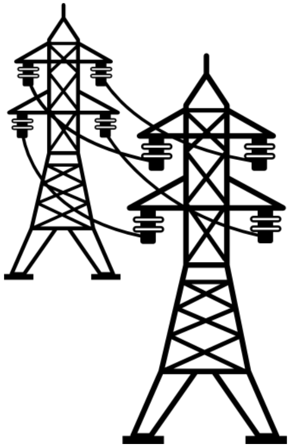
EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica



IE-0469 Sistemas de Potencia I

Presentación #7:
Flujos de potencia óptimos

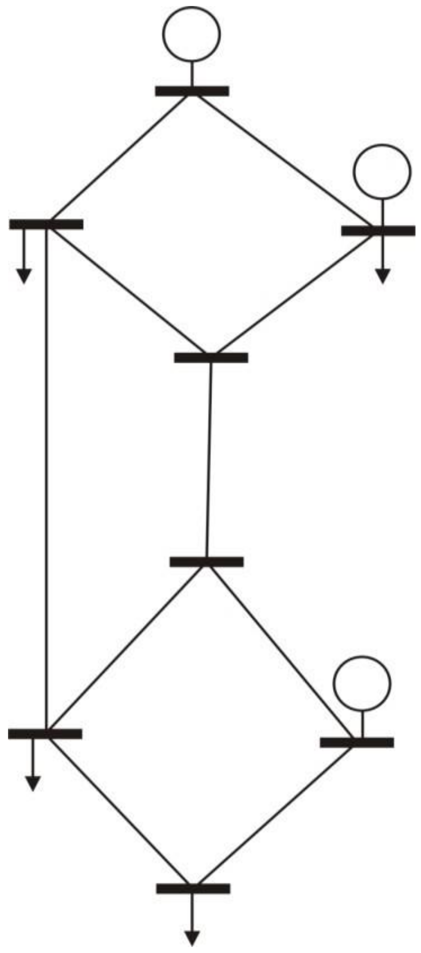
Dr. Andrés Argüello Guillén
andres.arguelloguillen@ucr.ac.cr

Porqué aprender de OPFs?

- La optimización del sistema es un proceso fundamental para su operación. Se realiza para corto, mediano o largo plazo.
- Esta optimización tiene múltiples objetivos posibles, que pueden incluir restricciones no solo de operación sino también de seguridad.
- Las herramientas que ocupamos para estos cálculos se basan en flujos de potencia, siempre con el balance de carga/generación.
- A continuación se presentan uma serie de fundamentos matemáticos para la formulación del problema. Sin embargo, nos vamos a enfocar en su aplicación práctica.

Flujos de potencia óptimos (OPF)

Problema matemático que consiste en **encontrar** los *settings* de **las variables de control** (potencia de generadores, posición de taps de trafos) **que minimizan la función objetivo** (costos de generación, reducción de pérdidas), tomando en cuenta las ecuaciones de flujos de potencia y restricciones de operación.



Flujos de potencia óptimos (OPF)

$$
\begin{aligned}
&\min_{x,u} f(x,u) \\
&s.a. \quad h(x,u) = 0 \\
&\qquad\quad g(x,u) \leq 0
\end{aligned}
$$

- Variables de estado x:
  - Magnitud y ángulo de tensiones en barras
- Variables de control u:
    - Potencia de generadores
    - Taps de transformadores, capacitores
    - Setpoint de tensión de generadores, etc.
- Restricciones de igualdad $h(x,u)$:
  - Ecuaciones de flujos de potencia

Flujos de potencia óptimos (OPF)

$$\min_{x,u} f(x,u)$$
$$s.a.\quad h(x,u) = 0$$
$$g(x,u) \leq 0$$

- Restricciones de **des**igualdad $g(x,u)$:
  - Límites en flujos de potencia o tensiones
  - Límites en unidades de generación o equipos de control
- Función objetivo $f(x,u)$:
  - Minimizar desviaciones de tensiones respecto a referencia
  - Minimizar costos de producción
  - Minimizar pérdidas

Aplicaciones de OPF

El OPF se puede usar para:

- Calcular el despacho de generación óptimo y las variables de control que minimizan costos, mientras se cumplen todas las restricciones de la red de transmisión.
- Realizar estudios económicos para analizar los costos incrementales en cada barra del sistema.
- Proveer un despacho *preventivo* cuando las restricciones de seguridad se incluyen (**SCOPF** en inglés)
- Proveer periódicamente optimización tipo Volt/VAR
- Determinar el máximo estrés que un sistema puede soportar para estudios de planificación (máxima cargabilidad)

DC OPF

Basado en flujos de potencia DC.

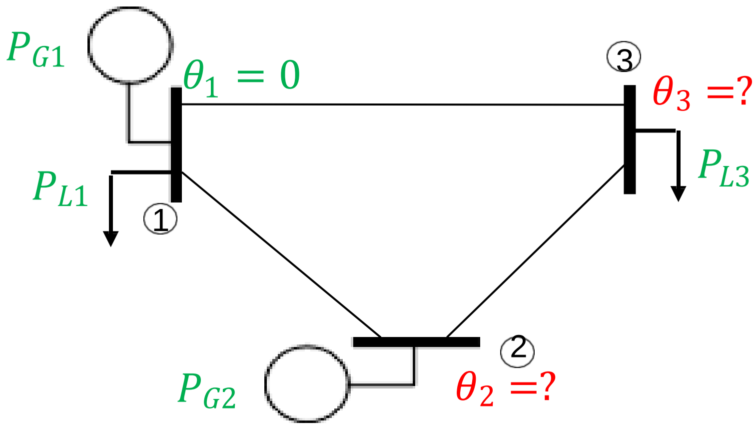
Objetivo:

$$\min_{P_G} \sum_{i=1}^{N_G} C_{G_i}(P_{G_i}) = \sum_{i=1}^{N_G} (a_i P_{G_i}^2 + b_i P_{G_i} + c_i)$$

- Variables: P_G, θ (excluyendo ángulo de barra referencia, e.g. $\theta_1 = 0$)
- Restricciones de igualdad
  - Balance de potencia en todos los nodos: $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{B}' \cdot \boldsymbol{\theta}$
- Restricciones de **des**igualdad
  - Límites en unidades de generación: $P_G^{min} \leq P_G \leq P_G^{max}$
  - Límites en flujos de potencia: $-P_{ij}^{max} \leq P_{ij} \leq P_{ij}^{max}$

Flujos de potencia DC vs DC OPF

- Cálculo de flujos de potencia

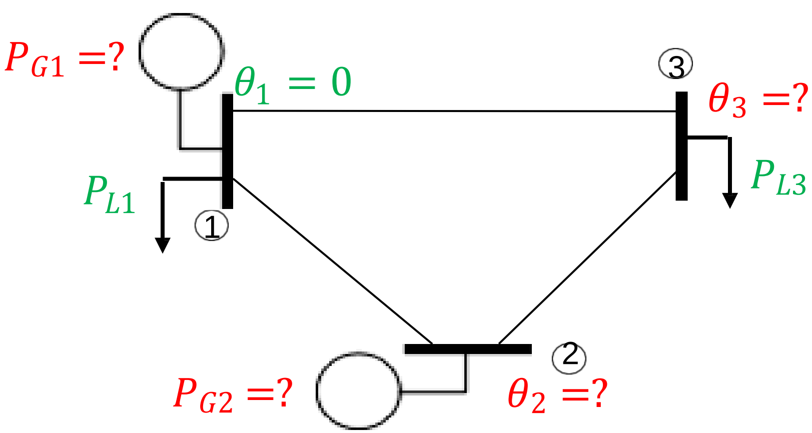


$$\theta_1 = 0$$

$$\begin{bmatrix} P_{G2} \\ -P_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{12}} + \frac{1}{x_{23}} & -\frac{1}{x_{23}} \\ -\frac{1}{x_{23}} & \frac{1}{x_{13}} + \frac{1}{x_{23}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

- OPF:

Se debe incluir balance de potencia de barra oscilante.



$$\theta_1 = 0$$

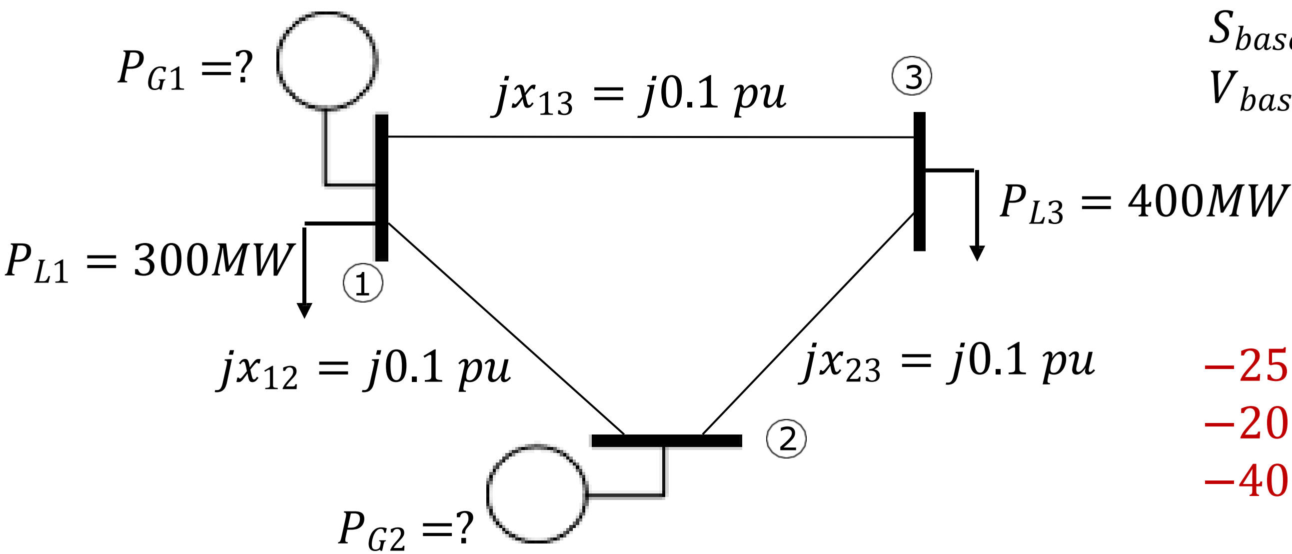
$$\begin{bmatrix} P_{G1} - P_{L1} \\ P_{G2} \\ -P_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{x_{12}} & -\frac{1}{x_{13}} \\ \frac{1}{x_{12}} + \frac{1}{x_{23}} & -\frac{1}{x_{23}} \\ -\frac{1}{x_{23}} & \frac{1}{x_{13}} + \frac{1}{x_{23}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

DC OPF

Ejemplo 1

$$C_1(P_{G1}) = 900 + 45P_{G1} + 0.01P_{G1}^2 \qquad 0MW \leq P_{G1} \leq 200MW$$

$$C_2(P_{G2}) = 2500 + 43P_{G2} + 0.003P_{G2}^2 \qquad 0MW \leq P_{G2} \leq 600MW$$



$$S_{base} = 100MW$$
$$V_{base} = V_{nom}$$

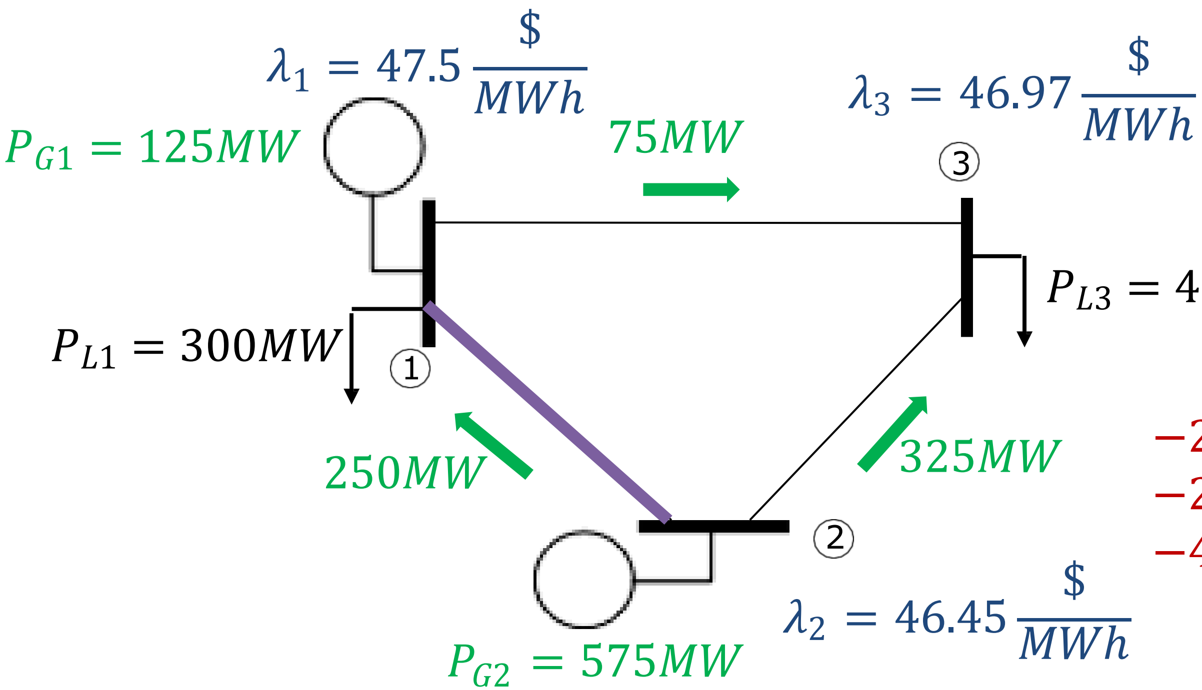
$$-250 \leq P_{12} \leq 250$$
$$-200 \leq P_{13} \leq 200$$
$$-400 \leq P_{23} \leq 400$$

DC OPF

Ejemplo 1

$$C_1(P_{G1}) = 900 + 45P_{G1} + 0.01P_{G1}^2 \qquad 0MW \leq P_{G1} \leq 200MW$$

$$C_2(P_{G2}) = 2500 + 43P_{G2} + 0.003P_{G2}^2 \qquad 0MW \leq P_{G2} \leq 600MW$$



$S_{base} = 100MW$
$V_{base} = V_{nom}$

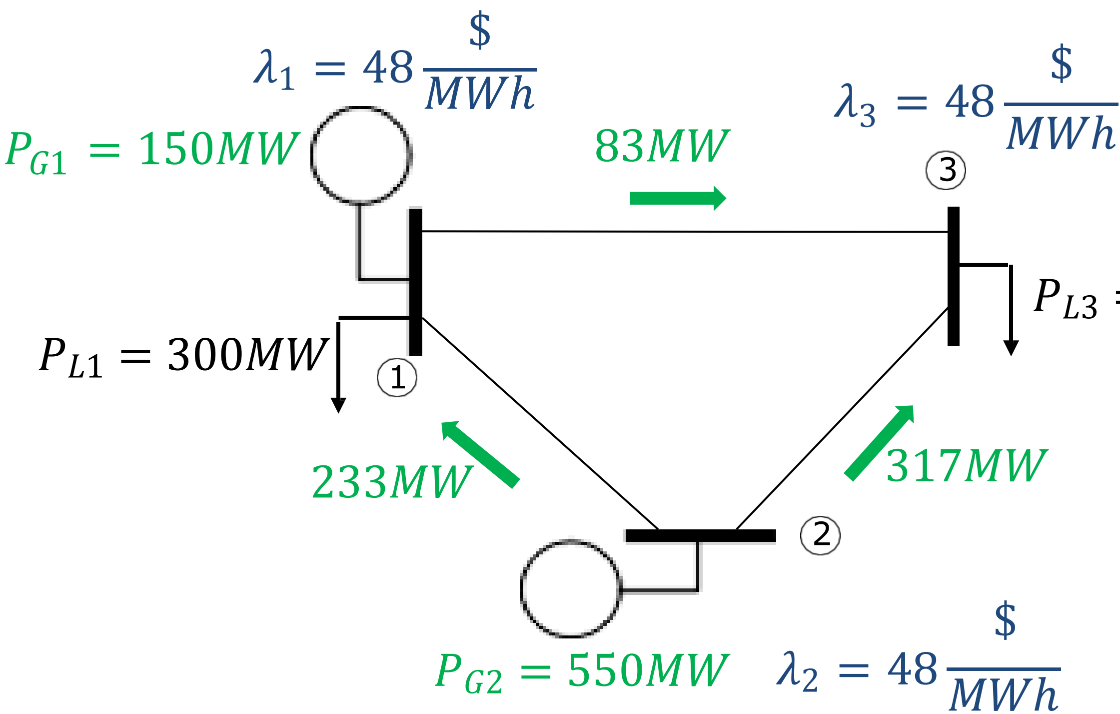
$-250MW \leq P_{12} \leq 250MW$
$-200MW \leq P_{13} \leq 200MW$
$-400MW \leq P_{23} \leq 400MW$

DC OPF

Ejemplo 2

$$C_1(P_{G1}) = 900 + 45P_{G1} + 0.01P_{G1}^2 \qquad 0MW \leq P_{G1} \leq 200MW$$

$$C_2(P_{G2}) = 2500 + 43P_{G2} + 0.003P_{G2}^2 \qquad 0MW \leq P_{G2} \leq 550MW$$



$$S_{base} = 100MW$$
$$V_{base} = V_{nom}$$

$$-250MW \leq P_{12} \leq 250MW$$
$$-200MW \leq P_{13} \leq 200MW$$
$$-400MW \leq P_{23} \leq 400MW$$

DC OPF

Conclusiones de los ejemplos anteriores:

Caso 1: al menos una restricción de flujo de potencia era vinculante.

Los resultados difieren del problema de despacho económico anterior

Los multiplicadores de Lagrange en cada nodo difieren => corresponden a precios marginales locales*

Caso 2: las restricciones de flujos de potencia no son vinculantes

Resultado igual al caso de despacho económico.

Los multiplicadores de Lagrange para las restricciones de balance de potencia son todos iguales.

*Precios marginales locales

Multiplicador de Lagrange = Precio marginal local

Indica el costo de cubrir 1 MWh adicional de carga en ese nodo particular.

AC OPF

- Objetivo

$$\min_{P_G} \sum_{i=1}^{N_G} C_{G_i}(P_{G_i}) = \sum_{i=1}^{N_G} (a_i P_{G_i}^2 + b_i P_{G_i} + c_i)$$

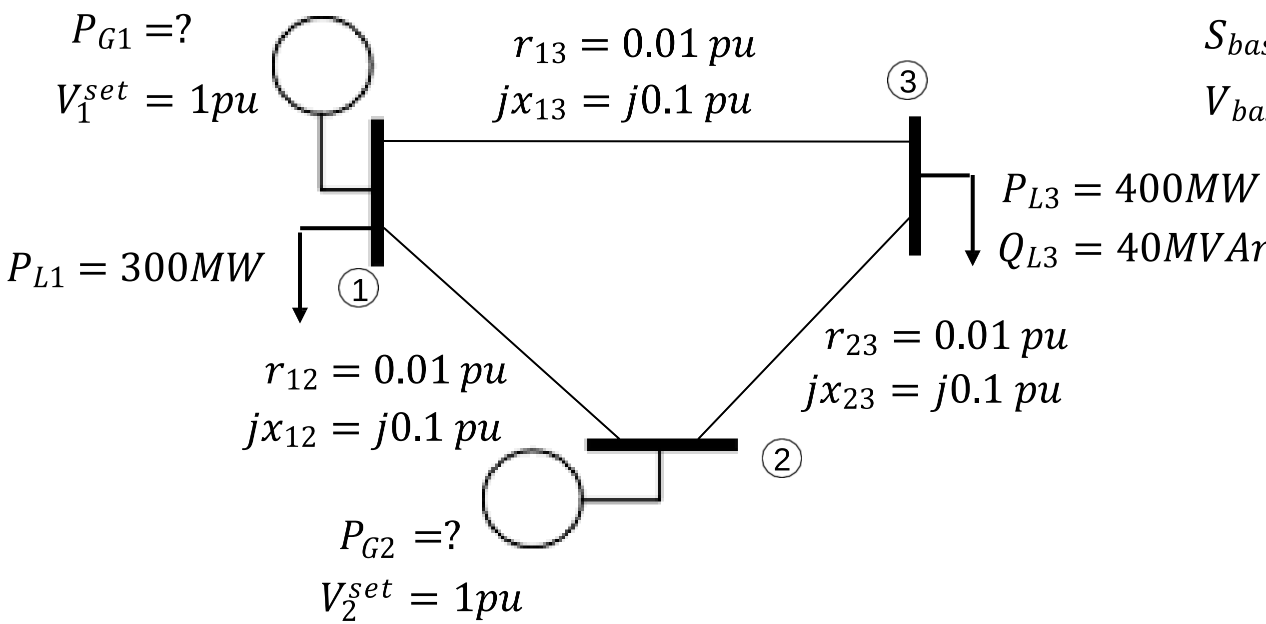
- Variables: P_G, V, θ
- Restricciones de igualdad
  - Balance de potencia activa en toda barra: $P_i = \sigma_{ij\in\Omega_i} P_{ij}(V_i, V_j, \theta_i, \theta_j)$
  - Balance de potencia reactiva en barra PQ: $Q_i = \sigma_{ij\in\Omega_i} Q_{ij}(V_i, V_j, \theta_i, \theta_j)$
  - Control de tension en barras PV: $V_i = V_i^{set}$
- Restricciones de **des**igualdad
  - Límites en generación: $P_G^{min} \leq P_G \leq P_G^{max}$ y $Q_G^{min} \leq Q_G \leq Q_G^{max}$
  - Límites en flujos: $-S_{ij}^{max} \leq S_{ij} \leq S_{ij}^{max}$ o $-I_{ij}^{max} \leq I_{ij} \leq I_{ij}^{max}$
  - Límites en tensiones de barras tipo PQ: $V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max}$

Ejemplo 3: AC OPF

PSS®E

$$C_1(P_{G1}) = 900 + 45P_{G1} + 0.01P_{G1}^2 \qquad 0MW \le P_{G1} \le 200MW$$

$$C_2(P_{G2}) = 2500 + 43P_{G2} + 0.003P_{G2}^2 \qquad 0MW \le P_{G2} \le 700MW$$



$S_{base} = 100MW$

$V_{base} = V_{nom}$

$|S_{12}| \le 250MVA$

$|S_{13}| \le 200MVA$

$|S_{23}| \le 400MVA$

Ejemplo 3: AC OPF

Pasos a seguir en PSS/e:

- Ingrese las curvas de costo de las unidades en OPF→Data Tables.
- Haga una lista de curvas de costo en OPF→Data→Disp.Table
- Asigne las curvas de costo a las unidades en OPF→Data→Gen. Disp
- Ingrese las restricciones de flujos en OPF→Data→Branch Flow

  Atención a la diferencia entre *reporting* y *hard limits*.

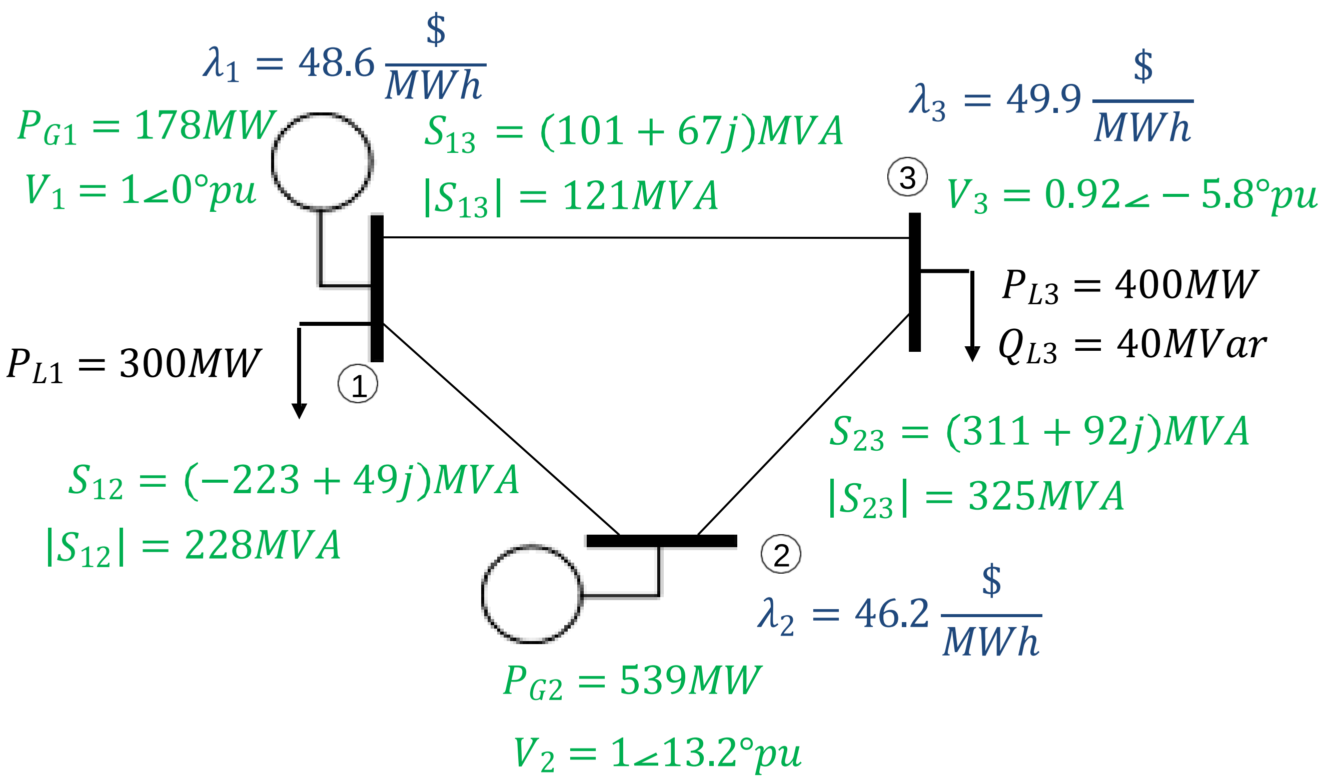
- Corra el OPF y compruebe que es igual al resultado de la siguiente diapositiva.

Ejemplo 3: AC OPF

PSS®E

$$C_1(P_{G1}) = 900 + 45P_{G1} + 0.01P_{G1}^2 \qquad 0MW \le P_{G1} \le 200MW$$

$$C_2(P_{G2}) = 2500 + 43P_{G2} + 0.003P_{G2}^2 \qquad 0MW \le P_{G2} \le 700MW$$



$S_{base} = 100MW$

$V_{base} = V_{nom}$

$|S_{12}| \le 250MVA$

$|S_{13}| \le 200MVA$

$|S_{23}| \le 400MVA$

DC OPF vs. AC OPF

	DC OPF	AC OPF
$U_1\angle\theta_1$	$1\angle 0°\ pu$	$1\angle 0°\ pu$
$U_2\angle\theta_2$	$1\angle 15.87°\ pu$	$1\angle 13.2°\ pu$
$U_3\angle\theta_3$	$1\angle -3.53°\ pu$	$0.92\angle -5.8°\ pu$
P_{G1}	$84.6\ MW$	$178\ MW$
P_{G2}	$615.4\ MW$	$539\ MW$
P_{loss}	$0\ MW$	$17\ MW$

OPF con restricciones de seguridad

- Problema de optimización
  - Inicialmente igual a **DC OPF** o AC OPF
  - Balances de flujos de potencia adicional para considerar contingencias
  - Restricciones de operación adicional para las **contingencias** consideradas
- Variables
  - Generación de potencia: P_G
  - Tensiones en operación normal: V_0, θ_0
  - Tensiones para cada caso de contingencia: $V_q, \theta_q, \quad q = 1, \dots, N$
- Formulación

$$\sum_{i=1}^{N_G} C_i(P_{G_i})$$

$$
\begin{aligned}
s.t. \quad & g_0(x_0, P_G) = 0 \\
& h_0(x_0, P_G) \leq \overline{h} \\
& g_q(x_q, P_G) = 0, \qquad q = 1, \dots, N \\
& h_q(x_q, P_G) \leq \overline{h}, \qquad q = 1, \dots, N
\end{aligned}
$$

SCOPF

Evaluación de contingencias

OPF con restricciones de seguridad

Procedimiento (basado en relajación de restricciones):

1. Resuelva un despacho económico ignorando restricciones de la red y las contingencias
2. Calcule los flujos de potencia de red intacta **usando flujos DC**
3. Corrija las violaciones en flujos de línea de la red intacta, uno por uno, redespachando los generadores en la forma más económica posible.
4. Corrija violaciones de la red con contingencia, uno por uno, redespachando los generadores en la forma más económica.

Usaremos factores de cambios para modelar el efecto de cambios en generación y la red en los flujos de todas las líneas.

SCOPF (con análisis DC)

Factores de cambio de generación: Es la razón del cambio de potencia en una línea con respecto al cambio en la inyección de potencia en barra i:

$$h_{li} = \frac{\Delta f_l}{\Delta P_i}$$

Debido a la necesidad de mantener el balance de potencia en la red, el cambio de generación ΔP_i debe ser compensado por un cambio de generación en la barra oscilante.

En el límite cuando $\Delta P_i \to 0$, tenenos:

$$h_{li} = \frac{\partial f_l}{\partial P_i}$$

SCOPF (con análisis DC)

¿Qué sucede con el flujo de potencia en línea l si la generación en barra i se desconecta?

- Suponemos que la pérdida de generación la toma el generador en la barra oscilante
- Si el generador en barra i estaba entregando P_i^0, entonces el cambio de inyección en dicha barra es $\Delta P_i = -P_i^0$.
- El flujo resultante en cualquier línea l sería:

$$\hat{f}_l = f_l^0 + h_{li}\Delta P_i = f_l^0 - h_{li}P_i^0$$

Donde f_l^0 es el flujo de potencia en la línea l antes de la salida de generación.

SCOPF (con análisis DC)

De manera generalizada, si consideramos cambios de generación en todas las barras:

$$\hat{f}_l = f_l^0 + \sum_{i=1}^{N} h_{li} \Delta P_i$$

Debemos notar que $\Delta P_r = -\sum_{i=1, i\neq r}^{N} \Delta P_i$, y $h_{lr} = 0$. Esto es:

- El cambio neto de generación debe ser siempre compensado por la barra oscilante o referencia r.
- El efecto marginal del cambio de generación en la barra de referencia es nula en el flujo de la línea l.

SCOPF (con análisis DC)

En forma matricial:

$$\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{f}^0 + \mathbf{H}\Delta\mathbf{P}$$

Ahora debemos encontrar la matriz **H**. Recordemos que en flujos DC, los ángulos de las tensiones se calculan como:

$$\hat{\delta} = \left(\hat{\mathbf{B}}'\right)^{-1}\hat{\mathbf{P}}$$

Definimos la matriz **X**:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0} & \left(\hat{\mathbf{B}}'\right)^{-1} \end{bmatrix}$$

SCOPF (con análisis DC)

Suponiendo que la referencia y la barra oscilante son barra 1:

$$\delta = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\delta} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ \hat{\mathbf{P}} \end{bmatrix} \rightarrow \quad \delta = \mathbf{XP} \quad \rightarrow \quad \Delta\delta = \mathbf{X}\Delta\mathbf{P}$$

Haciendo $\Delta\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{0}$:

$$\frac{\partial \delta}{\partial \mathbf{P}} = \mathbf{X}$$

Además, debemos recordar que el flujo en la línea l es:

$$f_\ell = b_\ell(\delta_j - \delta_k) = \frac{1}{x_\ell}(\delta_j - \delta_k)$$

SCOPF (con análisis DC)

Ahora consideramos el efecto de un cambio en la inyección de barra i en el flujo de línea ℓ $(h_{\ell i})$:

$$h_{\ell i} = \frac{df_\ell}{dP_i} = \frac{d}{dP_i}\left[b_\ell(\delta_j - \delta_k)\right]$$

positivo

$$= b_\ell\left(\frac{d\delta_j}{dP_i} - \frac{d\delta_k}{dP_i}\right) = b_\ell(X_{ji} - X_{ki})$$

Matricialmente:

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{P}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{P}}\mathbf{C}\delta = \mathbf{C}\mathbf{X}$$

$$\mathbf{C} = \mathrm{diag}(\mathbf{b}_b)\mathbf{A}^T$$

SCOPF (con análisis DC)

Factor de distribución por salida de línea: Es la razón del cambio en el flujo de la línea l por la salida de línea k con respecto al flujo prefalla de línea k.

$$d_{l|k} = \frac{\Delta f_l}{f_k^0}$$

De modo que el flujo de potencia en la línea l por la salida de la línea k es:

$$\hat{f}_l = f_l^0 + d_{l|k} f_k^0$$

Donde el super índice 0 indica condición anterior de la salida de la línea.

SCOPF (con análisis DC)

Definimos el factor de sensibilidad $\Phi_{i|nm}$ que nos dice el impacto en el ángulo de la barra i debido a la salida de la línea k (entre barras n y m) que llevaba la potencia P_{nm}:

$$\Phi_{i|nm} = \frac{\Delta\delta_i}{P_{nm}}$$

Basado en el desarrollo del anexo, es posible demostrar:

$$\Phi_{i|nm} = \frac{X_{in} - X_{im}}{1 - b_k(X_{nn} + X_{mm} - 2X_{nm})}$$

para barra i, línea k (con barras m y n)

SCOPF (con análisis DC)

Recordando la definición del factor de distribución $d_{\ell|k}$:

$$d_{\ell|k} = \frac{\Delta f_\ell}{f_k^0} = \frac{b_\ell(\Delta\delta_i - \Delta\delta_j)}{f_k^0}$$

$$= b_\ell\left(\frac{\Delta\delta_i}{P_{nm}} - \frac{\Delta\delta_j}{P_{nm}}\right)$$

$$= b_\ell(\phi_{i|nm} - \phi_{j|nm})$$

De donde se obtiene:

$$d_{\ell|k} = b_\ell \frac{X_{in} - X_{im} - X_{jn} + X_{jm}}{1 - b_k(X_{nn} + X_{mm} - 2X_{nm})}$$

para la línea l con (barras i y j), por salida de línea k (con barras m y n)

SCOPF (con análisis DC)

Finalmente queremos saber el impacto en el flujo de una línea l cuando modificamos la generación en barra *i,* cuando la línea k está abierta:

$$\Delta f_\ell = h_{\ell i}\Delta P_i + d_{\ell|k}\Delta f_k$$

Sin embargo, como $\Delta f_k = h_{ki}\Delta P_i$:

$$\Delta f_\ell = \underbrace{(h_{\ell i} + d_{\ell|k} h_{ki})}_{\substack{\text{Sensibilidad del flujo de línea } l \text{ a} \\ \text{inyecciones en barra } i \text{ con línea } k \text{ fuera}}}\Delta P_i$$

$$\psi_{\ell i|k} = \left.\frac{\Delta f_\ell}{\Delta P_i}\right|_k = h_{\ell i} + d_{\ell|k} h_{ki}$$

para línea l, por inyección en barra *i*, cuando línea *k* fuera.

SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 4:

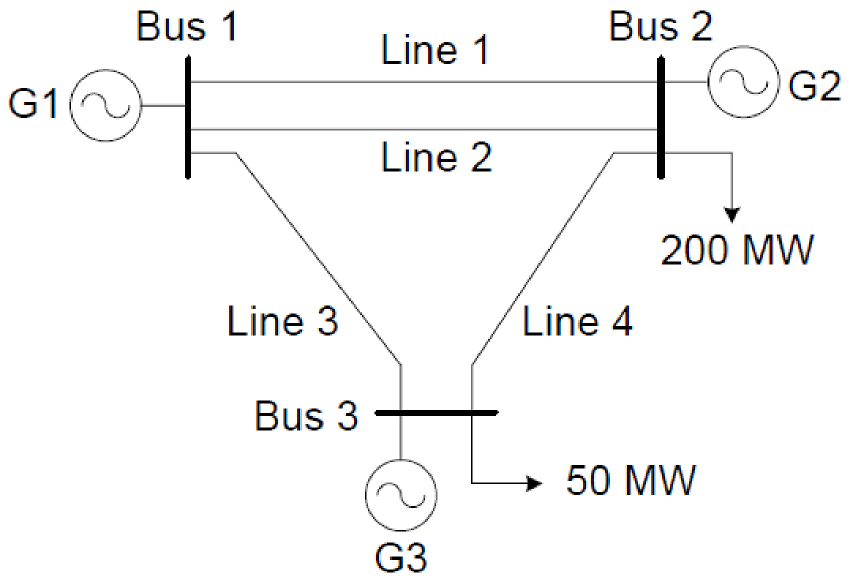
Determine despacho económico con restricciones de red.

Line data ($S_{base} = 100$ MVA)

ℓ	b_ℓ (pu)	f_ℓ^{max} (MW)
1	5	100
2	5	100
3	5	60
4	5	80

Generator data

i	g_i^{min} (MW)	g_i^{max} (MW)	c_i (£/MWh)
1	100	250	20
2	20	100	40
3	0	50	50



SCOPF (con análisis DC)

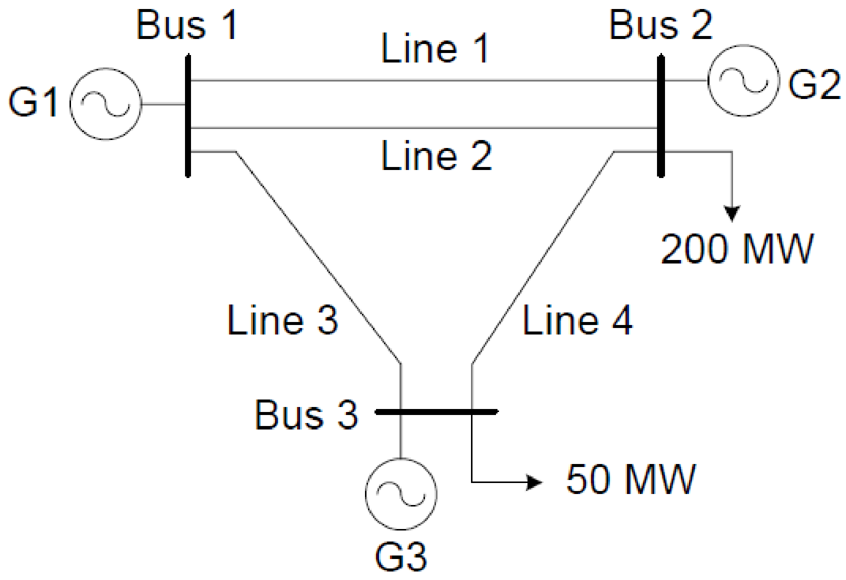
Ejemplo 4: Usamos relajación de restricciones

Primero resolvemos el despacho económico ignorando las restricciones de la red y los estados de contingencia.

$$\min F = 20g_1 + 40g_2 + 50g_3$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} g_1 + g_2 + g_3 &= 250 \\ g_1 &\geq 100 \\ -g_1 &\geq -250 \\ g_2 &\geq 20 \\ -g_2 &\geq -100 \\ g_3 &\geq 0 \\ -g_3 &\geq -50 \end{aligned}$$



SCOPF (con análisis DC)

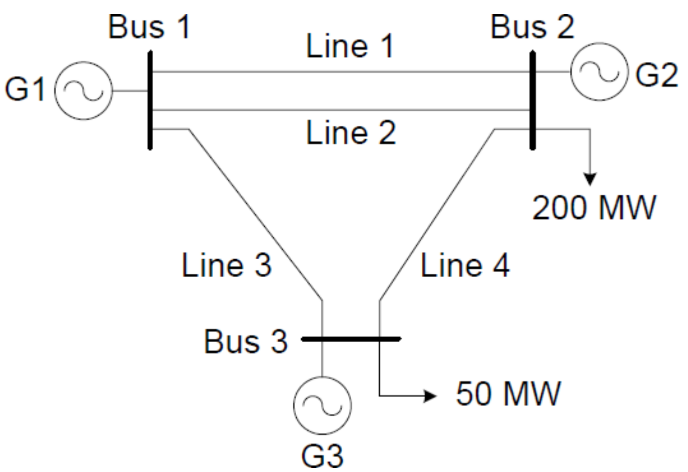
Ejemplo 4:

Generator data

i	g_i^{min} (MW)	g_i^{max} (MW)	c_i (£/MWh)
1	100	250	20
2	20	100	40
3	0	50	50

Dado que el generador 1 es el más barato, maximizamos su potencia de salida, así obtenemos:

- ★ $g_1^{[0]} = 230$ MW
- ★ $g_2^{[0]} = 20$ MW
- ★ $g_3^{[0]} = 0$ MW
- ★ $F^{[0]} = 5400$ £/h



SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 4: Flujos de potencia en DC.

$$\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} 15 & -10 & -5 \\ -10 & 15 & -5 \\ -5 & -5 & 10 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 5 & -5 & 0 \\ 5 & -5 & 0 \\ 5 & 0 & -5 \\ 0 & 5 & -5 \end{bmatrix}$$

Barra 1 es la referencia y barra oscilante:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.08 & 0.04 \\ 0 & 0.04 & 0.12 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & -0.4 & -0.2 \\ 0 & -0.4 & -0.2 \\ 0 & -0.2 & -0.6 \\ 0 & 0.2 & -0.4 \end{bmatrix}$$

SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 4: Los ángulos de tensiones para el despacho económico:

$$\delta^0 = \mathbf{XP}^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.08 & 0.04 \\ 0 & 0.04 & 0.12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.3 \\ -1.8 \\ -0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.164 \\ -0.132 \end{bmatrix}$$

Y los flujos de potencia:

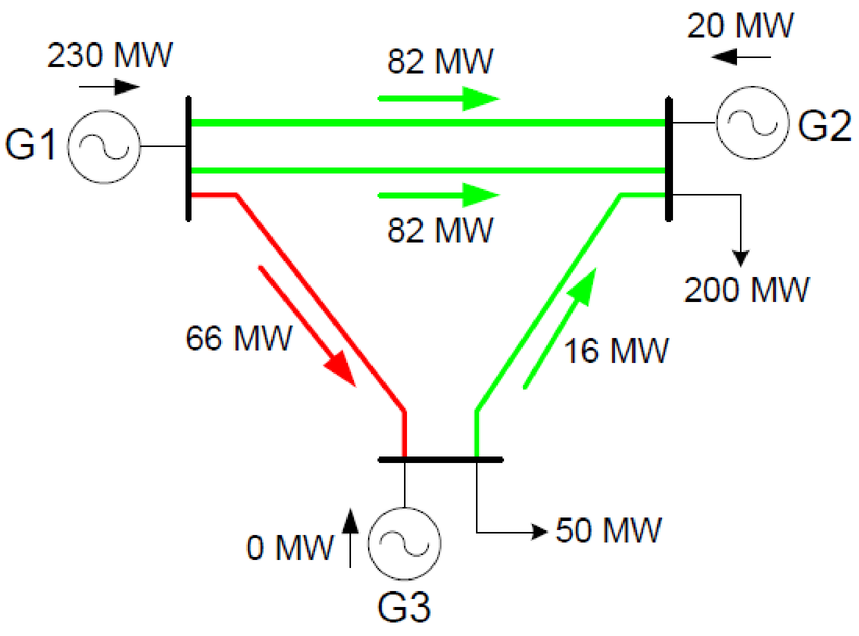
$$\mathbf{f}^0 = \mathbf{C}\delta^0 = \mathbf{HP}^0 = 100 \begin{bmatrix} 0 & -0.4 & -0.2 \\ 0 & -0.4 & -0.2 \\ 0 & -0.2 & -0.6 \\ 0 & 0.2 & -0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.3 \\ -1.8 \\ -0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 82 \\ 82 \\ 66 \\ -16 \end{bmatrix}$$

SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 4: Flujos de potencia en DC.

- La línea 3 está sobrecargada
- Se debe redespachar tal que

  $f_3 \leq 60$ MW
- O sea, debemos incluir una nueva restricción en el despacho económico.
- **¿Cuál restricción incluyo?**



SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 4: Redespacho económico

Primero determinamos el efecto en f_3 de redespachar unidades, para crear la restricción sobre este flujo de potencia:

$$f_3 = f_3^{[0]} + h_{31}\Delta P_1 + h_{32}\Delta P_2 + h_{33}\Delta P_3$$

O sea:

$$\begin{aligned} f_3 &= f_3^0 + h_{31}(g_1 - g_1^{[0]}) + h_{32}(g_2 - g_2^{[0]}) + h_{33}(g_3 - g_3^{[0]}) \\ &= 66 - 0.2(g_2 - 20) - 0.6(g_3 - 0) \\ &= 70 - 0.2g_2 - 0.6g_3 \end{aligned}$$

Y forzamos que no supere los 60 MW:

$$70 - 0.2g_2 - 0.6g_3 \leq 60$$

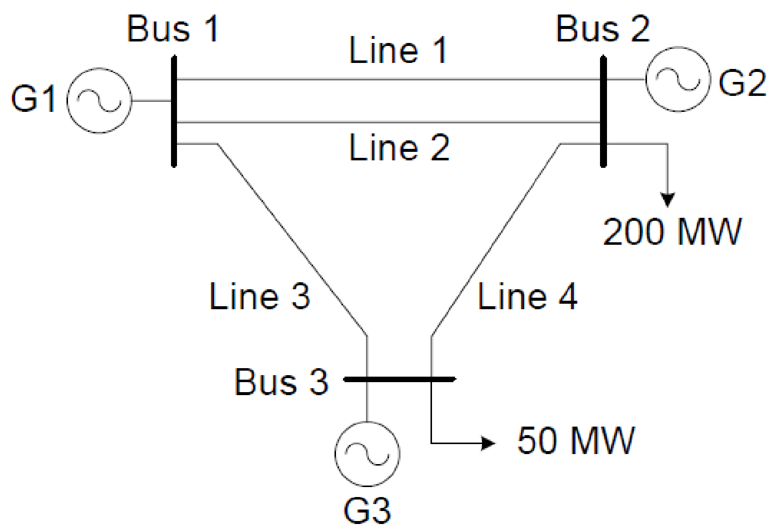
SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 4: Redespacho económico:

$$\min F = 20g_1 + 40g_2 + 50g_3$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} g_1 + g_2 + g_3 &= 250 \\ g_1 &\geq 100 \\ -g_1 &\geq -250 \\ g_2 &\geq 20 \\ -g_2 &\geq -100 \\ g_3 &\geq 0 \\ -g_3 &\geq -50 \\ 2g_2 + 6g_3 &\geq 100 \end{aligned}$$

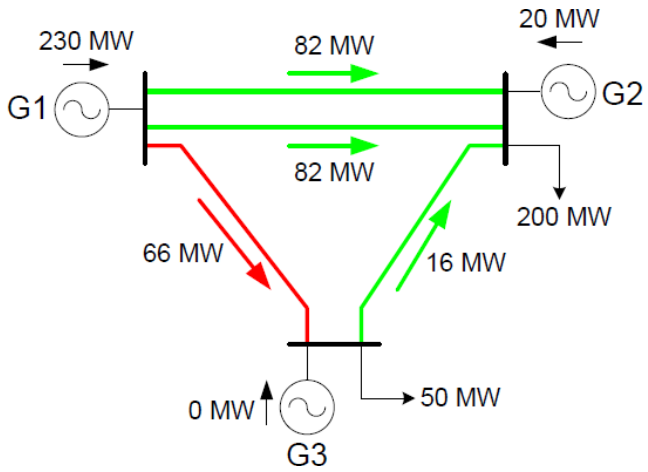


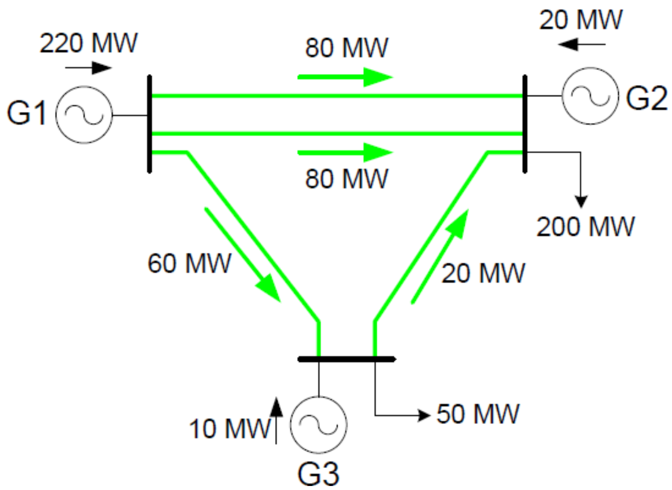
SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 4: Despacho original y **redespacho económico**:

- $g_1^{[0]} = 230$ MW
- $g_2^{[0]} = 20$ MW
- $g_3^{[0]} = 0$ MW
- $F^{[0]} = 5400$ £/h

- $g_1^{[1]} = 220$ MW
- $g_2^{[1]} = 20$ MW
- $g_3^{[1]} = 10$ MW
- $F^{[1]} = 5700$ £/h





SCOPF (con análisis DC)

Ahora realizamos análisis N-1.

- Consiste en determinar si el redespacho es capaz de soportar la salida de una línea sin sobrecargar las otras.
- Deberíamos eliminar una línea (a la vez) y verificar por cálculo de flujo DC el impacto en las otras líneas
- En lugar de eliminar la línea, usamos factores de distribución por salida de línea
- Iniciando con la línea 1, encontramos el impacto de perder esta línea con los factores respectivos.

SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 5: Análisis de estado N-1:

Primero calculamos el impacto de la salida de la línea en las tensiones de todas las barras:

$$\phi_{3|12} = \frac{-X_{32}}{1 - b_1 X_{22}} = -0.0667 \qquad \phi_{2|12} = \frac{-X_{22}}{1 - b_1 X_{22}} = -0.1333$$

$$\phi_{1|12} = 0$$

Y los factores de distribución por la salida de la línea 1:

$$\begin{aligned} d_{2|1} &= b_2(\phi_{1|12} - \phi_{2|12}) = 0.6667 \\ d_{3|1} &= b_3(\phi_{1|12} - \phi_{3|12}) = 0.3333 \\ d_{4|1} &= b_4(\phi_{2|12} - \phi_{3|12}) = -0.3333 \end{aligned}$$

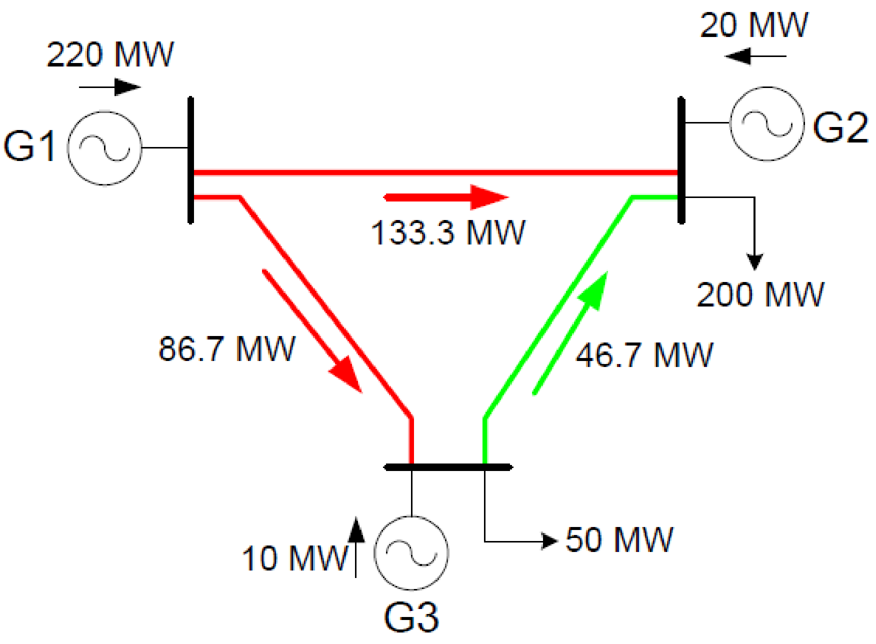
SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 5: Análisis de estado N-1:

Y calculamos los flujos de potencia ante la salida de 1:

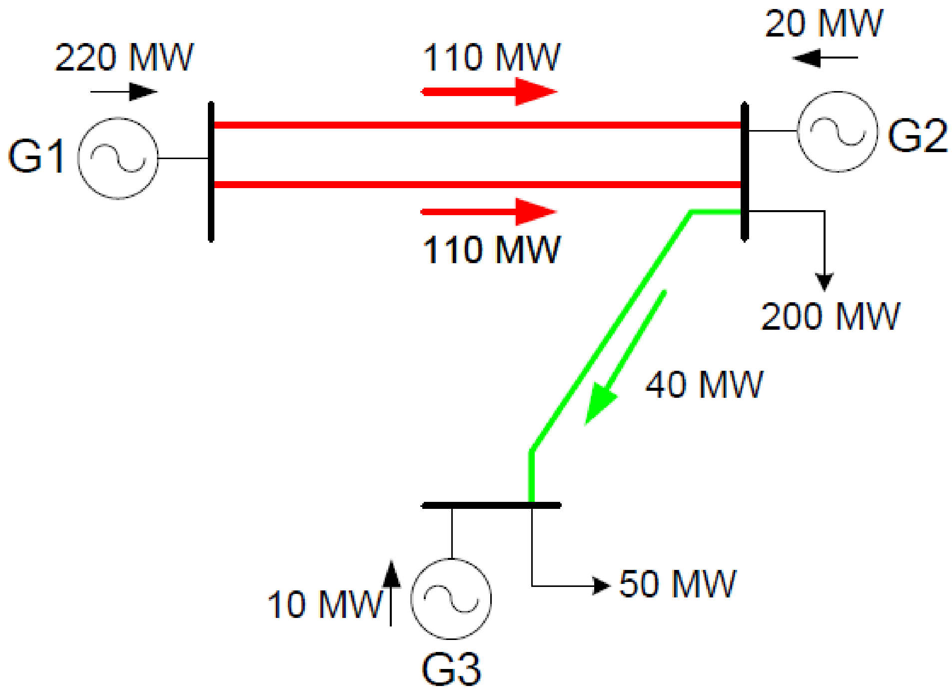
$$
\begin{aligned}
f_{2|1} &= f_2^{[1]} + d_{2|1} f_1^{[1]} \\
&= 80 + 0.6667 \times 80 \\
&= 133.3\,\mathrm{MW} > f_2^{\max}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f_{3|1} &= 86.7\,\mathrm{MW} > f_3^{\max} \\
f_{4|1} &= -46.7\,\mathrm{MW} \leq f_4^{\max}
\end{aligned}
$$



SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 5: Análisis de estado N-1. Demostremos en clase que los flujos de potencia ante la salida de la línea 3 serían:



SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 5: Ahora incluimos nuevas restricciones para asegurar que las líneas no se sobrecargan después de una contingencia k.

$$\hat{f}_\ell = f_{\ell|k} + \sum_{i=1}^{N} \underbrace{\psi_{\ell i|k}} \Delta P_i \leq f_\ell^{\max}$$

Sensibilidad del flujo de línea l a inyecciones en barra i con línea k fuera

Recordemos que:

- La salida de la línea 1 (k=1), conlleva a 2 sobrecargas de líneas:

$$\hat{f}_2 = f_{2|1} + \psi_{21|1}(g_1 - g_1^{[1]}) + \psi_{22|1}(g_2 - g_2^{[1]}) + \psi_{23|1}(g_3 - g_3^{[1]}) \leq f_2^{\max}$$

$$\psi_{21|1} = 0 \quad \psi_{22|1} = -\frac{2}{3} \quad \psi_{23|1} = -\frac{1}{3} \quad \rightarrow$$

SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 5: Entonces para k=1 y $\ell = 2$, tenemos:

$$\hat{f}_2 = 133.33 - \frac{2}{3}(g_2 - 20) - \frac{1}{3}(g_3 - 10)$$

Y esta expresión la forzamos a que no supere los 100 MW, o sea:

$$2g_2 + g_3 \geq 150$$

Esta restricción se debe incluir en el problema de optimización!

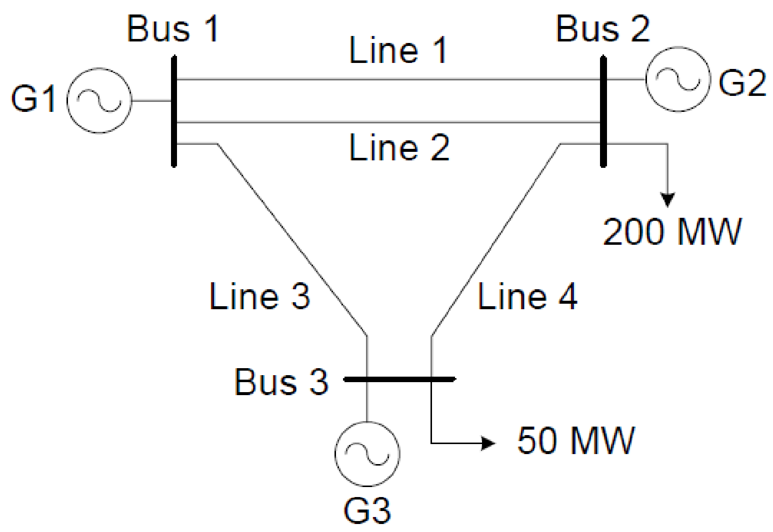
SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 5: Redespacho económico:

$$\min F = 20g_1 + 40g_2 + 50g_3$$

Sujeto a:

$$g_1 + g_2 + g_3 = 250$$
$$g_1 \geq 100$$
$$-g_1 \geq -250$$
$$g_2 \geq 20$$
$$-g_2 \geq -100$$
$$g_3 \geq 0$$
$$-g_3 \geq -50$$
$$2g_2 + 6g_3 \geq 100$$
$$2g_2 + g_3 \geq 150$$



SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 5: Redespacho económico:

- ★ $g_1^{[0]} = 230$ MW
- ★ $g_2^{[0]} = 20$ MW
- ★ $g_3^{[0]} = 0$ MW
- ★ $F^{[0]} = 5400$ £/h

- ★ $g_1^{[1]} = 220$ MW
- ★ $g_2^{[1]} = 20$ MW
- ★ $g_3^{[1]} = 10$ MW
- ★ $F^{[1]} = 5700$ £/h

- ★ $g_1^{[2]} = 175$ MW
- ★ $g_2^{[2]} = 75$ MW
- ★ $g_3^{[2]} = 0$ MW
- ★ $F^{[2]} = 6500$ £/h

El nuevo despacho debe evitar sobrecarga de línea 3 ante salida de línea 1. Entonces consideramos la restricción:

$$\hat{f}_3 = f_{3|1} + \psi_{31|1}(g_1 - g_1^{[1]}) + \psi_{32|1}(g_2 - g_2^{[1]}) + \psi_{33|1}(g_3 - g_3^{[1]}) \leq f_3^{\max}$$

$$\psi_{31|1} = 0 \quad \psi_{32|1} = -\tfrac{1}{3} \quad \psi_{33|1} = -\tfrac{2}{3}$$

$$g_2 + 2g_3 \geq 120$$

SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 5: Redespacho económico:

$$\min F = 20g_1 + 40g_2 + 50g_3$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} g_1 + g_2 + g_3 &= 250 \\ g_1 &\geq 100 \\ -g_1 &\geq -250 \\ g_2 &\geq 20 \\ -g_2 &\geq -100 \\ g_3 &\geq 0 \\ -g_3 &\geq -50 \end{aligned}$$

$$\boxed{2g_2 + 6g_3 \geq 100}$$

$$\boxed{2g_2 + g_3 \geq 150}$$

$$\boxed{g_2 + 2g_3 \geq 120}$$

$\Rightarrow$

- ★ $g_1^{[3]} = 160$ MW
- ★ $g_2^{[3]} = 60$ MW
- ★ $g_3^{[3]} = 30$ MW
- ★ $F^{[3]} = 7100$ £/h

Aún no hemos considerado en la formulación una restricción para evitar la sobrecarga línea 1 (o 2) con salida de línea k=3.

SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 5: Redespacho económico:

$$\hat{f}_1 = f_{1|3} + \psi_{11|3}(g_1 - g_1^{[1]}) + \psi_{12|3}(g_2 - g_2^{[1]}) + \psi_{13|3}(g_3 - g_3^{[1]}) \leq f^{\max}$$

$$\psi_{11|3} = 0 \quad \psi_{12|3} = -\tfrac{1}{2} \quad \psi_{13|3} = -\tfrac{1}{2}$$

Y sabiendo que el flujo no puede superar los 100 MW:

$$g_2 + g_3 \geq 50$$

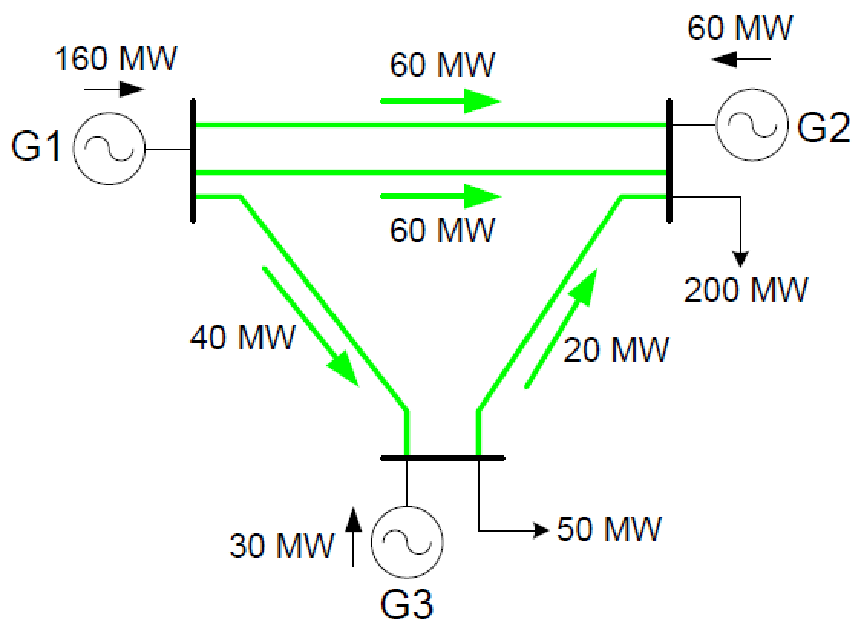
SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 5: Redespacho económico:

$$\min F = 20g_1 + 40g_2 + 50g_3$$

Sujeto a:

$$g_1 + g_2 + g_3 = 250$$
$$g_1 \geq 100$$
$$-g_1 \geq -250$$
$$g_2 \geq 20$$
$$-g_2 \geq -100$$
$$g_3 \geq 0$$
$$-g_3 \geq -50$$
$$2g_2 + 6g_3 \geq 100$$
$$2g_2 + g_3 \geq 150$$
$$g_2 + 2g_3 \geq 120$$
$$g_2 + g_3 \geq 50$$



Note que las últimas 2 restricciones resultan **no vinculantes** pues el despacho no cambió.

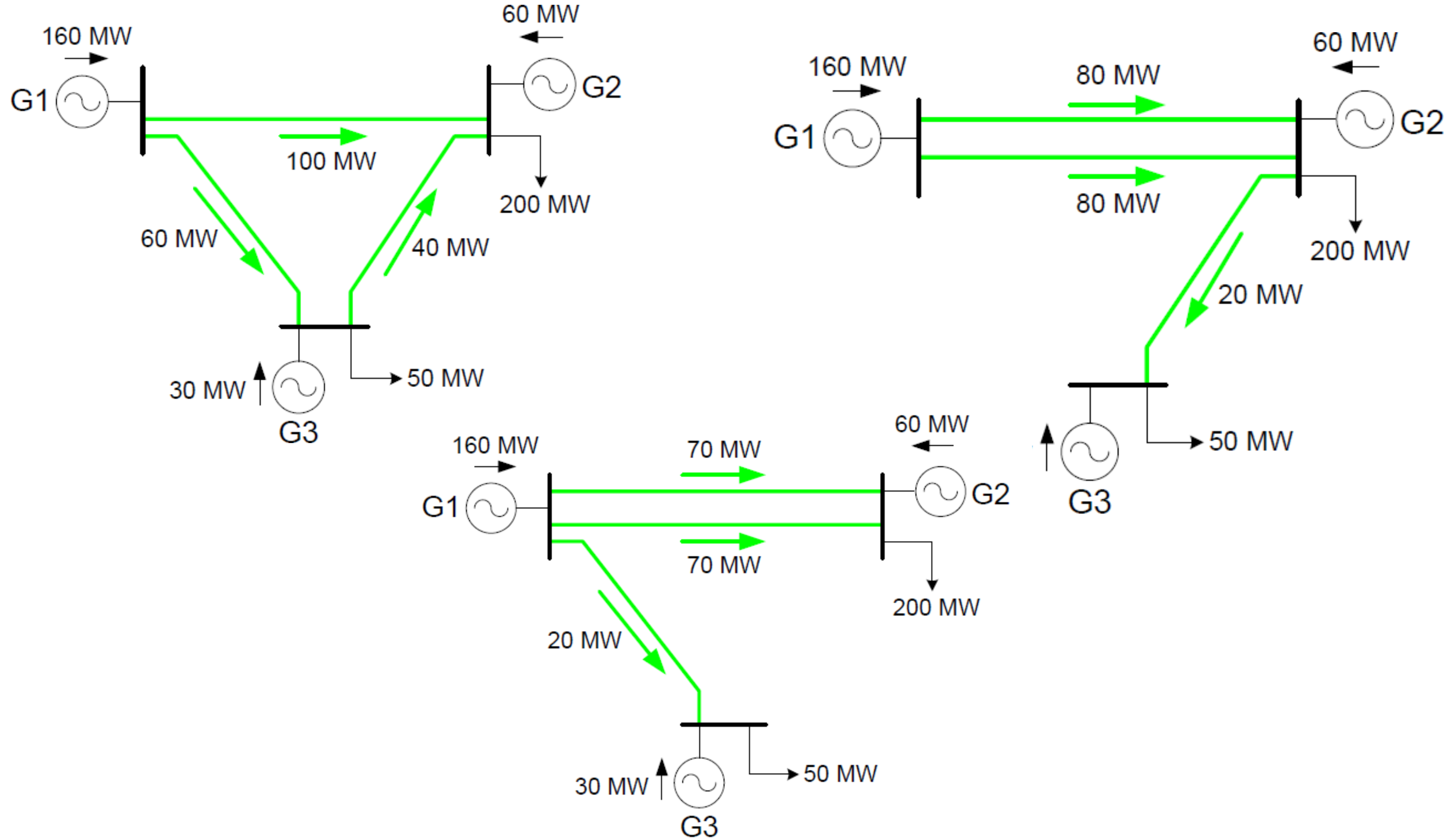
SCOPF (con análisis DC)

Ejemplo 6:

- Determine el flujo de potencia para el último despacho.
- Verifique que ninguna línea se sobrecarga.
- Demuestre que el despacho de unidades tampoco sobrecarga ninguna línea en análisis N-1. Realice todos los cálculos.
- Determine el costo de seguridad N-1 (compare con el despacho [1] del ejemplo 4).
- La respuesta del análisis N-1 está en la siguiente diapositiva.

SCOPF (con análisis DC)

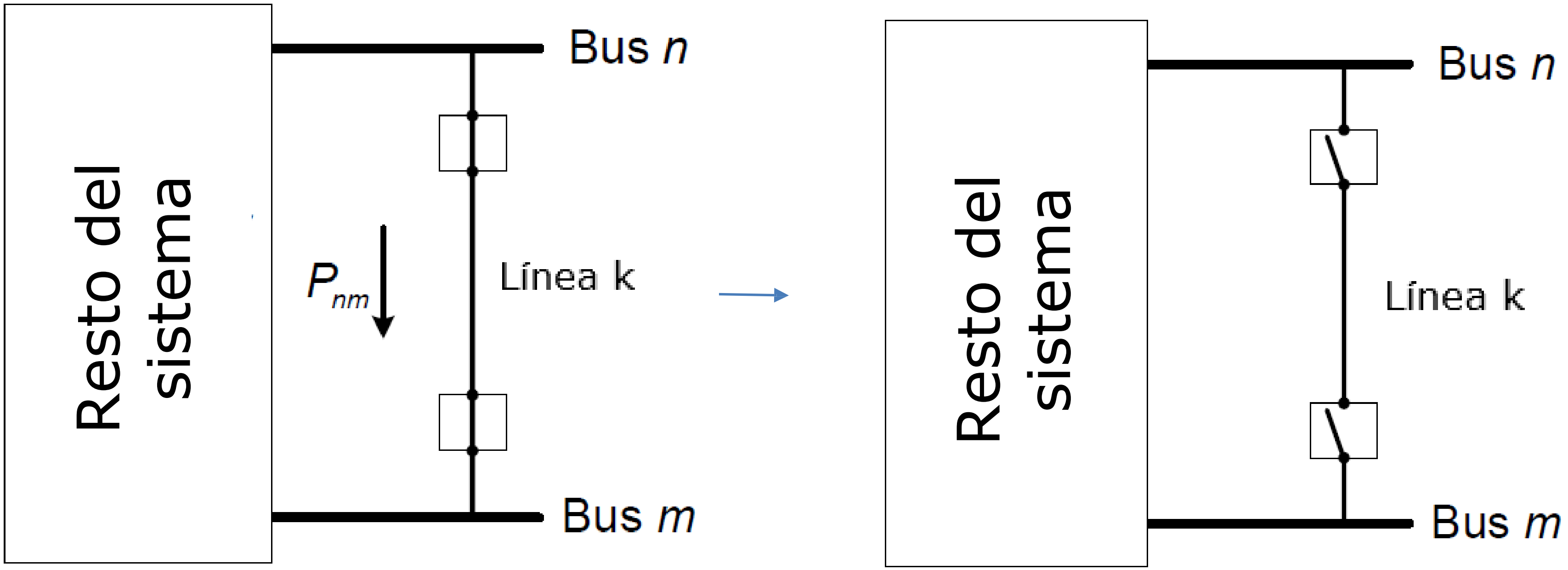
Ejemplo 6: Redespacho económico:



Anexos

SCOPF (con análisis DC)

Modelado de salida de líneas:

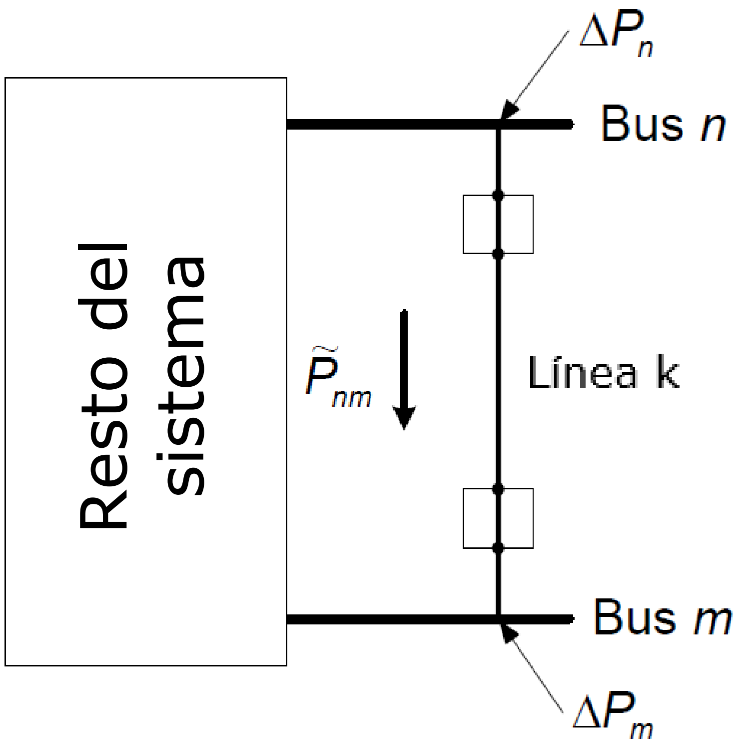


$$f_k = P_{nm}$$

$$\hat{P}_{nm} = 0$$

SCOPF (con análisis DC)

Modelado de salida de líneas:



Si se inyecta la potencia adecuada en barras n y m se puede "representar" la salida de la línea k sin necesidad de cambiar la topología de la línea, con:

$$\Delta P_n = -\Delta P_m = \tilde{P}_{nm}$$

$$\tilde{P}_{nm} = P_{nm} + \Delta P_{nm}$$

SCOPF (con análisis DC)

Si se inyecta ΔP_n y ΔP_m tenemos (con $\Delta\boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{X}\Delta\boldsymbol{P}$):

$$\begin{aligned}\Delta\delta_n &= X_{nn}\Delta P_n + X_{nm}\Delta P_m \\ \Delta\delta_m &= X_{mn}\Delta P_n + X_{mm}\Delta P_m\end{aligned}$$

De modo que por superposición, la potencia $\tilde{P}_{nm}$ es la suma de la potencia antes de la salida de la línea, y los flujos creados por las inyecciones ΔP_n y ΔP_m:

$$\begin{aligned}\tilde{P}_{nm} &= P_{nm} + \overbrace{b_k(\Delta\delta_n - \Delta\delta_m)}^{\Delta P_{nm}} \\ &= P_{nm} + b_k(X_{nn} + X_{mm} - 2X_{nm})\Delta P_n\end{aligned}$$

con:

$$X_{nm} = X_{mn} \qquad \Delta P_m = -\Delta P_n$$

SCOPF (con análisis DC)

Como $\Delta P_n = \tilde{P}_{nm}$
entonces:

$$\Delta P_n = P_{nm}[1 - b_{\mathrm{k}}(X_{nn} + X_{mm} - 2X_{nm})]^{-1}$$

Ahora definimos el factor de sensibilidad $\phi_{i|nm}$ que nos dice el impacto en el ángulo de la barra i debido a la salida de la línea k:

$$\phi_{i|nm} = \frac{\Delta \delta_i}{P_{nm}}$$

para barra i, línea k (con barras m y n)

SCOPF (con análisis DC)

Cuando las barras n y m no son la referencia:

$$
\begin{aligned}
\phi_{i|nm} &= \frac{\Delta\delta_i}{P_{nm}} \\
&= \frac{X_{in}\Delta P_n + X_{im}\Delta P_m}{P_{nm}} \\
&= (X_{in} - X_{im})\frac{\Delta P_n}{P_{nm}} \\
&= \frac{X_{in} - X_{im}}{1 - b_k(X_{nn} + X_{mm} - 2X_{nm})}
\end{aligned}
$$

para barra i, línea k (con barras m y n)

SCOPF (con análisis DC)

Cuando n es la referencia

$$\boxed{X_{nn} = X_{nm} = 0}$$

$$\begin{aligned}\phi_{i|nm} &= \frac{\Delta\delta_i}{P_{nm}} \\ &= \frac{X_{im}\Delta P_m}{P_{nm}} \\ &= -X_{im}\frac{\Delta P_n}{P_{nm}} \\ &= \frac{-X_{im}}{1 - b_k X_{mm}}\end{aligned}$$

Cuando m es la referencia

$$\boxed{X_{mm} = X_{nm} = 0}$$

$$\begin{aligned}\phi_{i|nm} &= \frac{\Delta\delta_i}{P_{nm}} \\ &= \frac{X_{in}\Delta P_n}{P_{nm}} \\ &= X_{in}\frac{\Delta P_n}{P_{nm}} \\ &= \frac{X_{in}}{1 - b_k X_{nn}}\end{aligned}$$