

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

IE-0365 Transmisión de Potencia

Presentación #6

Dr. Gustavo Valverde Mora
Profesor Catedrático

gustavo.valverde@ucr.ac.cr

¿Qué son fallas?

Es el fallo del material aislante que separa dos objetos con una diferencia de potencial.

Tipos de materiales aislantes:

- Aire
- Gas (SF_6)
- Cerámica, vidrio (aisladores y bushings)
- Aceite (en transformadores y cables)
- Papel (en cables viejos)
- Polímeros (en cables nuevos y cadena de aisladores)

¿Qué causa las fallas?

- Descargas atmosféricas
- Contacto entre conductores desnudos
- Movimiento de conductores
- Defectos en material aislante (envejecimiento del material, contaminación de aceite)
- Daño a material aislante (temperatura alta)
- Daños a aislantes sólidos (vandalismo)

Tipos de falla

Fallas balanceadas

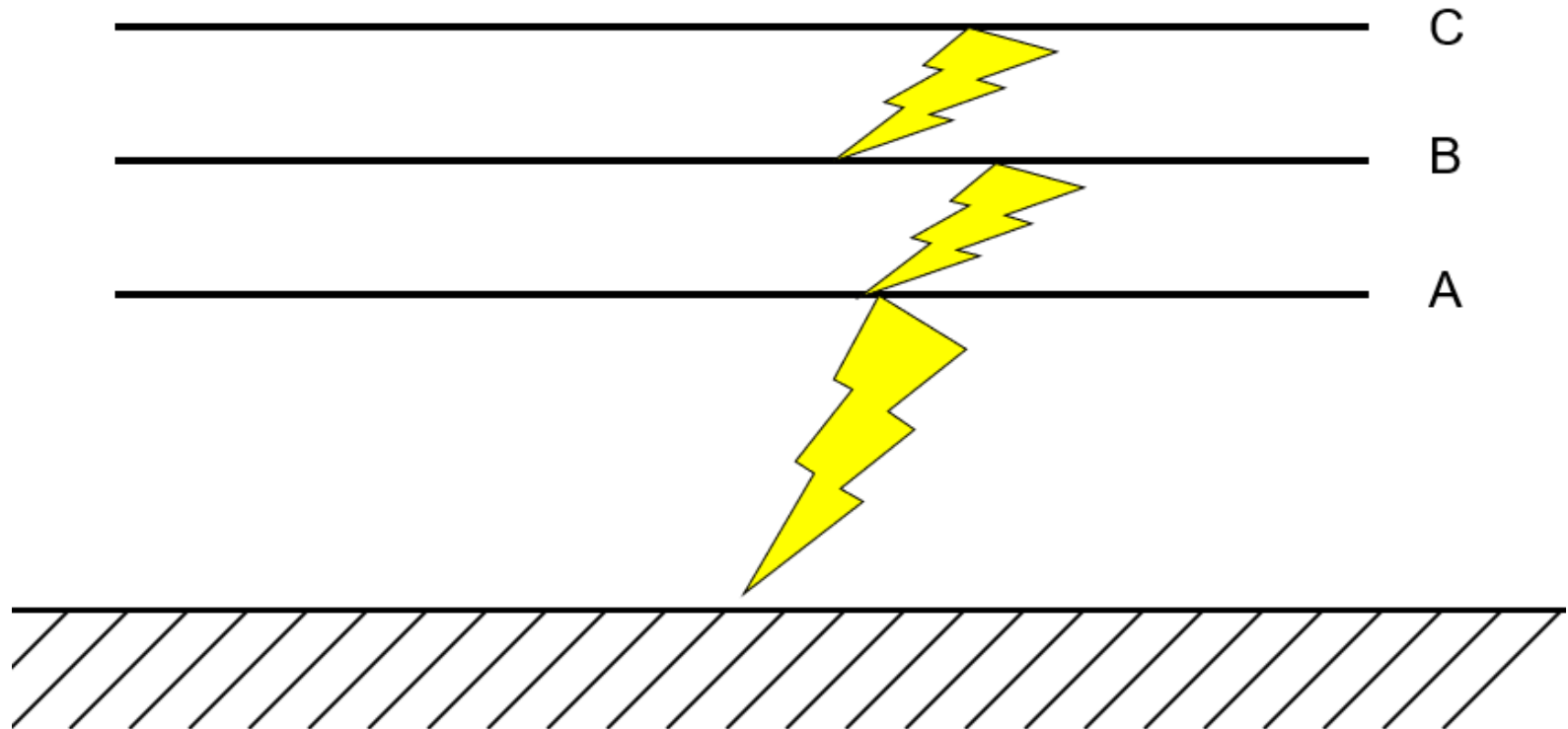
- Todas las fases se afectan de igual forma
- La simetría del sistema no se ve afectada
- Puede estudiarse como si existiese una sola fase

Fallas desbalanceadas:

- No todas las fases se afectan de igual forma
- La simetría del sistema se ve afectada
- El cálculo de las corrientes de falla requieren un tratamiento especial

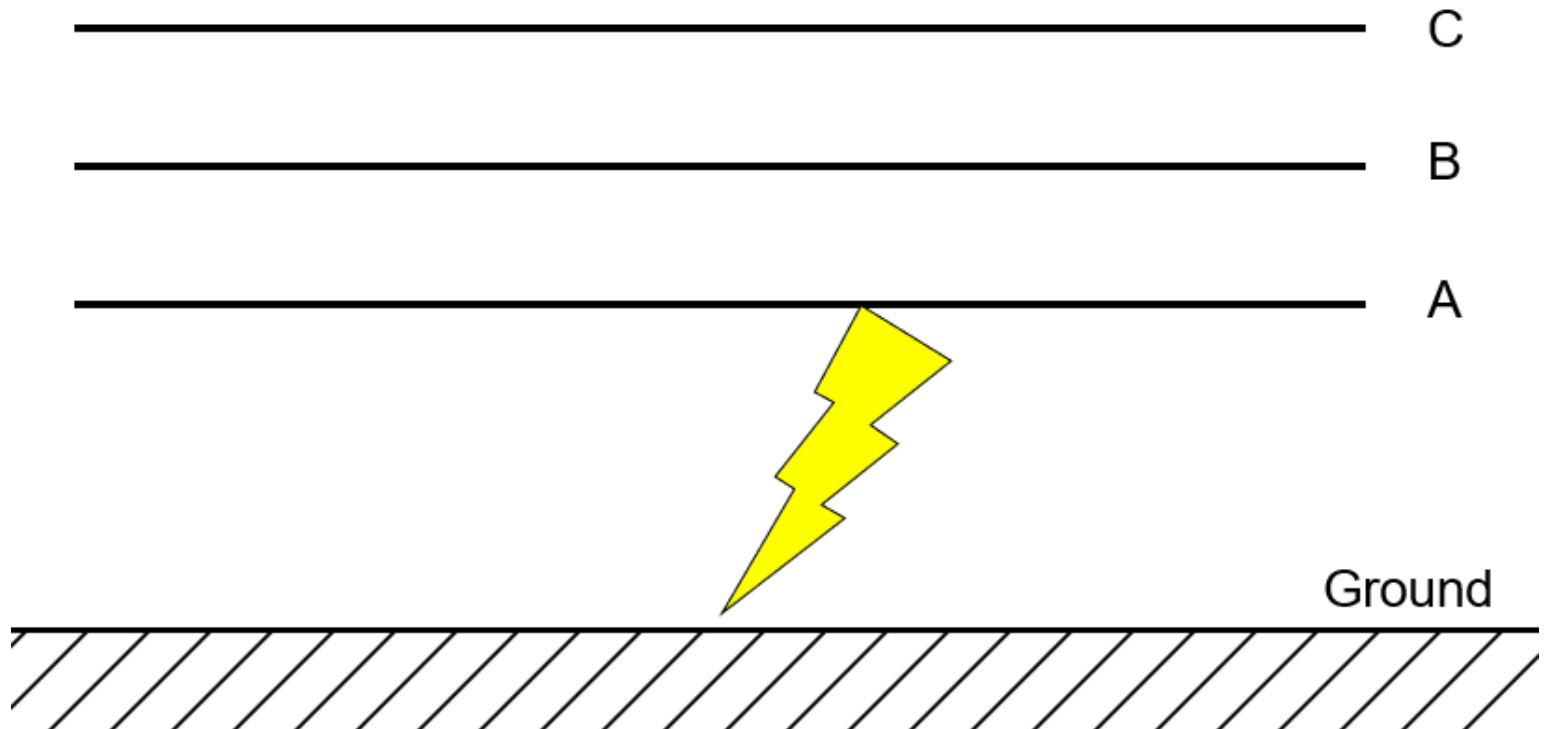
Tipos de falla

- Falla trifásica a tierra (balanceada)



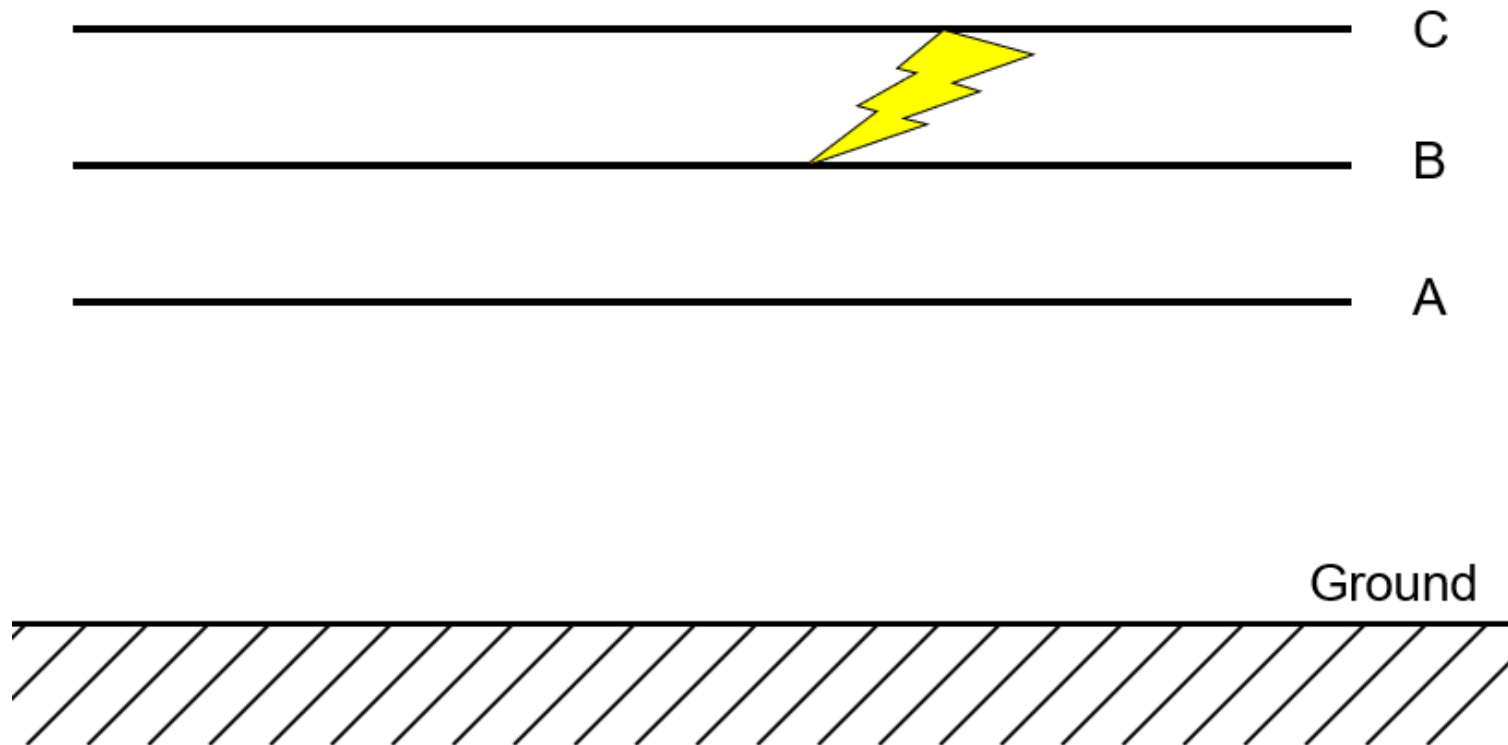
Tipos de falla

- Falla monofásica a tierra (desbalanceada)



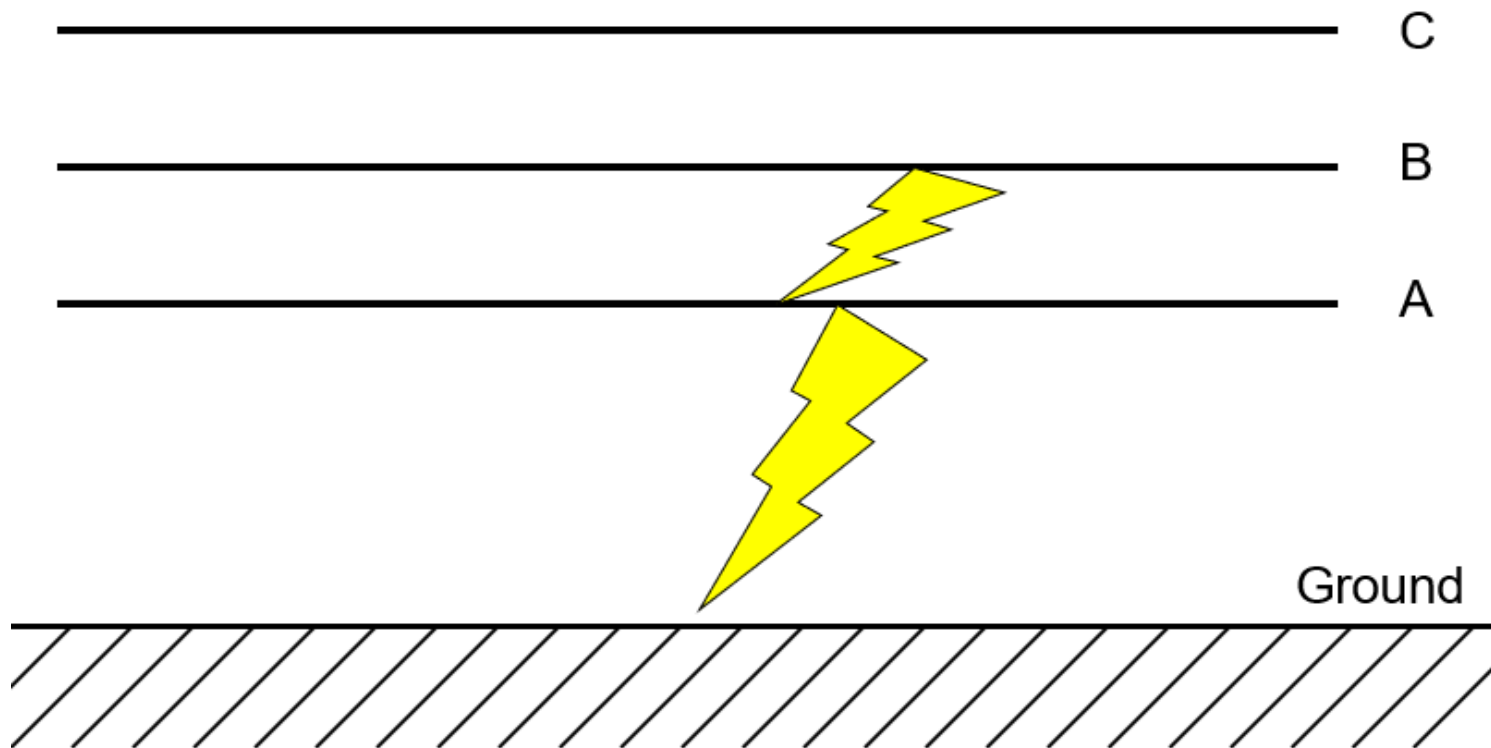
Tipos de falla

- Falla línea a línea (desbalanceada)



Tipos de falla

- Falla línea-línea a tierra (desbalanceada)



¿Para qué se estudian fallas?

Cálculo de capacidad de interruptores

- Debe interrumpirse la falla lo más pronto posible
- Falla del interruptor conlleva a problemas aún mayores

Diseño del sistema de protección

- ¿La falla es lo suficientemente grande para ser detectada?
- Fallas que no se detectan son un peligro de seguridad.

Revisión de estabilidad del sistema

Calidad de la energía

- Las fallas crean huecos de tensión en la red

El sistema debe continuar su operación aún en condiciones anormales.

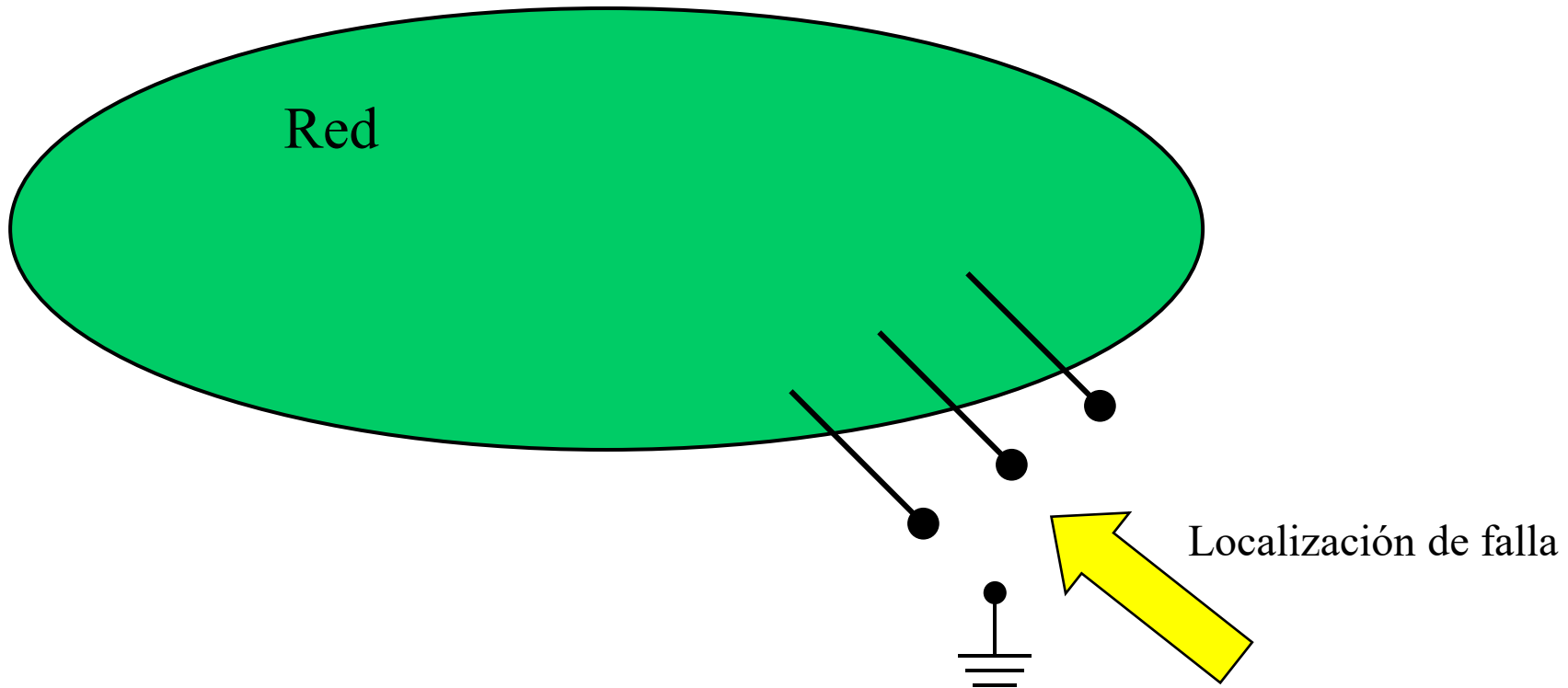
¿Cuál es la frecuencia de las fallas y cuales son más severas?

1. Monofásica a tierra	~ 70%
2. Línea a línea	~ 15%
3. Doble línea a tierra	~ 10%
4. Falla trifásica	~ 5%

Las fallas simétricas son por lo general las más severas (alta corriente). Sin embargo, en algunos casos las fallas monofásicas a tierra pueden ser más severas que una falla balanceada.

Cálculo de fallas balanceadas

Cálculo de fallas



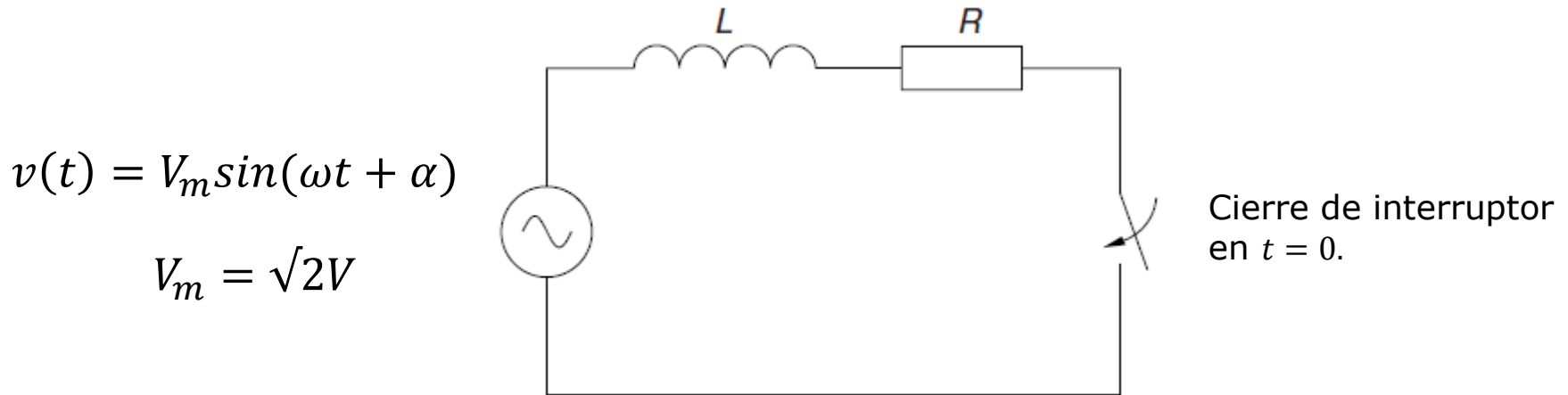
- Antes de la falla, la red trabaja en condiciones normales
- Durante la falla, las corrientes fluyen desde la red hacia tierra o hacia otra fase de la red
- Para calcular estas corrientes se requiere un modelo de las fuentes, y modelo de la red visto desde el punto de la falla.

Modelo de fuentes

- Las corrientes de falla son suplidas mayoritariamente por generadores síncronos y motores grandes.
- Los modelos detallados de máquinas rotativas no se requieren para el análisis de fallas
- Usualmente se utilizan modelos simplificados que permiten conocer el aporte de su corriente de falla a partir de la reactancia subtransitoria, transitoria o de regimen permanente.
- El comportamiento de la corriente de falla se puede obtener a partir de teoría básica de circuitos

Componente DC en corriente de falla

Veamos caso de circuito RL:



Según Ley de Tensiones de Kirchhoff:

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

Y la solución de la ecuación anterior con $i(t = 0) = 0$:

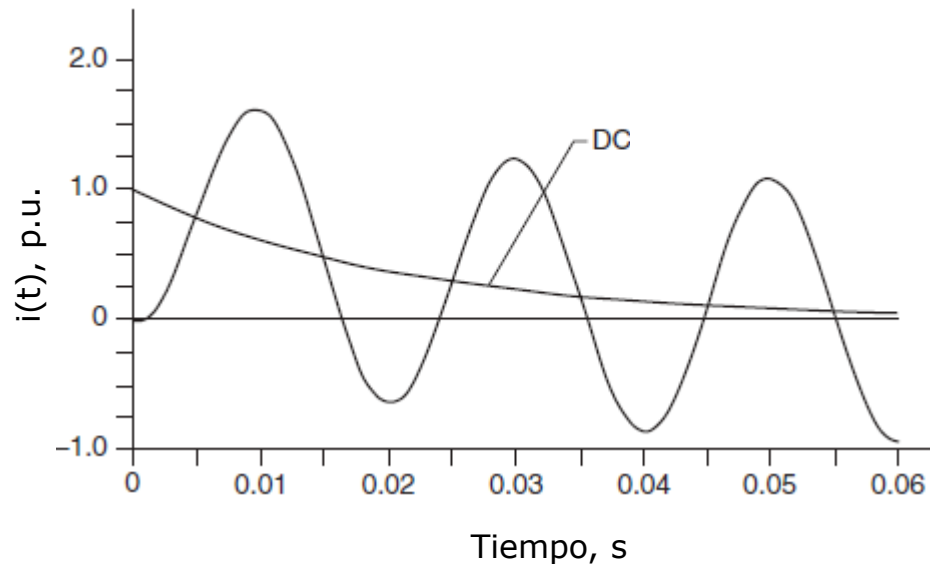
$$i(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \left(\sin(\omega t + \alpha - \theta) - e^{-R/Lt} \sin(\alpha - \theta) \right)$$

$$\theta = \tan^{-1}(\omega L/R)$$

Componente DC en corriente de falla

$$i(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} (\sin(\omega t + \alpha - \theta) - e^{-R/Lt} \sin(\alpha - \theta))$$

Si graficamos esta corriente en función del tiempo nos encontramos:



La componente DC crea una onda asimétrica. Esta componente DC decae a un ritmo $T = L/R$.

Después del decaimiento del offset la onda de corriente se vuelve simétrica otra vez.

Componente DC en corriente de falla

$$i(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \left(\sin(\omega t + \alpha - \theta) - e^{-R/Lt} \sin(\alpha - \theta) \right)$$

La magnitud del offset DC depende del momento al cual ocurre el cortocircuito con respecto a la señal de tensión.

Mínimo
cuando $\alpha = \theta$

Máximo
cuando $\alpha - \theta = \pm 90^\circ$

Para un sistema trifásico el offset será diferente en cada fase pues cada una está desfasada 120° por lo que α será diferente para cada caso.

Valor RMS para corriente de falla

La capacidad de interrupción de protecciones se especifica en términos de la corriente RMS que pueden interrumpir. La función $i(t)$ anterior es aperiódica por lo que no podemos definir estrictamente un valor RMS.

Podemos aproximar la corriente como una sinusoidal más un *offset* DC invariante en el tiempo. El valor RMS de esa corriente asimétrica es:

$$I_{rms}(t) = \sqrt{I_{ac}^2 + i_{dc}^2(t)}$$

$$I_{ac} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

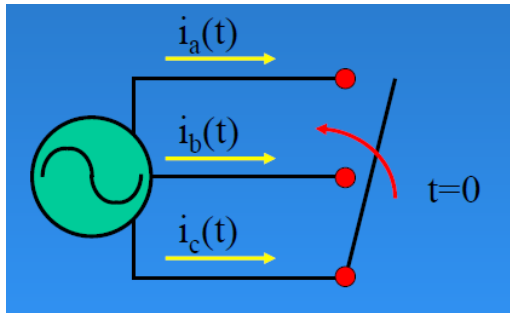
$$i_{dc}(t) = \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} e^{-tR/L} = \sqrt{2}I_{ac} e^{-t/T}$$

Por lo tanto:

$$I_{rms}(t) = I_{ac} \sqrt{1 + 2e^{-2t/T}}$$

Esta función tiene un valor máximo de $\sqrt{3}I_{ac}$. Por lo tanto, el peor caso de la componente DC en la corriente RMS de falla se obtiene al multiplicar I_{ac} por $\sqrt{3}$.

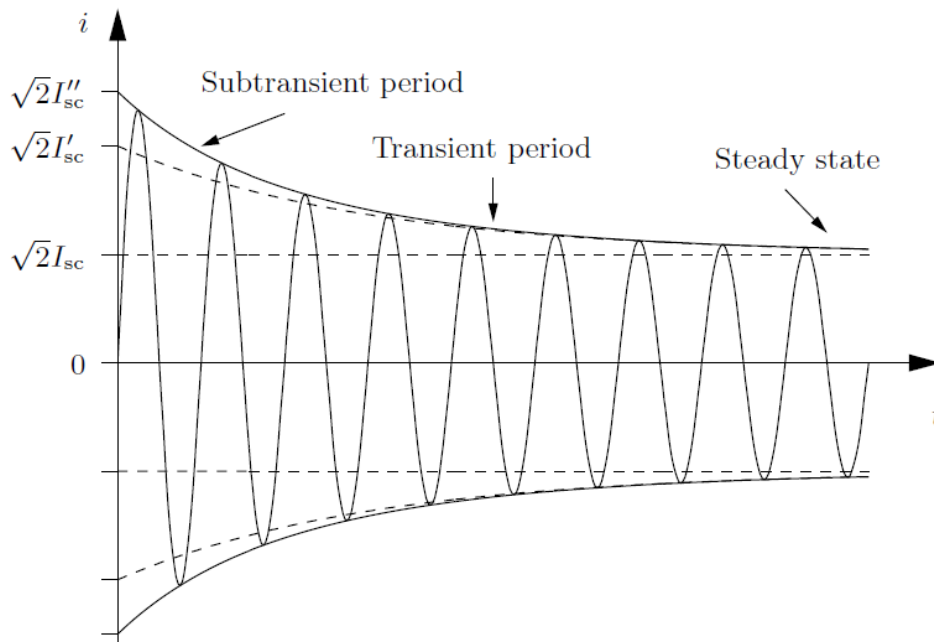
Corriente de falla en generador síncrono



$$I'' = \frac{E_g}{X_d''}$$

Subtransitoria

$$X_d'' = \omega \left(L_l + \frac{L_{md}L_{lf}L_{ld1}}{L_{md}L_{lf} + L_{md}L_{ld1} + L_{lf}L_{ld1}} \right)$$



$$I' \approx \frac{E_g}{X_d'}$$

Transitoria

$$X_d' = \omega \left(L_l + \frac{L_{md}L_{lf}}{L_{md} + L_{lf}} \right)$$

$$I_{ss} = \frac{E_g}{X_d}$$

Permanente

$$X_d = \omega(L_l + L_{md})$$

Corriente de falla en generador síncrono

Periodo subtransitorio

Relacionado con una i en DC para mantener flujo en devanado de amortiguamiento d1 (o D). El efecto decae según parámetros de L y R de estos devanados $\rightarrow T_d'' \approx 0.035 \text{ s}$.

$$T_d'' = \frac{1}{R_{d1}} \left(L_{ld1} + \frac{L_{md}L_{lf}L_l}{L_{md}L_{lf} + L_{md}L_l + L_{lf}L_l} \right)$$

Constante de tiempo subtransitoria de eje d en cortocircuito

Periodo transitorio

Relacionado con i en DC para mantener flujo en devanado de campo f. El efecto decae según parámetros de L y R del devanado de campo $\rightarrow T_d' \approx 1 \text{ s}$.

$$T_d' = \frac{1}{R_f} \left(L_{lf} + \frac{L_{md}L_l}{L_{md} + L_l} \right)$$

Constante de tiempo transitoria de eje d en cortocircuito

Corriente de falla en generador síncrono

Reactancia subtransitoria

- Se usa para calcular máxima corriente de falla del generador y así dimensionar la protección respectiva

$$X_d'' = \omega \left(L_l + \frac{L_{md}L_{lf}L_{ld_1}}{L_{md}L_{lf} + L_{md}L_{ld_1} + L_{lf}L_{ld_1}} \right)$$

Reactancia transitoria

- Se usa para estudios de estabilidad transitoria. No se usa el *subtransitorio* porque ninguna protección es capaz de accionarse en periodo *subtransitorio*

$$X_d' = \omega \left(L_l + \frac{L_{md}L_{lf}}{L_{md} + L_{lf}} \right)$$

Reactancia de eje directo

- Se usa para estudios de régimen permanente

$$X_d = \omega(L_l + L_{md})$$

Corriente de falla en generador síncrono

Instantánea

$$i_{ac}(t) = \sqrt{2}E_g \left[\left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{1}{X_d} \right] \sin \left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2} \right)$$

Ángulo de la tensión al momento de falla



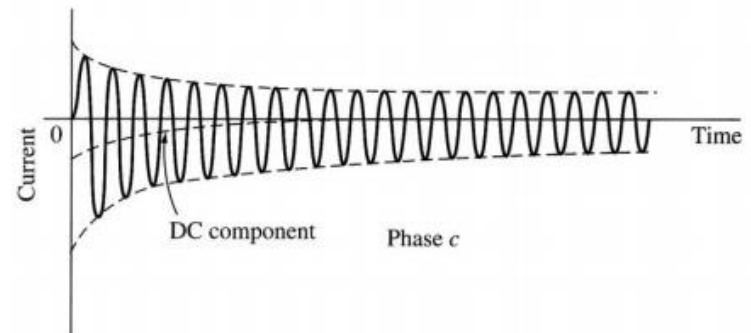
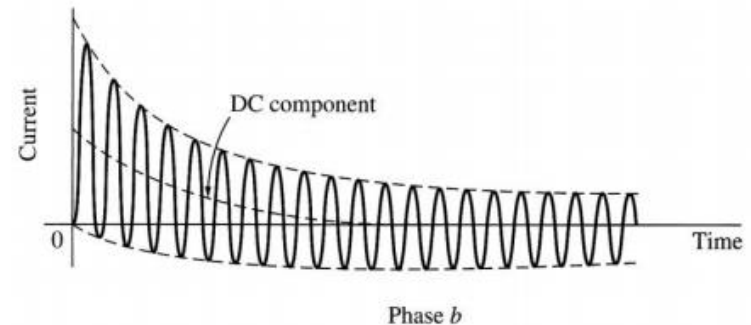
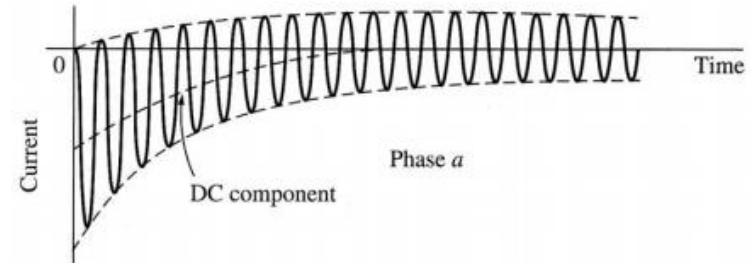
RMS

$$I_{ac}(t) = E_g \left[\left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{1}{X_d} \right]$$

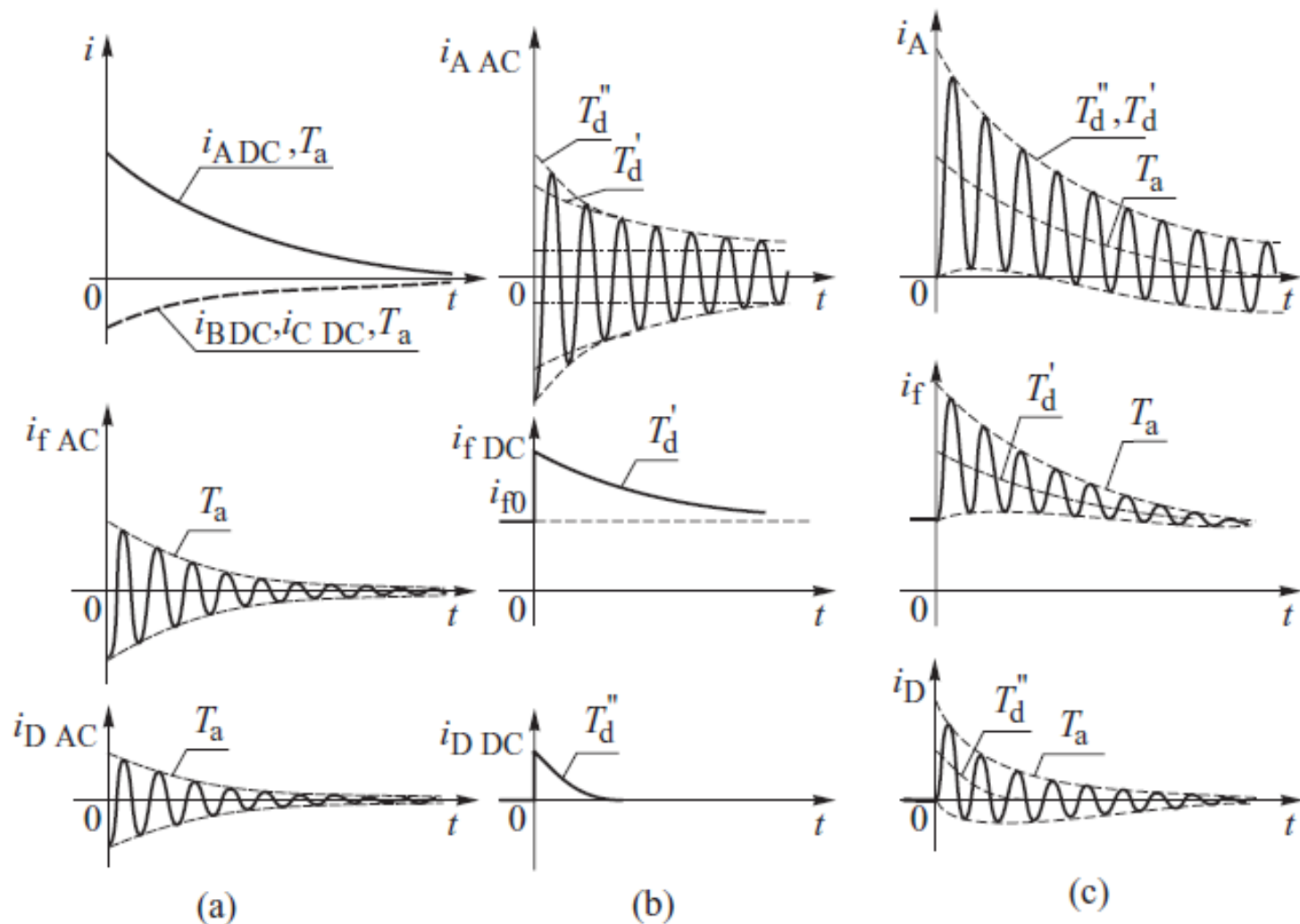
Corriente DC en estator durante falla

- Es la componente DC generada en el estator para que su flujo permanezca constante inmediatamente después de que ocurre la falla.
- La magnitud del *offset DC* depende del instante en que ocurre la falla con respecto a la onda de tensión de cada fase. Aquí $\theta \approx 90^\circ$.
- El decaimiento de la componente DC se da según la constante de armadura $T_a = L_a/R_a \approx 0.2 \text{ s}$.
- El máximo offset en cualquiera de las 3 fases ocurre cuando $\alpha = 0$, o sea:

$$i_{dcmax}(t) = \frac{\sqrt{2}E_g}{X_d''} e^{-t/T_a} = \sqrt{2}I'' e^{-t/T_a}$$



Corrientes en generador durante falla

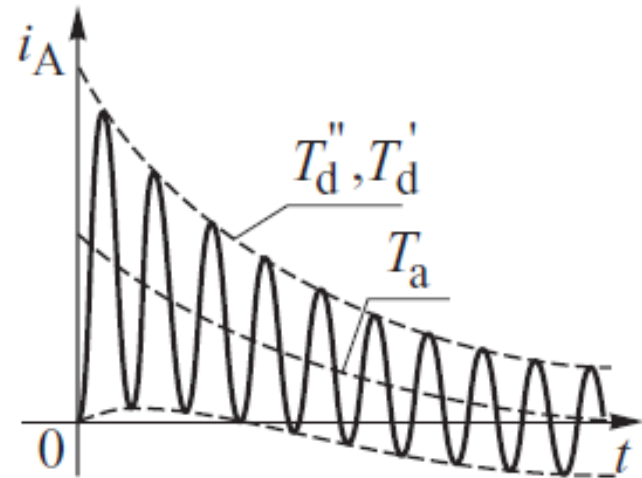


Note que las corrientes DC de un devanado afectan las corrientes en los otros devanados

Corriente del estator durante falla

Para un generador se tendrá entonces en el estator:

$$i(t) = i_{ac}(t) + i_{dc}(t)$$



$$i_{ac}(t) = \sqrt{2}E_g \left[\left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{1}{X_d} \right] \sin \left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$i_{dc}(t) = I_{dc} e^{-t/T_a}$$

La componente DC puede retrasar el cruce por cero de la corriente del estator durante una falla lo cual no es deseado para efectos de interrupción de la misma.

Ejemplo 1

Un generador sincrónico de 500 MVA, 20 kV y 60 Hz tiene las reactancias $X_d'' = 0.15 \text{ pu}$, $X_d' = 0.24 \text{ pu}$, $X_d = 1.1 \text{ pu}$ (en base propia) y constantes de tiempo $T_d'' = 0.035 \text{ s}$, $T_d' = 2.0 \text{ s}$, $T_a = 0.2 \text{ s}$. El generador opera en vacío a 1.05 pu de tensión cuando ocurre una falla trifásica a tierra en el lado de carga del interruptor. La protección libera la falla 3 ciclos después.

a) Determine la corriente de falla subtransitoria en p.u. y kA rms.

$$I_{pu}(0) = I_{pu}'' = E_g \left[\left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^0 + \left(\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^0 + \frac{1}{X_d} \right] = \frac{E_g}{X_d''}$$

$$I_{pu}'' = \frac{E_g}{X_d''} = \frac{1.05}{0.15} = 7.0 \text{ p.u.} \quad \rightarrow \quad I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3}V_B} = \frac{500}{\sqrt{3}(20)} = 14.43 \text{ kA.}$$

$$I'' = I_{pu}'' I_B = (7.0)(14.43) = 101.0 \text{ kA}$$

Ejemplo 1

b) Determine la máxima corriente offset DC como una función de t :

$$i_{dcmax}(t) = \frac{\sqrt{2}E_g}{X_d''} e^{-t/T_a} = \sqrt{2}I'' e^{-t/T_a}$$

$$i_{dcmax}(t) = \sqrt{2}(101)e^{-t/0.2} = 142.9e^{-t/0.2} \text{ kA}$$

c) Determine la corriente rms **asimétrica** al momento de liberación de la falla. Considere offset DC máximo para este caso:

$$t = \frac{3 \text{ ciclos}}{60 \text{ Hz}} = 0.05 \text{ s.}$$

$$I_{ac}(0.05) = 1.05 \left[\left(\frac{1}{0.15} - \frac{1}{0.24} \right) e^{-0.05/0.035} + \left(\frac{1}{0.24} - \frac{1}{1.1} \right) e^{-0.05/2.0} + \frac{1}{1.1} \right]$$

$$I_{ac}(0.05) = 4.920 \text{ pu} \quad \longrightarrow \quad I_{ac}(0.05) = 71.01 \text{ kA}$$

Continúa ...

Ejemplo 1

Para calcular el valor rms asimétrico usamos:

$$I_{rms}(t) = \sqrt{I_{ac}^2(t) + i_{dc}^2(t)}$$

$$I_{rms}(0.05) = \sqrt{I_{ac}^2(0.05) + [\sqrt{2}I''e^{-0.05/T_a}]^2}$$

Si sacamos a $I_{ac}(0.05)$ del radical:

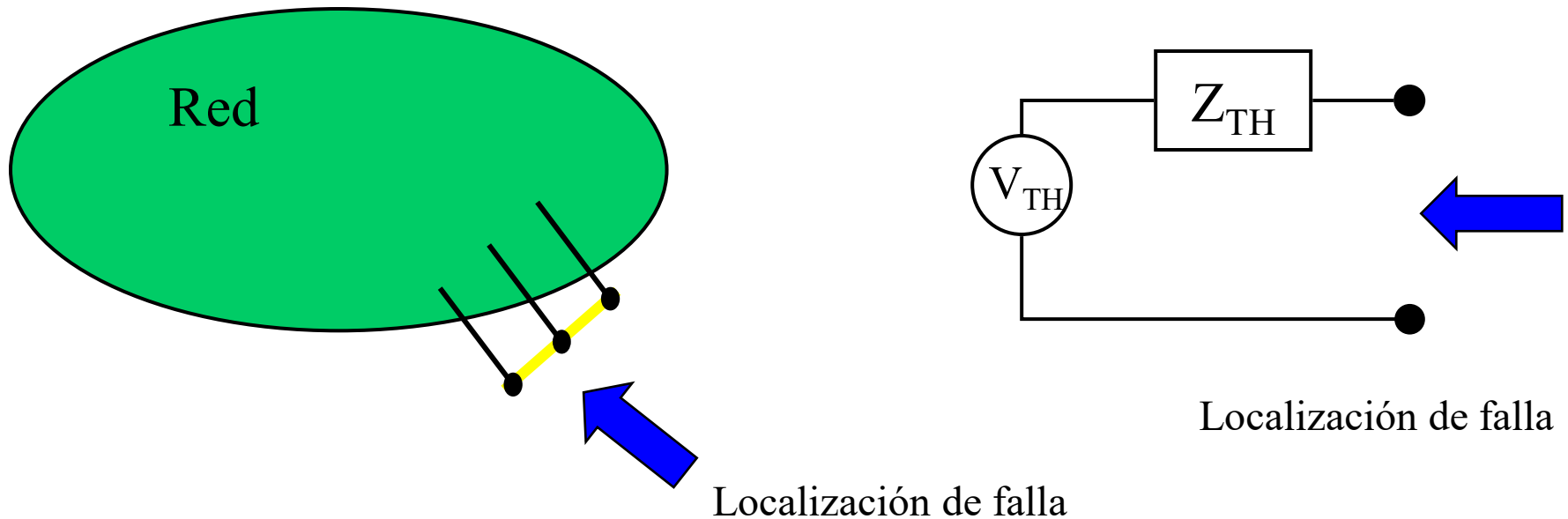
$$I_{rms}(0.05) = I_{ac}(0.05) \sqrt{1 + 2 \left(\frac{I''}{I_{ac}(0.05)} \right)^2 e^{-0.10/T_a}}$$

$$I_{rms}(0.05) = 71.01 \sqrt{1 + 2 \left(\frac{101}{71.01} \right)^2 e^{-0.1/0.2}} = 132 \text{ kA}$$

Modelo de red para fallas

- Se puede usar representación de una fase del sistema por la simetría del problema.
- Transformadores modelados por impedancia serie. No se toma en cuenta taps fuera de posición nominal.
- Modelo de líneas, cables y conductores no varía
- Los generadores se modelan como fuentes detrás de una reactancia (transitoria o subtransitoria).
- Los motores pequeños se ignoran, los grandes se modelan similar a un generador que aporta corriente de falla.
- Las cargas estáticas se consideran que no aportan a la falla.
- Los parámetros de la red se usan en p.u. para una misma potencia base del sistema.

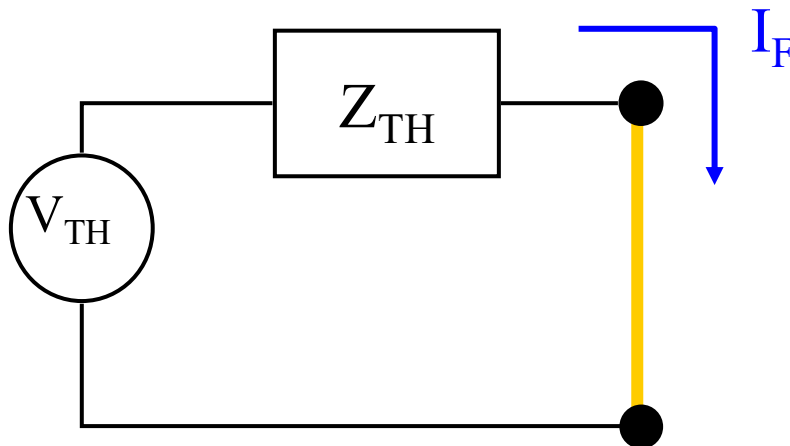
Modelo de red para fallas



- Desde la localización de la falla, la red se reemplaza por su equivalente de Thevenin.

Modelo de la falla

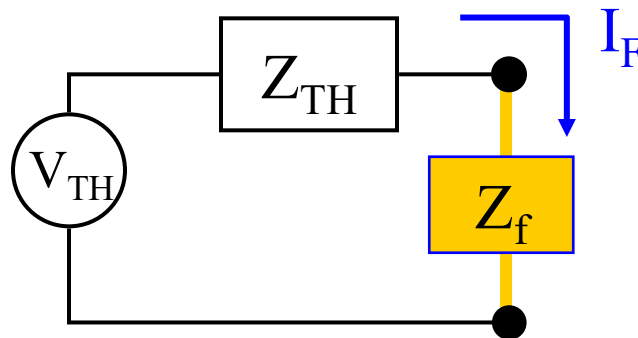
- Sólida – el peor caso para calcular capacidad del interruptor, estabilidad y sags:
 - La corriente de falla más alta
 - La falla es un cortocircuito.



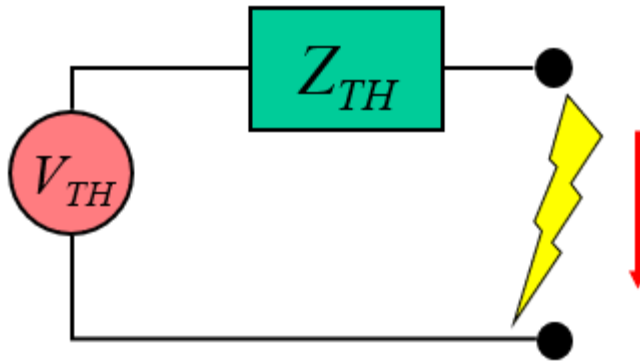
$$\bar{I}_F = \frac{\bar{V}_{TH}}{Z_{TH}} \text{ en p.u.}$$

Modelo de la falla

- Falla sobre impedancia Z_f , o falla con arco – es el peor caso para diseño de protección:
 - Corriente de falla es más pequeña
 - La impedancia no se conoce con anterioridad – la resistencia de un arco varía en el tiempo.



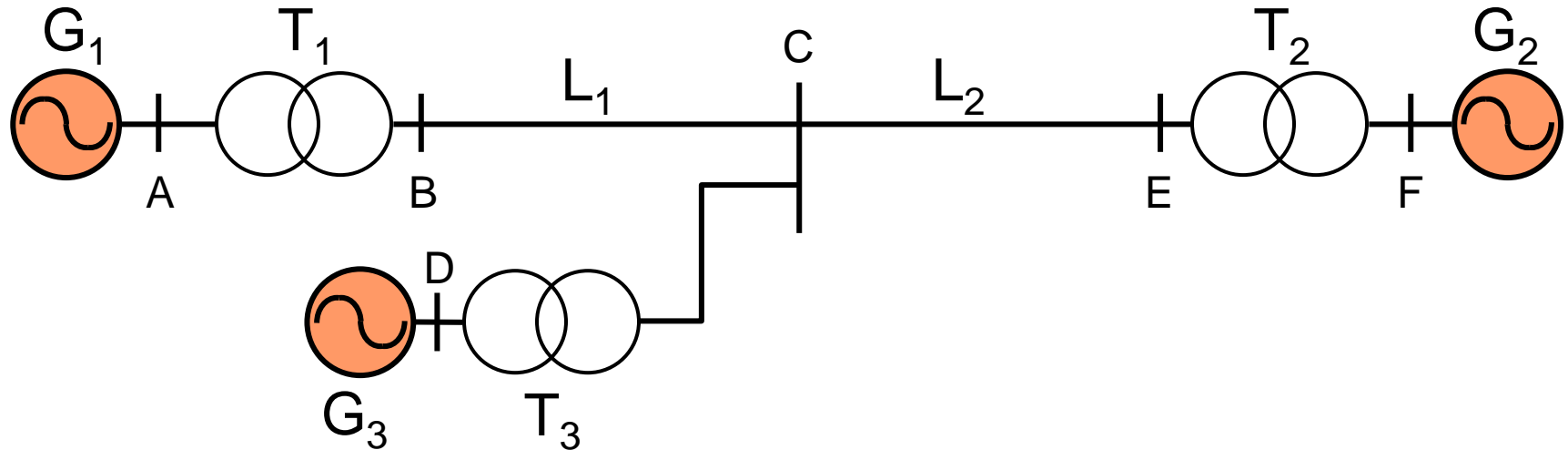
Modelo de la falla



$$\bar{I}_F = \frac{\bar{V}_{TH}}{Z_{TH} + Z_f} \text{ en p.u.}$$

La corriente de falla en pu se calcula a partir de la tensión prefalla en el punto de falla, el equivalente de Thevenin de la red visto desde la falla y la impedancia de falla Z_f .

Ejemplo 2

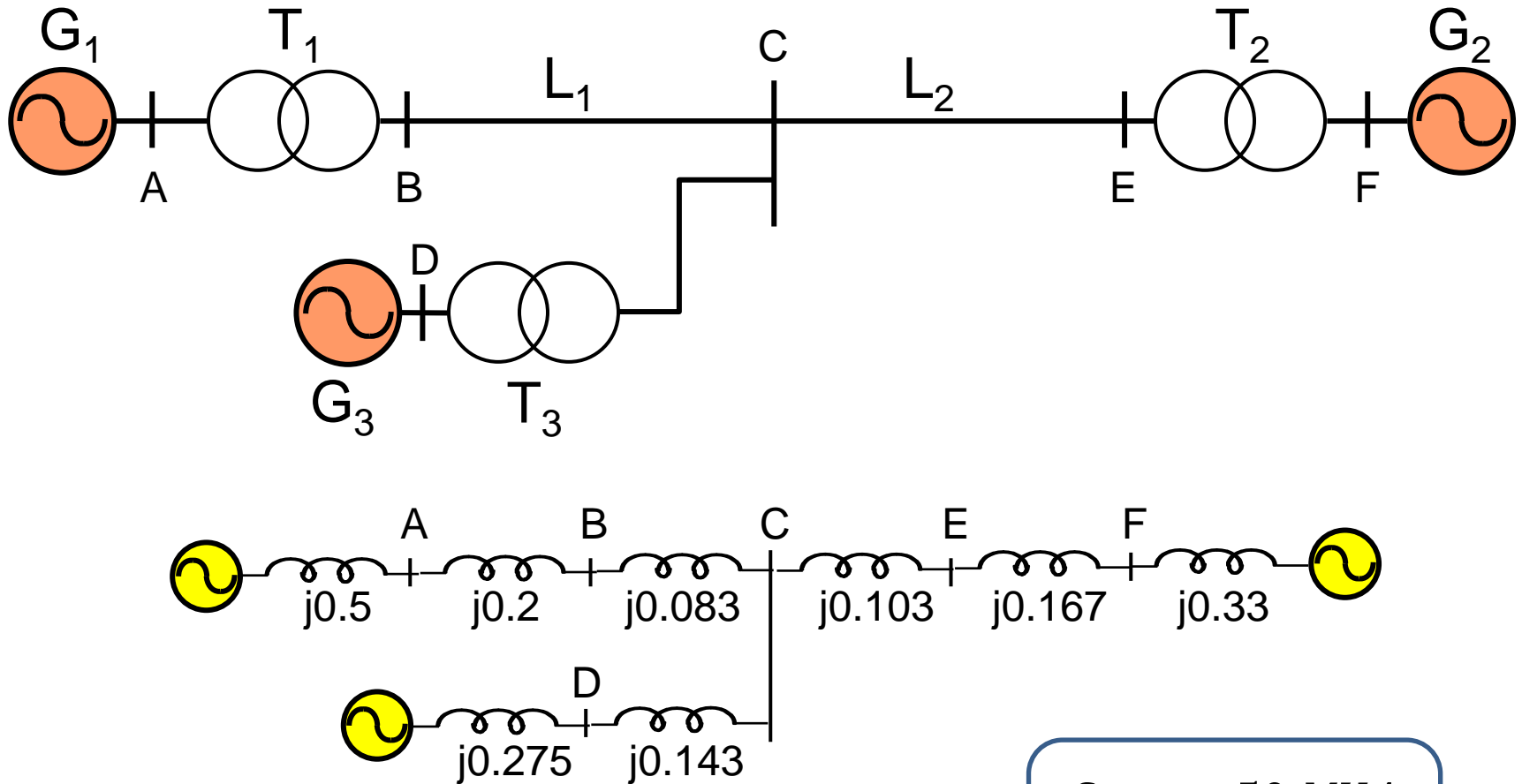


G_1	$X_d''=0.2$ p.u.	20MVA	13.8kV
G_2	$X_d''=0.2$ p.u.	30MVA	18kV
G_3	$X_d''=0.2$ p.u.	30MVA	20kV
T_1	$X=10\%$	25MVA	220/13.8kV
T_2	$X=10\%$	30MVA	220/18kV
T_3	$X=10\%$	35MVA	220/22kV
L_1	$X = j80 \Omega$		
L_2	$X = j100 \Omega$		

$$S_{base} = 50 \text{ MVA}$$

$$V_{base}^A = 13.8 \text{ kV}$$

Diagrama equivalente



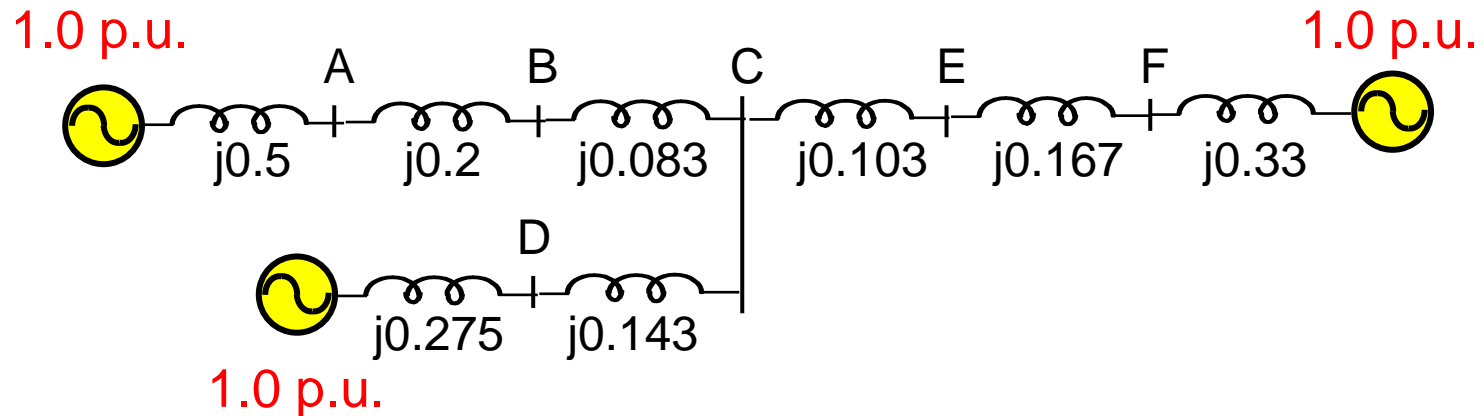
$$S_{base} = 50 \text{ MVA}$$

$$V_{base}^A = 13.8 \text{ kV}$$

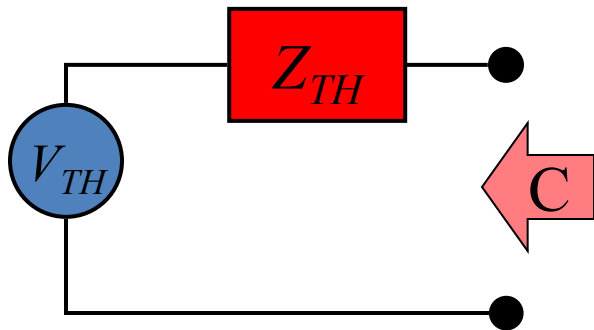
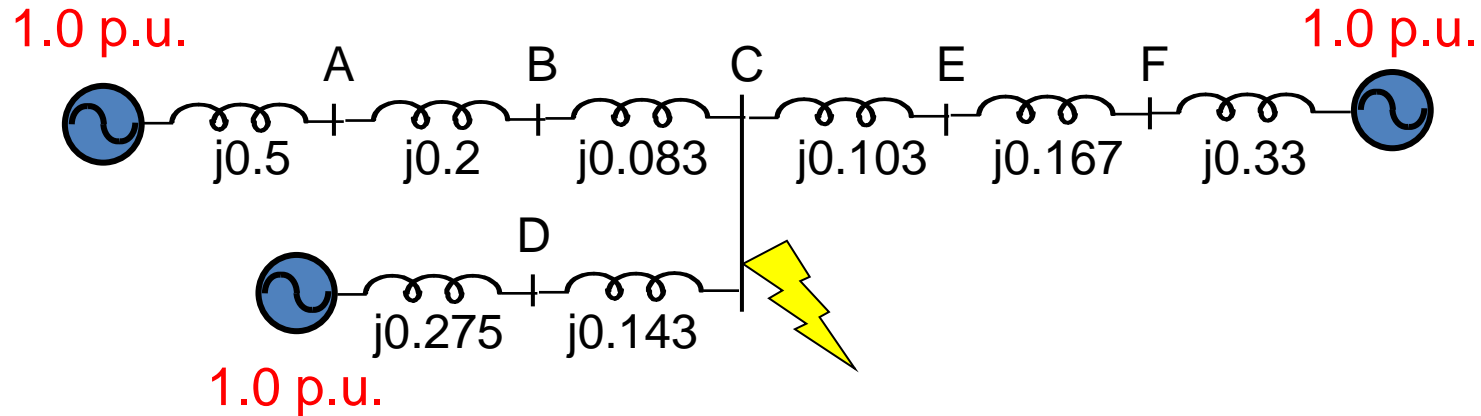
Aproximación sin carga

Ignore el aporte de las cargas a la falla:

- Las tensiones prefalla en barras son 1.0 p.u.
- La tensión interna de todos los generadores es 1.0 p.u.

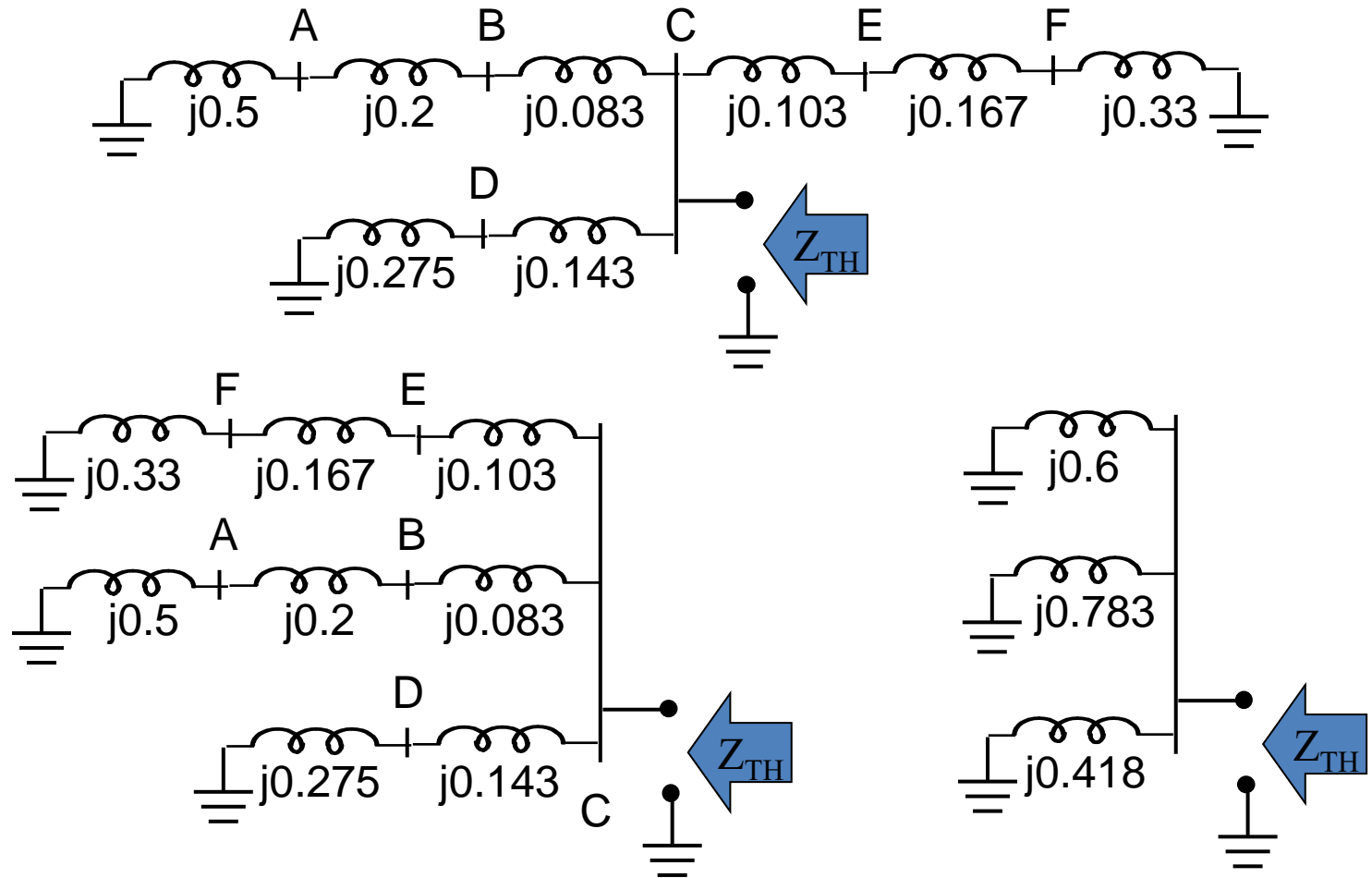


Falla en barra C



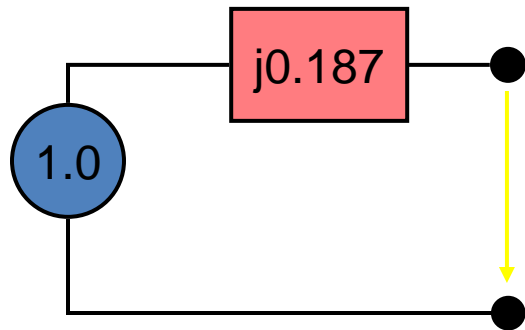
- $V_{TH} = 1.0 \text{ p.u.}$ porque se supone tensión nominal en todas las barras
- Se calcula Z_{TH} usando reducción de la red vista desde punto C.

Z_{TH} para falla en C



$$z_1 \parallel z_2 \parallel z_3 = \frac{z_1 z_2 z_3}{z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3} \quad \rightarrow \quad Z_{TH} = j0.187 \text{ p.u.}$$

Cálculo de corriente de falla



$$|\bar{I}_f| = \left| \frac{\bar{V}_{TH}}{Z_{TH}} \right| = \frac{1.000}{0.187} = 5.3476 \text{ p.u.}$$

La corriente base es:

$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3}V_B} = \frac{50 \text{ MVA}}{\sqrt{3}(220 \text{ kV})} = 131.22 \text{ A}$$

La corriente de falla en A será:

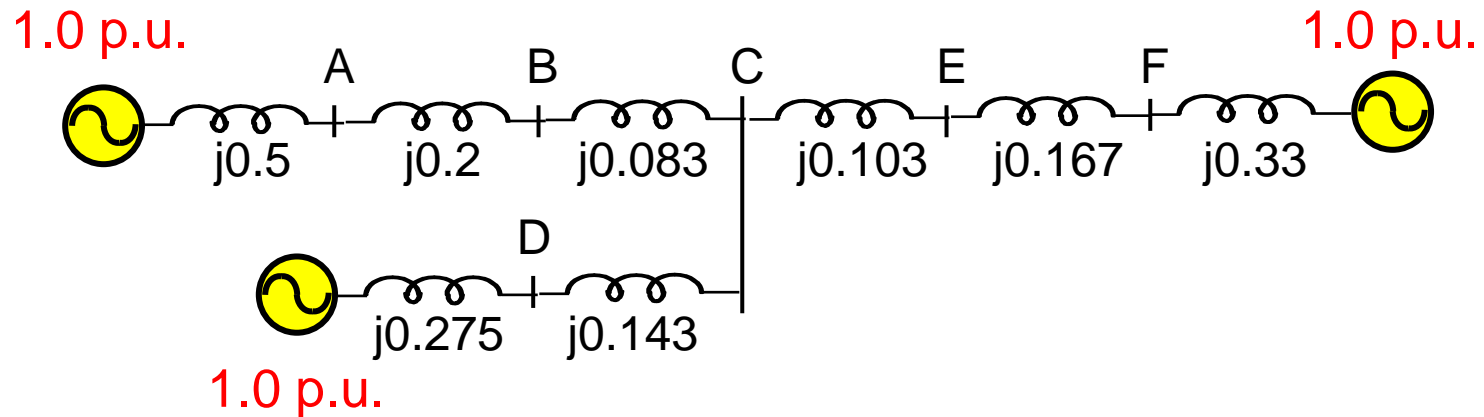


$$|\bar{I}_f| = 5.3476 \times 131.2 = 702 \text{ A.}$$

Ejemplo 3

Calcule la corriente de falla en:

- a) Barra F
- b) Barra D



Capacidad de cortocircuito

- Expresa la severidad de una potencial falla en términos de MVA en lugar de Amps.

$$CCC = SCC = \sqrt{3}V_B I_F$$

- Permite comparar más fácilmente las fallas en diferentes niveles de tensión.
- Esto no significa que esa potencia se consume durante la falla.

Para el ejemplo con la falla en barra C:

$$SCC = \sqrt{3}V_B I_F = \sqrt{3}(220 \times 10^3)702 = 267.5 \text{ MVA}$$

Capacidad de cortocircuito

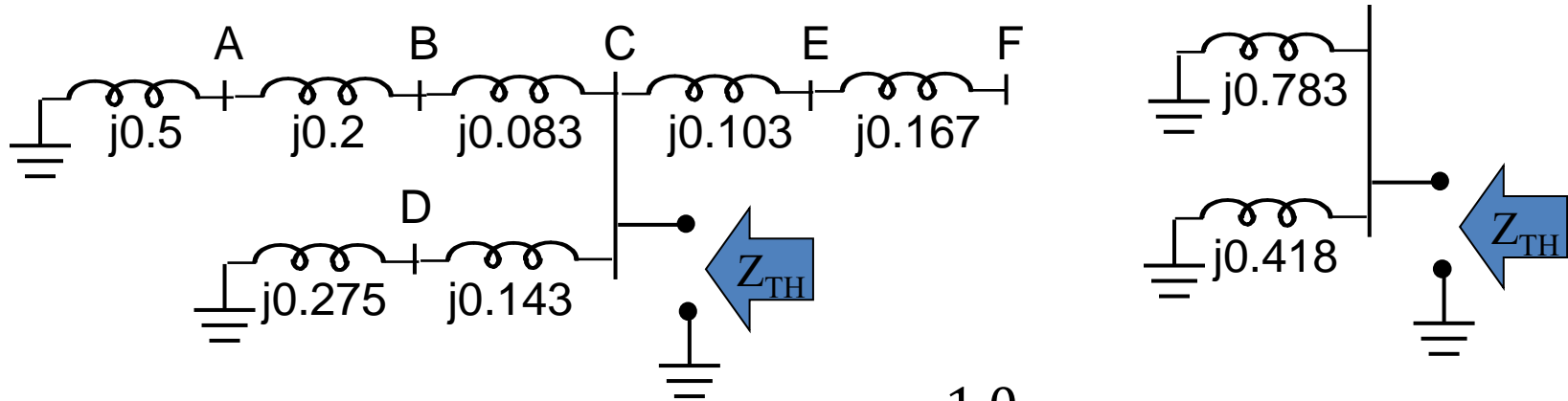
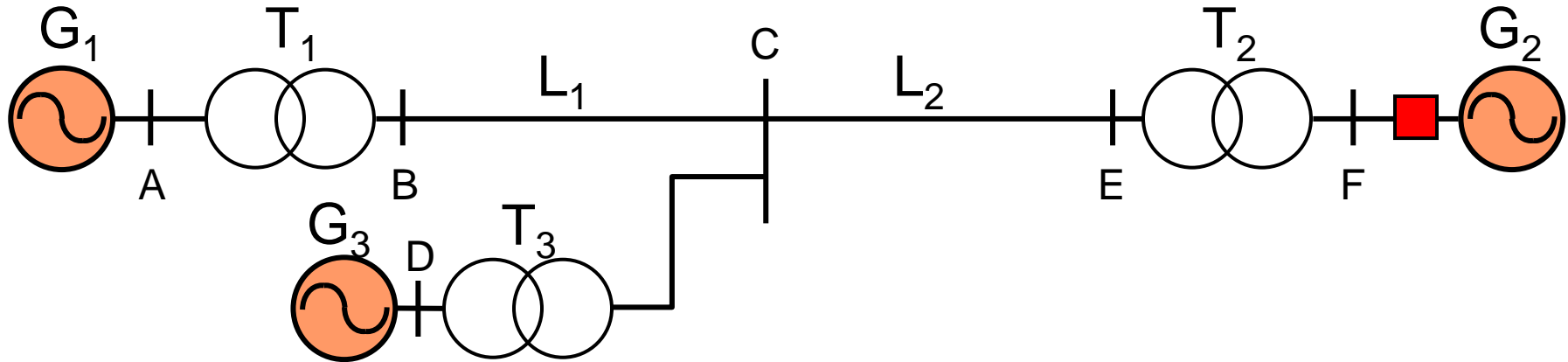
$$SCC = \sqrt{3}V_B I_F \longrightarrow SCC_{pu} = \frac{\sqrt{3}V_B I_F}{\sqrt{3}V_B I_B} = \frac{I_F}{I_B} = I_F^{p.u.}$$

Por lo tanto:

$$SCC_{pu} = I_F^{p.u.} = \frac{1}{|Z_{TH}^{p.u.}|}$$

- La capacidad de cortocircuito en pu es inversamente proporcional a la impedancia Z_{TH}^{pu} vista desde la falla.
- Si la SCC es alta, la red es “robusta” y la tensión varía poco con variaciones de carga.
- Si la SCC es baja, la red es “débil” y la tensión tiende a fluctuar más con variaciones de carga.

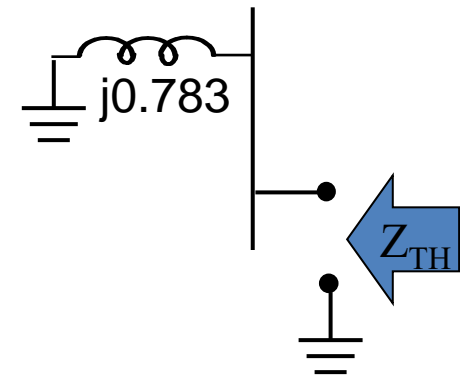
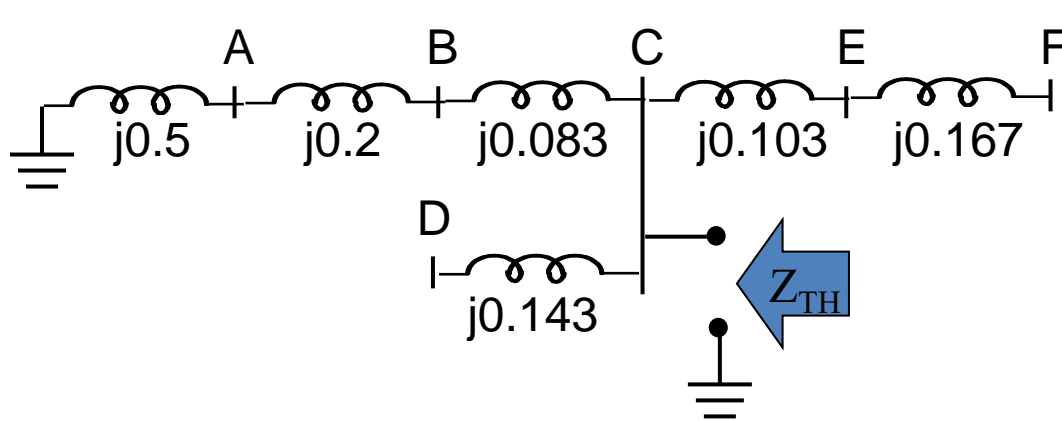
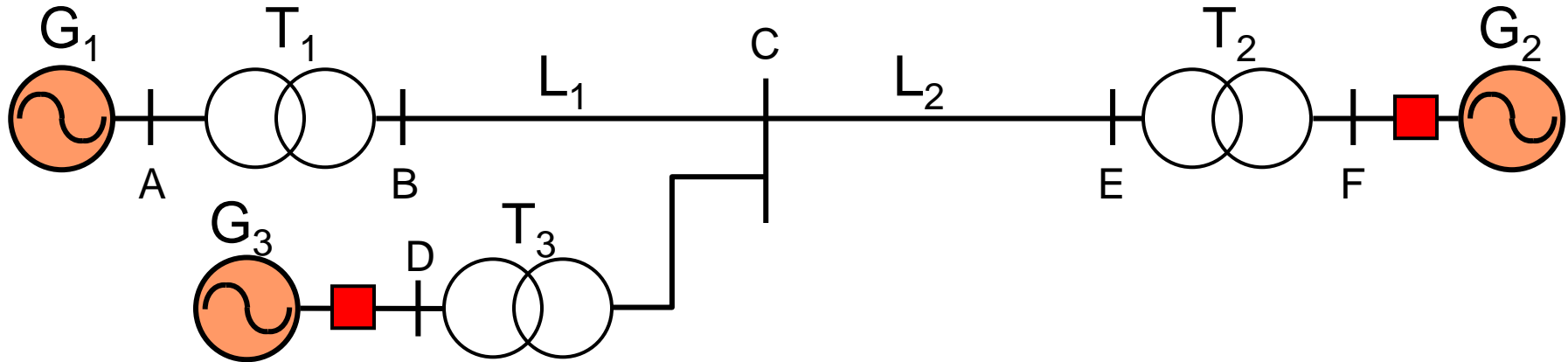
Falla en C con G_2 fuera de servicio



$$X_{TH} = 0.2725 \rightarrow |\bar{I}_f| = \frac{1.0}{0.2725} = 3.669 \text{ p.u.}$$

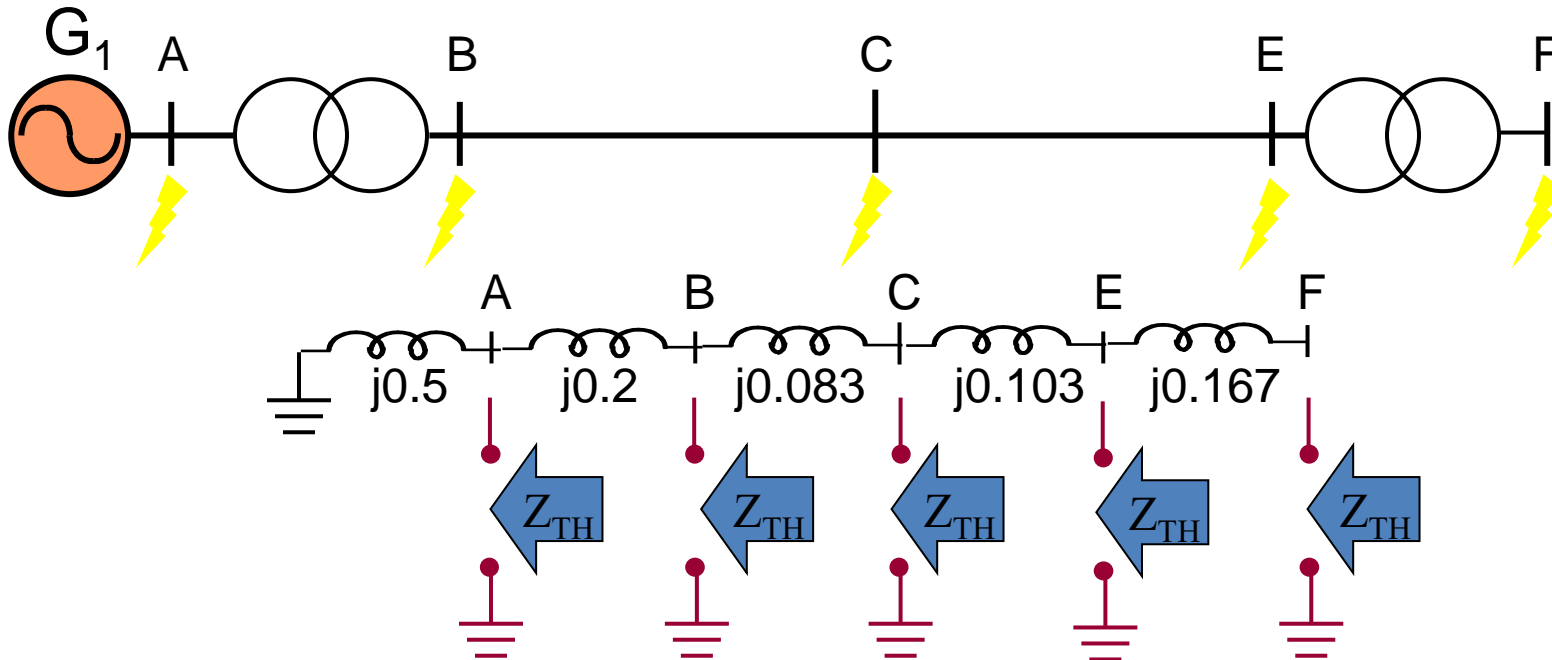
$$|\bar{I}_f| = 481 \text{ A} \rightarrow SCC = \frac{S_{base}}{|Z_{TH}|} = \frac{50 \text{ MVA}}{0.2725 \text{ p.u.}} = 183.5 \text{ MVA}$$

Falla en C con G_2 y G_3 fuera



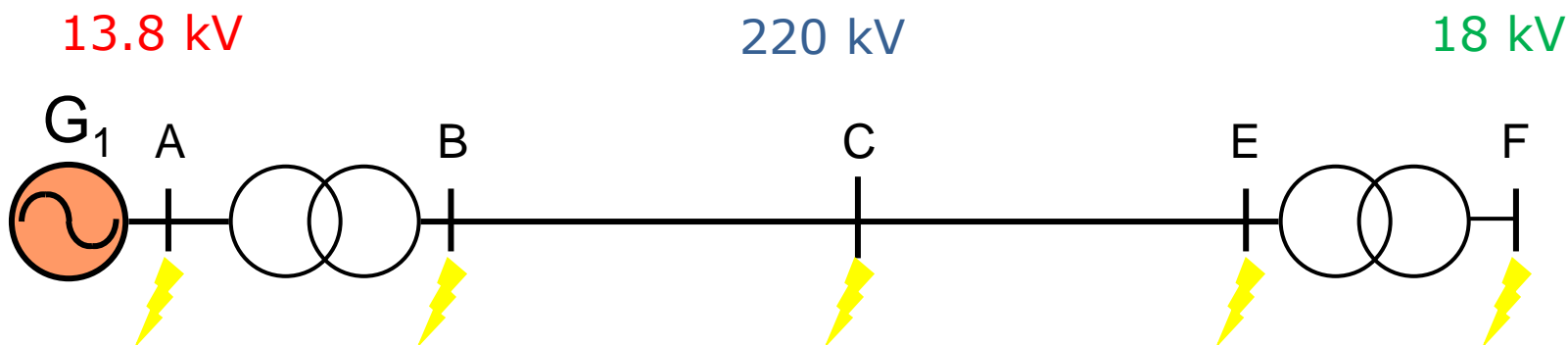
$$|Z_{TH}| = 0.783 \text{ pu} \rightarrow |\bar{I}_f| = \frac{1}{0.783 \text{ pu}} = 1.2771 \text{ pu} \rightarrow 168 \text{ A}$$

Fallas en diferentes localizaciones



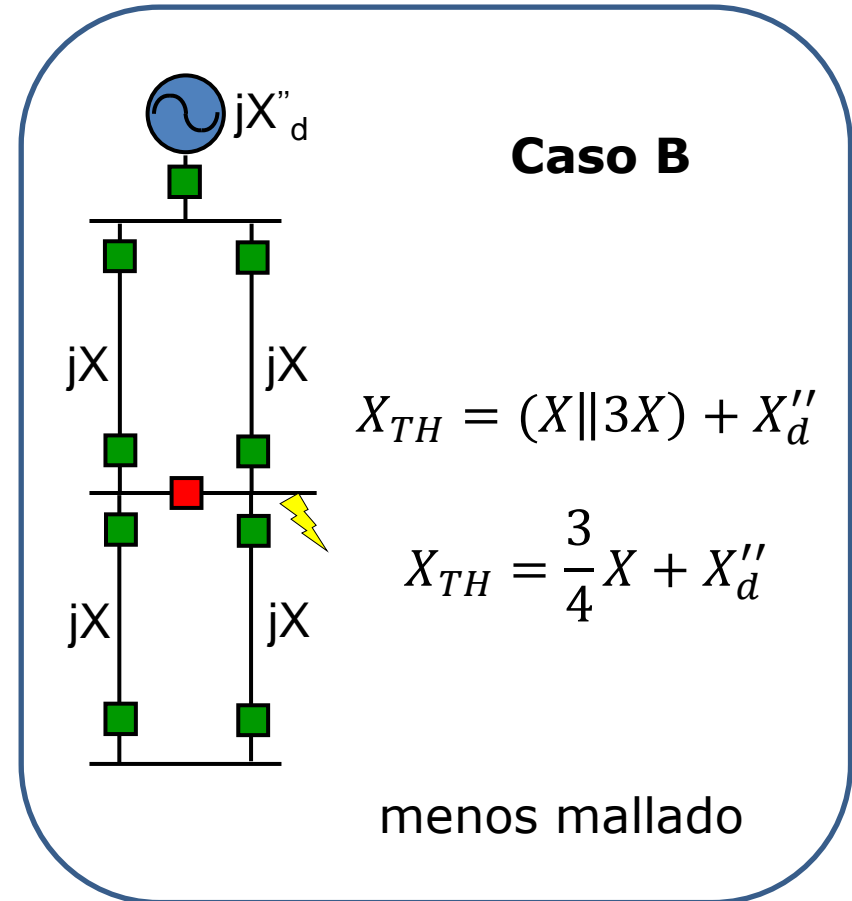
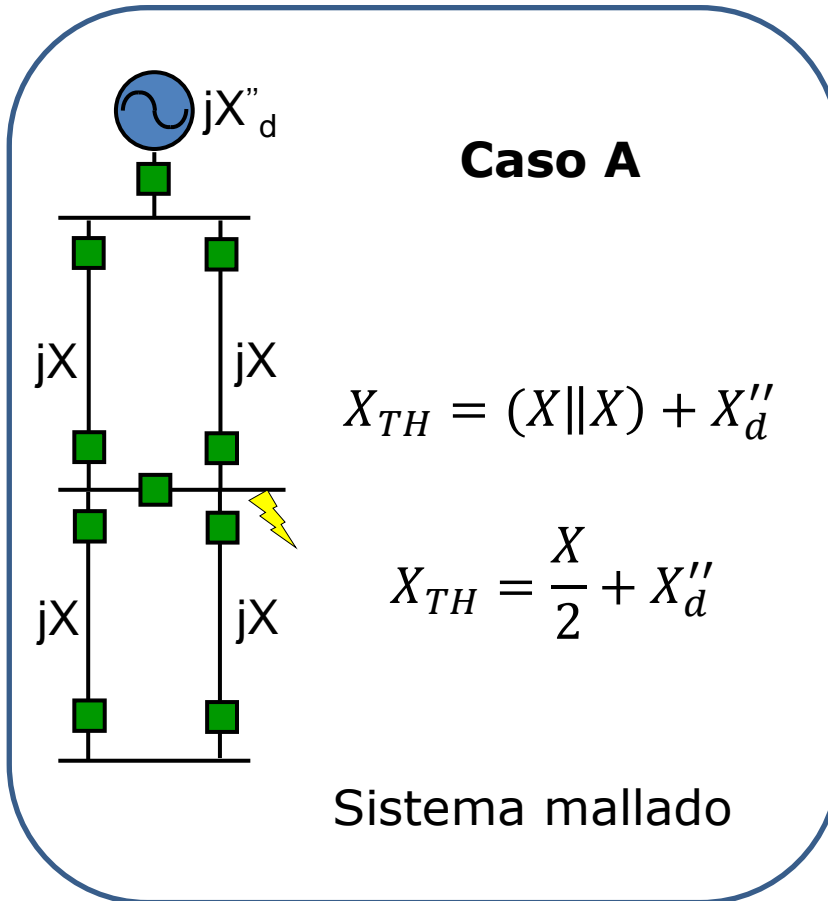
Lugar	A	B	C	E	F
$ Z_{TH_{pu}} $	0.500	0.700	0.783	0.886	1.053
$ \bar{I}_{fpu} $	2.000	1.429	1.277	1.129	0.950
SCC_{MVA}	100.00	71.43	63.86	56.43	47.48

Efecto del nivel de tensión



Lugar	A	B	C	E	F
$ Z_{th}^{pu} $	0.500	0.700	0.783	0.886	1.053
$ \bar{I}_F^{pu} $	2.000	1.429	1.277	1.129	0.950
V_{base}^{kV}	13.8	220.0	220.0	220.0	18.0
I_{base}^{kA}	2.092	0.131	0.131	0.131	1.604
$ \bar{I}_F^{kA} $	4.184	0.187	0.168	0.148	1.523

Reducción de I_F por seccionamiento de red



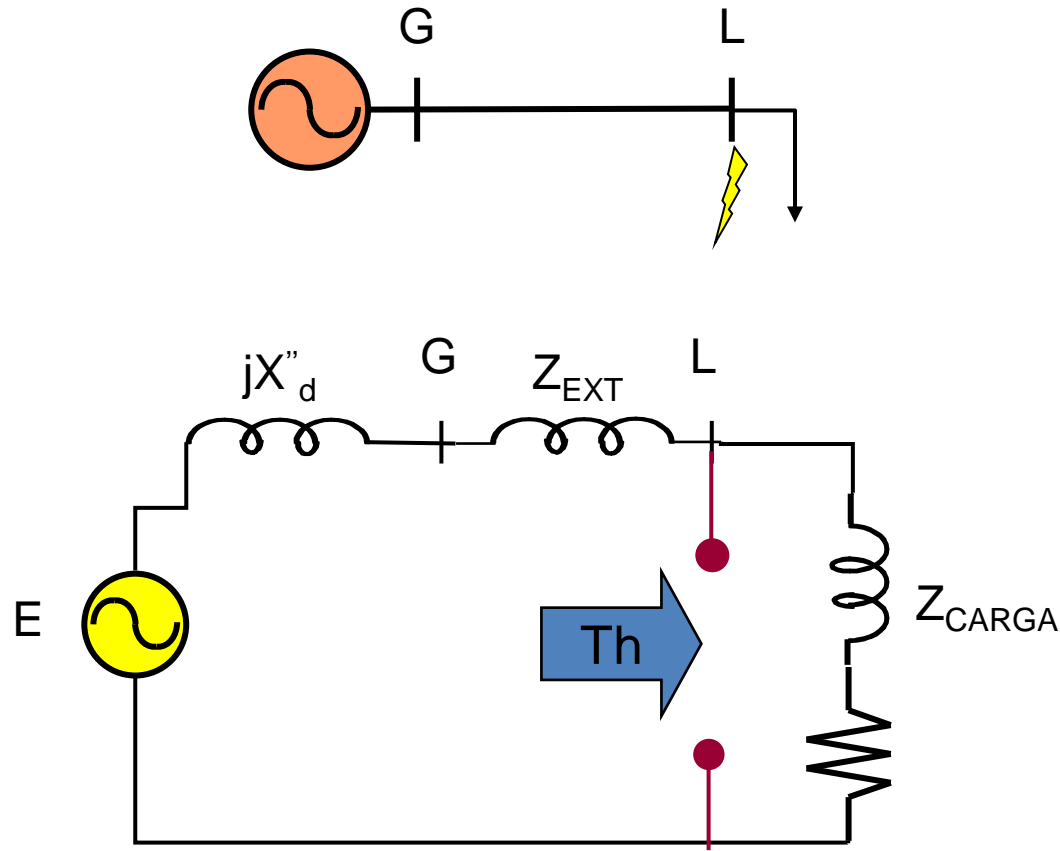
La apertura del interruptor incrementa la Z_{TH} y reduce la I_F .

Factores que afectan nivel de falla

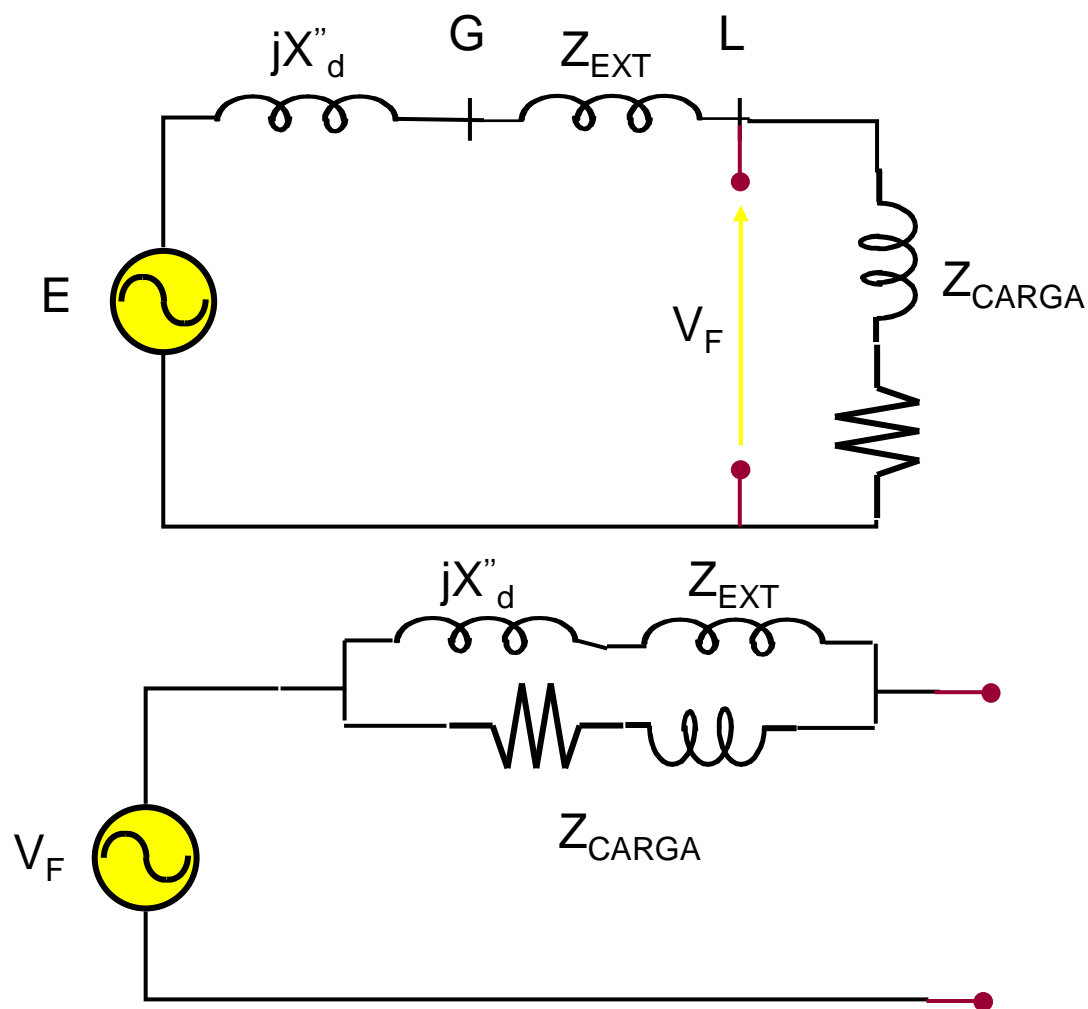
Las corrientes de falla incrementan con:

- Proximidad a generadores
- Número de generadores (y motores) conectados al Sistema.
- Topología de la red:
 - a) Mallada – corrientes de falla altas (CCC alta)
 - b) Radial – corrientes de falla bajas (CCC baja)

Influencia de las cargas en la I_F



Influencia de las cargas en la I_F



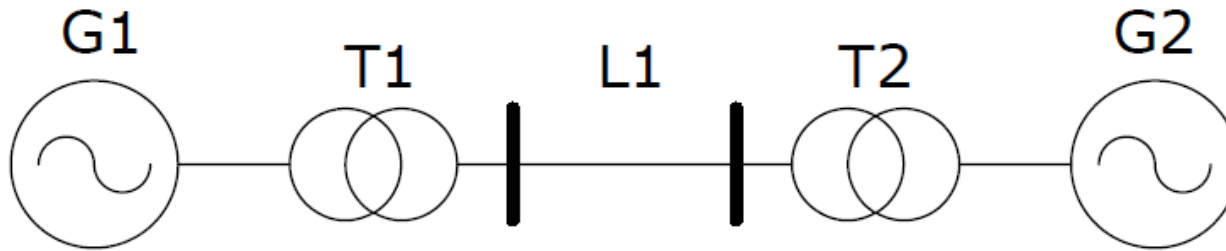
$$Z_{TH} = Z_{CARGA} // (X''_d + Z_{EXT})$$

$$V_{TH} = V_F$$

V_F : Tensión prefalla $\neq 1 \text{ p.u.}$

Ejemplo 4

Para el sistema mostrado en la figura:



G1 200 MVA, 33 kV, $X = 0.12$ pu

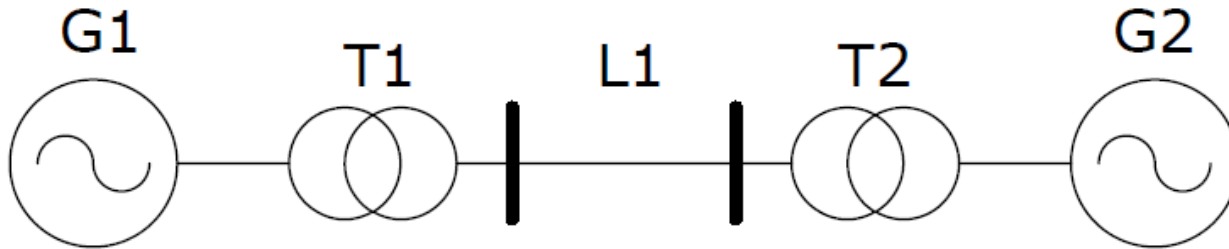
T1 250 MVA, 33/132 kV, $X = 0.10$ pu

T2 50 MVA, 132/24 kV, $X = 0.08$ pu

G2 50 MVA, 24 kV, $X = 0.11$ pu

L1 20 km, $Z = 0 + j 0.5 \Omega / \text{km}$

Ejemplo 4



- a) Dibuje el diagrama equivalente con todas las impedancias en base de 100 MVA
- b) Calcule falla trifásica en barra 1 (en A). Ignore las corrientes prefalla y suponga tensiones de 1 pu. **R/: 5,374 kA**
- c) Repita b) pero la falla ocurre a la mitad de la línea L1 **R/: 4,469 kA**
- d) Para el caso c) ¿Cuál es la contribución de G1 y de G2 a esa corriente de falla? **R/: G1 → 7,770 pu, G2 → 2,446 pu.**

Cálculo de fallas en sistemas grandes

Lo que hemos visto hasta ahora para calcular fallas:

- Se requiere un equivalente de Thevenin visto desde falla
 - V_{TH} = tensión prefalla donde ocurre el cortocircuito
 - Z_{TH} = Impedancia de la red vista desde punto de falla
- Cálculos manuales solo se pueden realizar para sistemas pequeños

Se deben utilizar técnicas de análisis de circuitos para escalar la metodología a sistemas grandes

- Análisis nodal
- Superposición
- Matriz **Z** (inversa de **Y**)

Análisis nodal

Diagram illustrating the nodal analysis equation:

$$YV = I$$

Labels and arrows:

- Matriz de admitancias (points to Y)
- Vector de tensiones nodales (points to V)
- Vector de corrientes inyectadas (points to I)

- Sistema de N barras.
- Relación útil para calcular tensiones en todas barras si se conocen las inyecciones de corriente en cada barra. Esta es la base para el cálculo de flujos de potencia
- La ecuación nos permite obtener las tensiones prefalla que se requieren en el cálculo de las corrientes de falla.

Construcción de la matriz \mathbf{Y}

- Matriz de $N \times N$. Cada fila y columna representa un nodo.
- Los elementos de la diagonal se calculan como la suma de las admitancias conectadas a cada nodo:

$$Y_{nn} = \sum_{m=1}^N y_{nm}$$

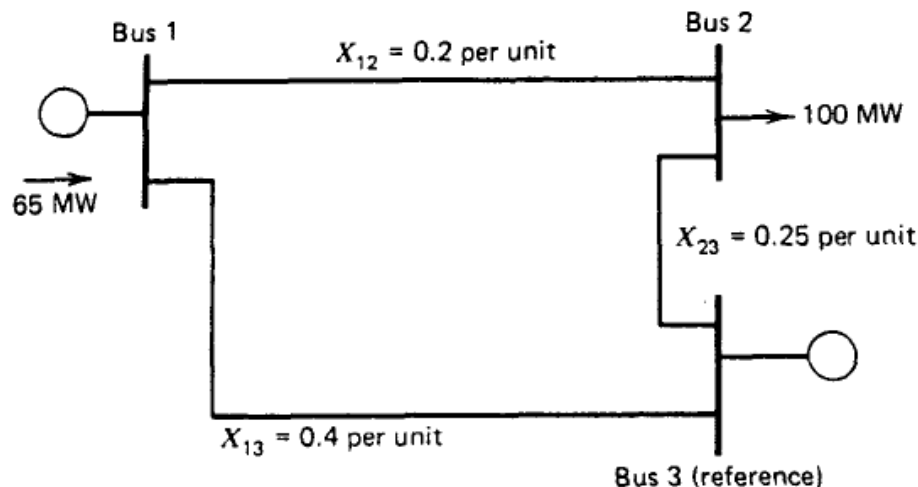
- Los elementos fuera de la diagonal son iguales a “la menos admitancia” presente entre los respectivos nodos, o sea:

$$Y_{nm} = -y_{nm}$$

- La matriz de admitancias de sistemas reales es muy dispersa.

Ejemplo 5

Determine la matriz \mathbf{Y} del sistema de potencia cuyas líneas de transmisión se modelan únicamente por reactancias serie.



$$y_{12} = -j5 \text{ pu} \quad y_{23} = -j4 \text{ pu}$$

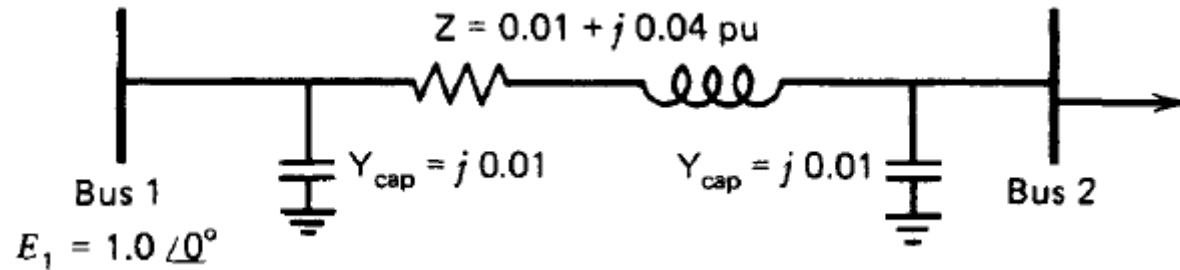
$$y_{13} = -j2.5 \text{ pu}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_{12} + y_{13} & -y_{12} & -y_{13} \\ -y_{12} & y_{12} + y_{23} & -y_{23} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{13} + y_{23} \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} -7.5 & 5 & 2.5 \\ 5 & -9 & 4 \\ 2.5 & 4 & -6.5 \end{bmatrix}$$

Si la línea tuviera elementos en derivación, estos deben sumarse en el elemento diagonal correspondiente de la matriz \mathbf{Y} .

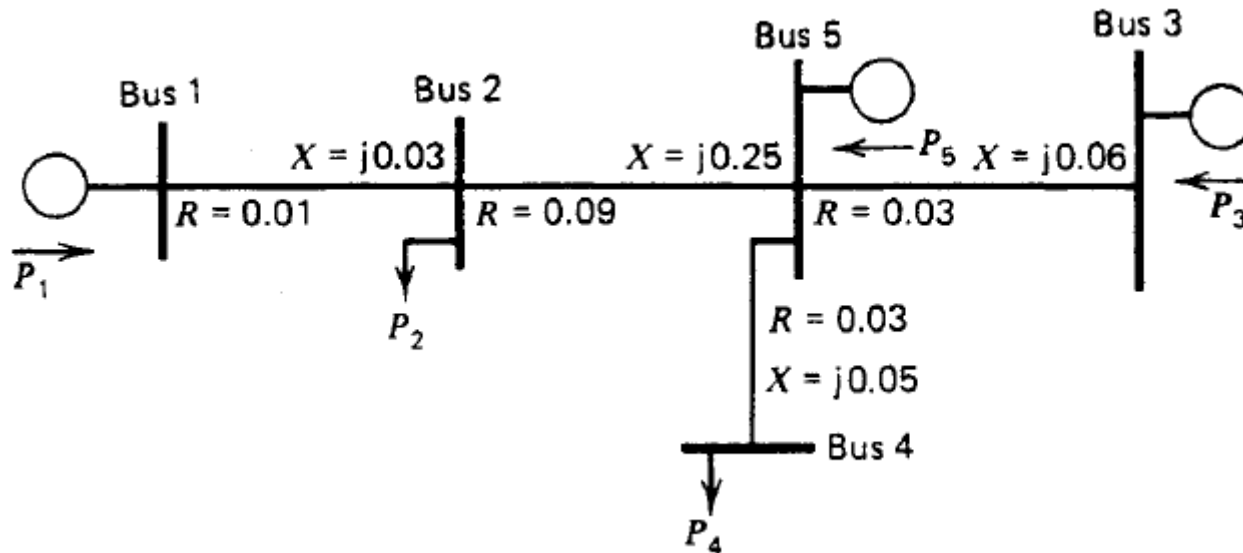
Ejemplo 6

Determine la matriz \mathbf{Y} del sistema de potencia de 2 barras. Las impedancias y admitancias están dadas en p.u. en base común.



Ejemplo 7

Determine la matriz \mathbf{Y} del sistema de potencia de 5 barras. Las impedancias están dadas en p.u. en base común.



Cálculo de matriz **Z**

Recordando del análisis nodal que:

$$\mathbf{YV} = \mathbf{I}$$

Si premultiplicamos por \mathbf{Y}^{-1} en la ecuación anterior:

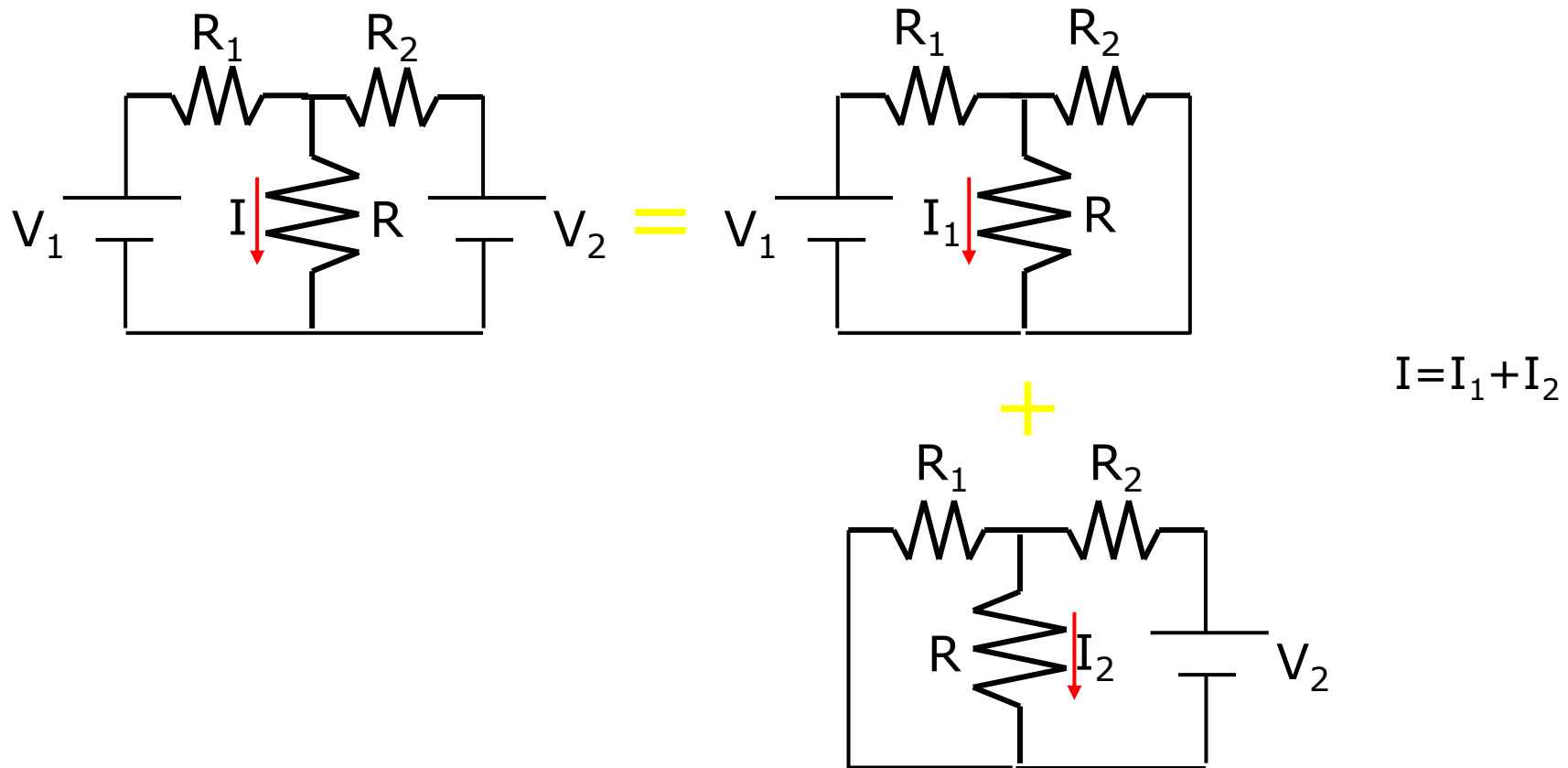
$$\mathbf{V} = \mathbf{Y}^{-1}\mathbf{I} \Rightarrow \mathbf{V} = \mathbf{ZI}$$

Z es el inverso de la matriz de admitancias **Y**

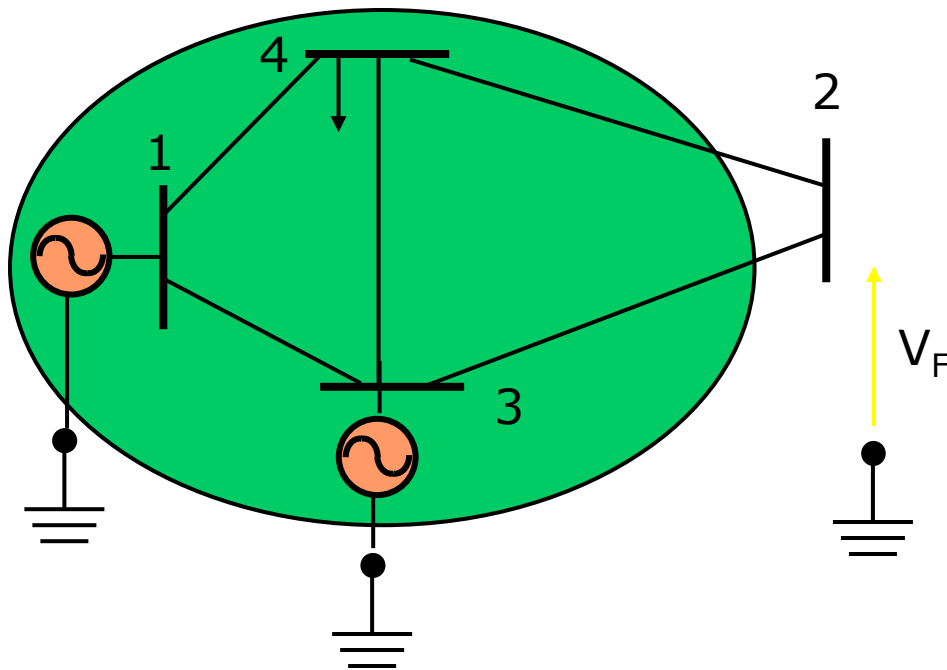
Z es la matriz de impedancias de la red (no es dispersa como **Y**)

Principio de superposición

En un circuito eléctrico lineal, el efecto de cada fuente puede ser calculado de manera separada, y luego sumarse para obtener el efecto completo.



Aplicación del método de la matriz Z



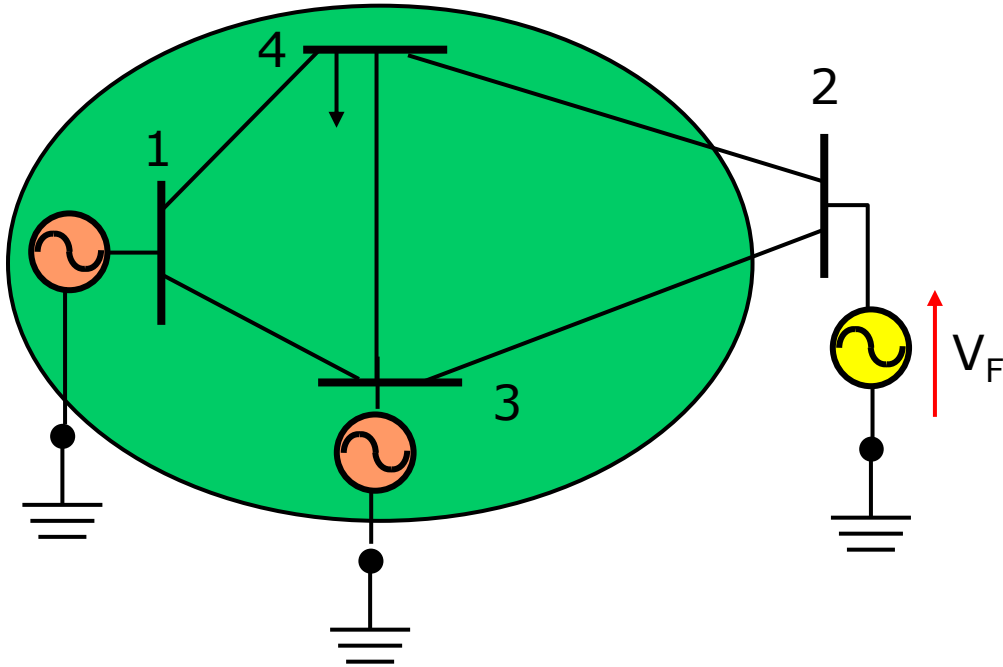
Tensión prefalla en el punto de localización de la falla

$$\mathbf{ZI} = \mathbf{V}$$



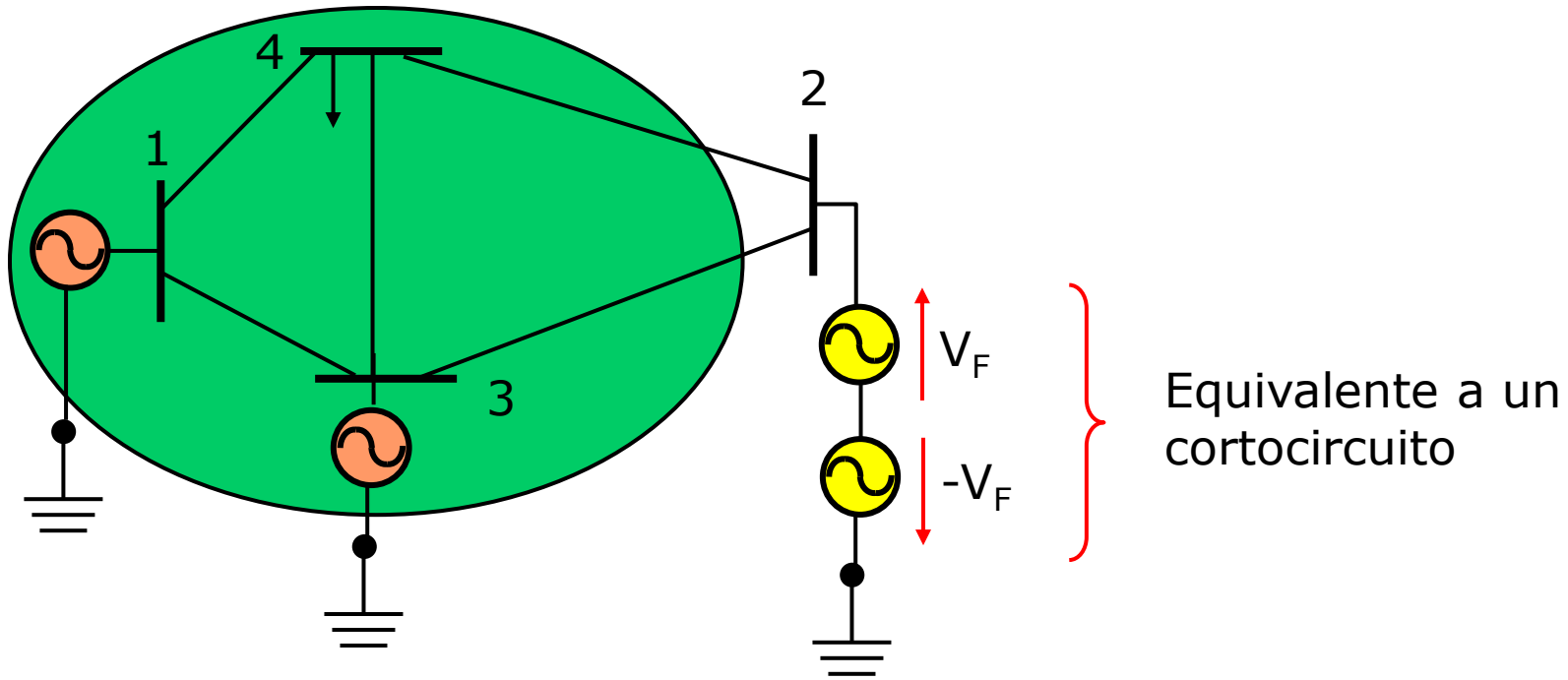
$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \\ \bar{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 = \bar{V}_F \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix}$$

Aplicación del método de la matriz Z



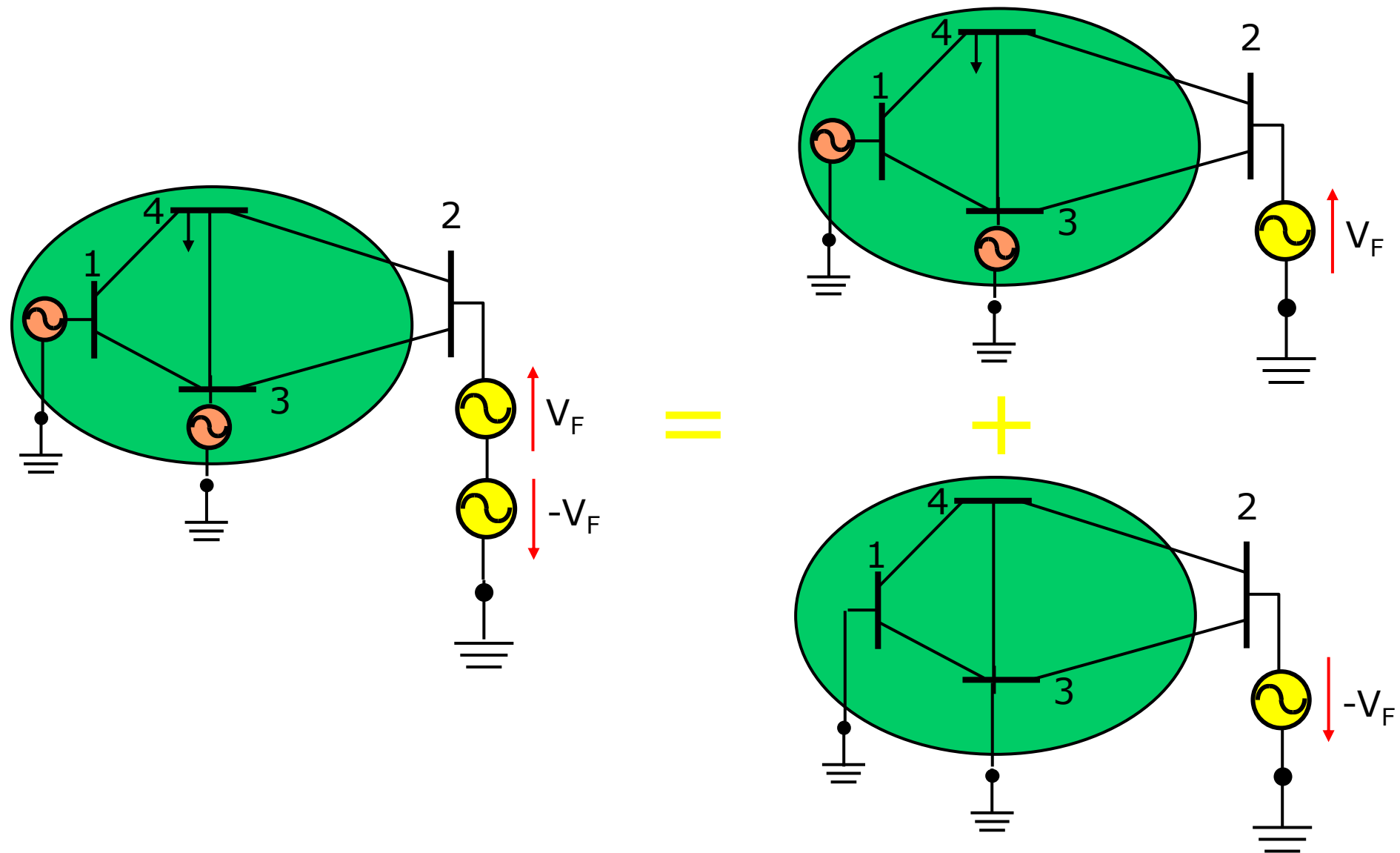
Al incluir una fuente de tension de magnitud V_F , no cambia las corrientes o tensiones de la red.

Modelado de un cortocircuito

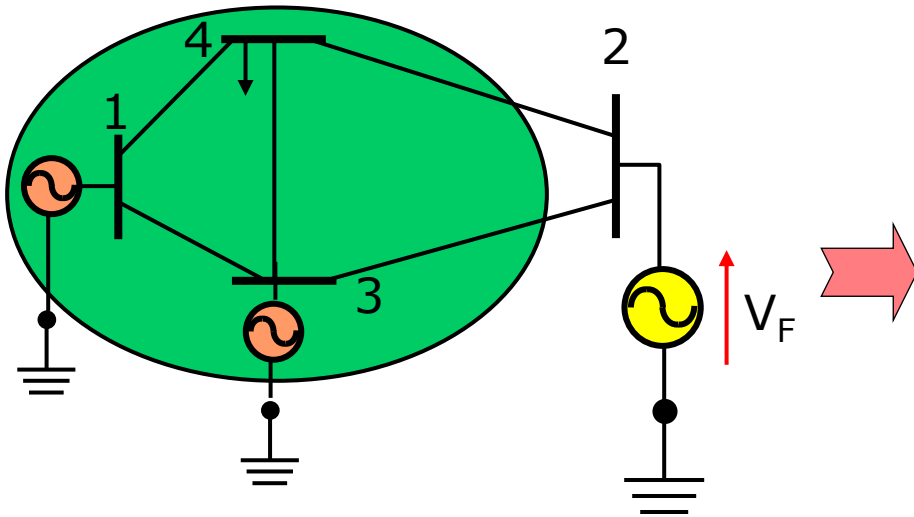


El modelado del cortocircuito no afecta la estructura de la red. O sea, la matriz \mathbf{Z} no cambia con la localización de la falla.

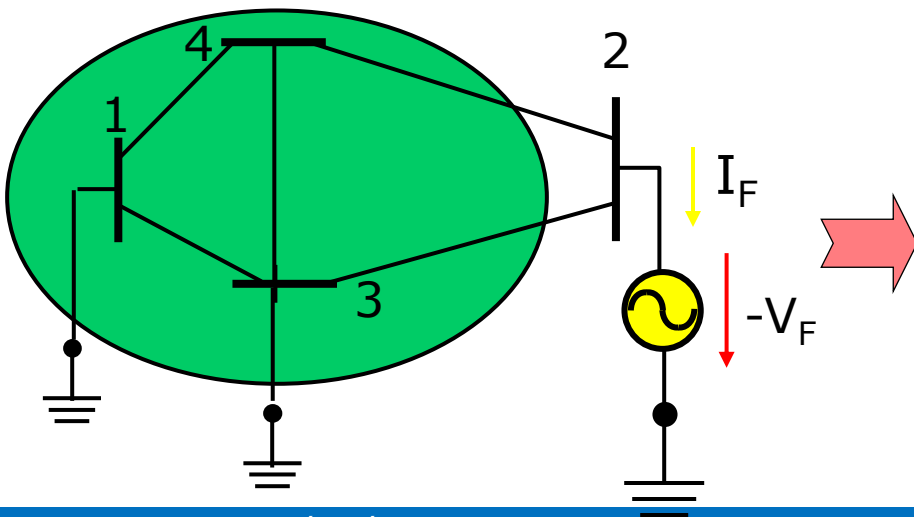
Aplicación del principio de superposición



Aplicación del principio de superposición



$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \\ \bar{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_F \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{I}_F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \bar{V}_1 \\ -\bar{V}_F \\ \Delta \bar{V}_3 \\ \Delta \bar{V}_4 \end{bmatrix}$$

Cálculo de corrientes de falla

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{I}_F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \bar{V}_1 \\ -\bar{V}_F \\ \Delta \bar{V}_3 \\ \Delta \bar{V}_4 \end{bmatrix}$$

Note que:

- $-\bar{I}_F$ es la única corriente inyectada a la red
- $\Delta \bar{V}_1$, $\Delta \bar{V}_3$ y $\Delta \bar{V}_4$ son los cambios de las tensiones en otras barras causadas por la falla en la barra 2
- La matriz **Z** se construye de la inversa de **Y**.

Cálculo de corrientes de falla

Considere la 2da ecuación del sistema:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{I}_F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \bar{V}_1 \\ -\bar{V}_F \\ \Delta \bar{V}_3 \\ \Delta \bar{V}_4 \end{bmatrix}$$

De donde se obtiene:

$$0 - Z_{22}\bar{I}_F + 0 + 0 = -\bar{V}_F$$

$$\bar{I}_F = \frac{\bar{V}_F}{Z_{22}}$$

Para calcular la corriente de falla en cualquier barra necesitamos:

- La tensión prefalla
- El elemento diagonal correspondiente de la matriz \mathbf{Z} .

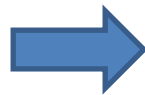
Cálculo de tensiones de falla

A partir de:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{I}_F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \bar{V}_1 \\ -\bar{V}_F \\ \Delta \bar{V}_3 \\ \Delta \bar{V}_4 \end{bmatrix} \quad \bar{I}_F = \frac{\bar{V}_F}{Z_{22}}$$

Se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{V}_1 \\ \Delta \bar{V}_2 \\ \Delta \bar{V}_3 \\ \Delta \bar{V}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Z_{12} \bar{I}_F \\ -Z_{22} \bar{I}_F \\ -Z_{32} \bar{I}_F \\ -Z_{42} \bar{I}_F \end{bmatrix}$$



Tensiones durante la falla

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_F \\ \bar{V}_F \\ \bar{V}_F \\ \bar{V}_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \bar{V}_1 \\ \Delta \bar{V}_2 \\ \Delta \bar{V}_3 \\ \Delta \bar{V}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ 0 \\ 1 - \frac{Z_{32}}{Z_{22}} \\ 1 - \frac{Z_{42}}{Z_{22}} \end{bmatrix} \bar{V}_F$$

Así podemos calcular los *sags* de tension en todas las barras debido a la falla.

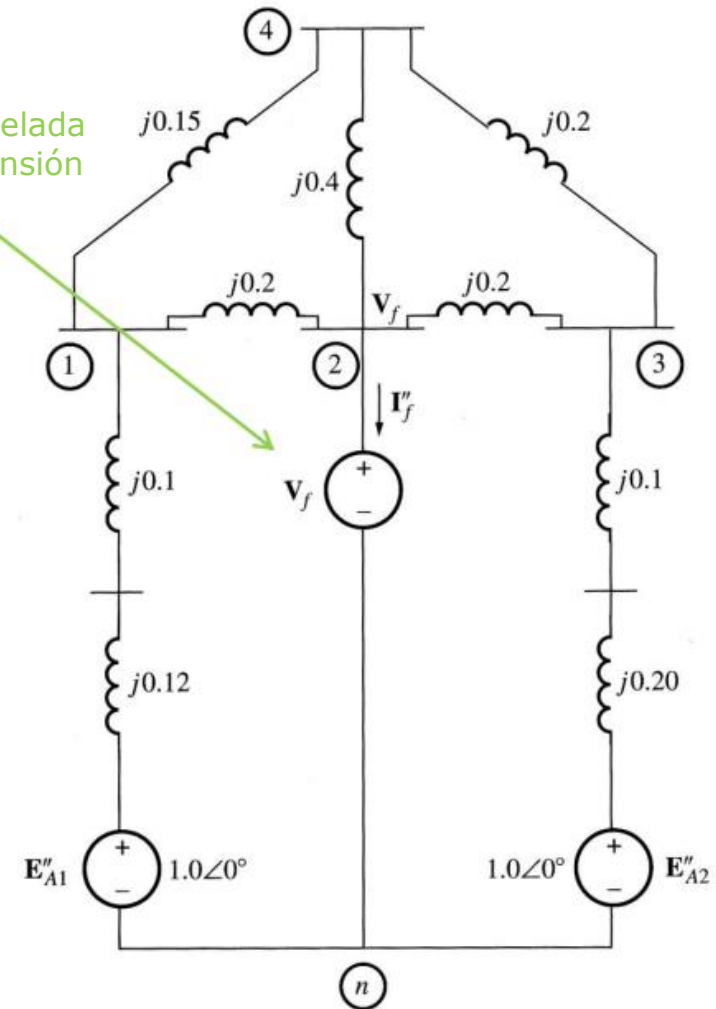
Ejemplo 8

La figura muestra el equivalente de una red de 4 barras.

Calcule la corriente de falla en barra 2 y tensiones en todas las barras

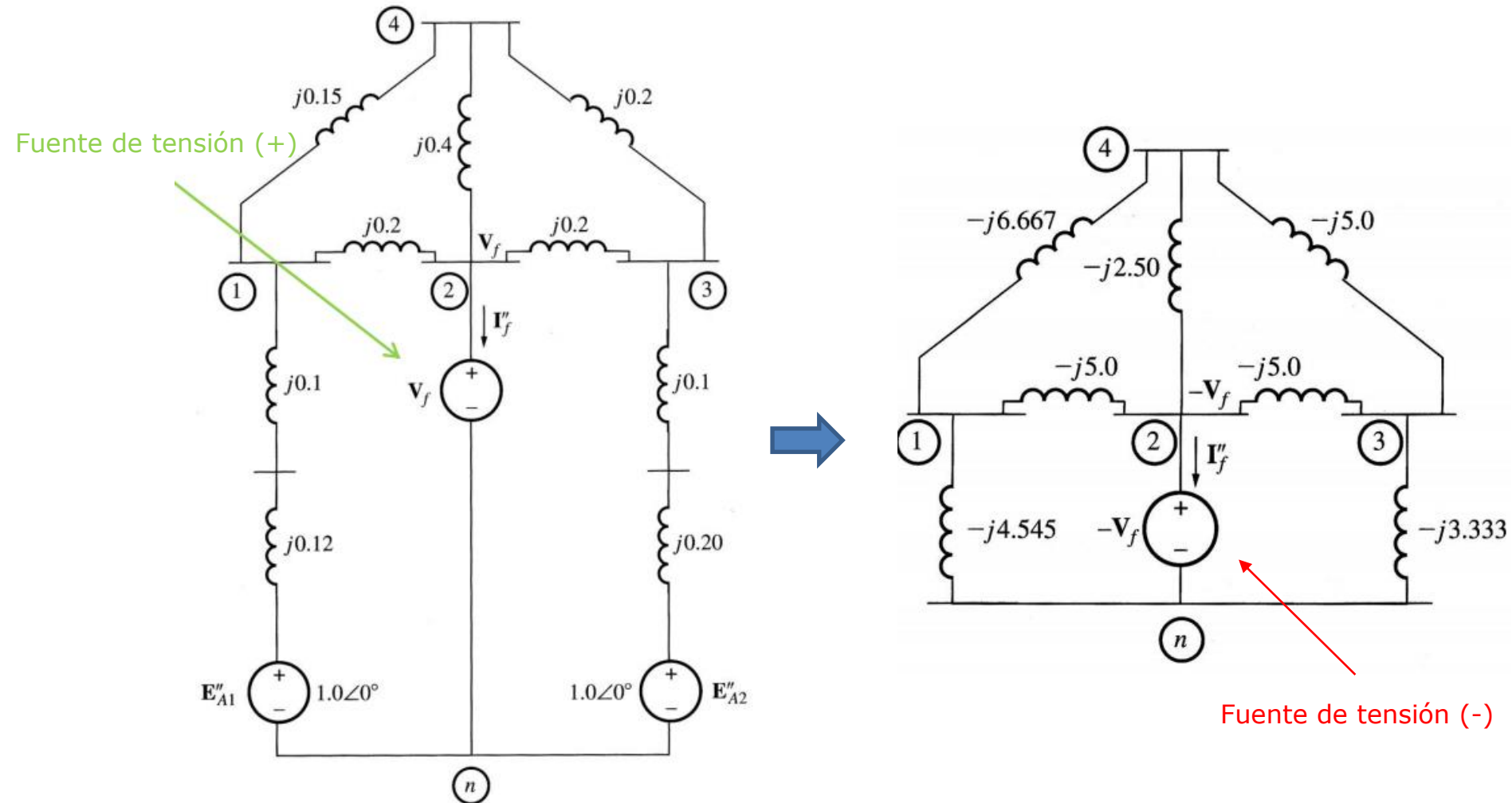
Suponga que la tensión prefalla es 1,0 p.u.

Tensión prefalla modelada por una fuente de tensión



Ejemplo 8

Calcule la corriente de falla en barra 2 y tensiones en todas las barras



Ejemplo 8

Calcule la corriente de falla en barra 2 y tensiones en todas las barras

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -j16.212 & j5.0 & 0 & j6.667 \\ j5.0 & -j12.5 & j5.0 & j2.5 \\ 0 & j5.0 & -j13.333 & j5.0 \\ j6.667 & j2.5 & j5.0 & -j14.167 \end{bmatrix}$$

$$Z_{bus} = \begin{bmatrix} 0 + j0.1515 & 0 + j0.1232 & 0 + j0.0934 & 0 + j0.1260 \\ 0 + j0.1232 & 0 + j0.2104 & 0 + j0.1321 & 0 + j0.1417 \\ 0 + j0.0934 & 0 + j0.1321 & 0 + j0.1726 & 0 + j0.1282 \\ 0 + j0.1260 & 0 + j0.1417 & 0 + j0.1282 & 0 + j0.2001 \end{bmatrix}$$

Ejemplo 8

Calcule la corriente de falla en barra 2 y tensiones en todas las barras

$$I_f'' = \frac{V_f}{Z_{22}}$$

$$I_{ij} = -Y_{ij} (V_i - V_j)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_f \\ V_f \\ V_f \\ V_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_f \\ V_f \\ V_f \\ V_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{Z_{12}}{Z_{22}} V_f \\ -V_f \\ -\frac{Z_{32}}{Z_{22}} V_f \\ -\frac{Z_{42}}{Z_{22}} V_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ 0 \\ 1 - \frac{Z_{32}}{Z_{22}} \\ 1 - \frac{Z_{42}}{Z_{22}} \end{bmatrix} V_f$$

Ejemplo 8

Calcule la corriente de falla en barra 2 y tensiones en todas las barras

$$I_{f,2}'' = \frac{V_f}{Z_{22}} = \frac{1.00 \angle 0^\circ}{j0.2104} = 4.753 \angle -90^\circ \text{ pu}$$

$$V_1 = \left(1 - \frac{Z_{12}}{Z_{22}}\right) V_f = \left(1 - \frac{j0.1232}{j0.2104}\right) \cdot 1.0 \angle 0^\circ = 0.414 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$V_2 = 0.0 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

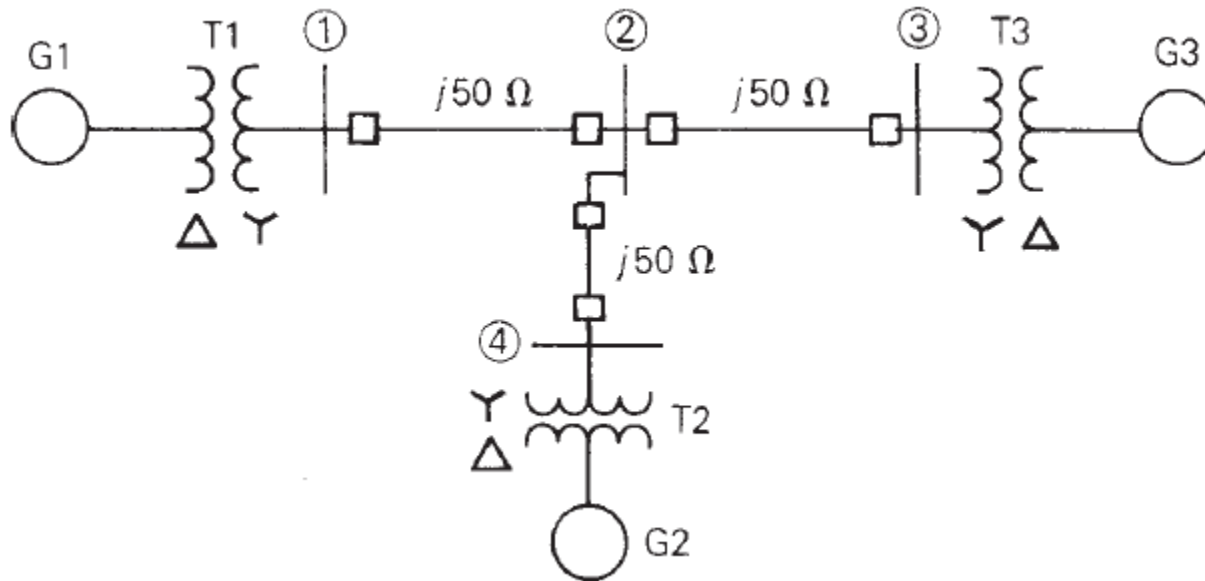
$$V_3 = \left(1 - \frac{Z_{32}}{Z_{22}}\right) V_f = \left(1 - \frac{j0.1321}{j0.2104}\right) \cdot 1.0 \angle 0^\circ = 0.372 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$V_4 = \left(1 - \frac{Z_{42}}{Z_{22}}\right) V_f = \left(1 - \frac{j0.1417}{j0.2104}\right) \cdot 1.0 \angle 0^\circ = 0.327 \angle 0^\circ \text{ pu}$$

$$\bar{I}_{12} = -Y_{12}(\bar{V}_1 - \bar{V}_2) = -j5.0 \cdot (0.414 - 0) = -j2.07 \text{ pu}$$

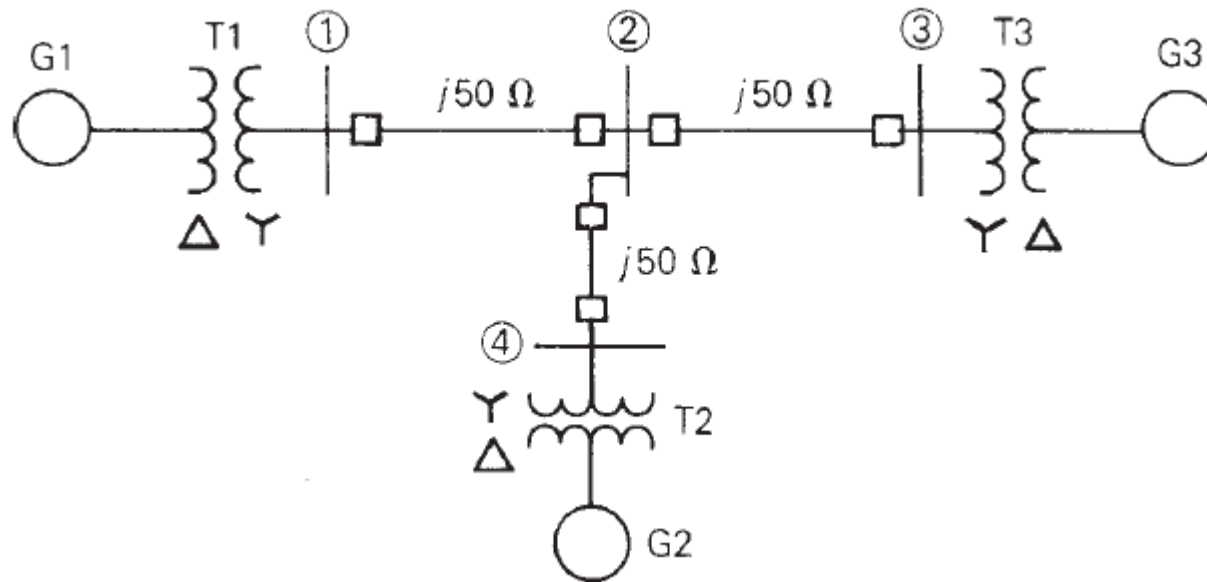
Proyecto

1. Calcule la corriente de cortocircuito (en kA) si ocurre falla trifásica en barra 1. Use (a) método simplificación de Thevenin y (b) método de matriz Z. Ignore las corrientes prefalla, o sea $V_F = 1,0 \text{ pu}$.
2. Calcule la tensión en todas las barras durante la falla.
3. Calcule la corriente que va de barra 4 a barra 2 (I_{42}) durante la falla



Datos del sistema en siguiente diapositiva. Datos en base propia. Use $S_B = 100 \text{ MVA}$ y $V_B = 500 \text{ kV}$ en zona de transmisión.

Proyecto



Generator G1: 500 MVA, 13.8 kV, $X'' = 0.20$ per unit

Generator G2: 750 MVA, 18 kV, $X'' = 0.18$ per unit

Generator G3: 1000 MVA, 20 kV, $X'' = 0.17$ per unit

Transformer T1: 500 MVA, 13.8 Δ/500 Y kV, $X = 0.12$ per unit

Transformer T2: 750 MVA, 18 Δ/500 Y kV, $X = 0.10$ per unit

Transformer T3: 1000 MVA, 20 Δ/500 Y kV, $X = 0.10$ per unit

Each 500-kV line: $X_1 = 50 \Omega$