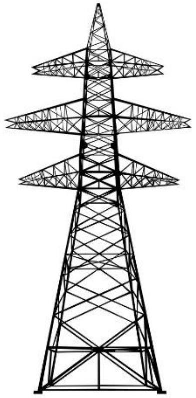
EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica



IE-0365 Transmisión de Potencia

Presentación #8

Dr. Gustavo Valverde Mora
Profesor Catedrático

gustavo.valverde@ucr.ac.cr

Componentes simétricas

Metodología para analizar sistemas eléctricos desbalanceados.

Propuesta por el ingeniero eléctrico Fortescue (1918) quien aplica una transformación lineal de componentes *a,b,c* a unos nuevos componentes llamados simétricos *0,1,2*.

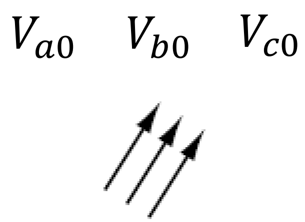
La metodología es una herramienta muy poderosa para analizar fallas desbalanceadas.

Charles LeGeyt Fortescue (1876–1936), Canadá.

Componentes simétricas

Los fasores desbalanceados de un sistema trifásico se pueden transformar en 3 conjuntos de fasores con cierta simetría.

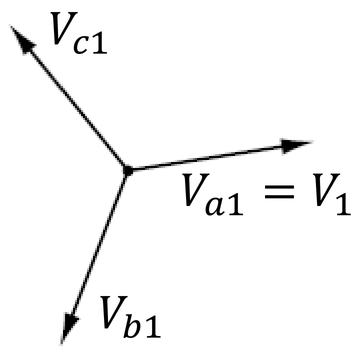
Secuencia Cero



3 fasores de igual magnitud y ángulo. En la literatura se le conoce como *homopolar*.

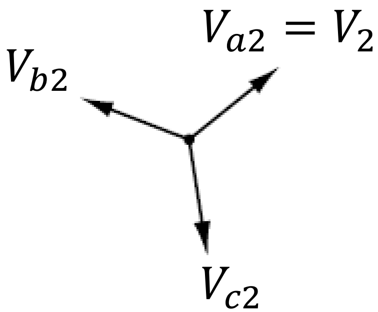
Rotación sentido antihorario.

Positiva



3 fasores de igual magnitud con desfase de 120º. Rotación sentido antihorario (ABC).

Negativa

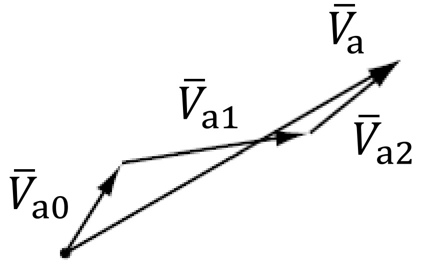


3 fasores de igual magnitud con desfase de 120º. Rotación sentido ACB.

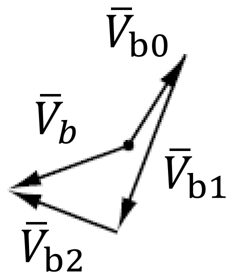
Componentes simétricas

Cualquier sistema desbalanceado se puede reconstruir con las componentes simétricas de cada fase.

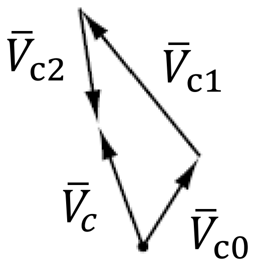
$$\bar{V}_{\mathrm{a}} = \bar{V}_{\mathrm{a0}} + \bar{V}_{\mathrm{a1}} + \bar{V}_{\mathrm{a2}} \qquad \bar{V}_{b} = \bar{V}_{\mathrm{b0}} + \bar{V}_{\mathrm{b1}} + \bar{V}_{\mathrm{b2}} \qquad \bar{V}_{c} = \bar{V}_{\mathrm{c0}} + \bar{V}_{\mathrm{c1}} + \bar{V}_{\mathrm{c2}}$$



Fase a



Fase b

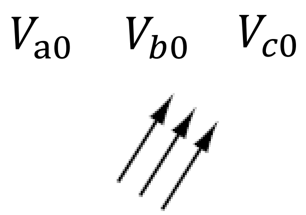


Fase c

Componentes simétricas

Los componentes de secuencia cero, positiva y negativa pueden expresarse en términos de componentes de *fase a*:

Secuencia Cero

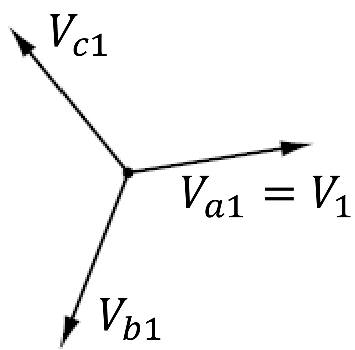


$$\bar{V}_{a0} = \bar{V}_0$$

$$\bar{V}_{b0} = \bar{V}_0$$

$$\bar{V}_{c0} = \bar{V}_0$$

Positiva

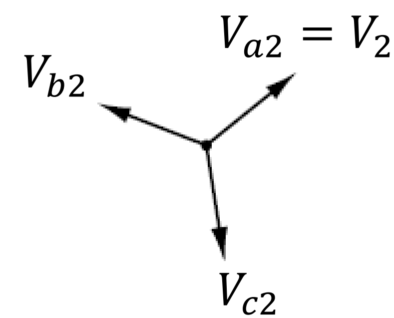


$$\bar{V}_{a1} = \bar{V}_1$$

$$\bar{V}_{b1} = a^2\bar{V}_1$$

$$\bar{V}_{c1} = a\bar{V}_1$$

Negativa



$$\bar{V}_{a2} = \bar{V}_2$$

$$\bar{V}_{b2} = a\bar{V}_2$$

$$\bar{V}_{c2} = a^2\bar{V}_2$$

Donde el operador $a = 1\angle 120° = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow a^2 = 1\angle 240° = 1\angle -120°$.

Componentes simétricas

Recordando que:

$$\bar{V}_{\mathrm{a}} = \bar{V}_{\mathrm{a0}} + \bar{V}_{\mathrm{a1}} + \bar{V}_{\mathrm{a2}} \qquad \bar{V}_{b} = \bar{V}_{\mathrm{b0}} + \bar{V}_{\mathrm{b1}} + \bar{V}_{\mathrm{b2}} \qquad \bar{V}_{c} = \bar{V}_{\mathrm{c0}} + \bar{V}_{\mathrm{c1}} + \bar{V}_{\mathrm{c2}}$$

Al dejarlo en términos de componentes de fase a:

$$\bar{V}_{\mathrm{a}} = \bar{V}_{0} + \bar{V}_{1} + \bar{V}_{2} \qquad \bar{V}_{b} = \bar{V}_{0} + a^2\bar{V}_{1} + a\bar{V}_{2} \qquad \bar{V}_{c} = \bar{V}_{0} + a\bar{V}_{1} + a^2\bar{V}_{2}$$

Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{\mathrm{a}} \\ \bar{V}_{b} \\ \bar{V}_{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{0} \\ \bar{V}_{1} \\ \bar{V}_{2} \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{V}_{abc} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{V}_{012}}$$

$$a = 1\angle 120°$$

Componentes simétricas

Las variables *012* se pueden obtener de las variables *abc*:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}^{-1}}_{\mathbf{A}^{-1}} \begin{bmatrix} \bar{V}_\mathrm{a} \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_\mathrm{a} \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{V}_{012} = \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{V}_{abc}}$$

Esta ecuación es muy útil pues nos permite pasar del sistema desbalanceado al dominio de las componentes simétricas.

Componentes simétricas

La metodología de Fortescue también se aplica a corrientes:

$$\begin{bmatrix}\bar{I}_{\mathrm{a}}\\ \bar{I}_b\\ \bar{I}_c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a^2 & a\\ 1 & a & a^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{I}_0\\ \bar{I}_1\\ \bar{I}_2\end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix}\bar{I}_0\\ \bar{I}_1\\ \bar{I}_2\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a & a^2\\ 1 & a^2 & a\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{I}_{\mathrm{a}}\\ \bar{I}_b\\ \bar{I}_c\end{bmatrix}$$

La corriente en el neutro de un sistema en estrella es:

$$\bar{I}_n=\bar{I}_{\mathrm{a}}+\bar{I}_b+\bar{I}_c=(\bar{I}_0+\bar{I}_1+\bar{I}_2)+(\bar{I}_0+a^2\bar{I}_1+a\bar{I}_2)+(\bar{I}_0+a\bar{I}_1+a^2\bar{I}_2)$$

$$\bar{I}_n=\bar{I}_{\mathrm{a}}+\bar{I}_b+\bar{I}_c=3\bar{I}_0+(1+a+a^2)\bar{I}_1+(1+a+a^2)\bar{I}_2$$

Donde $1+a+a^2=0$:

$$\boxed{\bar{I}_n=3\bar{I}_0}$$

Ejemplo 1

Una línea trifásica que alimenta una carga en estrella pierde la fase b. El neutro de la carga está aterrizado y las corrientes en la línea son:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{\mathrm{a}} \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10\angle 0° \\ 0 \\ 10\angle 120° \end{bmatrix} A.$$

Calcule las corrientes de secuencia:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 10\angle 0° \\ 0 \\ 10\angle 120° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.333\angle 60° \\ 6.667\angle\ 0° \\ 3.333\angle -60° \end{bmatrix} A$$

Y la corriente en el neutro:

$$\bar{I}_n = 3\bar{I}_0 = 10\angle 60°\ A.$$

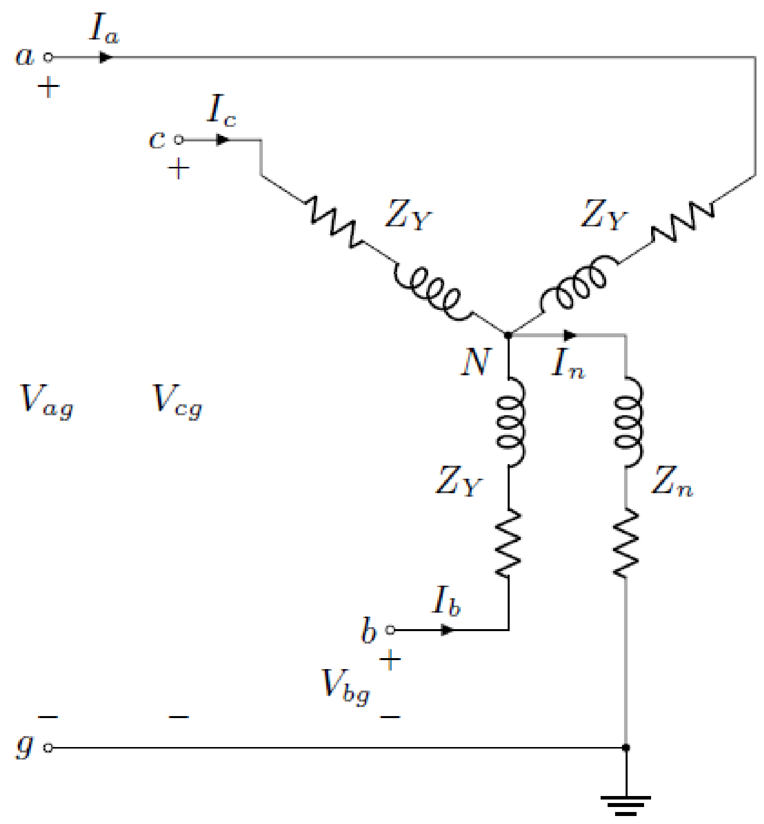
Redes de secuencia de impedancias de carga

De la figura:

$$\bar{V}_{ag} = Z_Y\bar{I}_{\mathrm{a}} + Z_n\bar{I}_n$$

$$= Z_Y\bar{I}_{\mathrm{a}} + Z_n(\bar{I}_{\mathrm{a}} + \bar{I}_b + \bar{I}_c)$$

$$= (Z_Y{+}Z_n)\bar{I}_{\mathrm{a}} + Z_n\bar{I}_b + Z_n\bar{I}_c$$



Al hacerlo para “b” y “c”:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{ag} \\ \bar{V}_{bg} \\ \bar{V}_{cg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Z_Y{+}Z_n) & Z_n & Z_n \\ Z_n & (Z_Y{+}Z_n) & Z_n \\ Z_n & Z_n & (Z_Y{+}Z_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{\mathrm{a}} \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} \rightarrow \boldsymbol{V}_{abc} = \boldsymbol{Z}_{abc}\boldsymbol{I}_{abc}$$

Redes de secuencia de impedancias de carga

Si tomamos la ecuación:

$$\boldsymbol{V}_{abc} = \boldsymbol{Z}_{abc}\boldsymbol{I}_{abc}$$

Y la expresamos en términos de componentes simétricas:

$$\mathbf{A}\boldsymbol{V}_{012} = \boldsymbol{Z}_{abc}\mathbf{A}\boldsymbol{I}_{012}$$

Por lo tanto:

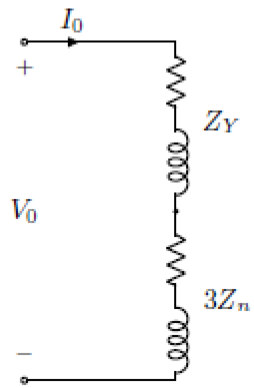
$$\boldsymbol{V}_{012} = (\mathbf{A}^{-1}\boldsymbol{Z}_{abc}\mathbf{A})\boldsymbol{I}_{012} \longrightarrow \boldsymbol{V}_{012} = \boldsymbol{Z}_{012}\boldsymbol{I}_{012}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} (Z_Y+3Z_n) & 0 & 0 \\ 0 & Z_Y & 0 \\ 0 & 0 & Z_Y \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{Z}_{012}} \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \bar{V}_0 &= (Z_Y + 3Z_n)\bar{I}_0 = Z_0\bar{I}_0 \\ \bar{V}_1 &= Z_Y\bar{I}_1 = Z_1\bar{I}_1 \\ \bar{V}_2 &= Z_Y\bar{I}_2 = Z_2\bar{I}_2 \end{aligned}}$$

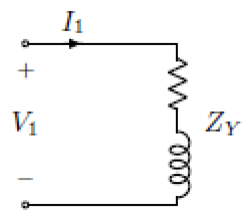
Redes de secuencia de cargas

Carga en Y

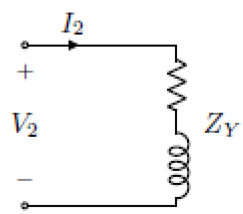
Sec. 0



Sec. +

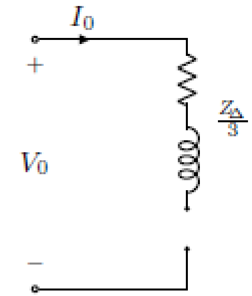


Sec. -



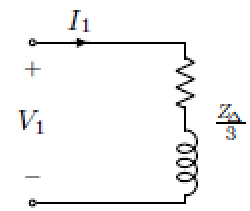
Carga en D

Sec. 0

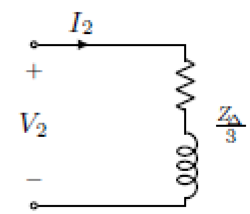


En una delta $Z_n \rightarrow \infty \therefore Z_0 \rightarrow \infty$

Sec. +



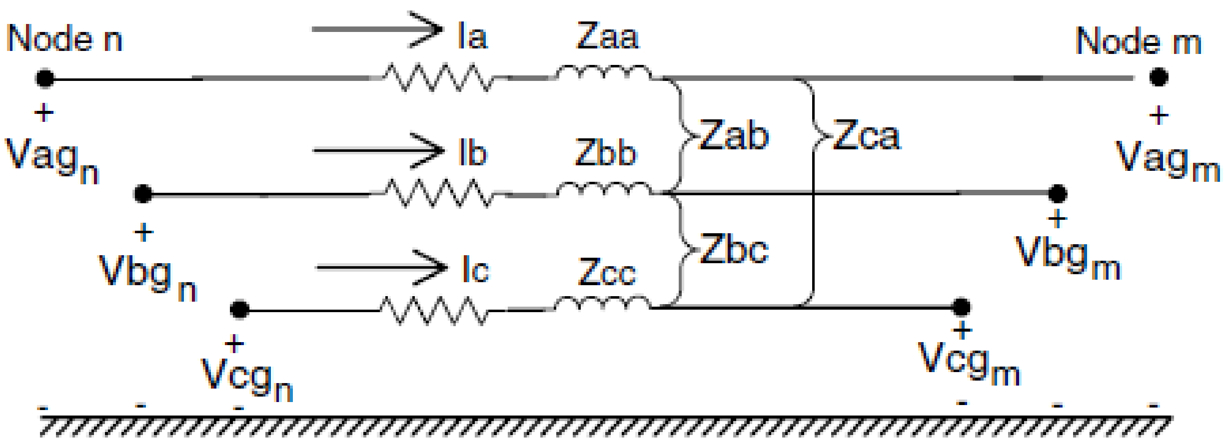
Sec. -



Las cargas en delta se pasan a estrella (dividen entre 3) sin neutro. Por lo tanto, las corrientes de secuencia representan las corrientes que alimentan la delta, no son las corrientes dentro de la delta.

Redes de secuencia de líneas trifásicas

Considere la línea trifásica con su matriz de impedancia $\boldsymbol{Z}_{abc}$ de 3×3 :



De acuerdo con la figura:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{ag} \\ \bar{V}_{bg} \\ \bar{V}_{cg} \end{bmatrix}_{\mathrm{n}} = \begin{bmatrix} \bar{V}_{ag} \\ \bar{V}_{bg} \\ \bar{V}_{cg} \end{bmatrix}_{\mathrm{m}} + \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ba} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ca} & z_{cb} & z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{\mathrm{a}} \\ \bar{I}_{b} \\ \bar{I}_{c} \end{bmatrix}$$

Redes de secuencia de líneas trifásicas

De forma compacta:

$$\boldsymbol{AV}_{012_{\mathrm{n}}} = \boldsymbol{AV}_{012_{\mathrm{m}}} + \boldsymbol{Z}_{abc}\boldsymbol{AI}_{012}$$

Al pre-multiplicar ambos lados de la ecuación por $\boldsymbol{A}^{-1}$:

$$\boldsymbol{V}_{012_{\mathrm{n}}} = \boldsymbol{V}_{012_{\mathrm{m}}} + \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{Z}_{abc}\boldsymbol{AI}_{012}$$

Entonces la matriz de impedancias de secuencia de la línea es:

$$\boldsymbol{Z}_{012} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{Z}_{abc}\mathbf{A} = \begin{bmatrix} Z_0 & Z_{01} & Z_{02} \\ Z_{10} & Z_1 & Z_{12} \\ Z_{20} & Z_{21} & Z_2 \end{bmatrix}$$

Por lo general, esta matriz no es diagonal, o sea, no hay desacople entre las secuencias 012, a menos que la línea sea transpuesta.

Redes de secuencia de líneas trifásicas

La matriz $\boldsymbol{Z}_{abc}$ de una **línea transpuesta** se puede aproximar como:

$$\boldsymbol{Z}_{abc} = \begin{bmatrix} z_s & z_m & z_m \\ z_m & z_s & z_m \\ z_m & z_m & z_s \end{bmatrix}$$

$$z_s = \frac{1}{3}(z_{aa} + z_{bb} + z_{cc})$$

$$z_m = \frac{1}{3}(z_{ab} + z_{bc} + z_{ca})$$

Al aplicarle la transformación $\boldsymbol{Z}_{012} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{Z}_{abc}\mathbf{A}$ se obtiene:

$$\boldsymbol{Z}_{012} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} Z_0 &= z_s + 2z_m \\ Z_1 &= z_s - z_m \\ Z_2 &= z_s - z_m \end{aligned}$$

Redes de secuencia desacopladas.

Redes de secuencia de líneas trifásicas

De manera similar, a partir de la matriz de capacitancias de una línea trifásica **transpuesta** se aproxima como:

$$\boldsymbol{C}_{abc} = \begin{bmatrix} C_{aa} & C_{ab} & C_{ac} \\ C_{ab} & C_{bb} & C_{bc} \\ C_{ac} & C_{bc} & C_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_s & C_m & C_m \\ C_m & C_s & C_m \\ C_m & C_m & C_s \end{bmatrix}$$

$$C_s = \frac{1}{3}(C_{aa} + C_{bb} + C_{cc})$$

$$C_m = \frac{1}{3}(C_{ab} + C_{bc} + C_{ca})$$

Al aplicar la transformación de componentes simétricas:

$$\boldsymbol{C}_{012} = \begin{bmatrix} C_0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} C_0 &= C_s + 2C_m \\ C_1 = C_2 &= C_s - C_m \end{aligned}$$

Como C_m es siempre negativo, el valor de C_0 es mucho más pequeño que C_1.

Y la admitancia de la línea en componentes simétricas será:

$$\boldsymbol{Y}_{012} = j(2\pi f)\boldsymbol{C}_{012}$$

Ejemplo 2

Determine la matriz de impedancia $\boldsymbol{Z}_{012}$ de una línea aérea trifásica con la siguiente matriz de impedancias (*después de aplicar ecuaciones de Carson y la reducción de Kron*):

$$[z_{abc}] = \begin{bmatrix} 0.4576 + j1.0780 & 0.1560 + j.5017 & 0.1535 + j0.3849 \\ 0.1560 + j0.5017 & 0.4666 + j1.0482 & 0.1580 + j0.4236 \\ 0.1535 + j0.3849 & 0.1580 + j0.4236 & 0.4615 + j1.0651 \end{bmatrix} \Omega/\text{mile}$$

Sabiendo que $\boldsymbol{Z}_{012} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{Z}_{abc}\mathbf{A}$:

$$[z_{012}] = \begin{bmatrix} 0.7735 + j1.9373 & 0.0256 + j0.0115 & -0.0321 + j0.0159 \\ -0.0321 + j0.0159 & 0.3061 + j0.6270 & -0.0723 - j0.0060 \\ 0.0256 + j0.0115 & 0.0723 - j0.0059 & 0.3061 + j0.6270 \end{bmatrix} \Omega/\text{mile}$$

Los valores de la diagonal indican las impedancias Z_0, Z_1 y Z_2. **Nota 1:** $Z_1 = Z_2$ lo cual siempre ocurre para líneas. **Nota 2:** Los valores fuera de la diagonal no son cero, quiere decir que hay un acople entre las secuencias.

Ejemplo 3

Repita el cálculo anterior suponiendo que la línea está **transpuesta**.

$$z_s = \frac{1}{3}(z_{aa} + z_{bb} + z_{cc}) = 0.4619 + j1.0638$$

Promedio de los elementos diagonal.

$$z_m = \frac{1}{3}(z_{ab} + z_{bc} + z_{ca}) = 0.1558 + j0.4368$$

Promedio de los elementos fuera de la diagonal.

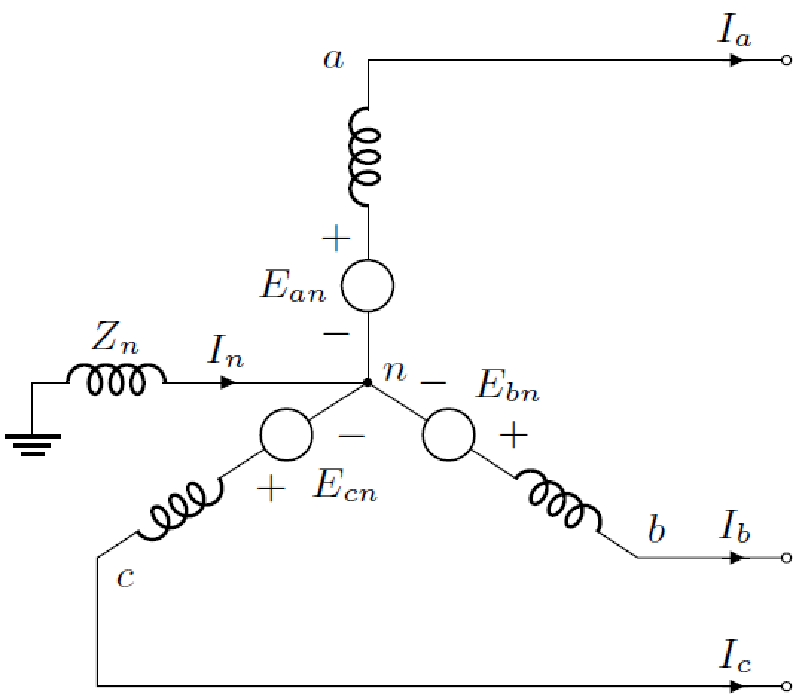
$$[z1_{abc}] = \begin{bmatrix} 0.4619 + j1.0638 & 0.1558 + j0.4368 & 0.1558 + j0.4368 \\ 0.1558 + j0.4368 & 0.4619 + j1.0638 & 0.1558 + j0.4368 \\ 0.1558 + j0.4368 & 0.1558 + j0.4368 & 0.4619 + j1.0638 \end{bmatrix} \ \Omega/\text{mile}$$

Y sabiendo que $\boldsymbol{Z}1_{012} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{Z}1_{abc}\mathbf{A}$:

$$[z1_{012}] = \begin{bmatrix} 0.7735 + j1.9373 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3061 + j0.6270 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3061 + j0.6270 \end{bmatrix} \ \Omega/\text{mile}$$

Redes de secuencia de máquinas rotativas

Generador síncrono: Caso de régimen permanente.



Generador de polos lisos $X_s = X_l + X_{md}$:

$$\bar{V}_{an} = \bar{E}_{an} - R_a\bar{I}_a - j(X_l + X_{md})\bar{I}_a$$

Si es una máquina balanceada, $\bar{I}_n = 0$:

$$\bar{V}_{an} = \bar{E}_{an} - R_a\bar{I}_a - jX_l\bar{I}_a + jX_{md}(\bar{I}_b + \bar{I}_c)$$

Análogamente para las otras 2 fases:

$$\bar{V}_{bn} = \bar{E}_{bn} - R_a\bar{I}_b - jX_l\bar{I}_b + jX_{md}(\bar{I}_a + \bar{I}_c)$$

$$\bar{V}_{cn} = \bar{E}_{cn} - R_a\bar{I}_c - jX_l\bar{I}_c + jX_{md}(\bar{I}_a + \bar{I}_b)$$

Redes de secuencia de máquinas rotativas

De forma matricial:

$$\begin{bmatrix}\bar{V}_{an}\\ \bar{V}_{bn}\\ \bar{V}_{cn}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\bar{E}_{an}\\ \bar{E}_{bn}\\ \bar{E}_{cn}\end{bmatrix} - [R_a + j(X_l + X_{md})]\begin{bmatrix}\bar{I}_{\mathrm{a}}\\ \bar{I}_{b}\\ \bar{I}_{c}\end{bmatrix} + jX_{md}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{I}_{\mathrm{a}}\\ \bar{I}_{b}\\ \bar{I}_{c}\end{bmatrix}$$

Si sustituimos valores a,b,c → 0, 1, 2 para vectores de $\boldsymbol{V}$ e $\boldsymbol{I}$:

$$\boldsymbol{A}\begin{bmatrix}\bar{V}_{an0}\\ \bar{V}_{an1}\\ \bar{V}_{an2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\bar{E}_{an}\\ a^2\bar{E}_{an}\\ a\bar{E}_{an}\end{bmatrix} - [R_a + j(X_l + X_{md})]\boldsymbol{A}\begin{bmatrix}\bar{I}_{\mathrm{a}0}\\ \bar{I}_{\mathrm{a}1}\\ \bar{I}_{\mathrm{a}2}\end{bmatrix} + jX_{md}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}\boldsymbol{A}\begin{bmatrix}\bar{I}_{\mathrm{a}0}\\ \bar{I}_{\mathrm{a}1}\\ \bar{I}_{\mathrm{a}2}\end{bmatrix}$$

Y premultiplicamos por $\mathbf{A}^{-1}$:

$$\begin{bmatrix}\bar{V}_{an0}\\ \bar{V}_{an1}\\ \bar{V}_{an2}\end{bmatrix} = \underbrace{\mathbf{A}^{-1}\begin{bmatrix}\bar{E}_{an}\\ a^2\bar{E}_{an}\\ a\bar{E}_{an}\end{bmatrix}}_{?} - [R_a + j(X_l + X_{md})]\begin{bmatrix}\bar{I}_{\mathrm{a}0}\\ \bar{I}_{\mathrm{a}1}\\ \bar{I}_{\mathrm{a}2}\end{bmatrix} + jX_{md}\underbrace{\mathbf{A}^{-1}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}\boldsymbol{A}}_{?}\begin{bmatrix}\bar{I}_{\mathrm{a}0}\\ \bar{I}_{\mathrm{a}1}\\ \bar{I}_{\mathrm{a}2}\end{bmatrix}$$

Redes de secuencia de máquinas rotativas

Donde finalmente obtenemos:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{an0} \\ \bar{V}_{an1} \\ \bar{V}_{an2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{E}_{\mathrm{an}} \\ 0 \end{bmatrix} - [R_a + j(X_l + X_{md})] \begin{bmatrix} \bar{I}_{\mathrm{a0}} \\ \bar{I}_{\mathrm{a1}} \\ \bar{I}_{\mathrm{a2}} \end{bmatrix} + jX_{md} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{\mathrm{a0}} \\ \bar{I}_{\mathrm{a1}} \\ \bar{I}_{\mathrm{a2}} \end{bmatrix}$$

Si descomponemos para cada red de secuencia:

$$\bar{V}_{an0} = -[R_a + j(X_l - 2X_{md})]\bar{I}_{\mathrm{a0}} = -Z_{g0}\bar{I}_{\mathrm{a0}}$$

$$\bar{V}_{an1} = \bar{V}_{\mathrm{a1}} = \bar{E}_{an} - [R_a + j(X_l + X_{md})]\bar{I}_{\mathrm{a1}} = \bar{E}_{an} - Z_1\bar{I}_{\mathrm{a1}}$$

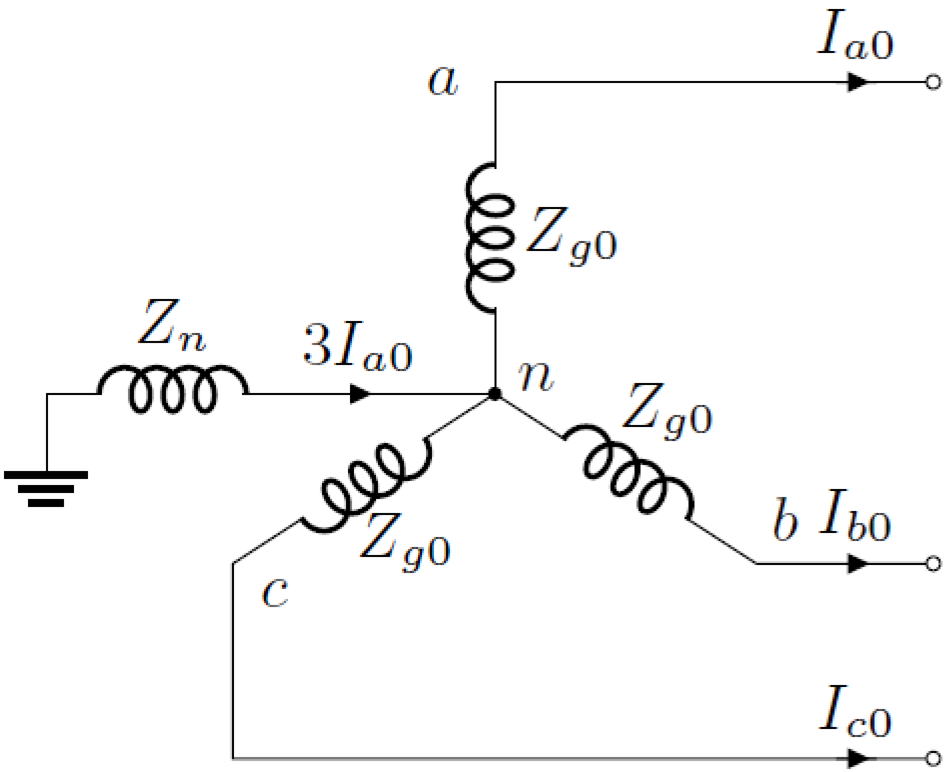
$$\bar{V}_{\mathrm{an2}} = \bar{V}_{\mathrm{a2}} = -[R_a + j(X_l + X_{md})]\bar{I}_{\mathrm{a2}} = -Z_2\bar{I}_{\mathrm{a2}}$$

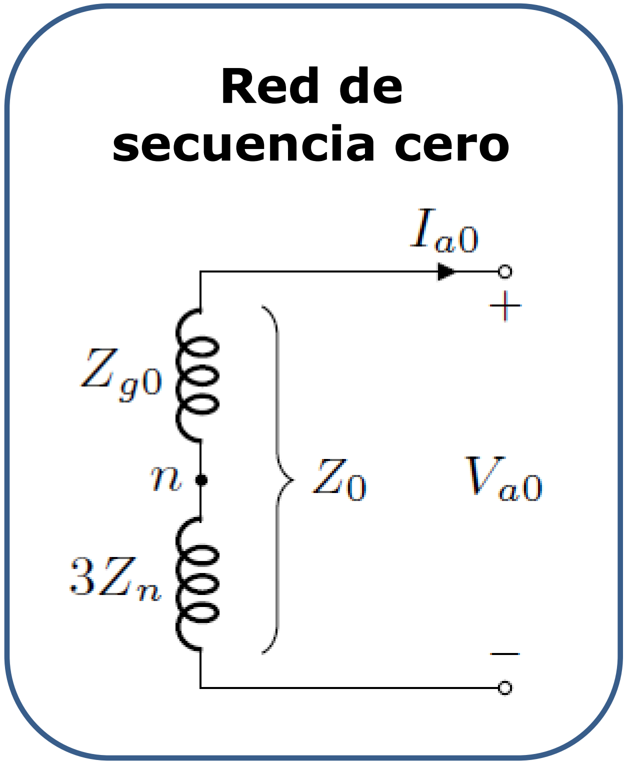
Note que en este análisis de régimen permanente $Z_1 = Z_2$.

Finalmente, la corriente que fluye por la impedancia Z_n es $\bar{I}_n = 3\bar{I}_0$.
La caída de tensión desde el punto a hasta tierra será:

$$\bar{V}_{\mathrm{a0}} = -3Z_n\bar{I}_{\mathrm{a0}} - Z_{g0}\bar{I}_{\mathrm{a0}} = Z_0\bar{I}_{\mathrm{a0}} \longrightarrow \boxed{Z_0 = 3Z_n + Z_{g0}}$$

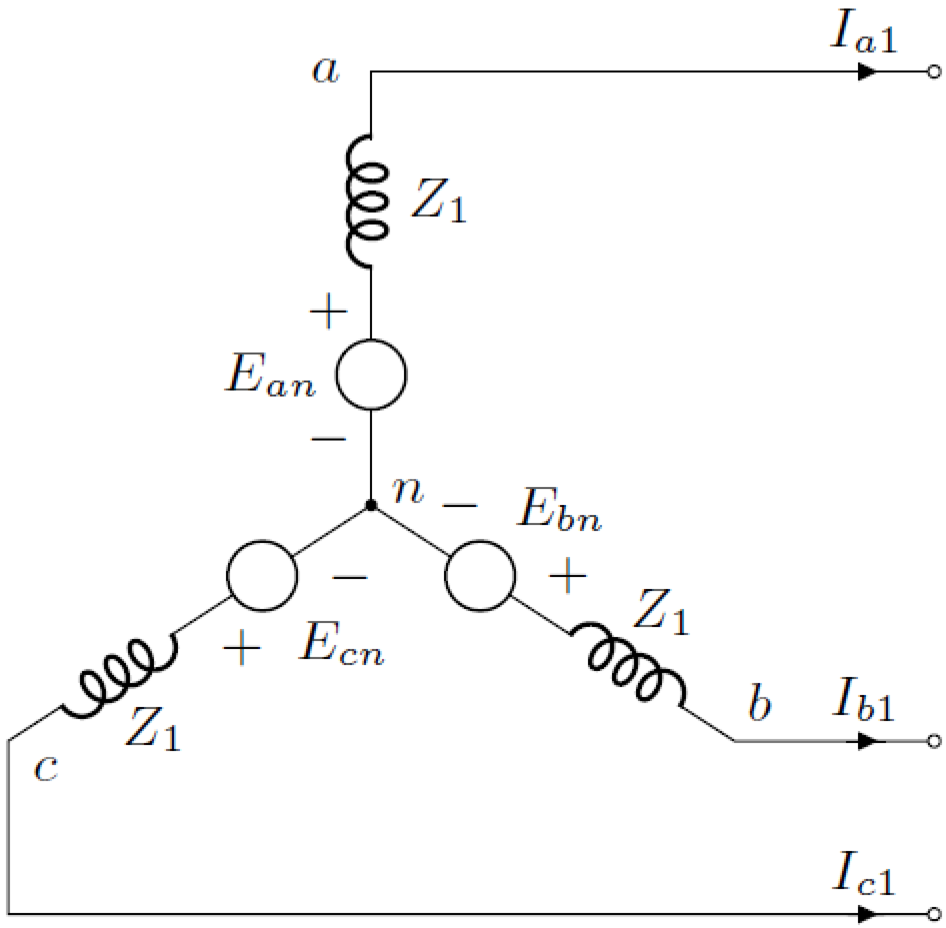
Redes de secuencia de máquinas rotativas



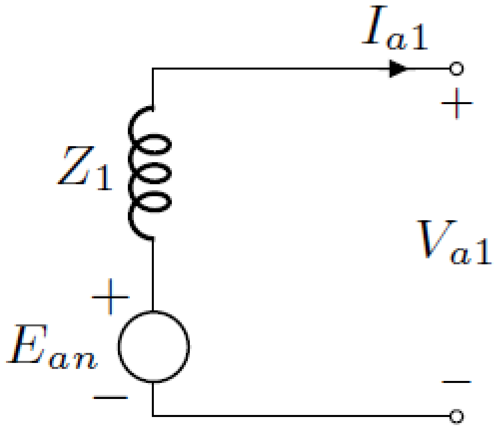


Trayectorias de las corrientes de sec. 0

Redes de secuencia de máquinas rotativas

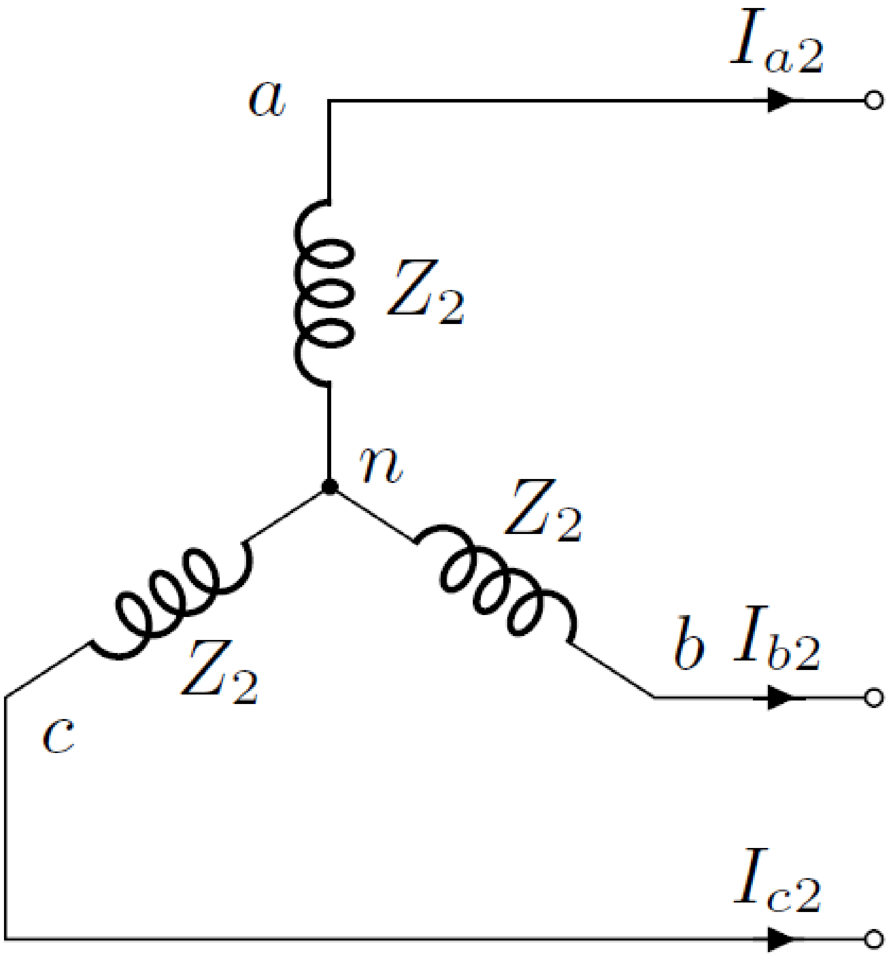


Red de secuencia positiva

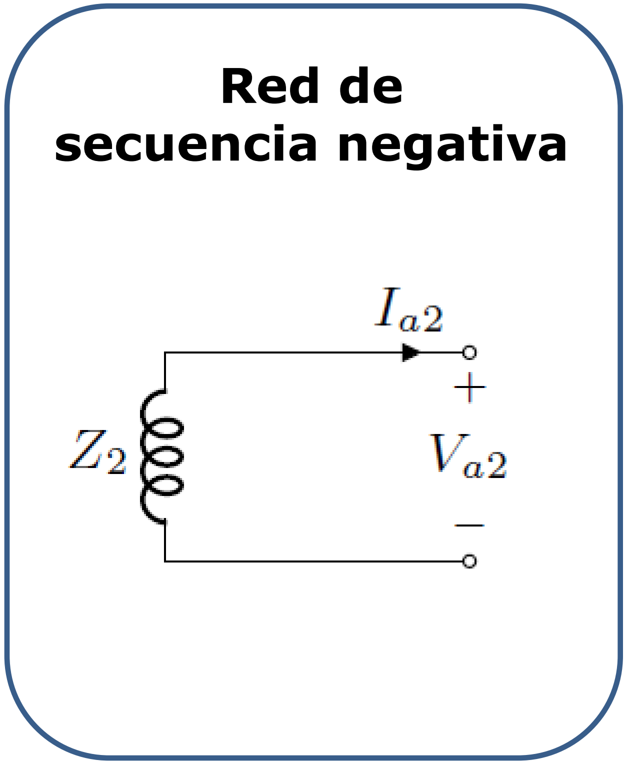


Trayectorias de las corrientes de sec. +

Redes de secuencia de máquinas rotativas



Trayectorias de las corrientes de sec. -



Parámetros de secuencia de máquinas síncronas

- Las ecuaciones anteriores se basan en un modelo simple del generador. Se encontró que $Z_1 = Z_2$, pero diferentes de Z_0. La igualdad no siempre se cumple. Por ejemplo en periodo transitorio donde $x'_d > x_2$.
- El campo giratorio debido a las corrientes de secuencia negativa (en el estator) gira en sentido opuesto al rotor y hace que el flujo visto por los devanados del rotor (campo y amortiguamiento) varíe rápidamente. Esta es una condición similar a los cambios rápidos que se presentan durante un cortocircuito. En una máquina de polos lisos $x_2 = x''_d$.
- Cuando en una máquina solo fluyen corrientes de secuencia cero, la fem y corriente de una fase alcalzan un máximo al mismo tiempo que para las otras fases. El flujo resultante de las 3 fases será muy pequeño (por efecto de cancelación) y esto hace que la reactancia de secuencia 0 sea muy pequeña (y similar a x_l).
- Cuando se analizan condiciones subtransitorias de las máquinas para cálculos de fallas, se aplican las ecuaciones anteriores con E''_a.

Parámetros de secuencia de máquinas síncronas

Secuencia positiva: Aplicación de corrientes de sec. + en el estator mientras el rotor se lleva a velocidad síncrona. Permite calcular las reactancias x_d, x_q y x_l. Los valores transitorios y subtransitorios se obtienen con pruebas y datos en los instantes correspondientes. La resistencia de sec. + es igual a la R_a. Muchas veces este valor se desprecia en los estudios de sistemas de potencia.

Secuencia negativa: Aplicación de corrientes de sec. - en el estator mientras el rotor se lleva a velocidad síncrona. El flujo giratorio del estator va en dirección opuesta al giro del rotor e induce fem y corrientes en rotor de frecuencia doble a la nominal. Este flujo viaja por trayectorias de alta reluctancia que no enlaza a ninguno de los circuitos del rotor. Estas trayectorias son similares a las encontradas al determinar las reactancias subtransitorias de la máquina.
La resistencia de sec. - es mayor a la resistencia de sec. + y se obtiene de dividir la potencia de sec. – (aplicada por fase) entre el cuadrado de la corriente.

Secuencia cero: Al aplicar corrientes de secuencia cero en el estator (misma corriente para los 3 devanados) se crea un flujo muy pequeño y eso se traduce en una reactancia muy pequeña, incluso menor a x_d''. El valor varía en cada máquina según el paso del devanado de armadura y se mide fácilmente al conectar los 3 devanados en serie y aplicar una corriente monofásica por ellos. El cociente entre la tensión de un devanado y su corriente resulta el el valor de x_0. La resistencia r_0 es un poco menor a la R_a y usualmente se desprecia.

Referencia: E.W. Kimbark: Power System Stability: Vol. III, Synchronous Machines.

Parámetros de secuencia de máquinas síncronas

	Turbo-generators (solid rotor)			Water-Wheel Generators (with dampers)†			Synchronous Condensers			Synchronous Motors (general purpose)		
	Low	*Avg.*	*High*	*Low*	*Avg.*	*High*	*Low*	*Avg.*	*High*	*Low*	*Avg.*	*High*
Reactances in per unit												
x_d	0.95	1.10	1.45	0.60	1.15	1.45	1.50	1.80	2.20	0.80	1.20	1.50
x_q	0.92	1.08	1.42	0.40	0.75	1.00	0.95	1.15	1.40	0.60	0.90	1.10
x_d'	0.12	0.23	0.28	0.20	0.37	0.50‡	0.30	0.40	0.60	0.25	0.35	0.45
x_q'	0.12	0.23	0.28	0.40	0.75	1.00	0.95	1.15	1.40	0.60	0.90	1.10
x_d''	0.07	0.12	0.17	0.13	0.24	0.35	0.18	0.25	0.38	0.20	0.30	0.40
x_q''	0.10	0.15	0.20	0.23	0.34	0.45	0.23	0.30	0.43	0.30	0.40	0.50
x_p	0.07	0.14	0.21	0.17	0.32	0.40	0.23	0.34	0.45			
x_2	0.07	0.12	0.17	0.13	0.24	0.35	0.17	0.24	0.37	0.25	0.35	0.45
x_0*	0.01		0.10	0.02		0.21	0.03		0.15	0.04		0.27
Resistances in per unit												
r_a (d-c.)	0.0015		0.005	0.003		0.020	0.002		0.015			
r (a-c.)	0.003		0.008	0.003		0.015	0.004		0.010			
r_2	0.025		0.045	0.012		0.20	0.025		0.07			
Time constants in seconds												
T_{d0}'	2.8	5.6	9.2	1.5	5.6	9.5	6.0	9.0	11.5			
T_d'	0.4	1.1	1.8	0.5	1.8	3.3	1.2	2.0	2.8			
$T_d'' = T_q''$	0.02	0.035	0.05	0.01	0.035	0.05	0.02	0.035	0.05			
T_a	0.04	0.16	0.35	0.03	0.15	0.25	0.1	0.17	0.3			

*x_0 varies from about 0.15 to 0.60 of x_d'', depending upon winding pitch.
†For water-wheel generators without damper windings,

$$x_d'' = 0.85x_d', \qquad x_q'' = x_q' = x_q, \qquad x_2 = (x_d' + x_q)/2,$$

and x_0 is as listed.

Sec. positiva:

$$x_1 = x_d, x_d' \; o \; x_d''$$

$$r_1 = R_a$$

Sec. negativa:

$$x_2 \approx \frac{x"_d + x"_q}{2}$$

$$r_2 > r_1$$

Secuencia cero:

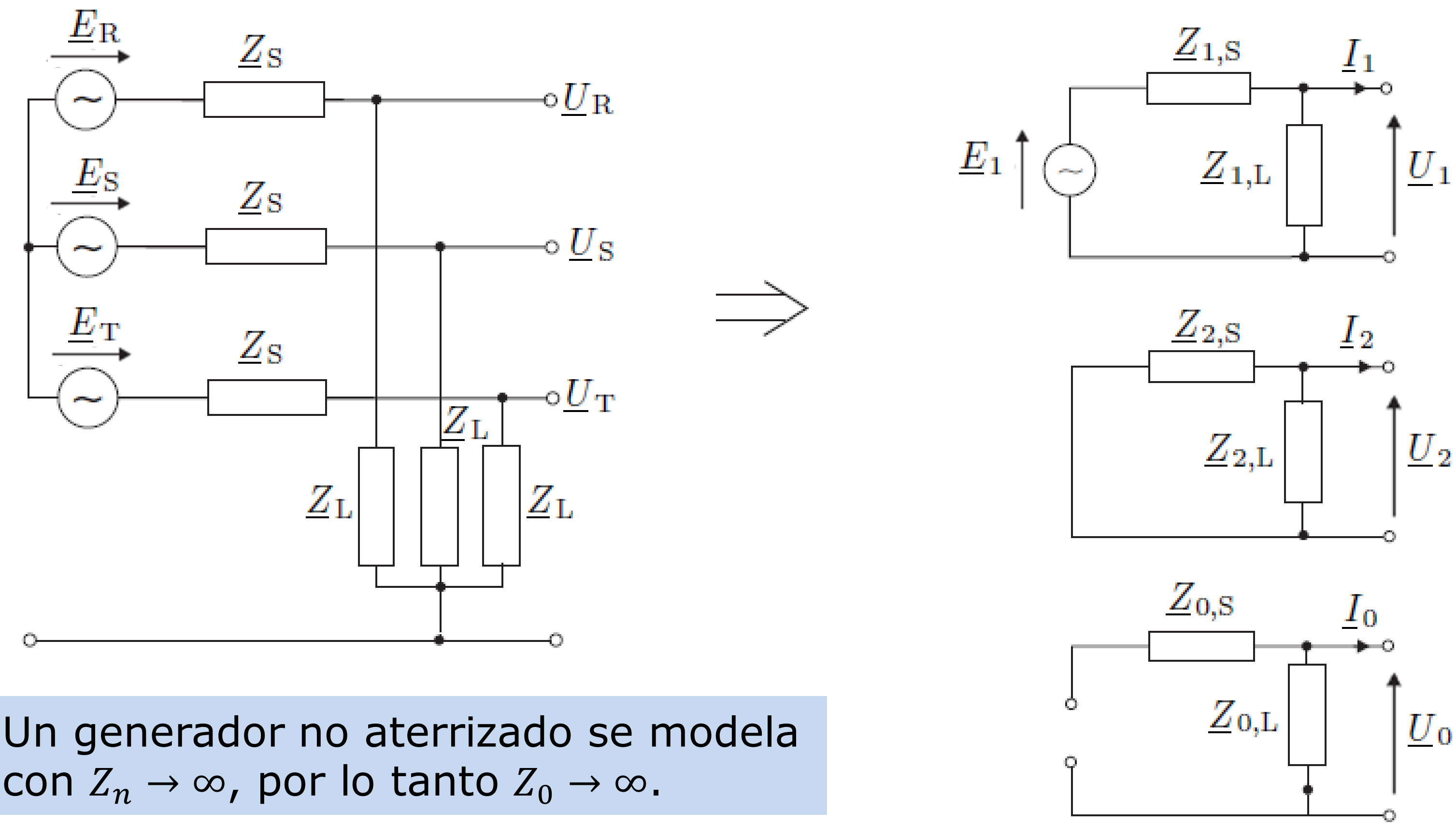
$$x_0 < x"_d$$

$$r_0 < r_1$$

Referencia: E.W. Kimbark: Power System Stability: Vol. III, Synchronous Machines.

Ejemplo 4

Exprese el sistema de un generador alimentando a una carga en variables RST (o ABC) a redes de secuencia. El generador no está aterrizado.



Un generador no aterrizado se modela con $Z_n \rightarrow \infty$, por lo tanto $Z_0 \rightarrow \infty$.

Parámetros de secuencia de transformadores

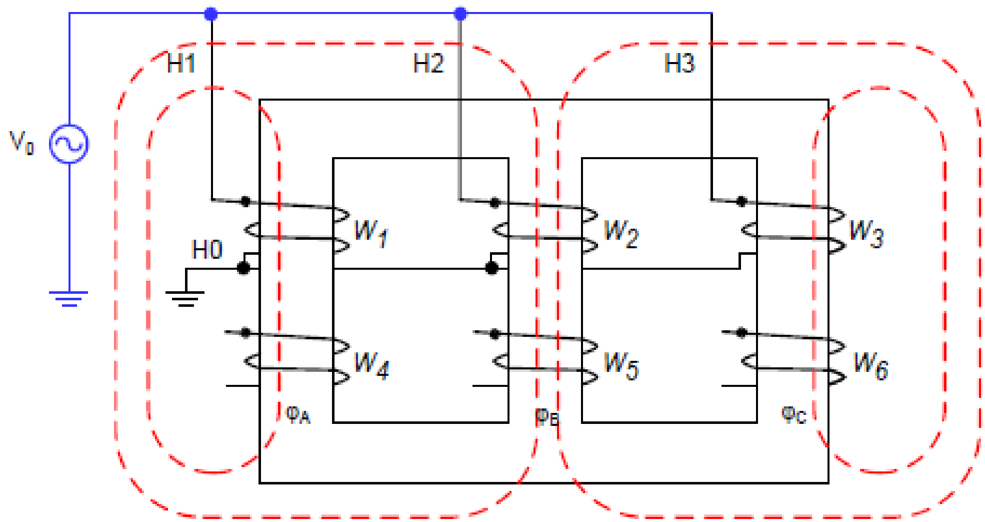
Los parámetros del transformador se obtienen a partir de pruebas en vacío y cortocircuito con fuentes de secuencia positiva, negativa y cero.

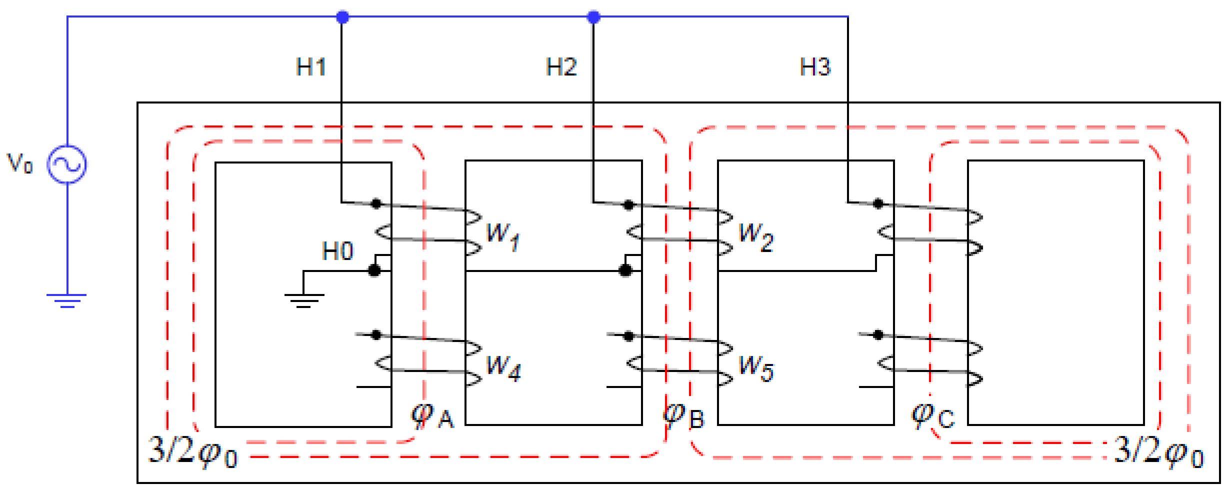
Secuencia positiva: Las pruebas de vacío y cortocircuito permiten obtener $Z_t,\ X_m\ y\ R_c$. Es común que la reactancia de magnetización y la resistencia de pérdidas en el núcleo se desprecien. Estos parámetros son los que se usan para los estudios de flujos de potencia, flujos de potencia óptimos y estabilidad.

Secuencia negativa: Se realizan las mismas pruebas de vacío y cortocircuito pero con una fuente “ACB”. Los valores de los parámetros de secuencia negativa son iguales a los obtenidos en secuencia positiva.

Secuencia cero: Se realiza la prueba con una fuente que provea la misma fase a las tres terminales (homopolar) en el devanado en estrella y el otro devanado abierto independientemente de su conexión. Los valores de los parámetros de secuencia cero son menores en transformadores con 3 columnas y se aproxima mucho al valor de secuencia positiva en transformadores de 5 columnas.

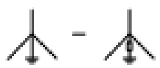
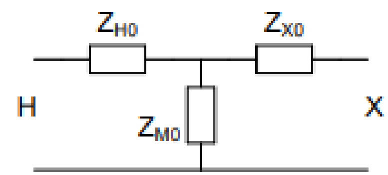
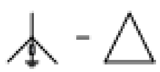
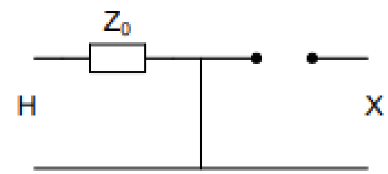
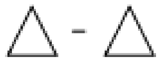
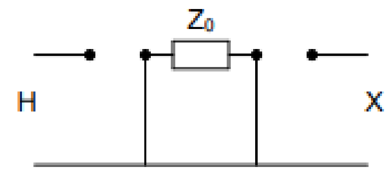
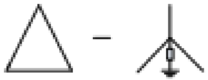
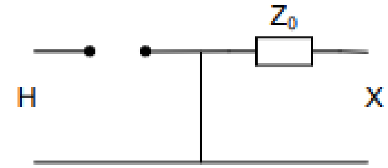
Prueba de Secuencia 0 en Transformadores





Parámetros de secuencia 0 de transformadores

Aproximación de impedancia de secuencia cero en transformadores de 2 devanados cuando no se tienen disponible los resultados de la secuencia 0.

Circuit Diagram	**Approximate Zero-Sequence Model**	
	$Z_{H0} = 0.1 \cdot Z_{HX}$ $Z_{X0} = 0.9 \cdot Z_{HX} + 3 \cdot Z_{GX}$ $Z_{M0} = 5 \cdot Z_{HX}$ Z_{HX}: Positive sequence impedance	
	$Z_0 = 0.85 \cdot Z_{HX} + 3 \cdot Z_{GH}$	
	$Z_0 = 0.85 \cdot Z_{HX}$	
	$Z_0 = 0.85 \cdot Z_{HX} + 3 \cdot Z_{GX}$	

Redes de secuencia de transformadores

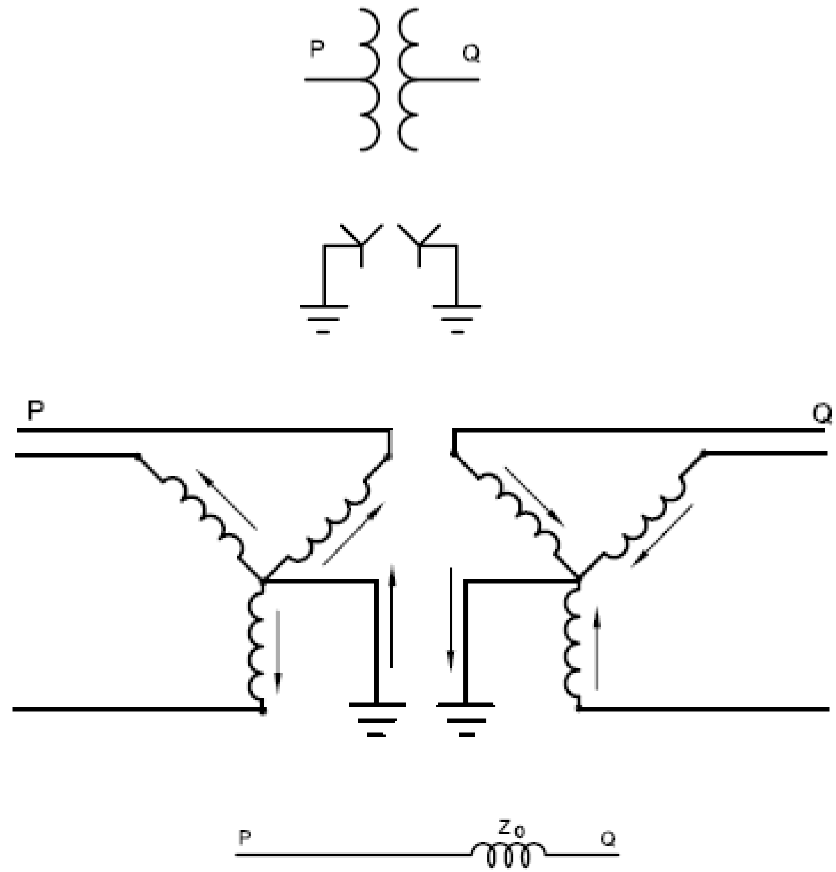
Para analizar los transformadores en redes de secuencia debemos considerar al menos los siguientes puntos:

- Dependen de las conexiones del primario y secundario (y terciario) de la máquina.
- Los diferentes grupos de conexión de los transformadores definirán la configuración de los circuitos de secuencia cero y el desfase en los circuitos de secuencia positiva y negativa.
- Si despreciamos la corriente de magnetización y pérdidas de vacío del transformador, no fluirá corriente en el primario a menos de que fluya corriente en el secundario.
- La corriente del primario está determinada por la corriente del secundario y la relación de vueltas de los devanados.

Redes de secuencia de transformadores

Transformador Y-Y con ambos neutros aterrizados

- Las impedancias de secuencia positiva, negativa y cero relacionadas a la impedancia del cortocircuito del transformador son iguales a Z.
- El transformador tiene una impedancia a tierra del lado de alta tensión y definido como Z_N y una impedancia a tierra del lado de baja tensión definido como Z_n. Si el neutro está sólidamente aterrizado dichas impedancias son cero.
- El modelo del transformador para secuencia positiva y negativa es igual al que conocemos hasta ahora.
- Para la red de secuencia cero consideramos las impedancias Z_N y Z_n según: $Z_0 = Z + 3Z_N + 3Z_n$.
- Como el transformador se aterriza en ambos lados, la corriente de secuencia cero puede fluir a través del transformador.

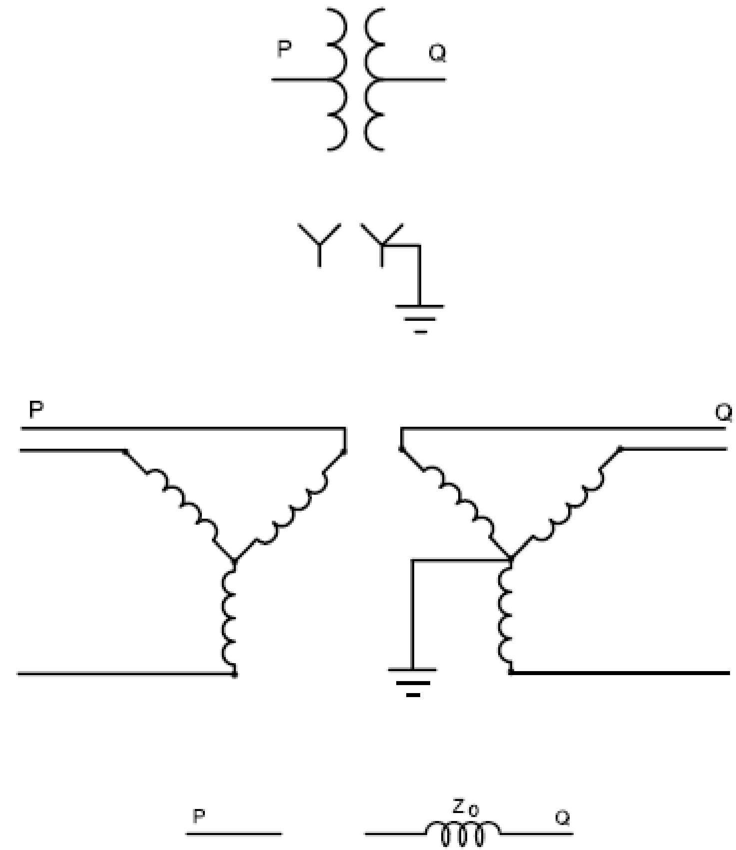


sec. 0

Redes de secuencia de transformadores

Transformador Y-Y con solo un neutro aterrizado

- Las impedancias de secuencia positiva, negativa y cero relacionadas a la impedancia del cortocircuito del transformador son iguales a Z.
- Como uno de los neutros está sin aterrizar, no puede fluir la corriente de secuencia cero en ninguno de los devanados.
- Esto se representa al establecer Z_N o Z_n igual a ∞.
- La ausencia de una trayectoria para la corriente en uno de los devanados hace que no haya corriente en el otro y se tiene un circuito abierto para la corriente de secuencia cero en ambas partes del transformador.

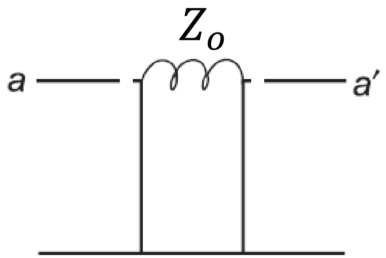


sec. 0

Redes de secuencia de transformadores

Transformador Δ-Δ

- Los circuitos equivalentes de secuencias positiva y negativa para el transformador Δ**-**Δ (como en el caso Y-Y) corresponden igualmente al circuito equivalente conocido del transformador.
- Como en un circuito Δ no hay trayectoria de retorno para la corriente de secuencia cero, no puede haber circulación de I_0 en ambos lados del transformador aunque algunas veces circule dentro de los devanados de la Δ.

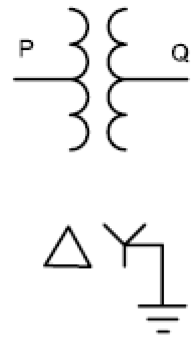


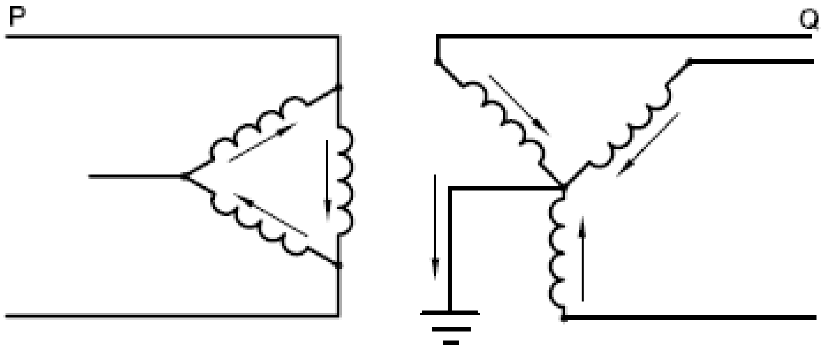
sec. 0

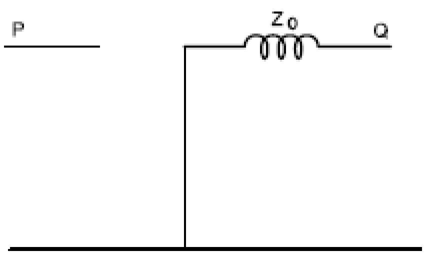
Redes de secuencia de transformadores

Transformador Y-Δ con la Y aterrizada

- Si el neutro de un banco Y-Δ está aterrizado, las corrientes de secuencia cero tienen una trayectoria a tierra a través de la Y, porque pueden circular en la Δ las correspondientes corrientes inducidas.
- La corriente de secuencia cero que circula dentro de la Δ balancea magnéticamente la corriente de secuencia cero en la Y, pero no puede fluir en las líneas conectadas a la Δ.





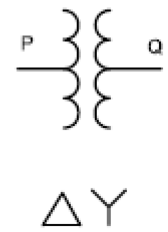


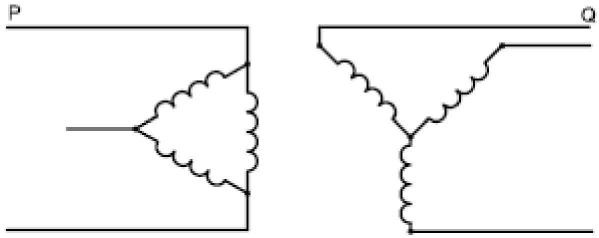
sec. 0

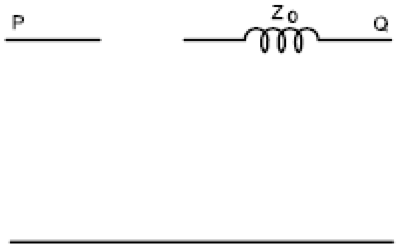
Redes de secuencia de transformadores

Transformador Y-Δ con la Y sin aterrizar

- Una Y no aterrizada es un caso especial donde Z_N (o Z_n) es ∞.
- La impedancia $3Z_N$ del circuito equivalente para el caso anterior se hace infinita y la corriente de secuencia cero no puede fluir en los devanados del transformador.





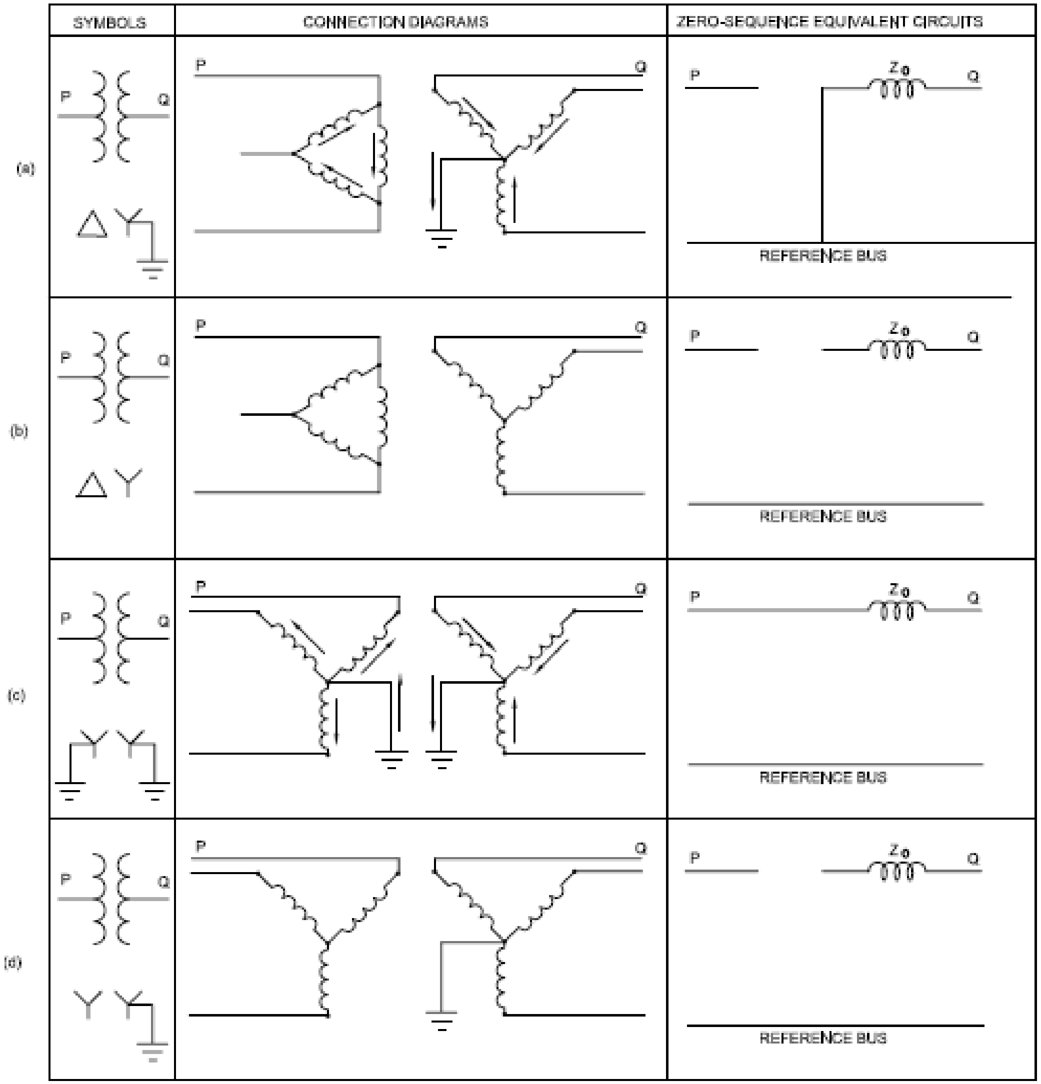


sec. 0

Transformadores de 2 devanados

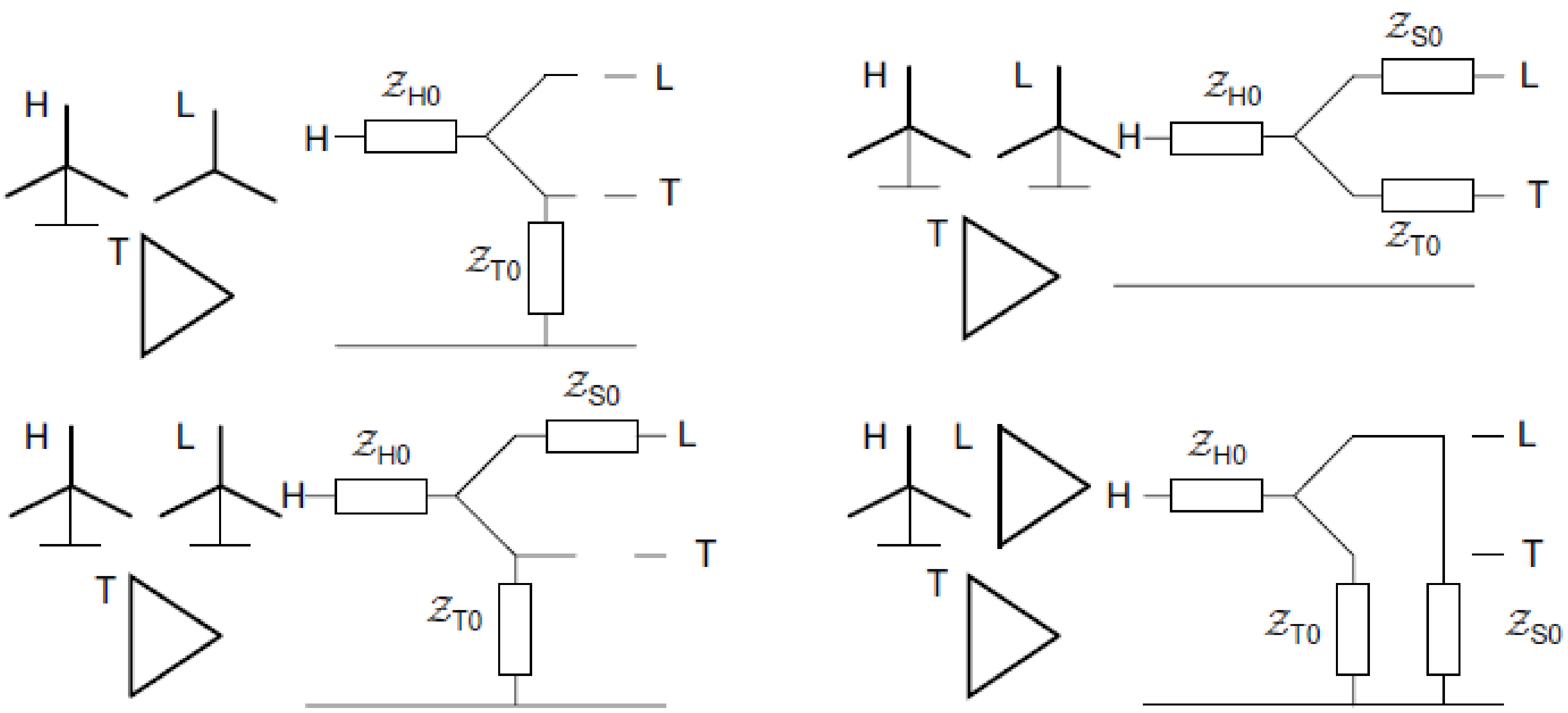
IEEE
Std 142-2007

Circuitos equivalentes de secuencia cero.



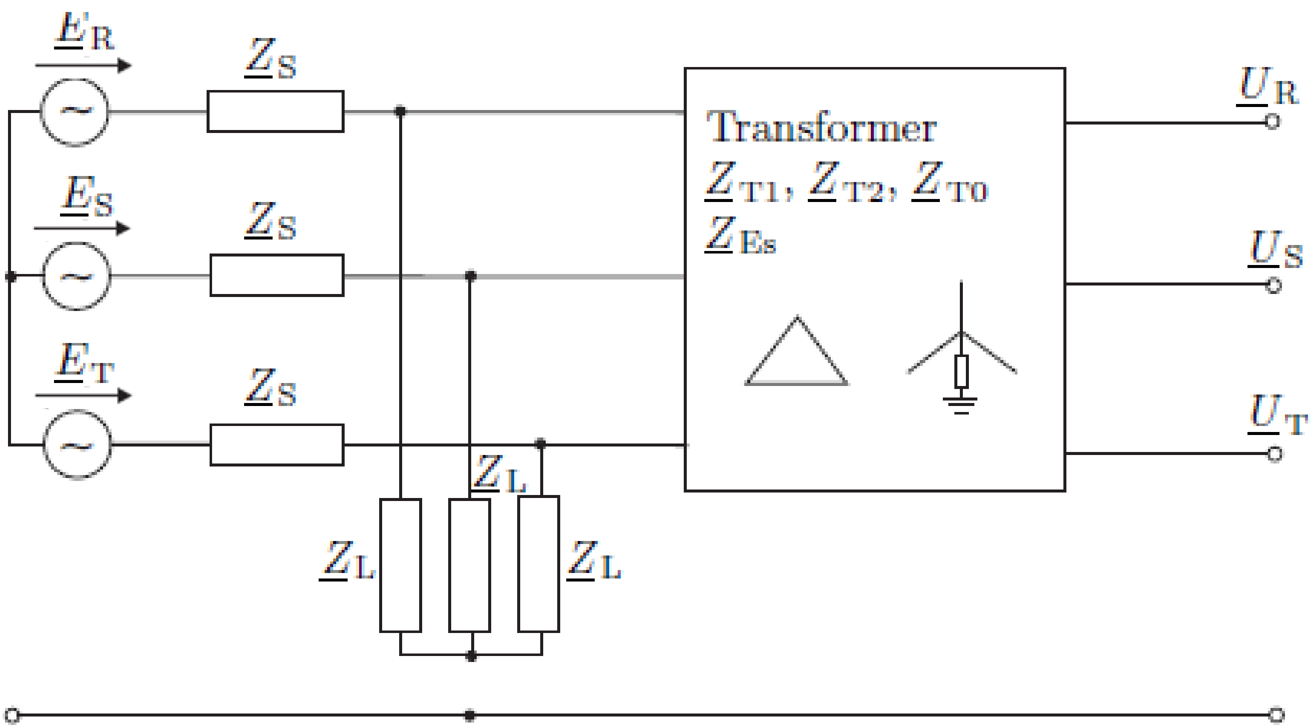
Transformadores de 3 devanados

Circuitos equivalentes de secuencia cero.



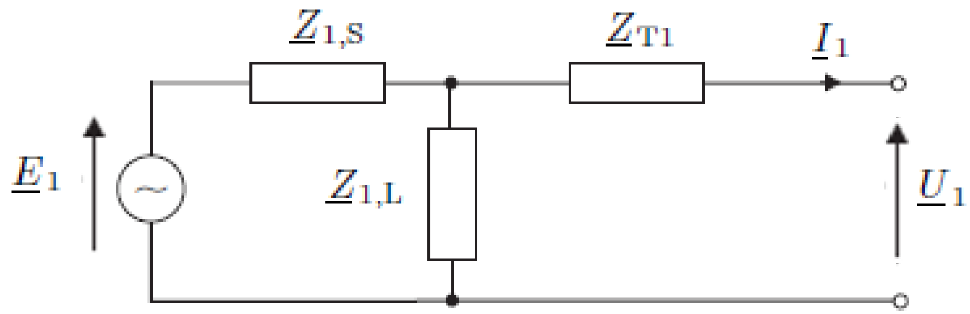
Ejemplo 5

Dibuje las redes de secuencia del sistema en la figura si sabe que el generador no está aterrizado y el grupo de conexión del generador es tal como se muestra.

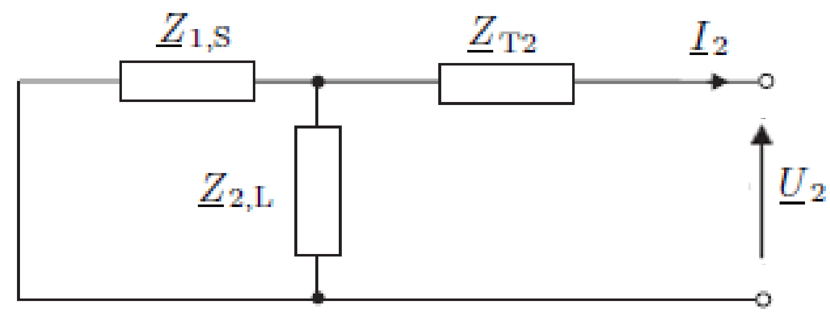


Ejemplo 5

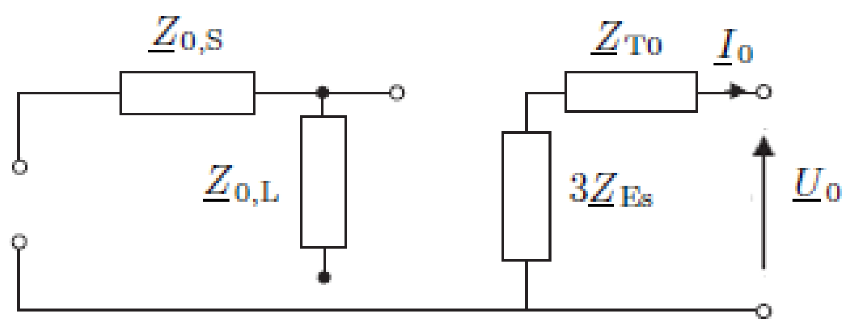
Sec. +



Sec. -

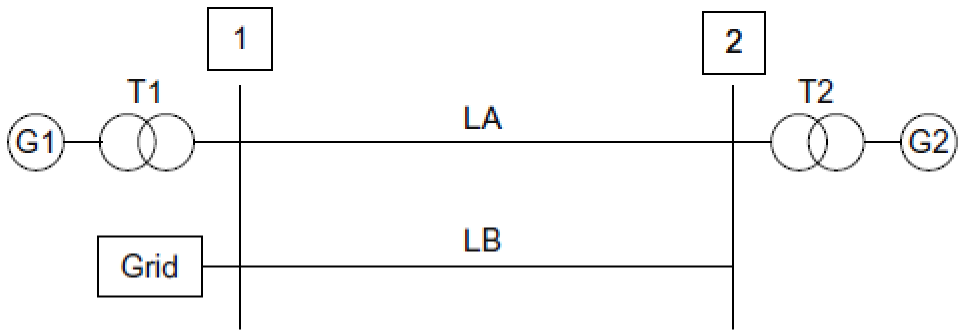


Sec. 0



Ejemplo 6

Dibuje las redes de secuencia del siguiente sistema en base común:



$S_b = 25\,\text{MVA}.$

G1: $U_n = 20\,\text{kV}$ $S_n = 20\,\text{MVA}$ $x' = x_2 = 0.12\,\text{pu}$ $x_0 = 0.04\,\text{pu}$ $X_n = 0.4\,\Omega$

G2: $U_n = 23\,\text{kV}$ $S_n = 25\,\text{MVA}$ $x' = x_2 = 0.10\,\text{pu}$ $x_0 = 0.034\,\text{pu}$

T1: $132/20\,\text{kV}$ $S_n = 25\,\text{MVA}$ $z_{cc} = 0.12\,\text{pu}$ $\cos\varphi_{cc} = 0.1$ Dyn11

T2: $132/23\,\text{kV}$ $S_n = 30\,\text{MVA}$ $z_{cc} = 0.12\,\text{pu}$ $\cos\varphi_{cc} = 0.1$ YNd1

LA: $\mathcal{Z}' = 0.31 + j0.37\,\Omega/\text{km}$ $\mathcal{Z}_0' = 0.31 + j0.52\,\Omega/\text{km}$ $l = 100\,\text{km}$

LB: $\mathcal{Z}' = 0.3 + j0.35\,\Omega/\text{km}$ $\mathcal{Z}_0' = 0.31 + j0.5\,\Omega/\text{km}$ $l = 100\,\text{km}$

Grid: $S_{cc} = 500\,\text{MVA}$ $\cos\varphi_{cc} = 0,2$

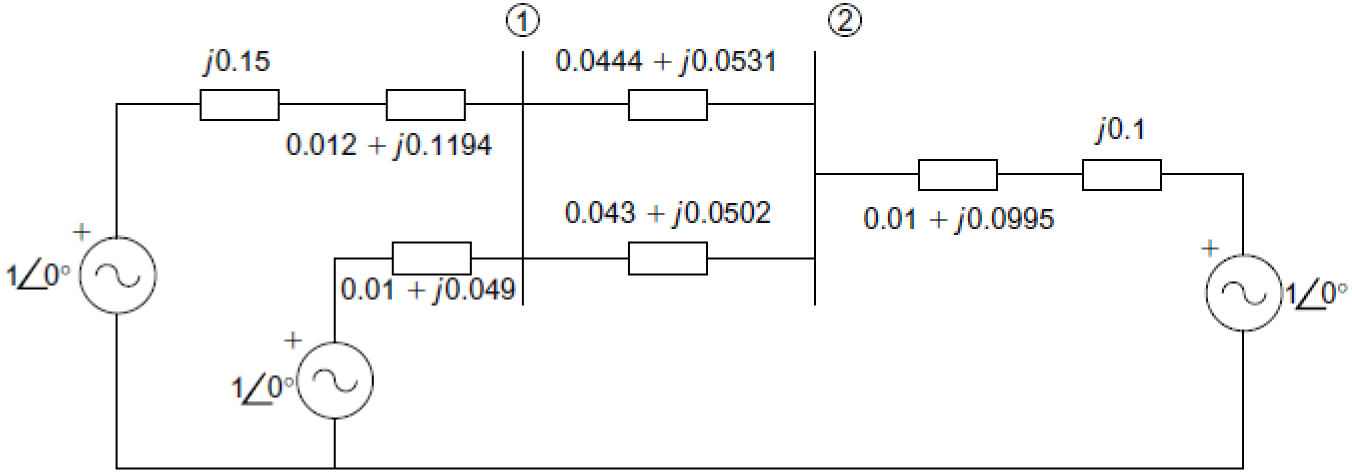
Ejemplo 6

Se define la base de 25 MVA y 132 kV en zona de transmisión. Para las demás zonas se utiliza la relación de los transformadores.

Luego se convierten los parámetros en base propia (vieja) a la nueva base del sistema de 25 MVA.

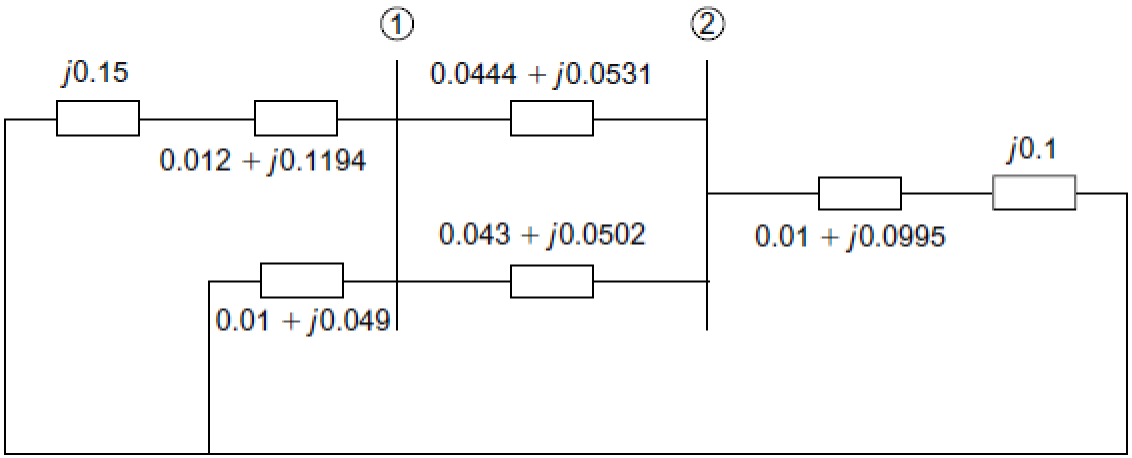
Las líneas que están dadas en Ω/km deben multiplicarse por 100 km y luego dividirse entre la impedancia base en transmisión.

Red de secuencia positiva:

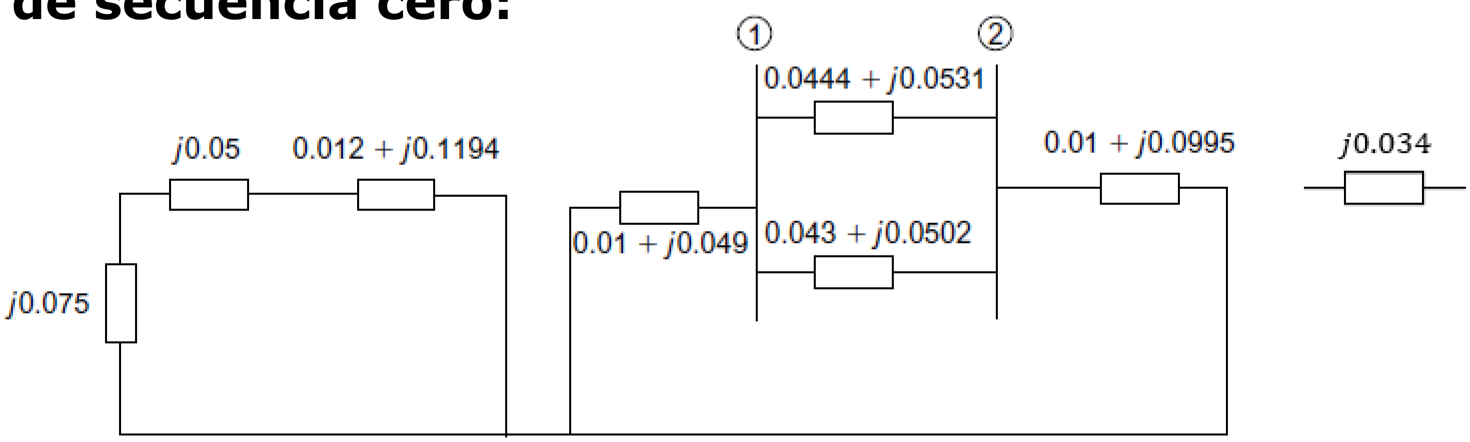


Ejemplo 6

Red de secuencia negativa:

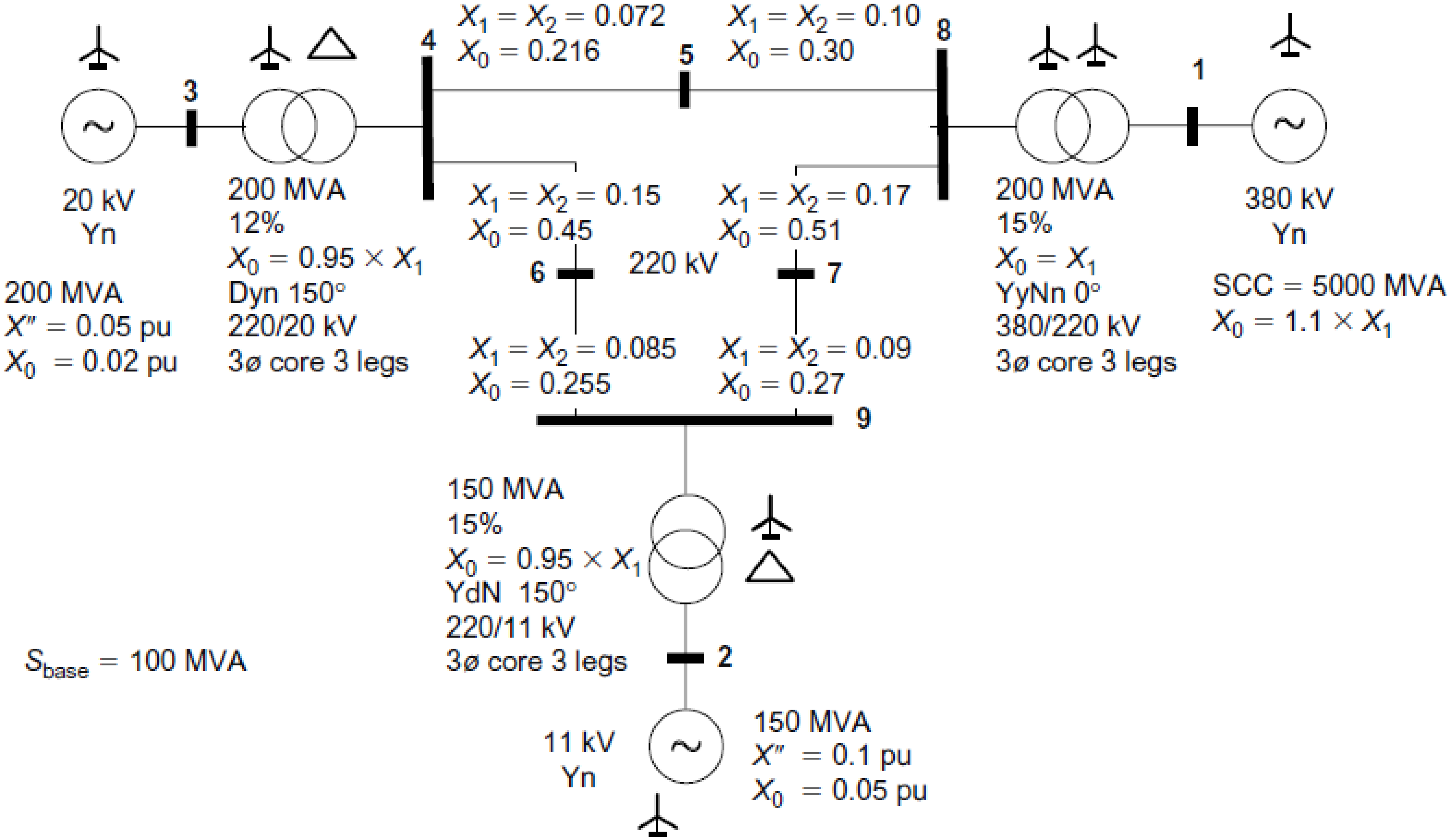


Red de secuencia cero:



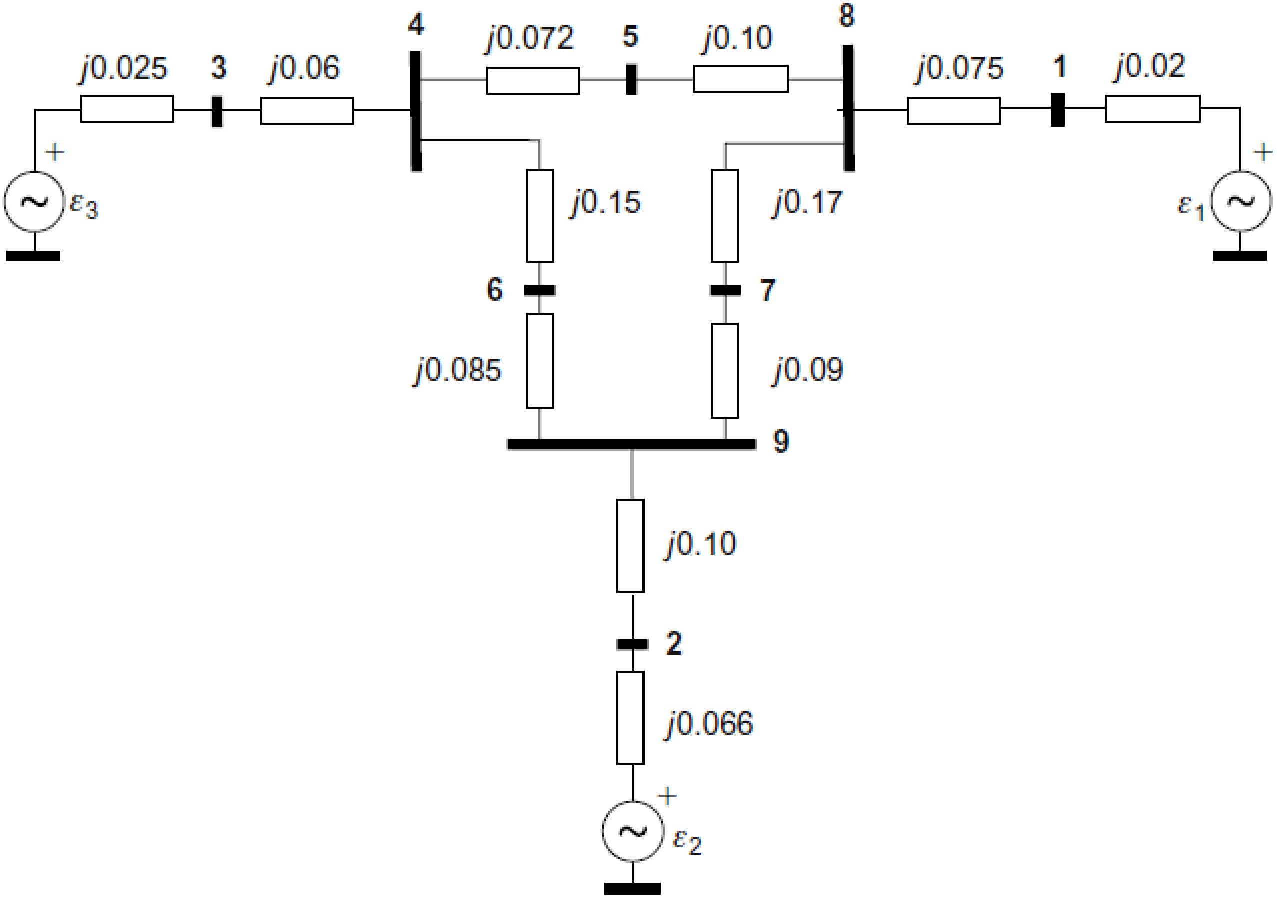
Ejemplo 7

Dibuje las redes de secuencia del siguiente sistema en base común:



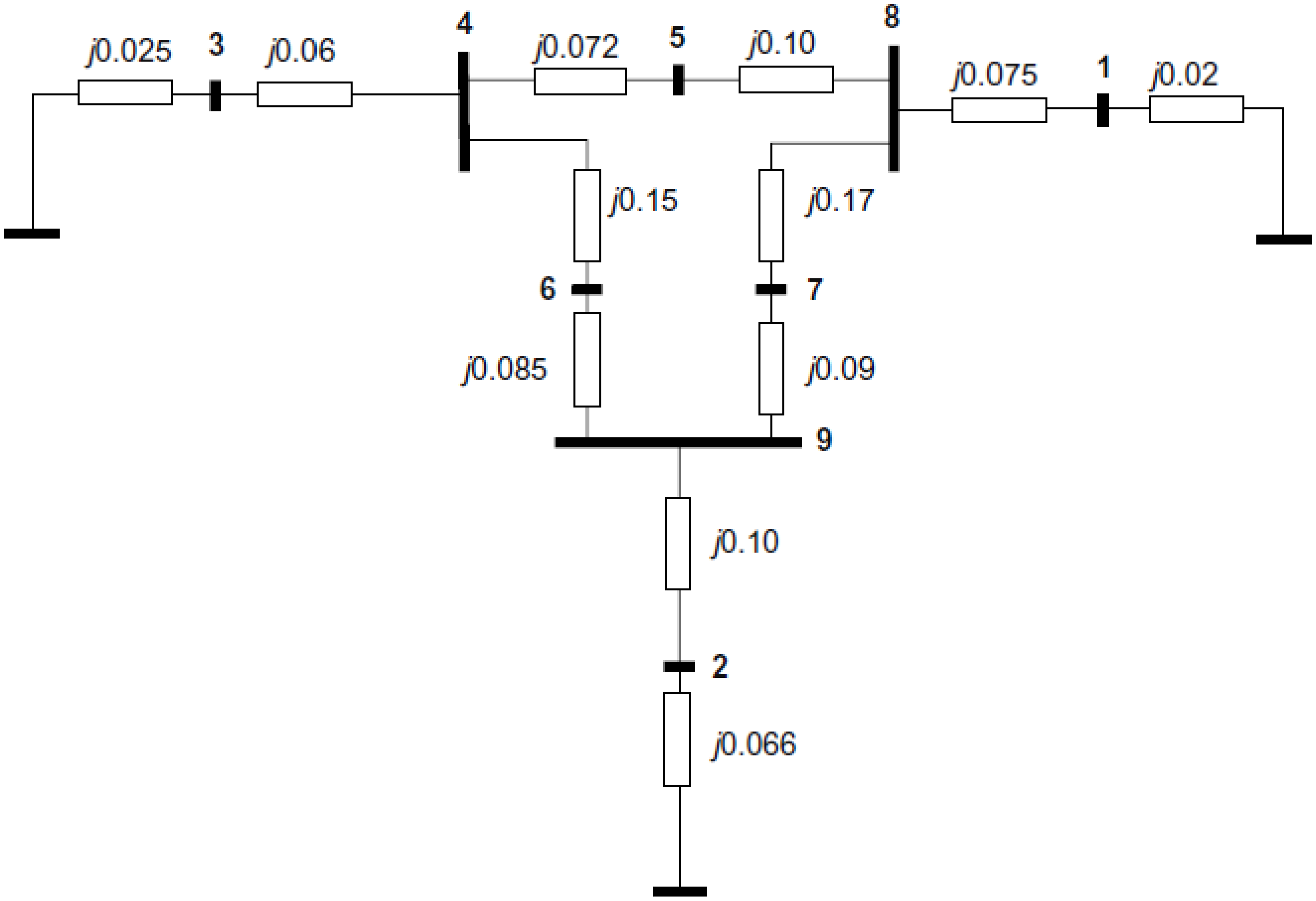
Ejemplo 7

Red de secuencia positiva:



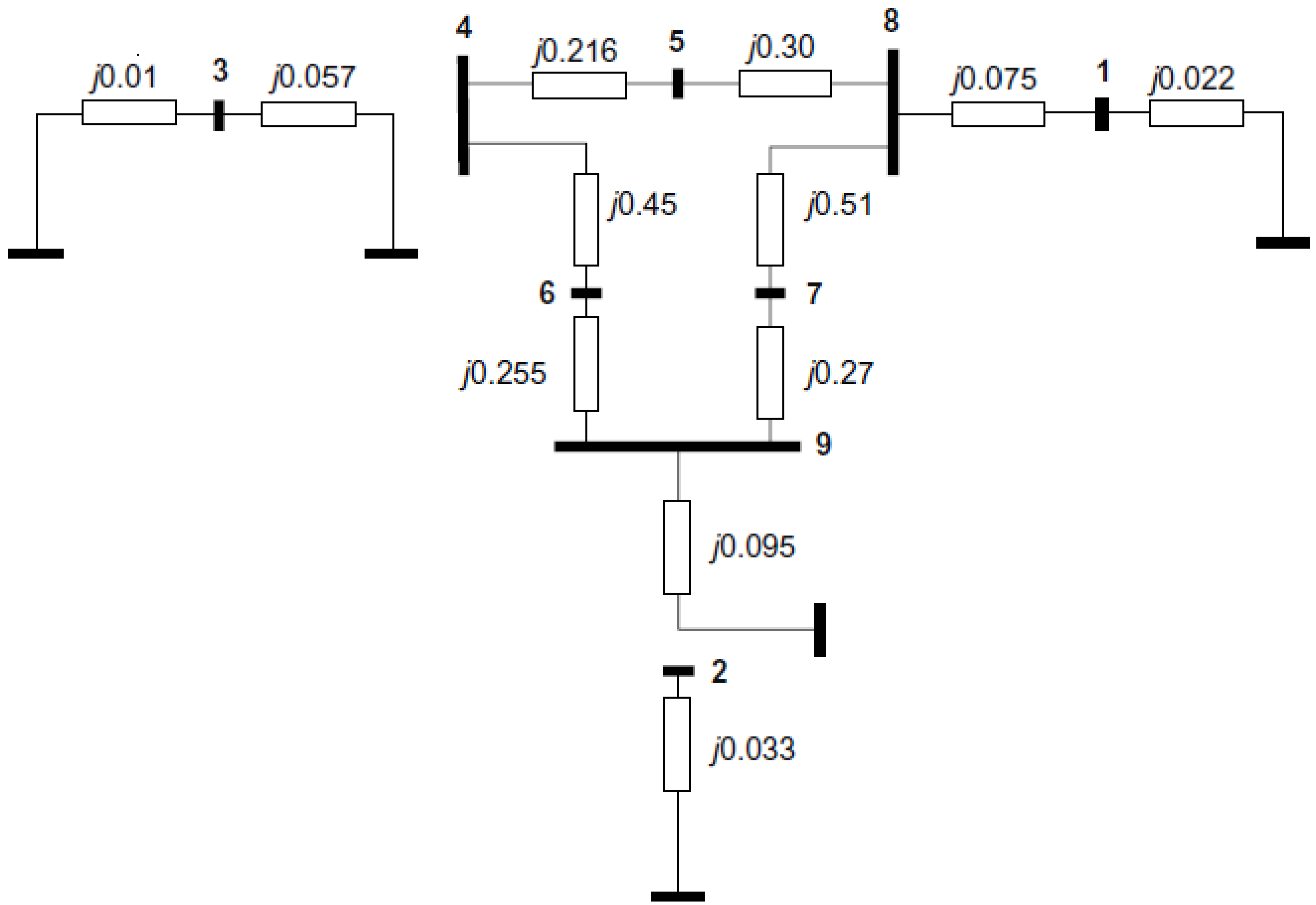
Ejemplo 7

Red de secuencia negativa:



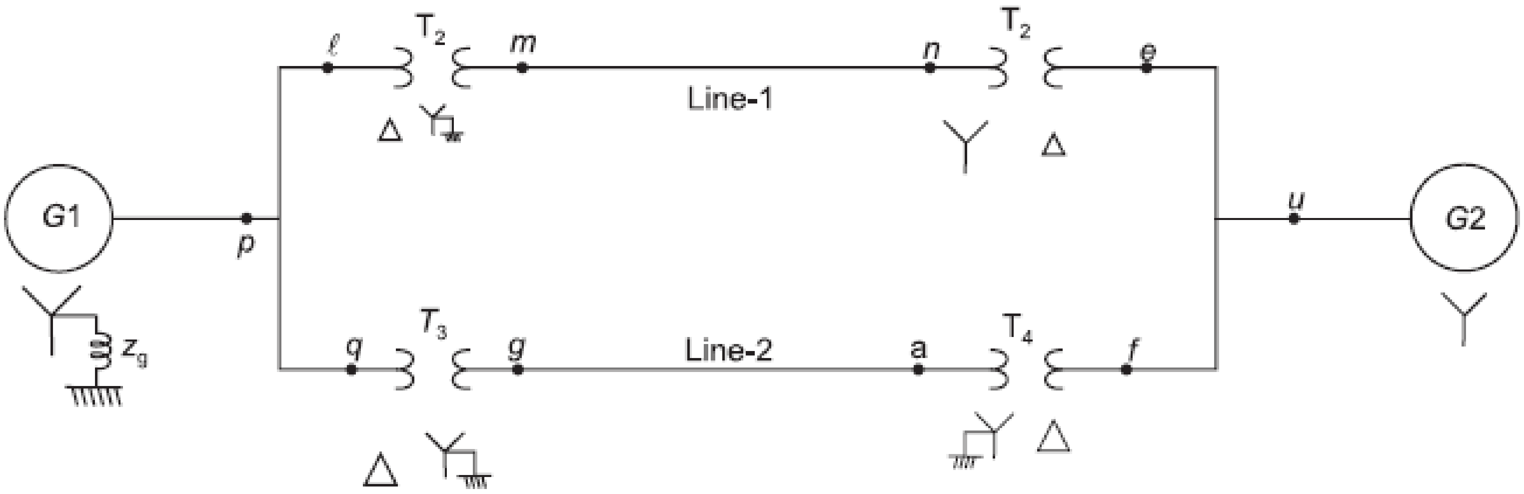
Ejemplo 7

Red de secuencia cero:



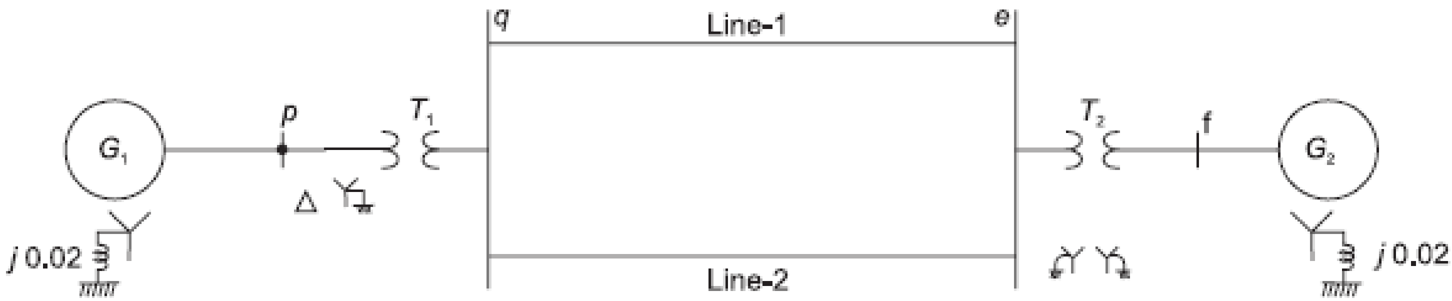
Ejemplo 8

Dibuje las redes de secuencia del sistema de potencia de la figura. *Nota: Este es un ejercicio sin cálculos numéricos.*



Ejemplo 9

Dibuje la red de secuencia cero del sistema de potencia de la figura. Todos los parámetros están en base común de 100 MVA.



G1:	100 MVA,	11 KV,	$X_{g10} = 0.05$ pu
G2:	100 MVA,	11 KV,	$X_{g20} = 0.05$ pu
T1:	100 MVA,	11/220 KV,	$X_{T1} = 0.06$ pu
T2:	100 MVA,	220/11 KV,	$X_{T2} = 0.07$ pu
Line 1:	$XL1_0 = 0.3$ pu		
Line 2:	$XL2_0 = 0.3$ pu		

Ejemplo 10

Un generador síncrono de 50 MVA, 11 kV y $x_d'' = 20\%$ alimenta 2 motores por medio de una línea de transmisión y transformadores a cada lado. El motor 1 tiene una capacidad de 30 MVA, 10 kV y $x'' = 25\%$. El segundo motor tiene capacidad de 15 MVA, misma tensión y reactancia subtransitoria. Los trafos son idénticos de 60 MVA, 10.8/121 kV y $X = 10\%$. La reactancia de secuencia cero del generador y motores son 6% en base propia. Además, el generador y el motor 2 tienen una reactancia a tierra de 2.5 Ω. La reactancia de secuencia cero de la línea de transmisión es de 300 Ω y la reactancia de secuencia positiva es 100 Ω.

Dibuje las redes de secuencia en la base del generador.