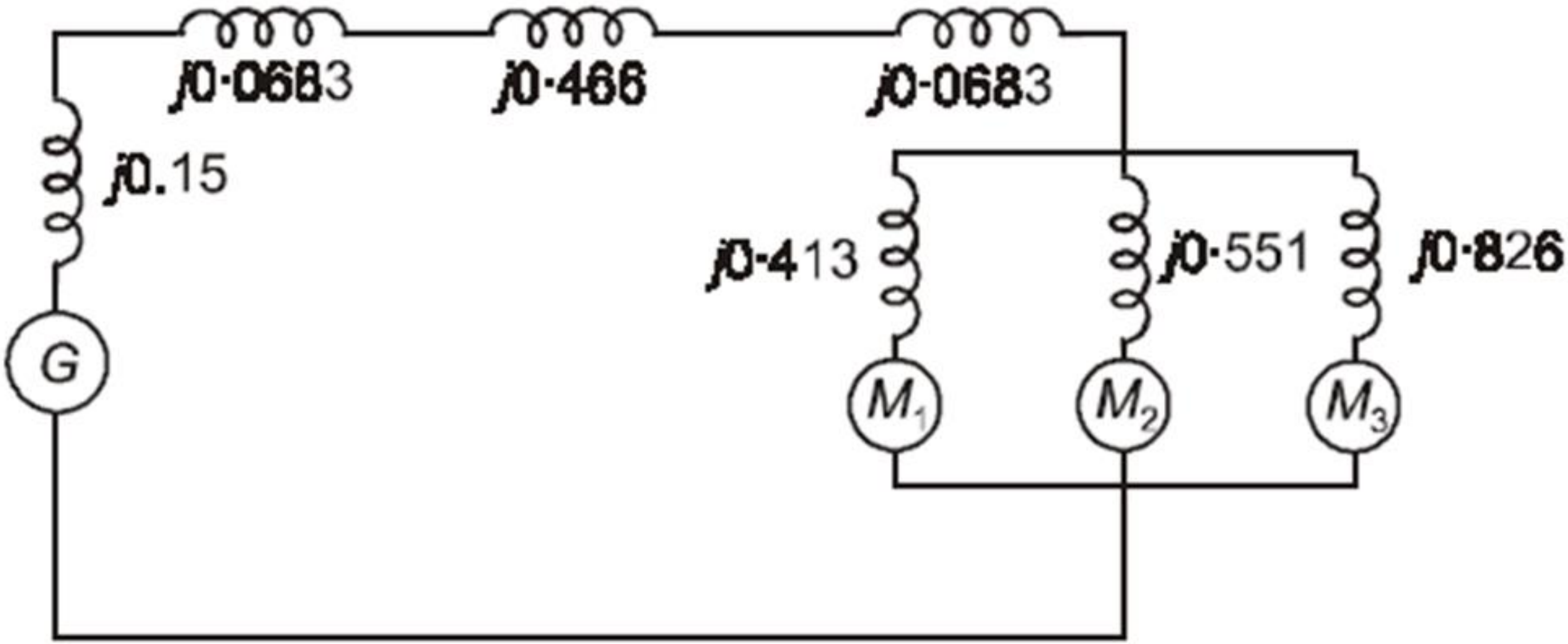
Finalmente las reactancias del motor en la base del sistema son:

$$X_{m1}^{NEW} = X_{m1}^{OLD} \frac{S_{base}^{NEW}}{S_{base}^{OLD}} \left(\frac{V_{base}^{OLD}}{V_{base}^{NEW}} \right)^2 = 0.2\, \frac{100}{40} \left(\frac{30}{33} \right)^2 = 0.4132\ pu$$

$$X_{m2}^{NEW} = X_{m2}^{OLD} \frac{S_{base}^{NEW}}{S_{base}^{OLD}} \left(\frac{V_{base}^{OLD}}{V_{base}^{NEW}} \right)^2 = 0.2\, \frac{100}{30} \left(\frac{30}{33} \right)^2 = 0.5510\ pu$$

$$X_{m3}^{NEW} = X_{m3}^{OLD} \frac{S_{base}^{NEW}}{S_{base}^{OLD}} \left(\frac{V_{base}^{OLD}}{V_{base}^{NEW}} \right)^2 = 0.2\, \frac{100}{20} \left(\frac{30}{33} \right)^2 = 0.8264\ pu$$

La representación en p.u del sistema mostrado en la figura es:



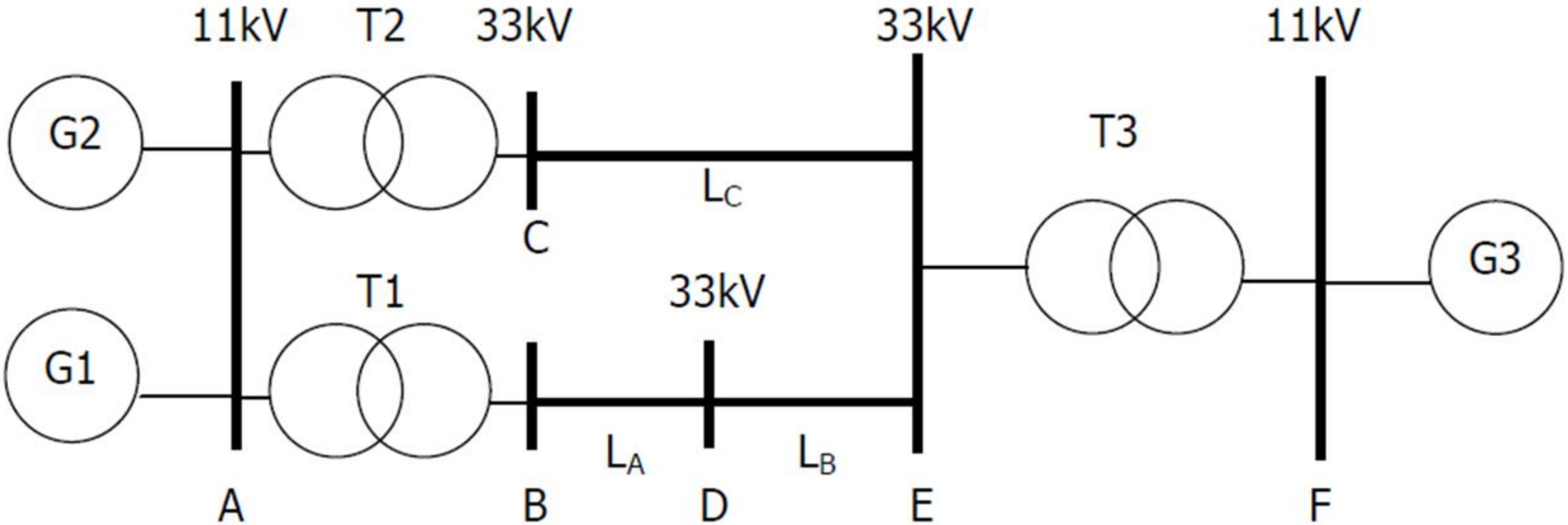
Ejemplo 8

Convierta todos los parámetros del sistema a la base común de $S_{base}^{3\phi} = 100\ MVA.$

Generator 1: $X_{G1}'' = 10\%$, $S_{G1} = 50$ MVA
Generator 2: $X_{G2}'' = 6\%$, $S_{G2} = 25$ MVA
Generator 3: $X_{G3}'' = 0.18$ pu, $S_{G3} = 75$ MVA

Transformer 1: $X_{T1} = 0.015$ pu, 11 kV/33 kV, $S_{T1} = 25$ MVA
Transformer 2: $X_{T2} = 0.02$ pu, 11 kV/33 kV, $S_{T2} = 25$ MVA
Transformer 3: $X_{T3} = 0.08$ pu, 11 kV/33 kV, $S_{T3} = 100$ MVA

Line A: $X_{LA} = 3.267\ \Omega$
Line B: $X_{LB} = 3.267\ \Omega$
Line C: $X_{LC} = 7.841\ \Omega$


11kV
T2
33kV
33kV
11kV
G2
T3
LC
C
G3
T1
33kV
G1
LA
LB
A
B
D
E
F

Selección de valores base:

Zona de generación de G1 y G2:

$$S_{base}^{3\phi} = 100\ MVA \qquad V_{base}^{ll} = 11\ kV$$

Zona de transmisión:

$$S_{base}^{3\phi} = 100\ MVA \qquad V_{base}^{ll} = \frac{33}{11} 11\ kV = 33\ kV$$

$$Z_{base} = \frac{33^2}{100} = 10.89\ \Omega$$

Zona de generación G3:

$$S_{base}^{3\phi} = 100\ MVA \qquad V_{base}^{ll} = \frac{11}{33} 33\ kV = 11\ kV$$

Impedancias en base común

$$X_{g1} = 0.10\frac{100}{50} = 0.200\ pu \qquad X_{g2} = 0.06\frac{100}{25} = 0.240\ pu$$

$$X_{T1} = 0.015\frac{100}{25} = 0.060\ pu \qquad X_{T2} = 0.02\frac{100}{25} = 0.080\ pu$$

$$X_{T3} = 0.080\ pu$$

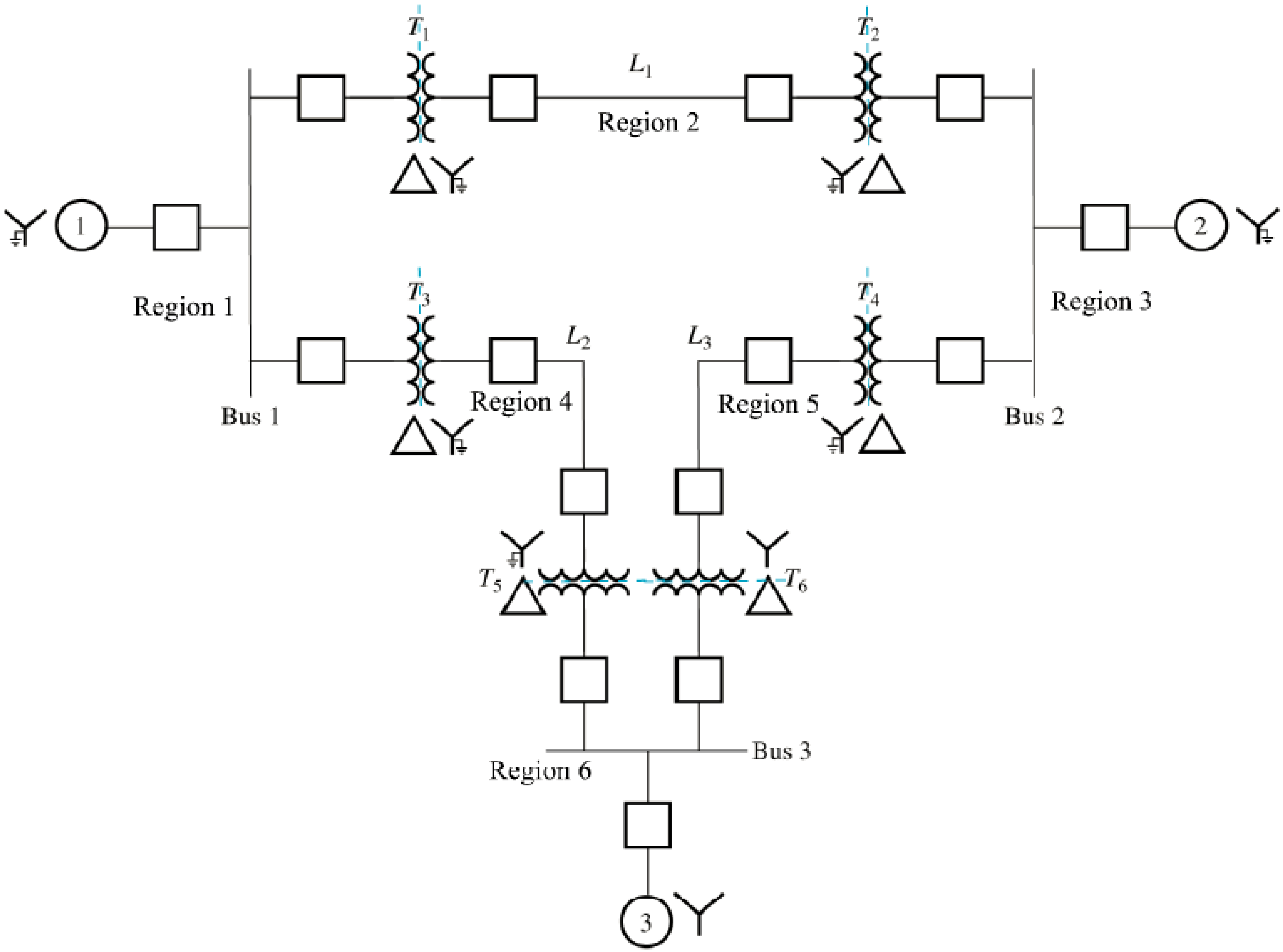
$$X_{LA} = \frac{3.267}{10.89} = 0.300\ pu \qquad X_{LB} = \frac{3.267}{10.89} = 0.300\ pu$$

$$X_{LC} = \frac{7.841}{10.89} = 0.720\ pu \qquad X_{g3} = 0.18\frac{100}{75} = 0.240\ pu$$

Ejemplo 9

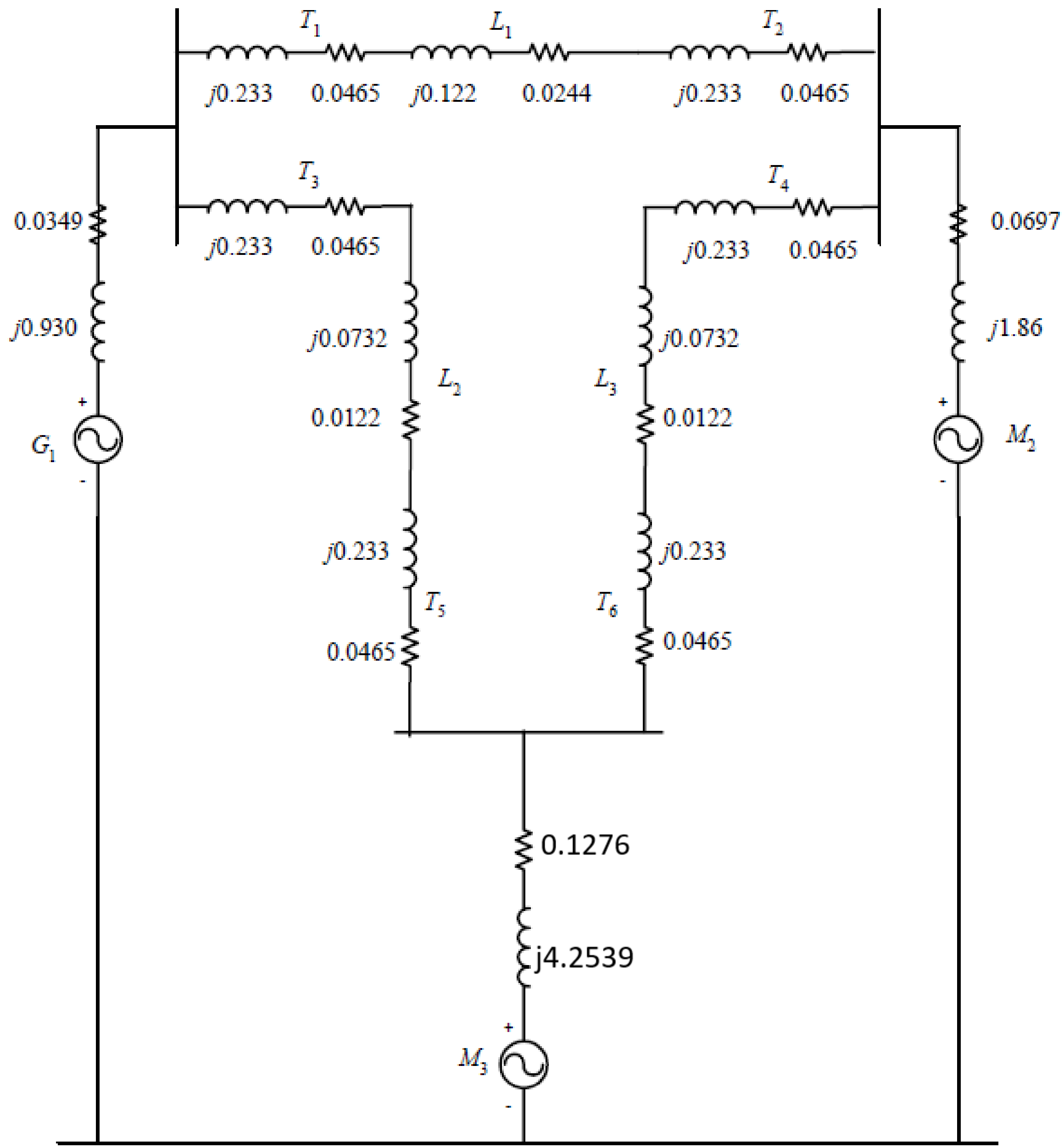
El sistema de potencia mostrado en la Figura tiene los siguientes parámetros en base propia:

Synchronous Generator 1:	40 MVA, 13.8 kV, $R = 3\%$, $X_S = 80\%$
Synchronous Motor 2:	20 MVA, 13.8 kV, $R = 3\%$, $X_S = 80\%$
Synchronous Motor 3:	10 MVA, 13.2 kV, $R = 3\%$, $X_S = 100\%$
Y-Δ Transformers:	20 MVA, 13.8/138 kV, $R = 2\%$, $X = 10\%$
Line 1:	$R = 10\ \Omega$, $X = 50\ \Omega$
Line 2:	$R = 5\ \Omega$, $X = 30\ \Omega$
Line 3:	$R = 5\ \Omega$, $X = 30\ \Omega$



T_1
L_1
T_2
Region 2
1
2
Region 1
Region 3
T_3
T_4
L_2
L_3
Region 4
Region 5
Bus 1
Bus 2
T_5
T_6
Bus 3
Region 6
3

La base del sistema es $S_{base}^{3\phi} = 40\ MVA$ y la tensión base en la Región 2 es 128 kV. Sabiendo esto, demuestre que la representación del sistema de potencia en impedancias en p.u. es tal como se muestra a continuación.



T_1
L_1
T_2
j0.233
0.0465
j0.122
0.0244
j0.233
0.0465
T_3
T_4
0.0349
j0.233
0.0465
j0.233
0.0465
0.0697
j0.930
j0.0732
j0.0732
j1.86
L_2
L_3
0.0122
0.0122
G_1
M_2
j0.233
j0.233
T_5
T_6
0.0465
0.0465
0.1276
j4.2539
M_3

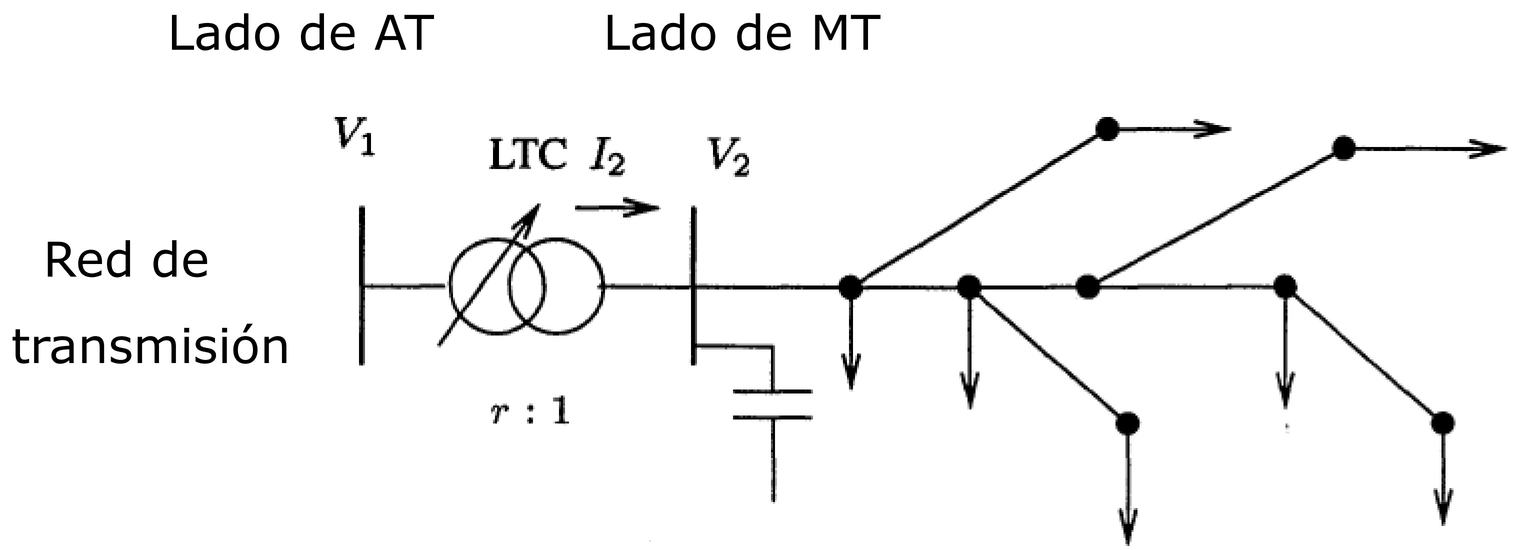
El transformador con derivaciones

- Para contrarrestar caídas de tensión significativas, se construyen transformadores que pueden modificar su relación de transformación para ajustar el valor deseado.
- Los taps se ubican en espiras específicas del devanado, donde se pone una terminal accesible para conectar el circuito, y con ello modificar la relación de transformación efectiva.
- Por lo general se ubican en el devanado de alta tensión de los transformadores.

Cambiador de derivación bajo carga

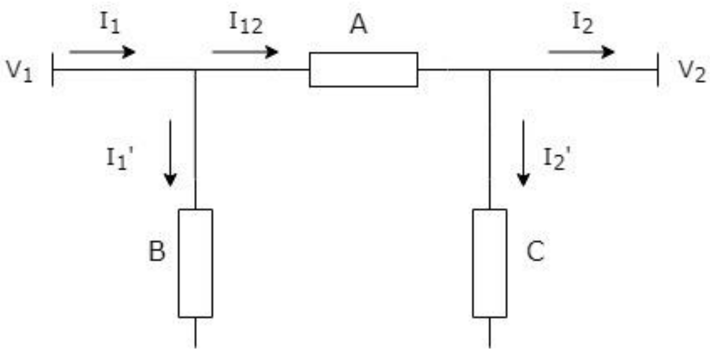
LTC por sus siglas en inglés

- El LTC controla la tensión V_2 (en el lado de carga) por medio de cambios en la relación de vueltas r.



Modelo PI de transformador con tap fuera de posición nominal

Se define el siguiente circuito donde A, B, C son admitancias:



Mediante leyes de Kirchoff se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{I}_{12}/A$$

$$\bar{I}_{12} = (\bar{V}_1 - \bar{V}_2) \cdot A$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_1' + \bar{I}_{12}$$

$$\bar{I}_1 = \bar{V}_1 B + (\bar{V}_1 - \bar{V}_2)A$$

$$\bar{I}_1 = (A+B)\bar{V}_1 - A\bar{V}_2 \quad (**)$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{12} - \bar{I}_2'$$

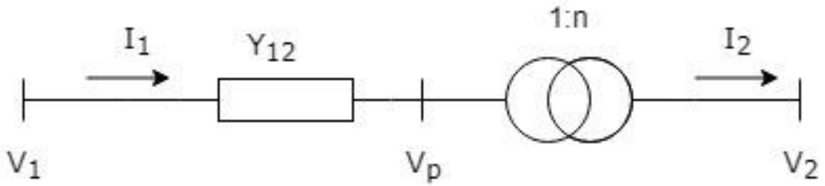
$$\bar{I}_2 = (\bar{V}_1 - \bar{V}_2)A - \bar{V}_2 C$$

$$\bar{I}_2 + (A+C)\bar{V}_2 = A\bar{V}_1$$

$$\bar{V}_1 = \frac{(A+C)}{A} \cdot \bar{V}_2 + \frac{1}{A} \cdot \bar{I}_2 \quad (*)$$

Modelo PI de transformador con tap fuera de posición nominal

Por otra parte, se tiene el siguiente modelo equivalente del transformador:



Con $n = N_2 / N_1 = V_2 / V_p$

Mediante leyes de Kirchoff y con la relación de transformación se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\bar{V}_p = \frac{N_1}{N_2} \cdot \bar{V}_2 = \frac{1}{n} \cdot \bar{V}_2$$

$$\bar{I}_1 = n\bar{I}_2$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_p + \frac{\bar{I}_1}{\bar{Y}_{12}} = \frac{\bar{V}_2}{n} + \frac{\bar{I}_1}{\bar{Y}_{12}}$$

$$\boxed{\bar{V}_1 = \frac{1}{n} \cdot \bar{V}_2 + \frac{n}{\bar{Y}_{12}} \cdot \bar{I}_2 \qquad (\blacksquare)}$$

Sustituyendo $\bar{I}_1 = n\bar{I}_2$ en $(\blacksquare)$

$$\frac{\bar{I}_1}{\bar{Y}_{12}} = \bar{V}_1 - \frac{\bar{V}_2}{n}$$

$$\boxed{\bar{I}_1 = \bar{Y}_{12} \cdot \bar{V}_1 - \frac{\bar{Y}_{12}}{n} \cdot \bar{V}_2 \qquad (\blacksquare\,\blacksquare)}$$

Modelo PI de transformador con tap fuera de posición nominal

$$\bar{V}_1 = \frac{(A+C)}{A}\cdot\bar{V}_2 + \frac{1}{A}\cdot\bar{I}_2 \quad (*)$$

$$\bar{I}_1 = (A+B)\bar{V}_1 - A\bar{V}_2 \quad (**)$$

$$\bar{V}_1 = \frac{1}{n}\cdot\bar{V}_2 + \frac{n}{\bar{Y}_{12}}\cdot\bar{I}_2 \quad (▪)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{Y}_{12}\cdot\bar{V}_1 - \frac{\bar{Y}_{12}}{n}\cdot\bar{V}_2 \quad (▪▪)$$

Al comparar las ecuaciones (**) y (▪▪) se observa que tienen la misma estructura por lo que:

$$A + B = \bar{Y}_{12} \qquad \boxed{A = \frac{\bar{Y}_{12}}{n}} \longrightarrow \frac{\bar{Y}_{12}}{n} + B = \bar{Y}_{12} \qquad \boxed{B = \frac{n-1}{n}\cdot\bar{Y}_{12}}$$

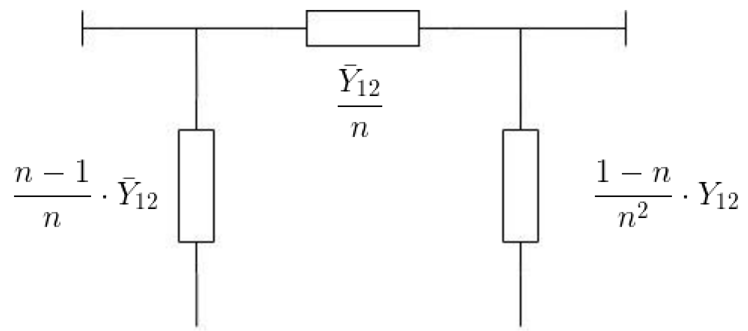
De igual forma, al comparar las ecuaciones

(*) y (▪) se obtiene:

$$\frac{A+C}{A} = \frac{1}{n} \qquad \text{con } A = \frac{\bar{Y}_{12}}{n} \longrightarrow \frac{\frac{Y_{12}}{n} + C}{\frac{Y_{12}}{n}} = \frac{1}{n}$$

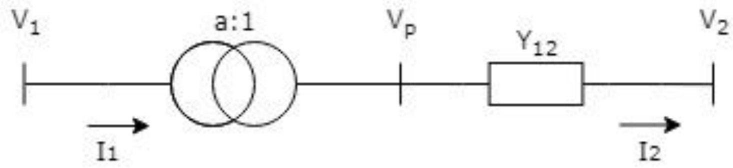
$$\longrightarrow \boxed{C = \frac{1-n}{n^2}\cdot Y_{12}}$$

Sustituyendo en el modelo PI:



Modelo PI de transformador con tap fuera de posición nominal

Ahora se considera el circuito equivalente del transformador:



Con $a = N_1 / N_2 = V_1 / V_P$

En este caso se obtienen las siguientes expresiones:

$$\bar{I}_2 = a\bar{I}_1$$

$$\bar{V}_1 = a\bar{V}_p$$

$$\bar{V}_p = \bar{V}_2 + \frac{\bar{I}_2}{\bar{Y}_{12}}$$

$$\boxed{\bar{V}_1 = a \cdot \bar{V}_2 + \frac{a}{\bar{Y}_{12}} \cdot \bar{I}_2 \quad (\bullet)}$$

De $(\bullet)$:

$$\bar{I}_1 = (\bar{V}_1 - a\bar{V}_2) \cdot \frac{\bar{Y}_{12}}{a^2}$$

$$\boxed{\bar{I}_1 = \frac{\bar{Y}_{12}}{a^2} \cdot \bar{V}_1 - \frac{\bar{Y}_{12}}{a} \cdot \bar{V}_2 \quad (\bullet\bullet)}$$

Modelo PI de transformador con tap fuera de posición nominal

Al comparar las ecuaciones (**) y (••) se obtiene:

$$\bar{V}_1 = \frac{(A+C)}{A}\cdot \bar{V}_2 + \frac{1}{A}\cdot \bar{I}_2 \quad (*)$$

$$\bar{I}_1 = (A+B)\bar{V}_1 - A\bar{V}_2 \quad (**)$$

$$\bar{V}_1 = a\cdot \bar{V}_2 + \frac{a}{\bar{Y}_{12}}\cdot \bar{I}_2 \quad (\bullet)$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{Y}_{12}}{a^2}\cdot \bar{V}_1 - \frac{\bar{Y}_{12}}{a}\cdot \bar{V}_2 \quad (\bullet\bullet)$$

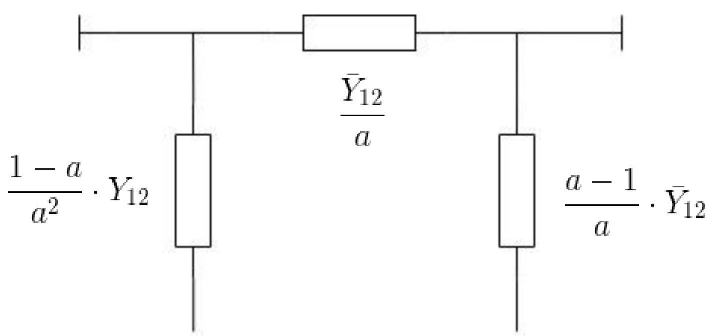
$$A + B = \frac{\bar{Y}_{12}}{a^2} \qquad \boxed{A = \frac{\bar{Y}_{12}}{a}} \quad \longrightarrow \quad B = \frac{\bar{Y}_{12}}{a^2} - \frac{\bar{Y}_{12}}{a} \qquad \boxed{B = \frac{1-a}{a^2}\cdot \bar{Y}_{12}}$$

Y al comparar las ecuaciones (*) y (•) :

$$\frac{A+C}{A} = a \quad \longrightarrow \quad C = (a-1)A \quad \text{con} \quad A = \frac{\bar{Y}_{12}}{a}$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{C = \frac{a-1}{a}\cdot \bar{Y}_{12}}$$

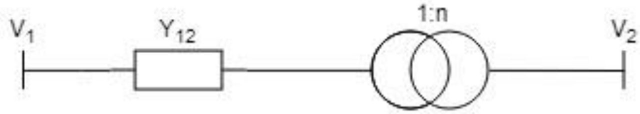
Sustituyendo en el modelo PI:



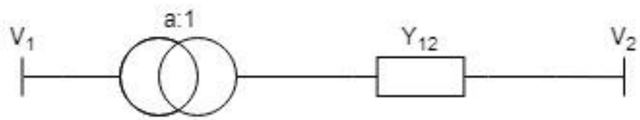
Modelo PI de transformador con tap fuera de posición nominal

Según la ubicación de la admitancia y la definición de la relación de transformación, se pueden presentar los siguientes casos de configuraciones del circuito equivalente:

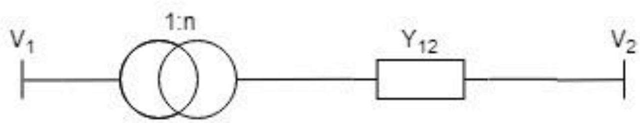
(1)



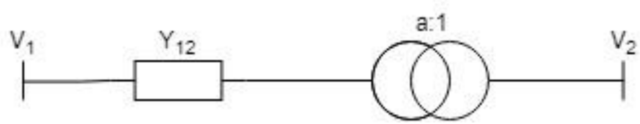
(2)



(3)



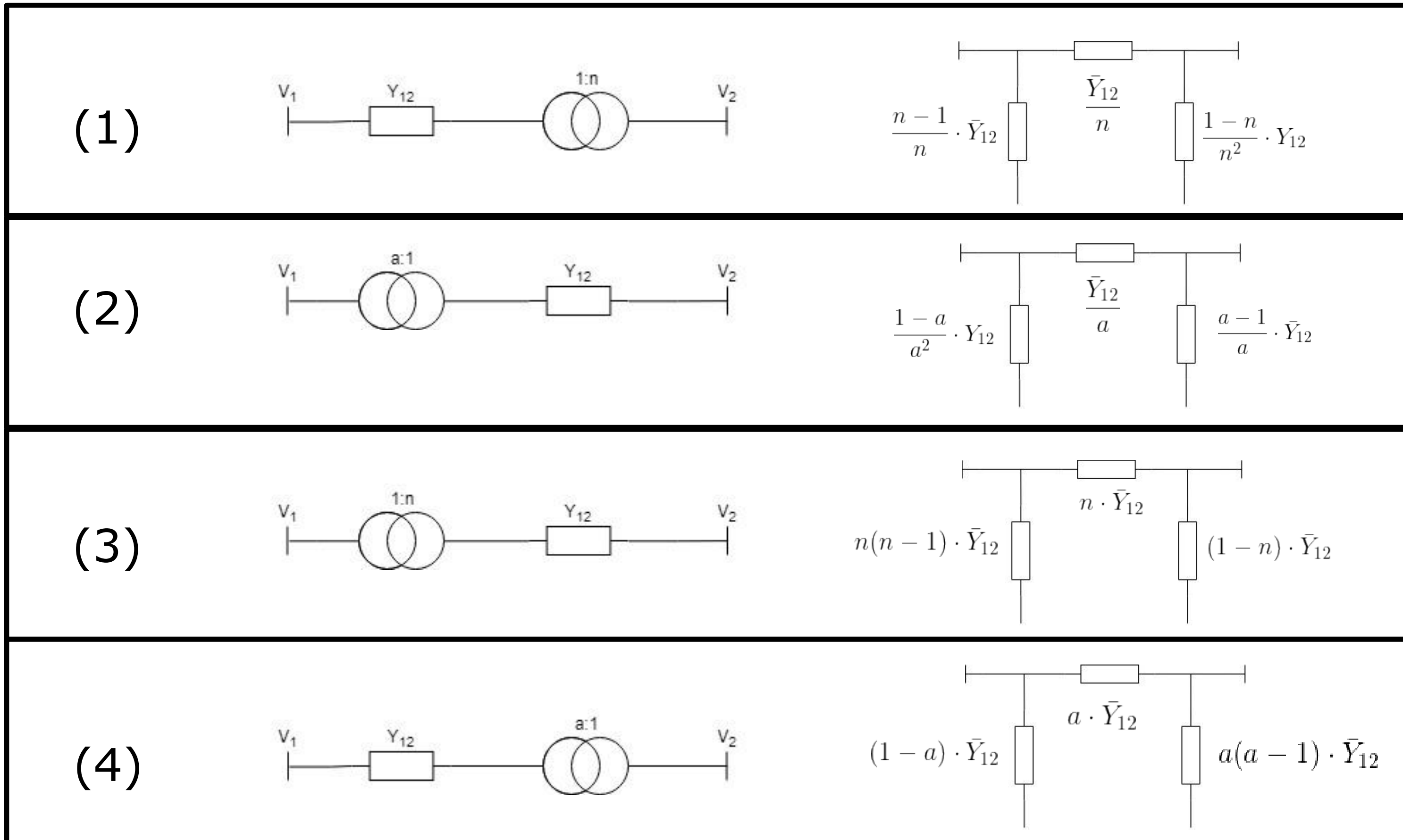
(4)



CONSIDERACIONES:

- n=N2/N1 y a=N1/N2 en pu
- Cada una de las opciones conlleva a un modelo pi particular.
- La admitancia en pu se calculó originalmente a partir de valores nominales de tap. Si se desea representar la admitancia del lado fuera del tap nominal, se requiere transformación de la admitancia por la relación de vueltas.

Modelo PI de transformador con tap fuera de posición nominal



Ejemplo 10

Un transformador elevador tiene una capacidad de 1000 MVA, 13.8 kV/ 345 kV con $Z_t = j0.10\ pu$ en base propia. El devanado de alta tensión tiene +/- 10% taps. Utilice las siguientes bases:

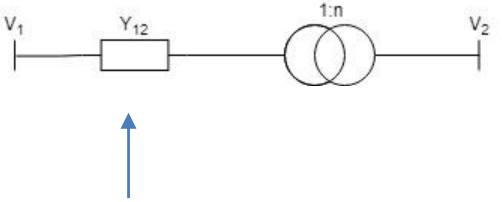
$$S_{base} = 500\ MVA, V_{baseXLL} = 13.8\ kV\ y\ V_{baseHLL} = 345\ kV$$

Determine el circuito pi (en admitancias) equivalente si se usa un tap de -10% (o sea, 310.5 kV)

Solución:

Primero se calcula la relación de transformación base:

$$n_B = \frac{V_{baseHLL}}{V_{baseXLL}} = \frac{345}{13.8}$$



De modo que n en pu será: $n = \frac{310.5/13.8}{n_B} = 0.90\ pu$

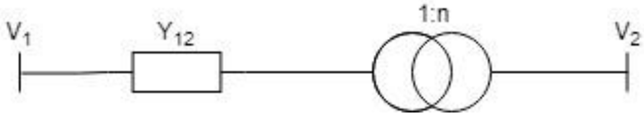
Admitancia en devanado con tap nom

Ejemplo 10

Ahora se calcula la impedancia Z_t en nueva base:

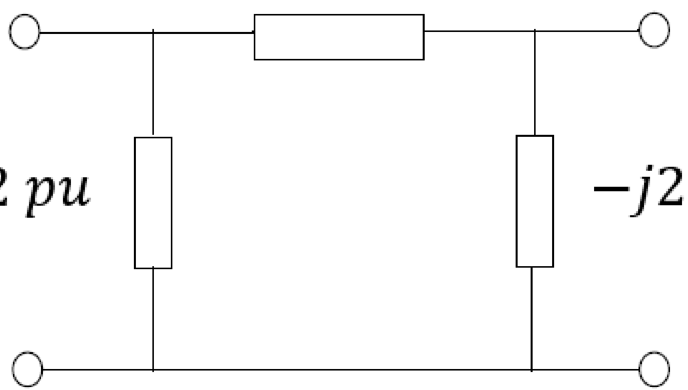
$$Z_t = (j0.10)\frac{500}{1000} = j0.05\,pu$$

$$Y_{12} = -j20\,pu$$



Por lo tanto:

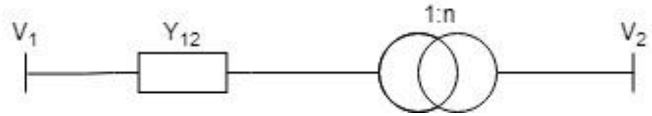
$$-j22.22\,pu$$



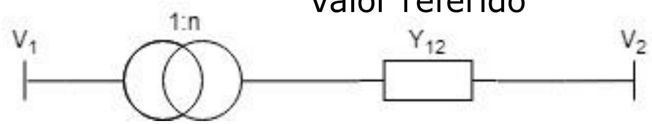
$$j2.222\,pu \qquad -j2.469\,pu$$

Ejemplo 11

Sabiendo que $Y_{12} = -j20\ pu$ y $n = 0.90$ en el modelo:



Determine el nuevo valor de Y_{12} si se refiere al otro lado del transformador:

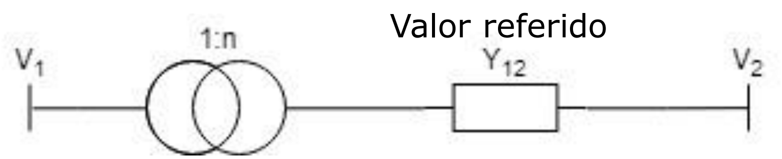


Sugerencia: Recuerde que $V_p/V_s = n_1/n_2 = 1/n$ y para las corrientes $I_1/I_2 = n_2/n_1 = n$.

R/: $Y_{12}^{r} = \frac{Y_{12}}{n^2} = -j24.6914\ pu$ (Valor referido)

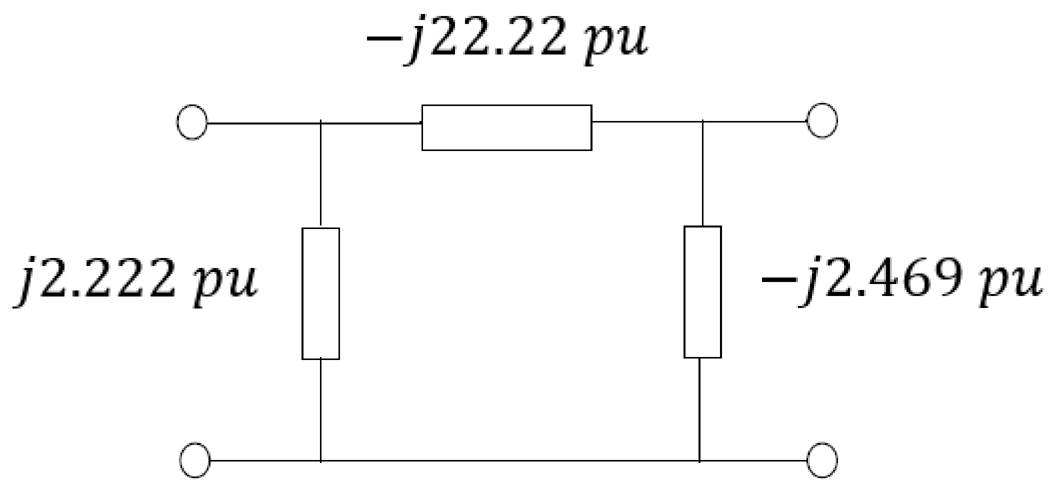
Ejemplo 12

Sabiendo que $Y_{12}^{r} = -j24.6914\ pu$ y $n = 0.90$ en el modelo:



Determine el modelo Pi de admitancias del transformador:

R/:

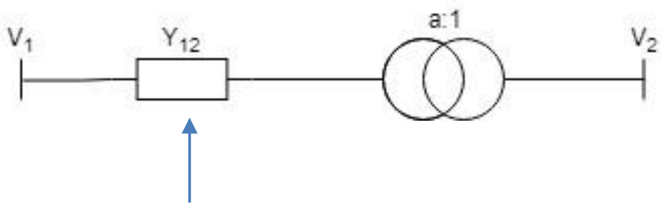


Ejemplo 13

Un transformador elevador tiene una capacidad de 1000 MVA, 13.8 kV/ 345 kV con $Z_t = j0.10\ pu$ en base propia. El devanado de alta tensión tiene +/- 10% taps. Utilice las siguientes bases:

$$S_{base} = 500\ MVA, V_{baseXLL} = 13.8\ kV\ y\ V_{baseHLL} = 345\ kV$$

Determine el circuito pi (en admitancias) equivalente si se usa un tap de -10% (o sea, 310.5 kV) y el modelo:

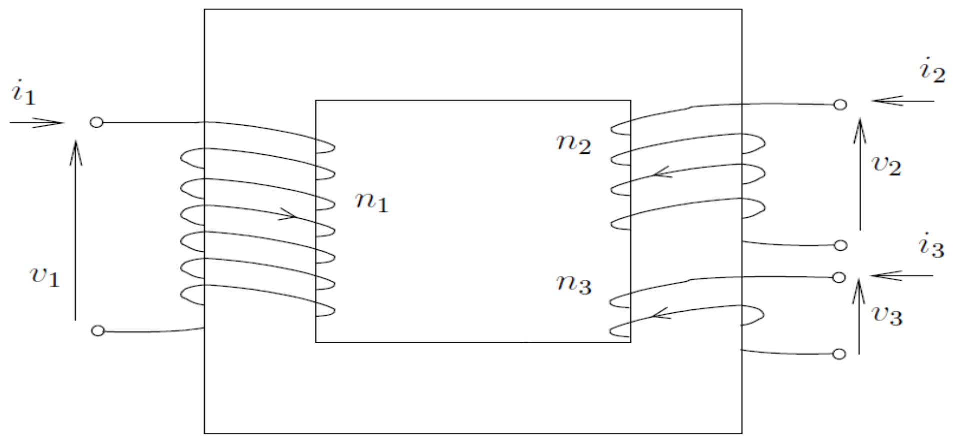


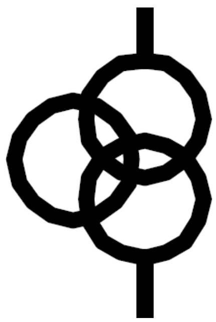
Admitancia en lado con tap nom

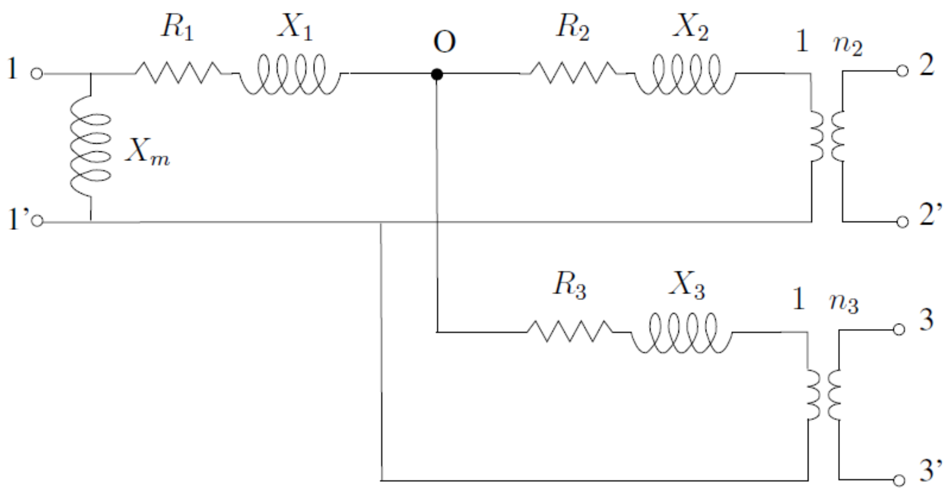
Transformadores trifásicos elevadores

Tensión Nominal [kV/Fase]		Potencia Nominal [MVA]		Grupo de Conexión	# Taps	Tap Max [kV]	Tap Min [kV]	Pérdidas en vacío [kW]	Datos de placa originales			
Baja	Alta	OA	FAO						X_1 (%)	Base [MVA]	X_0 (%)	Base [MVA]
13.8	138	70	82	YND1	6	155.25	134.55	60.0	8.32%	70.0	-	-
13.8	138	70	82	YND1	6	155.25	134.55	60.0	8.26%	70.0	-	-
13.8	138	70	82	YND1	6	155.25	134.55	60.0	8.32%	70.0	-	-
13.8	230	62	71	YND1	6	258.75	230	-	8.77%	62.0	-	-
13.8	230	62	71	YND1	6	258.75	230	-	8.75%	62.0	-	-
13.8	230	62	71	YND1	6	258.75	230	-	8.78%	62.0	-	-
13.8	138	16.8	31.4	YND1	5	144.9	131.1	-	7.25%	16.8	-	-
13.8	138	16.8	31.4	YND1	5	144.9	131.1	-	7.28%	16.8	-	-
13.8	138	40	46	YND1	7	155.3	134.6	-	8.3%	40.0	-	-
13.8	138	30	45	YNd1	6	151.8	134.55	19.0	10.0%	30.0	-	-
13.8	138	50	65	YNd1	7	155.25	134.55	-	10.3%	50.0	9.90%	50.0
13.8	138	50	65	YNd1	7	155.25	134.55	-	10.3%	50.0	-	-

El transformador de 3 devanados







El tercer devanado de menor potencia usado para:

- Alimentar auxiliares en subestación
- Conectar un reactor o capacitor de compensación
- Reducir desequilibrio entre primario y secundario

El transformador de 3 devanados

Cuando uno de los devanados se deja abierto, el transformador de 3 devanados (wdgs) se comporta como un trafo de 2 wdgs. A partir de 3 pruebas de cortocircuito se pueden obtener las 3 impedancias serie (de cortocircuito):

$Z_{12,pu} = Z_{1,pu} + Z_{2,pu}$ → impedancia serie de trafo medida desde wdg 1 con wdg 2 en corto y el wdg 3 abierto.

$Z_{13,pu} = Z_{1,pu} + Z_{3,pu}$ → impedancia serie de trafo medida desde wdg 1 con wdg 3 en corto y el wdg 2 abierto.

$Z_{23,pu} = Z_{2,pu} + Z_{3,pu}$ → impedancia serie de trafo medida desde wdg 2 con wdg 3 en corto y wdg 1 abierto.

Entonces,

$$Z_{1,pu} = \frac{1}{2}(Z_{12,pu} + Z_{13,pu} - Z_{23,pu})$$

$$Z_{2,pu} = \frac{1}{2}(Z_{12,pu} + Z_{23,pu} - Z_{13,pu})$$

$$Z_{3,pu} = \frac{1}{2}(Z_{13,pu} + Z_{23,pu} - Z_{12,pu})$$

El transformador de 3 devanados

Consideraciones adicionales:

- Cada devanado tiene su propia potencia nominal (base). Si las impedancia serie a partir de pruebas de cortocircuito están expresadas en pu basado en las potencias nominales de los devanados, estos datos deben ser convertidos a pu en una base común antes de ser usados en las ecuaciones:

$$Z_{2,pu} = \frac{1}{2}(Z_{12,pu} + Z_{23,pu} - Z_{13,pu})$$

$$Z_{1,pu} = \frac{1}{2}(Z_{12,pu} + Z_{13,pu} - Z_{23,pu})$$

$$Z_{3,pu} = \frac{1}{2}(Z_{13,pu} + Z_{23,pu} - Z_{12,pu})$$

Ejemplo 14

Considere un transformador de potencia de 3 devanados **Ynyn0d11** con tensiones 139/65/13,8 kV y potencias nominales de 40/40/13,33 MVA con Xps=12,62% (40 MVA), Xpt=6,41% (13,33 MVA) y Xst=1,7381% (13,33 MVA). Calcule las reactancias (en pu) de cada devanado en base de 100 MVA. Las resistencias son despreciables.

R/: $X_{p,pu}$ =0,3329 , $X_{s,pu}$ =-0,01749 y $X_{t,pu}$ =0,1478.

Transformadores trifásicos reductores

Tensión Nominal [kV]			Potencia Nominal [MVA]			Grupo de Conexión	# Taps	Tap Max [kV]	Tap Min [kV]	Pérdidas en vacío [kW]	Datos de placa originales					
Baja	Alta	Media	OA	FA	FAO						X_{am} (%)	Base [MVA]	X_{ab} (%)	Base [MVA]	X_{mb} (%)	Base [MVA]
13.8	138	34.5	45	60	75	Ynyn0d1	33	144.9	117.3	39.0	9.76%	45	5.55%	15	1.45%	15
13.8	138	34.5	45	60	75	YNyn0d1	33	144.9	117.3	37.0	16.14%	75	9.38%	25	2.47%	25
13.8	138	34.5	20	-	30	YNyn0d1	33	144.9	117.3	-	11.89%	30	6.40%	10.00	1.61%	10.00
24.9	138	34.5	30	-	45	YNyn0d1	33	144.9	117.3	22.5	10.34%	30	5.21%	10	1.43%	10
13.8	230	34.5	20	-	30	Ynyn0d1	33	241.5	195.5	-	7.98%	20	3.76%	6.7	0.86%	6.7
13.8	230	34.5	30	55	45	YNyn0d1	25	241.5	207	-	11.10%	30	5.63%	10.0	1.31%	10.0
13.8	230	34.5	30	55	45	YNyn0d1	25	241.5	207	-	11.10%	30	5.60%	10.0	1.30%	10.0