Algorithm Assignment I

Question #1[**Monte Carlo Method**]

CRAPS 게임은 아래의 세 가지 경우가 될 때까지 두 개의 주사위를 던진다.

- 첫 번째 시도의 합이 7 혹은 11 이면, 플레이어는 곧바로 게임에서 승리한다.
- 첫 번째 시도의 합이 2,3 혹은 12 이면, 플레이어는 곧바로 게임에서 패배한다.
- 첫 번째 시도의 합이 4,5,6,8,9 혹은 10 이라면 주사위의 합이 7 이 되거나 첫 번째 시도와 같을 때까지 주사위를 던진다. 만약 합이 7 인 시도가 나오기 전에 첫 번째 시도와 같은 합을 얻는다면, 플레이어가 승리한다. 만약 첫 번째 시도와 같은 합이 나오기 전에 합이 7 인 경우가 있다면, 플레이어는 패배한다.

KY 가 계속해서 CRAPS 를 한다고 하자. 만약 KY 가 이 게임에서 이기면 SY 로부터 코인 하나를 받는다. 아니라면, SY 에게 코인 하나를 준다. KY, SY 둘 중에 코인이 다 떨어지는 쪽이 최종적으로 패배한다.

(a) Monte Carlo method 를 사용해서 CRAPS 게임에 대한 승률을 제시하라.

(b) 아래에 조건에서 Monte Carlo method 를 사용해서 KY 의 최종적인 승률을 구하라

- KY, SY 의 초기 코인 수가 각각 12, 9 라 할 때
- KY, SY 의 초기 코인 수가 각각 20, 9 라 할 때

Question #2

0 과 1 로 채워진 행렬이 있다. 행렬 1 칸은 1 x 1 의 정사각형으로 이루어져 있다. 행렬에서 1 로 이루어진 가장 큰 정사각형을 찾아 넓이를 반환하는 함수 Large 를 완성하시오.

```r
# Given Mat1, Mat2
Mat1 <- matrix(c(1, 0, 1, 1, 1,
                0, 0, 0, 1, 1,
                0, 1, 1, 1, 1,
                0, 1, 1, 1, 1,
                0, 1, 1, 1, 1),5, 5, byrow=TRUE)

Mat2 <- matrix(c(1, 0, 1, 1, 1,
                 1, 1, 1, 1, 1,
                 0, 1, 1, 1, 1,
                 0, 1, 1, 1, 1,
                 0, 1, 1, 1, 1),5, 5, byrow=TRUE)

Largest(Mat1); Largest(Mat2)

## [1] 9

## [1] 16
```

Question #3

길이가 서로 다른 젓가락쌍들이 있다고 하자. 만약 옆에서 길이가 맞는 젓가락쌍을 찾는다면 길이가 맞는 젓가락들의 원래의 짝이 하나의 쌍을 이루고 길이가 맞는 젓가락쌍은 딴 곳에 보낸다고 하자. 이 때의 배송비는 새로 만들어진 젓가락쌍과 보내는 젓가락 중 하나의 길이의 곱(원)이다. 우리는 배송비를 최소화하면서 주어진 젓가락을 배송하고자 한다. 예를 들어 세 쌍의 젓가락 A, B, C, D가 주어진다고 하고 각각의 길이를 A: 10,20, B:20,5, C: 5,30, D:30,15 라고 할 때, 가능한 경우는:

* $(A \cdot ((B \cdot C) \cdot D)) \Rightarrow (20 \times 5 \times 30) + (20 \times 30 \times 15) + (10 \times 20 \times 15) = 15000$

* $(A \cdot (B \cdot (C \cdot D)) \Rightarrow (5 \times 30 \times 15) + (20 \times 5 \times 15) + (10 \times 20 \times 15) = 6750$

* $((A \cdot B)(C \cdot D)) \Rightarrow (10 \times 20 \times 5) + (5 \times 30 \times 15) + (10 \times 5 \times 15) = 4000$

* $(((A \cdot B) \cdot C) \cdot D) \Rightarrow (10 \times 20 \times 5) + (10 \times 5 \times 30) + (10 \times 30 \times 15) = 7000$

* $((A \cdot (B \cdot C)) \cdot D) \Rightarrow (20 \times 5 \times 30) + (10 \times 20 \times 30) + (10 \times 30 \times 15) = 13500$

여기서 $X \cdot Y$는 X 와 Y 를 이용해서 새로운 젓가락 쌍을 만든다는 의미이다. 위와 같은 순서로 배송할 수 있고, 이 때의 최소 배송비는 4000 원이다. INPUT 으로 젓가락 길이들을 받아서 OUTPUT 으로 최소의 배송비를 반환하는 함수 **chopchop**을 구현하라. 예를 들어, 위와 같은 경우에는 INPUT 으로 (10,20,5,30,15)를 받고 이는 젓가락쌍이 (10,20),(20,5),(5,30),(30,15)이 있음을 의미한다. 또한 세 번째 경우가 최소 배송비이므로 4000 을 반환한다.

Question #4

계수가 n^2개인 방정식 n개가 주어졌을 때, 행렬 표현식으로 $Ax = b$로 표현 할 수 있다. 이 때

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \ddots & & a_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, x = (x_1, \cdots, x_n)', b = (b_1, \cdots, b_n)$$

역행렬이 존재하는 행렬 A가 주어졌을 때, x 혹은 b가 둘 중 하나라도 주어진다면, 나머지 값을 찾을 수 있다. 이는 x가 주어진 경우 계산을 통해 b를 구할 있고, b가 주어진 경우 미지수와 주어진 방정식이 모두 n개이므로 가능함을 알 수 있다. 알고리즘 **solveEquation**(**A**, **x**, **b**)은 세 개의 인자 A, x, b를 받아서 아래의 작업을 수행한다.

- INPUT 으로 A, b가 들어오면 그에 맞는 OUTPUT x를 반환한다.
- INPUT 으로 A, x가 들어오면 계산을 통해 b를 반환한다.
- INPUT 으로 A, x, b가 들어오면 계산이 맞는지 확인하고 OUTPUT 으로 ‘Incorrect’ 혹은 ’Correct’를 반환한다.

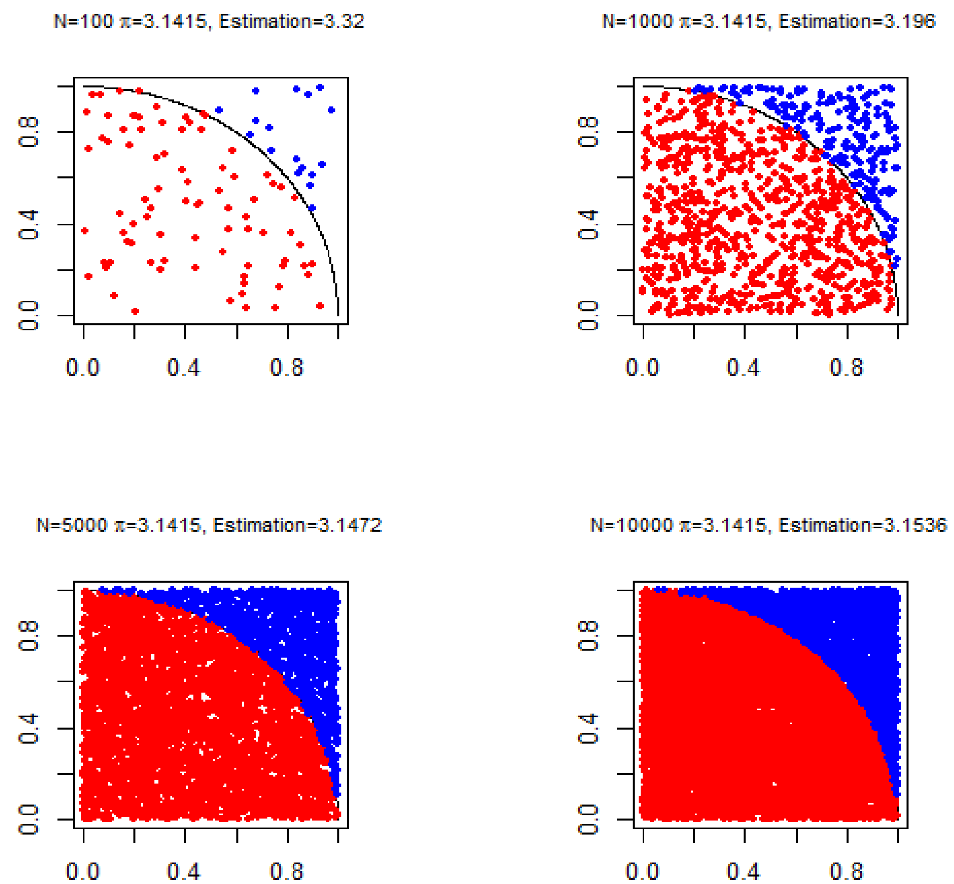
solveEquation(**A**, **x**, **b**) 를 만들어라.

(**Base함수인 solve는 사용할 수 없다. 또한 별도의 예외처리를 하지 않으셔도 됩니다**.)

Appendix[Monte Carlo Method]

Estimate expectation of event X by conducting countless simulations. As n goes infinity, variance of estimation goes to 0.(i.e. it is *consistant* method for estimating expectation) Intutively, Monte Carlo method estimate the domain of event X in probability field. As a simple example, we can estimate area of circle without calculation. Suppose a circle with a radius of 1 and center of (0,0) on 2-dimensional coordinate.

- Select N points (X, Y) where $X \sim U(0,1), Y \sim U(0,1)$
- Sum up points which satisfy $X^2 + Y^2 \leq 1 \rightarrow$ k
- $\frac{k}{N} \approx$ quartile of circle



As you can see, one can obtain target value without complex mathmatical calculation. In this sense, Monte Carlo Method applies to problems that are difficult to solve analytically.