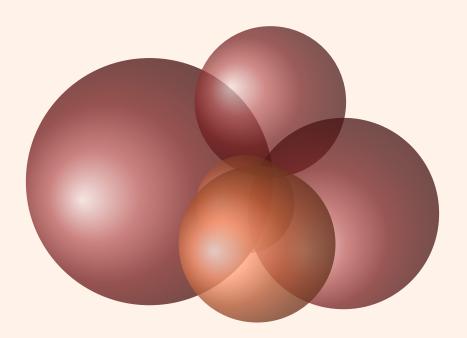
## AlterMundus



**Alain Matthes** 

2 juin 2011

http://altermundus.fr http://altermundus.com

### tkz-fct

# <u>AlterMundus</u>

#### **Alain Matthes**

tkz-fct.sty est un package pour créer à l'aide de TikZ, des représentations graphiques de fonctions en 2D le plus simplement possible. Il est dépendant de TikZ et fera partie d'une série de modules ayant comme point commun, la création de dessins utiles dans l'enseignement des mathématiques. Ce package existait déjà, et était disponible sur mon site internet. La version « officielle » a pour premier numéro de version 1.13 c (c pour CTAN); de plus, la syntaxe a évolué et certaines macros ont commencé une mutation qui permettra de rendre l'ensemble de mes packages plus homogène. Ce package nécessite la version 2.1 de TikZ.

Je souhaite remercier Till Tantau pour avoir créé le merveilleux outil TikZ, ainsi que Michel Bovani pour fourier, dont l'association avec utopia est excellente.

Je souhaite remercier aussi **David Arnold** qui a corrigé un grand nombre d'erreurs et qui a testé de nombreux exemples, **Wolfgang Büchel** qui a corrigé également des erreurs et a construit de superbes scripts pour obtenir les fichiers d'exemples, **John Kitzmiller** et ses exemples, et enfin **Gaétan Marris** pour ses remarques.

👺 Vous trouverez de nombreux exemples sur mes sites : altermundus.com ou altermundus.fr

Vous pouvez envoyer vos remarques, et les rapports sur des erreurs que vous aurez constatées à l'adresse suivante : Alain Matthes.

This file can be redistributed and/or modified under the terms of the LATEX Project Public License Distributed from CTAN archives.

Table des matières

#### Table des matières

1	Fonctionnement	4
2	Installation de tkz-fct	5
	2.1 Avec TeXLive sous OS X, Linux et Windows	5
	2.2 Avec MikTeX sous Windows XP	6
	2.3 Résumé de l'installation	6
3	Utilisation de Gnuplot	8
		8
	·	10
	3.3 Test de l'installation de tkz-base	10
	3.4 Test de l'installation de tkz-fct	
4	Les différentes macros	13
Ī		13
		13
		14
		14
		15
		16
		16
		17
5	Placer un point sur une courbe	19
•		19
		20
		20
		21
	5.5 Placer des points sans se soucier des coordonnées	
	5.6 Placer des points avec deux fonctions	
_		
0		<b>24</b> 24
	6.1 Ajoutei uii labei	24
7	The state of the s	25
	7.1 Représentation d'une tangente \tkzDrawTangentLine	
	7.2 Tangente avec <b>xstep</b> et <b>ystep</b> différents de 1	
	7.3 Les options kl, kr et l'option draw	
	7.4 Tangente et l'option with	
	7.5 Quelques tangentes	28
	7.6 Demi-tangentes	28
	7.7 Demi-tangentes Courbe de Lorentz	29
	7.8 Série de tangentes	31
	7.9 Série de tangentes sans courbe	31
	7.9.1 Utilisation de \tkzFctLast	32
	7.10 Calcul de l'antécédent	33
	7.10.1 Valeur numérique de l'antécédent	33
	7.10.2 utilisation de la valeur numérique	33

Table des matières 4

8	Macros pour définir des surfaces	34
	8.1 Représentation d'une surface \tkzDrawArea ou \tkzArea	34
	8.2 Naissance de la fonction logarithme népérien	34
	8.3 Surface simple	
	8.4 Surface et hachures	37
	8.5 Surface comprise entre deux courbes \tkzDrawAreafg	38
	8.6 Surface comprise entre deux courbes en couleur	
	8.7 Surface comprise entre deux courbes avec des hachures	
	8.8 Surface comprise entre deux courbes avec l'option <b>between</b>	
	8.9 Surface comprise entre deux courbes : courbes de Lorentz	
	8.10 Mélange de style	
	8.11 Courbes de niveaux	42
9	Sommes de Riemann	43
	9.1 Somme de Riemann	43
	9.2 Somme de Riemann Inf	
	9.3 Somme de Riemann Inf et Sup	
	9.4 Somme de Riemann Mid	
10	0 Droites particulières	47
	10.1 Tracer une ligne verticale	
	10.2 Ligne verticale	
	10.3 Lignes verticales	
	10.4 Ligne verticale et valeur calculée par <b>fp</b>	
	10.5 Une ligne horizontale	
	10.6 Asymptote horizontale	
	10.7 Lignes horizontales	
	10.8 Asymptote horizontale et verticale	31
11	1 Courbes avec équations paramétrées	<b>52</b>
	11.1 Courbe paramétrée exemple 1	52
	11.2 Courbe paramétrée exemple 2	53
	11.3 Courbe paramétrée exemple 3	54
	11.4 Courbe paramétrée exemple 4	55
	11.5 Courbe paramétrée exemple 5	
	11.6 Courbe paramétrée exemple 6	
	11.7 Courbe paramétrée exemple 7	58
12	2 Courbes en coordonnées polaires	59
	12.1 Équation polaire exemple 1	59
	12.2 Équation polaire exemple 2	
	12.3 Équation polaire Heart	
	12.4 Équation polaire exemple 4	
	12.5 Équation polaire Cannabis ou Marijuana Curve	64
	12.6 Scarabaeus Curve	
13	3 Symboles	66
1/	4 Quelques exemples	67
	14.1 Variante intermédiaire : <b>TikZ + tkz-fct</b>	
	14.2 Courbes de Lorentz	
	14.3 Courbe exponentielle	
	14.4 Axe logarithmique	
	14.5 Un peu de tout	
	•	

Table des matières 5

1	4.6 Interpo	olation	72
	14.6.1	Le code	72
	14.6.2	la figure	72
1	4.7 Courbe	es de <mark>Van der Waals</mark>	
	14.7.1	Tableau de variations	74
	14.7.2	Première courbe avec $b=1$	75
	14.7.3	Deuxième courbe <i>b</i> =1/3	76
	14.7.4	Troisième courbe <i>b</i> =32/27	77
]	4.8 Valeurs	critiques	78
	14.8.1	Courbes de Van der Walls	78
	14.8.2	Courbes de Van der Walls (suite)	79
15 E	emples	avec les packages alterqcm et tkz-tab	80
	15.0.3	Première représentation	82
		Seconde représentation	
16 l	Jtilisation	pgfmath et de fp.sty	83
1	6.1 pgfmat	h	83
		·	
17 (	Quelques	remarques	85
]	7.1 Fonction	ons de <b>gnuplot</b>	86
18 L	iste de to	outes les macros	87
1	8.1 Liste de	e toutes les macros fournies par ce package	87
		e toutes des macros essentielles de \tkz-base	

1 Fonctionnement

SECTION 1 -

#### **Fonctionnement**

**TikZ** apporte différentes possibilités pour obtenir les représentations graphiques des fonctions. J'ai privilégié l'utilisation de **gnuplot**, car je trouve **pgfmath** trop lent et les résultats trop imprécis.

Avec TikZ et gnuplot, on obtient la représentation d'une fonction à l'aide de

\draw[options] plot function {gnuplot expression};

Dans cette nouvelle version de **tkz-fct**, la macro **\tkzFct** reprend le code précédent avec les mêmes options que celles de **TikZ**. Parmi les options, les plus importantes sont **domain** et **samples**.

La macro \tkzFct remplace \draw plot function mais exécute deux tâches supplémentaires, en plus du tracé. Tout d'abord, l'expression de la fonction est sauvegardée avec la syntaxe de gnuplot et également sauvegardée avec la syntaxe de fp pour une utilisation ultérieure. Cela permet, sans avoir à redonner l'expression, de placer par exemple, des points sur la courbe (les images sont calculées à l'aide de fp), ou bien encore, de tracer des tangentes.

Ensuite, et c'est le plus important, \tkzFct tient compte des unités utilisées pour l'axe des abscisses et celui des ordonnées. Ces unités sont définies en utilisant la macro \tkzInit du package tkz-base avec les options xstep et ystep.

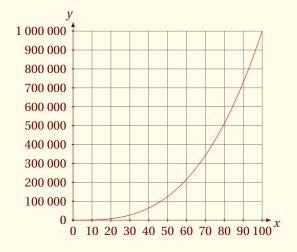
La macro \tkzFct intercepte les valeurs données à l'option domain et évidemment l'expression mathématique de la fonction; si xstep et ystep diffèrent de 1 alors il est tenu compte de ces valeurs pour le domaine, ainsi que pour les calculs d'images. Lorsque xstep diffère de 1 alors l'expression donnée, doit utiliser uniquement \x comme variable, c'est ainsi qu'il est possible d'ajuster les valeurs. Cela permet d'éviter des débordements dans les calculs.

Par exemple, soit à tracer le graphe de la fonction f définie par :

$$0 \le x \le 100$$
 et  $f(x) = x^3$ 

Les valeurs de f(x) sont comprises entre 0 et 1 000 000. En choisissant **xstep=10** et **ystep=100000**, les axes auront environ 10 cm de longueur (sans mise à l'échelle).

Les valeurs du domaine seront comprises entre 0 et 10, mais l'expression donnée à **gnuplot**, comportera des  $\x$  équivalents à  $x \times 10$ , enfin, la valeur finale sera divisée par **ystep=100000**. Les valeurs de f(x) resteront ainsi comprises entre 0 et 10.



2 Installation de tkz-fct 7

SECTION 2 -

#### Installation de tkz-fct

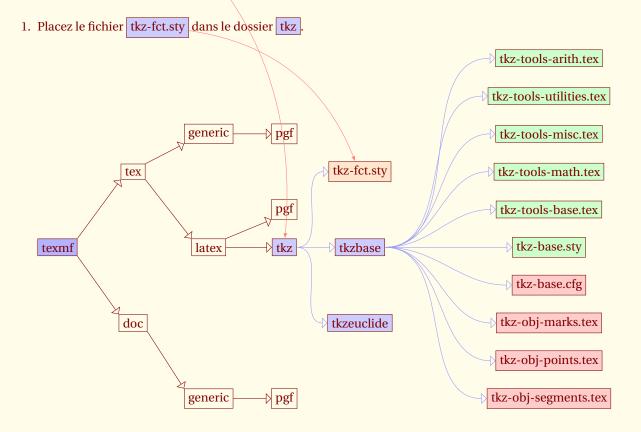
Il est possible que lorsque vous lirez ce document, **tkz-fct** soit présent sur le serveur du **CTAN**<sup>1</sup>. Si **tkz-fct** ne fait pas encore partie de votre distribution, cette section vous montre comment l'installer, elle est aussi nécessaire, si vous avez envie d'installer une version plus récente ou personnalisée de **tkz-fct**. Attention, la présence dans mon dossier texmf, des fichiers de **PGF**, s'explique par l'utilisation occasionnelle de la version CVS de **PGF**.

#### 2.1 Avec TeXLive sous OS X, Linux et Windows

Créer un dossier tkz avec comme chemin : texmf/tex/latex/tkz. Le nom « tkz » n'est pas une obligation, tout autre nom est possible.

texmf est un dossier personnel, voici les chemins de ce dossier sur mes deux ordinateurs :

- sous OS X /Users/ego/Library/texmf ;
- sous Ubuntu /home/ego/texmf.



 $<sup>1. \ \ \</sup>textbf{tkz-fct} \ ne \ fait \ pas \ encore \ partie \ de \ \textbf{TeXLive} \ mais \ il \ sera \ bient \^{o}t \ possible \ de \ l'installer \ avec \ \textit{tlmgr}$ 

- 2. Ouvrir un terminal, puis faire sudo texhash si nécessaire.
- 3. Vérifier que **TikZ 2.10** est installé car c'est la version minimum pour le bon fonctionnement de **tkz-fct**. **tkz-base** doit aussi être installé, de même le binaire « gnuplot» doit être installé sur votre ordinateur. **fp.sty** est intensément utilisé mais il est présent dans toutes les distributions.

#### 2.2 Avec MikTeX sous Windows XP

Je ne connais pas grand-chose à ce système mais un utilisateur de mes packages **Wolfgang Buechel** a eu la gentillesse de me faire parvenir ce qui suit :

Pour ajouter **tkz-fct.sty** à MiKTeX<sup>2</sup>:

- ajouter un dossier tkz dans le dossier [MiKTeX-dir]/tex/latex
- copier tkz-fct.sty et tous les packages nécessaires à son fonctionnement dans le dossier tkz,
- mettre à jour MiKTeX, pour cela dans shell DOS lancer la commande mktexlsr -u
  ou bien encore, choisir Start/Programs/Miktex/Settings/General
  puis appuyer sur le bouton Refresh FNDB.

#### 2.3 Résumé de l'installation

Pour résumer, **TikZ 2.10** est nécessaire, ensuite soit **tkz-fct** est dans votre distribution et le seul problème est l'installation de **gnuplot**; soit il n'est pas dans votre distribution et dans ce cas, il suffit de créer un dossier qui le contiendra ainsi que **tkz-base** et les fichiers qui l'accompagnent.

Au moment où j'écris ces lignes les fichiers nécessaires pour utiliser tkz-fct sont :

- tkz-fct.sty un fichier
- tkz-base dossier nécessaire qui comprend :
  - tkz-base.sty fichier principal
  - tkz-base.cfg fichier de configuration
  - tkz-tools-base.tex
  - tkz-tools-arith.tex
  - tkz-tools-misc.tex
  - tkz-tools-utilities.tex
  - tkz-obj-points.tex
  - tkz-obj-segments.tex
  - tkz-obj-marks.tex
- tkz-euclide dossier qui comprend :
  - tkz-euclide.sty fichier principal
  - tkz-tools-intersections.tex
  - tkz-tools-math.tex
  - tkz-tools-transformations.tex
  - tkz-lib-symbols.tex ajoute des formes nouvelles
  - tkz-obj-lines.tex

<sup>2.</sup> Essai réalisé avec la version 2.7

2.3 Résumé de l'installation

- **tkz-obj-addpoints.tex** compléments sur les points
- tkz-obj-circles.tex
- tkz-obj-arcs.tex
- tkz-obj-angles.tex
- tkz-obj-polygons.tex
- tkz-obj-sectors.tex
- tkz-obj-protractor.tex

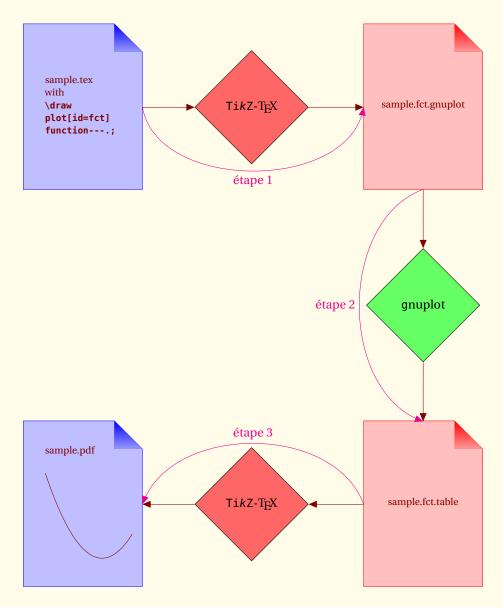
3 Utilisation de Gnuplot 10

SECTION 3 -

#### **Utilisation de Gnuplot**

#### 3.1 Mécanisme d'interaction entre TikZ et Gnuplot

 $T_{EX}$  est un système logiciel de composition de documents (text processing programm). Il permet bien sûr de calculer, mais avec des moyens limités. TikZ est ainsi limité par  $T_{EX}$  pour effectuer des calculs. Pour rappel  $\pm 16383.99999$  pt est l'intervalle dans lequel  $T_{EX}$  stocke ses valeurs. Sachant que 1 cm est égal à 28.45274 pt, on s'aperçoit que  $T_{EX}$  ne peut traiter que des dimensions inférieures à 5,75 mètres environ. Bien sûr, cela paraît suffisant, mais malheureusement, pendant un enchaînement de calculs, il est assez facile de dépasser ces limites.



Pour tracer des courbes en 2D en contournant ces problèmes, un moyen simple offert par **TikZ**, est d'utiliser **gnuplot**.

**tkz-fct.sty** s'appuie sur le programme **gnuplot** et le package **fp.sty**. Le premier est utilisé pour obtenir une liste de points, et le second pour évaluer ponctuellement des valeurs.

Vous devez donc installer **Gnuplot**, son installation dépend de votre système, puis il faudra que votre distribution trouve **Gnuplot**, et que T<sub>F</sub>X autorise **Gnuplot** à écrire un fichier.

#### - Étape 1

On part du fichier **sample.tex** suivant:

```
\documentclass{article}
\usepackage{tikz}
\begin{document}
\begin{tikzpicture}
\draw plot[id=f1,samples=200,domain=-2:2] function{x*x};
\end{tikzpicture}
\end{document}
```

La compilation de ce fichier créé avec **TikZ**, produit un fichier nommé **sample.fl.gnuplot**. Le nom du fichier est obtenu à partir de **\jobname** et de l'option **id**. Ainsi un même fichier peut créer plusieurs fichiers distincts. C'est un fichier texte ordinaire, affecté de l'extension **gnuplot**. Il contient un préambule indiquant à **gnuplot** qu'il doit créer une table contenant les coordonnées d'un certain nombre de points obtenu par la fonction définie par  $x \longrightarrow x^2$ . Ce nombre de points est défini par l'option **samples**. Cette étape ne présente aucune difficulté particulière. Le fichier obtenu peut être traité manuellement avec **gnuplot**. Le résultat est le fichier suivant :

```
set table; set output "sample.f1.table"; set format "%.5f" set samples 200; plot [x=-2:2] x*x
```

Une table sera créée et enregistrée dans un fichier texte nommé "sample.f1.table". Les nombres seront formatés pour ne contenir que 5 décimales. La table contiendra 201 couples de coordonnées.

#### - Étape 2

Elle est la plus délicate car le fichier **sample.f1.gnuplot** doit être ouvert par **gnuplot**. Cela implique d'une part, que T<sub>E</sub>X autorise l'ouverture <sup>3</sup> du fichier **sample.f1.gnuplot** par **gnuplot** et d'autre part, que T<sub>E</sub>X puisse trouver **gnuplot** <sup>4</sup>.

Si **gnuplot** trouve **sample.f1.gnuplot** alors il produit un fichier texte **sample.f1.table**, évidemment s'il ne trouve d'erreur de syntaxe dans l'expression de la fonction.

Malheureusement, une incompréhension peut surgir entre **TikZ** et **gnuplot**. **TikZ** jusqu'à sa version 2.00 officielle, est conçu pour fonctionner avec **gnuplot** version 4.0 et malheureusement, **gnuplot** a changé de syntaxe. la documentation de gnuplot indique :

```
Features, changes and fixes in gnuplot version 4.2 (and >) 'set table "outfile"; ---.; unset table' replaces 'set term table'
```

La version 2.1 de **TikZ** a adopté **set table** et il n'y a plus d'incompatibilité entre **TikZ** et les versions récentes de **gnuplot** (v>4.2).

- Étape 3

Le fichier sample.f1.table obtenu à l'étape précédente est utilisé par TikZ pour tracer la courbe.

```
# Curve 0 of 1, 201 points
# Curve title: "x*x"
# x y type
```

<sup>3.</sup> c'est ici que l'on parle des options --shell-escape et --enable-write18

<sup>4.</sup> c'est ici que l'on parle de PATH

```
-2.00000 4.00000 i
-1.98000 3.92040 i
-1.96000 3.84160 i
---.
1.98000 3.92040 i
2.00000 4.00000 i
```

- 1. Il faut remarquer qu'au cours d'une seconde compilation, si le fichier **sample.fl.gnuplot** ne change pas, alors **gnuplot** n'est pas lancé et le fichier présent **sample.fl.table** est utilisé.
- 2. On peut aussi remarquer que si vous êtes paranoïaque et que vous n'autorisez pas le lancement de gnuplot, alors un première compilation permettra de créer le fichier sample.fl.table, ensuite manuellement, vous pourrez lancer gnuplot et obtenir le fichier sample.fl.table.
- 3. Il est aussi possible de créer manuellement ou encore avec un quelconque programme, un fichier data.table que **TikZ** pourra lire avec

\draw plot[smooth] file {data.table};

#### 3.2 Installation de Gnuplot

Gnuplot est proposé avec la plupart des distributions Linux, et existe pour OS X ainsi que pour Windows.

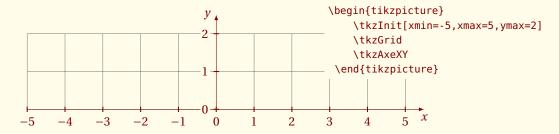
- 1. **Ubuntu** ou un autre système Linux: on l'installe en suivant la procédure classique d'installation d'un nouveau paquetage.
- 2. **Windows** Les utilisateurs de Windows doivent se méfier, après avoir téléchargé la bonne version et installé **gnuplot** alors il faudra renommé wgnuplot en gnuplot. Ensuite il faudra modifier le **path**. Si le chemin du programme est **C:\gnuplot** alors il faudra ajouter **C:\gnuplot\bin\** aux variables environnement (Aller à "Poste de Travail" puis faire "propriétés", dans l'onglet "Avancé", cliquer sur "Variables d'environnement".). Ensuite pour compiler sous latex, il faudra ajouter au script de compilation l'option **--enable-write18**.
- 3. **OS** X C'est le système en version Snow Leopard qui pose le plus de problème, car il faut compiler les sources. Si vous n'utilisez **gnuplot** qu'en collaboration avec **TikZ** alors il vous suffit de compiler les sources ainsi:
  - a) Télécharger les sources de **gnuplot**, déposer les sources sur le bureau.
  - b) Ouvrir un terminal puis taper cd et glisser le dossier des sources après cd (en laissant un espace) Cela doit donner
- \$ cd /Users/ego/Desktop/gnuplot-4.4.2
  - c) ensuite taper la ligne suivante et valider
- \$ ./configure --with-readline=builtin
  - d) puis
- \$ make
- e) et enfin
- \$ sudo make install

#### 3.3 Test de l'installation de tkz-base

Enregister le code suivant dans un fichier avec le nom test.tex, puis compiler avec pdflatex ou bien la chaîne dvi->ps->pdf. Vous devez obtenir cela :

```
\documentclass{scrartcl}
\usepackage[usenames,dvipsnames]{xcolor}
```

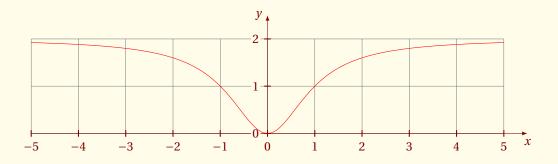
```
\usepackage{tkz-fct}
\begin{document}
  \begin{tikzpicture}
    \tkzInit[xmin=-5,xmax=5,ymax=2]
    \tkzGrid
    \tkzAxeXY
  \end{tikzpicture}
\end{document}
```



#### 3.4 Test de l'installation de tkz-fct

Il suffit d'ajouter une ligne pour tracer la représentation graphique d'une fonction.

```
\documentclass{scrartcl}
\usepackage[usenames,dvipsnames]{xcolor}
\usepackage{tkz-fct}
\begin{document}
\begin{tikzpicture}[scale=1.25]
\tkzInit[xmin=-5,xmax=5,ymax=2]
\tkzGrid
\tkzAxeXY
\tkzFct[color=red]{2*x**2/(x**2+1)}
\end{tikzpicture}
\end{document}
```



```
\begin{tikzpicture}[scale=1.25]
   \tkzInit[xmin=-5,xmax=5,ymax=2]
   \tkzGrid
   \tkzAxeXY
   \tkzFct[color=red]{2*x**2/(x**2+1)}
\end{tikzpicture}
```

4 Les différentes macros 14

SECTION 4 -

#### Les différentes macros

**Gnuplot** détermine les points nécessaires pour tracer la courbe. Le nombre de points est fixé par l'option **samples**; dans les premiers exemples la valeur du nombre de points est celle donnée par défaut. Ensuite Tikz va utiliser cette table pour tracer la courbe. C'est donc **Tikz** qui trace la courbe.

#### 4.1 Tracé d'une fonction avec gnuplot \tkzFct

Cette première macro est la plus importante car elle permet de tracer la représentation graphique d'une fonction continue .

#### \tkzFct[\langle local options\rangle] \{\langle gnuplot expression\rangle \}

La fonction est donnée en utilisant la syntaxe de gnuplot. x est la variable sauf si **xstep** est différent de 1, dans ce cas la variable est \ **x**.

options	exemple	explication
gnuplot expression	x**3	** représente la puissance ∧

L'expression est de la forme 2\*x+1; 3\*log(x); x\*exp(x); x\*x\*x+x\*x+x.

Les options sont celles de TikZ.

options	défaut	définition
domain samples id color line width	xmin:xmax 200 tkzfct black 1pt	domaine de la fonction nombre de points utilisés permet d'identifier les noms des fichiers auxiliaires couleur de la ligne épaisseur de la ligne
style	solid	style de la ligne

- Lorsque **xstep** est différent de 1, il est nécessaire de remplacer *x* par \x.
- Il faut bien évidemment avoir initialisé l'environnement à l'aide \tkzInit avant d'appeler \tkzFct.
- Attention à ne pas mettre d'espace entre les arguments.

#### 4.2 option: samples

Il faut remarquer que pour tracer une droite seulement deux points sont nécessaires, ainsi le code :

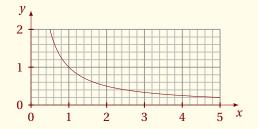
 $\t x = 1:2$ {(8-1.5\*\x)/2}

donne un fichier xxx.table qui contient:

```
# Curve 0 of 1, 2 points
# Curve title: "(8-1.5*x)/2"
# x y type
-1.00000 4.75000 i
2.00000 2.50000 i
```

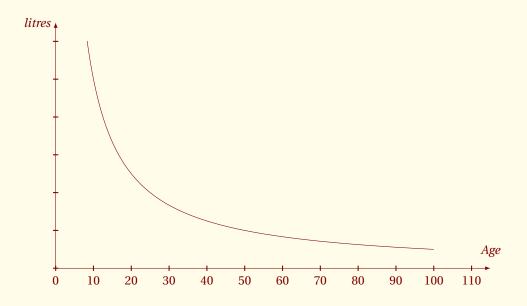
Ce qui est simplement suffisant. Plus simple est dans ce cas, de tracer un segment.

On demande 400 valeurs pour la table qui va permettre le tracé. Par défaut, la valeur choisie est 200.



```
\begin{tikzpicture}[scale=1]
   \tkzInit[xmax=5,ymax=2]
   \tkzGrid[sub]
   \tkzAxeXY
   \tkzFct[samples=400,domain=.5:5]{1/x}
\end{tikzpicture}
```

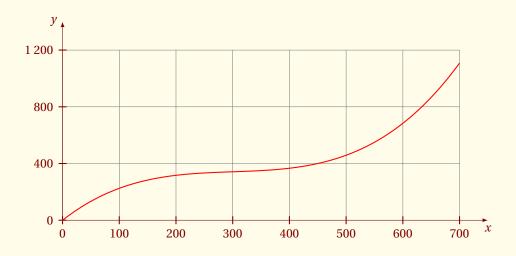
#### 4.3 options:xstep, ystep



#### 4.4 Modification de xstep et ystep

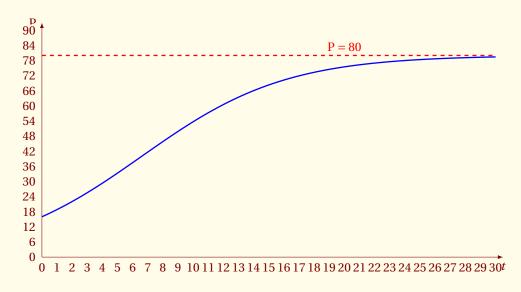
Cette fois le domaine s'étend de 0 à 800, les valeurs prises par la fonction de 0 à 2 000. **xstep=100** donc il faut utiliser \x à la place de *x*. Une petite astuce au niveau de gnuplot, 1. et 113. permettent d'obtenir une division dans les décimaux sinon la division se fait dans les entiers.

Ensuite, j'utilise les macros pour placer des points



#### 4.5 ystep et les fonctions constantes

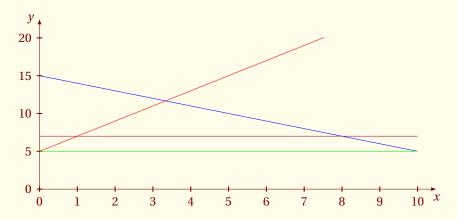
Attention, ici ystep=6 or gnuplot donne  $80 \div = 13$ . il faut donc écrire 80.



```
\begin{tikzpicture}[scale=0.4]
\tkzInit[xmax=30,ymax=90,ystep=6]
\tkzAxeX[nograd,noticks,poslabel=right,label=$t$]
\tkzAxeY[nograd,noticks,poslabel=above,label=$P$]
\tkzFct[line width=1pt,color=red,dashed,domain=0:30]{80.0}
\tkzFct[line width=1pt,color=blue,domain=0:30]{80/(1.0+4.0*exp(-0.21*x))}
\tkzText[above,color=red](20,80){$P=80$}
\end{tikzpicture}
```

#### 4.6 Les fonctions affines ou linéaires

Pour obtenir des droites, on peut utiliser **gnuplot** même si l'outil est un peu lourd dans ce cas. Pour alléger les calculs, il est possible de ne demander que deux points!

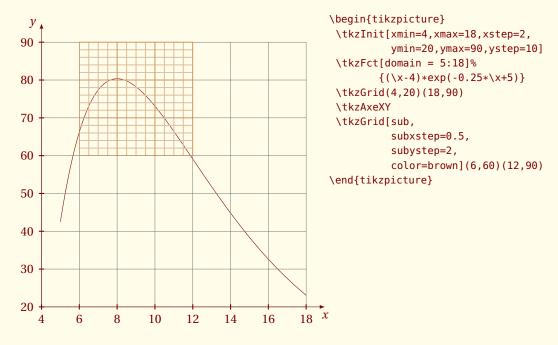


```
\begin{tikzpicture}[]
\tkzInit[ymax=20,ystep=5]
\tkzAxeXY
\tkzFct[color=red,domain=0:10,samples=2]{2*x+5}
\tkzFct[color=blue,domain=0:10,samples=2]{-x+15}
\tkzFct[color=green,domain=0:10,samples=2]{7} % 7/5=1
\tkzFct[color=purple,domain=0:10,samples=2]{7.}%7.0/5 =1.2
\end{tikzpicture}
```

#### 4.7 Sous-grille

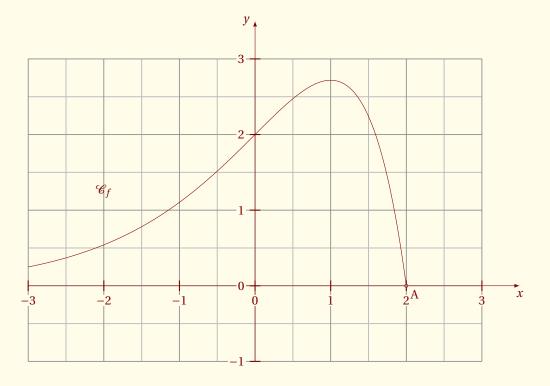
$$y = (x - 4)e^{-0.25x + 5}$$

Il est possible de dessiner une autre grille.



#### 4.8 Utilisation des macros de tkz-base

Toutes les macros de **tkz-base** sont bien sûr utilisables, en voici quelques exemples.



```
\begin{tikzpicture}[scale=2]
\tkzInit[xmin=-3,xmax=3, ymin=-1,ymax=3]
\tkzGrid[sub,subxstep=.5,subystep=.5]
\tkzAxeXY
\tkzFct[domain = -3:2]{(2-x)*exp(x)}
\tkzText(-2,1.25){$\mathcal{C}_{f}$$}
\tkzDefPoint(2,0){A} \tkzDrawPoint(A) \tkzLabelPoints(A)
\end{tikzpicture}
```

SECTION 5 -

#### Placer un point sur une courbe

#### $\t xzDefPointByFct(\langle decimalnumber \rangle)$

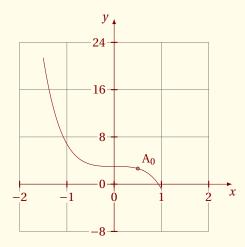
Cette macro permet de calculer l'image par la fonction définie précédemment, d'un nombre décimal.

argument		exemple	explication
decimal number		\tkzDefPointByFct(0)	définit un point d'abscisse 0
option	defaut	explication	
draw with	false a	permet de tracer le poi permet de choisir la fo	nt avec le style courant onction
ref	empty	permet de donner une ré	éférence au point

C'est donc la dernière fonction définie qui est utilisée. Si une autre fonction, est utilisée alors il faut utiliser l'ancienne macro \text{tkzFctPt}. Le point est défini sous un nom générique tkzPointResult mais non tracé. Afin de le tracer il faut utiliser la macro \text{tkzDrawPoint}.

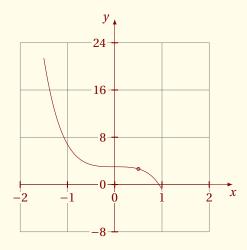
#### 5.1 Exemple avec \tkzGetPoint

Cela permet de référencer le point créé par \tkzDefPointByFct.



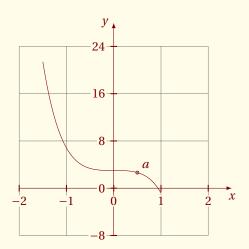
#### 5.2 Exemple avec \tkzGetPoint et tkzPointResult

Il est possible de ne pas référencer le point et d'utiliser la référence générique.



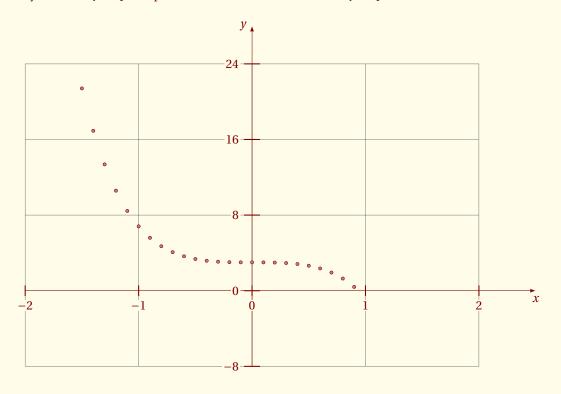
#### 5.3 Options draw et ref

Cela permet de tracer un point directement avec les options usuelles donc sans possibilités de personnaliser et d'attribuer une référence à ce point.



#### 5.4 Placer des points sans courbe

Attention, ceci est délicat. Il suffit de définir la macro **\tkzFctLast** qui est la dernière expression traduite avec la syntaxe de **fp.sty**. Les points sont donc déterminer avec **fp.sty**.



#### 5.5 Placer des points sans se soucier des coordonnées

Cette fois le domaine s'étend de 0 à 800, les valeurs prises par la fonction de 0 à  $2\,000$ . **xstep=100** donc il faut utliser \x à la place de x. Une petite astuce au niveau de gnuplot, 1. et 113. permettent d'obtenir une division dans les décimaux sinon la division se fait dans les entiers.

Ensuite, j'utilise les macros pour placer des points



0

#### 5.6 Placer des points avec deux fonctions

```
Revoir \tkzSetUpPoint et \tkzText du module tkz-base.sty
\begin{tikzpicture}[scale=4]
  \tkzInit[xmax=3,ymax=2]
 \tkzAxeX
 \tkzAxeY
 \tkzGrid(0,0)(3,2)
 \text{tkzFct[color = red,domain = 1./3:3]}\{0.125*(3*x-1)+0.375*(3*x-1)/(x*x)\}
 \text{tkzFct[color = green,domain = 1./3:3]}\{0.125*(3*x-1)\}
 \tkzSetUpPoint[shape=circle, size = 10, color=black, fill=lightgray]
 \tkzDefPointByFct[draw,with = a](1)
 \tkzDefPointByFct[draw,with = a](2)
 \t x = a(3)
 \t x = b(3)
 \t x = b(1/3)
 \text{tkzText[draw,color= red,fill=red!20](1,1.5) }
          \{f(x)=\frac{1}{8}(3x-1)+\frac{3}{8}
          \left(\frac{3x-1}{x^2}\right)
 \tkzText[draw,color= green!50!black,fill=green!20]%
               (2,0.3){$g(x)=\frac{1}{8}(3x-1)$}
\end{tikzpicture}
 y_{*}
2 -
                 f(x) = \frac{1}{8}(3x-1) + \frac{3}{8}\left(\frac{3x}{3}\right)
1 .
```

tkz-fct AlterMundus

 $g(x) = \frac{1}{8}(3x - 1)$ 

2

3

6 Labels 24

SECTION 6 -

#### **Labels**

Ce qui est souhaitable, c'est de pouvoir nommer les courbes. Prenons comme exemple, la fonction f définie par :

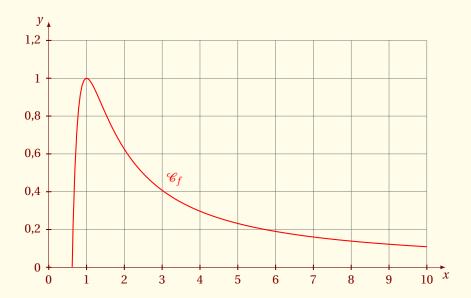
$$x > 0$$
 et  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3}$ 

Il est assez aisé de mettre un titre en utilisant la macro **\tkzText** du package **tkz-base**. Les coordonnées utilisées font référence aux unités des axes du repère. Pour placer un texte le long de la courbe, le plus simple est choisir un point de la courbe, puis d'utiliser celui-ci pour afficher le texte.

- 1 \tkzDefPointByFct(3)
- 2 \tkzText[above right](tkzPointResult){\${\mathcal{C}}\_f\$}

La première ligne détermine un point de la courbe. Ce point est rangé dans **tkzPointResult**. Il suffit d'utiliser **\tkzText** avec ce point comme argument comme le montre la seconde ligne. Les options de **TikZ** permettent d'affiner le résultat.

#### 6.1 Ajouter un label



SECTION 7 -

#### Macros pour tracer des tangentes

Si une seule fonction est utilisée, elle est stockée avec comme nom **\tkzFcta**, si une deuxième fonction est utilisée, elle sera stockée avec comme nom **\tkzFctb**, et ainsi de suite... Si plusieurs fonctions sont présentent dans un même environnement alors l'option **with** permet de choisir celle qui sera mise à contribution.

Il faut bien évidemment, avoir initialisé l'environnement à l'aide **\tkzInit**, avant d'appeler **\tkzFct** et **\tkzDrawTangentLine**. Pour la longueur des vecteurs représentants les demi-tangentes, il faut attribuer une valeur aux coefficients **kl** et **kr**. kl = 0 ou kr = 0 annule le dessin de la demi-tangente correspondante (l=left) et (r=right). Si **xstep=1** et **ystep=1** alors si la pente est égale à 1, la demi-tangente a pour mesure  $\sqrt{2}$ . Dans les autres cas si AT est la longueur de la demi-tangente et si p est la pente alors  $\overrightarrow{AT}$  a pour coordonnées (**kl,kl\*p**.)

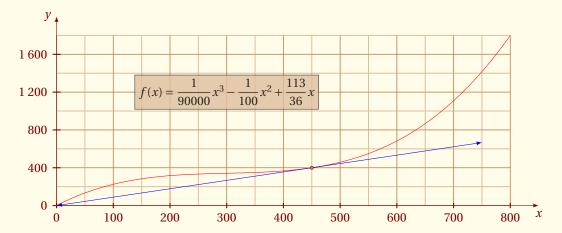
#### 7.1 Représentation d'une tangente \tkzDrawTangentLine

#### $\verb|\tkzDrawTangentLine[|\langle local options \rangle]| (\langle a \rangle)|$

On l'emploie soit juste après l'utilisation de \ tkzFct, sinon il faut donner la référence de la fonction à l'aide de l'option with.

options exemple		e explication	
а	\tkzDra	awTangentLine(0) tangente au point d'abscisse 0	
Les options sont celles de TikZcomme color ou style plus les options suivantes			
options défaut définition		définition	
draw with kr kl	<pre>with</pre>		

#### 7.2 Tangente avec xstep et ystep différents de 1



Il faut remarquer qu'il n'est point nécessaire de faire des calculs. Il suffit d'utiliser les valeurs qui correspondent aux graduations.

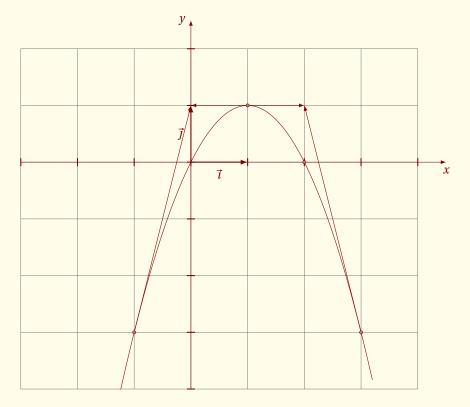
On peut changer le style des tangentes avec, par exemple,

```
\tikzset{tan style/.style={-}} par défaut on a :
```

#### 7.3 Les options kl, kr et l'option draw

\end{tikzpicture}

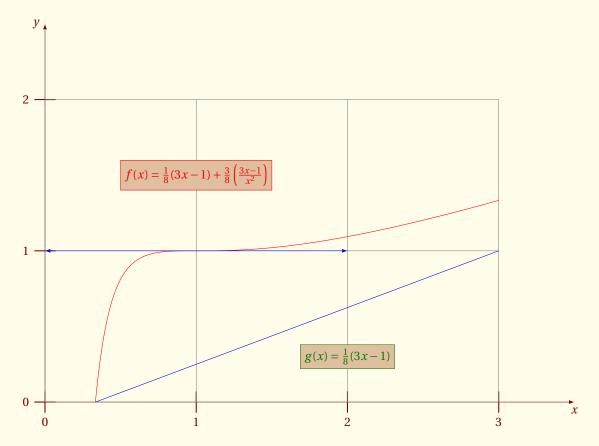
Si l'un des deux nombres **kl** ou **kr** est nul alors seulement une demi-tangente est tracée sinon ces nombres représentent un pourcentage de la longueur initiale de la tangente. L'option **draw** permet de tracer le point de contact.



```
\begin{tikzpicture}[scale=1.5]
  \tkzInit[xmin=-3,xmax=4,ymin=-4,ymax=2]
  \tkzGrid \tkzDrawXY \tkzClip
  \tkzFct[domain = -2.15:3.2]{(-x*x)+2*x}
  \tkzDefPointByFct[draw](2)
  \tkzDrawTangentLine[kl=0,draw](-1)
  \tkzDrawTangentLine[draw](1)
  \tkzDrawTangentLine[kr=0,draw](3)
  \tkzRep
\end{tikzpicture}
```

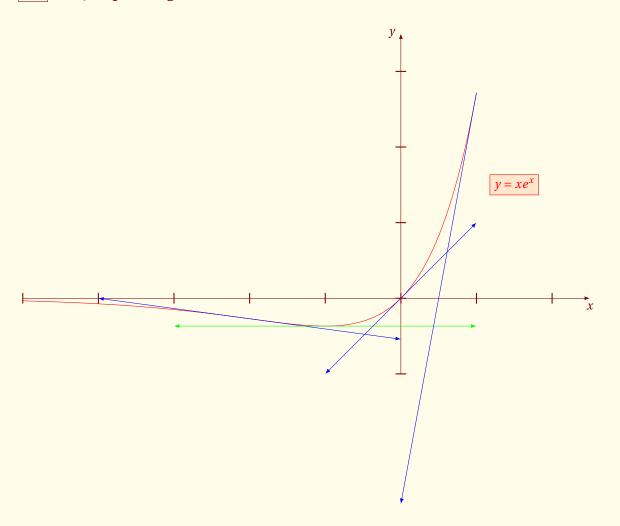
#### 7.4 Tangente et l'option with

Soit on place la macro **\tkzDrawTangentLine** après la ligne qui définit la première fonction (*a*), soit on trace une autre fonction avant, et dans ce cas, il est nécessaire de préciser quelle fonction sera utilisée. pour se faire, on utilise l'option **with**.



```
\begin{tikzpicture}[scale=4]
 \tkzInit[xmax=3,ymax=2]
 \tkzAxeXY
 \tkzGrid(0,0)(3,2)
 \label{eq:tkzFct} $$ \text{color} = \text{red, domain} = 1/3:3] \{0.125*(3*x-1)+0.375*(3*x-1)/(x*x)\} $$
 \text{tkzFct[color} = \text{blue, domain} = 1/3:3]{0.125*(3*x-1)}
 \tkzDrawTangentLine[with=a,
                       color=blue](1)
 \tkzText[draw,
           color= red,
           fill=brown!50](1,1.5)%
           {f(x)=\frac{1}{8}(3x-1)+\frac{3}{8}\left(\frac{3x-1}{x^2}\right)}
 \tkzText[draw,
           color= green!50!black,
           fill=brown!50](2,0.3)%
           {sg(x)=\frac{1}{8}(3x-1)}
\verb|\end{tikzpicture}|
```

#### 7.5 Quelques tangentes



7.6 Demi-tangentes 29

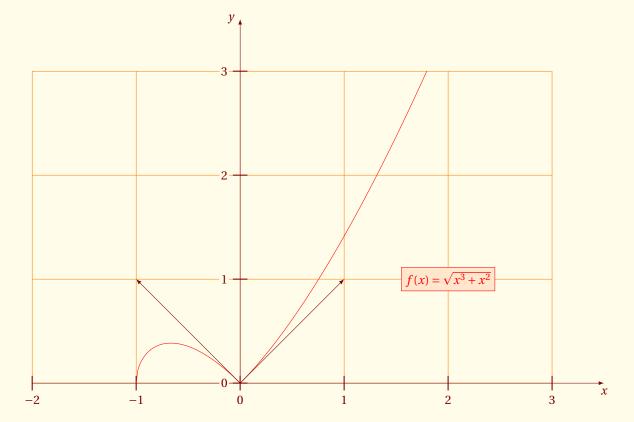
```
\begin{tikzpicture}[scale=2]
  \tkzInit[xmin=-5,xmax=2,ymin=-1, ymax=3]
  \tkzDrawX
  \tkzDrawY
  \tkzText[draw,color = red,fill = orange!20]( 1.5,1.5){$y = xe^x$}
  \tkzFct[color = red, domain = -5:1]{x*exp(x)}%
  \tkzDrawTangentLine[color=blue,kr=2,kl=2](-2)
  \tkzDrawTangentLine[color=green,kr=2,kl=2](-1)
  \tkzDrawTangentLine[color=blue](0)
  \tkzDrawTangentLine[color=blue,kr=0](1)
  \end{tikzpicture}
```

#### 7.6 Demi-tangentes

Il faut remarquer que les tangentes sont en réalité deux demi-tangentes ce qui permet d'obtenir simplement le résultat ci-dessous.

Poosible sont les écritures (((x+1)\*x)\*x)\*\*0.5, (x\*\*3+x\*\*2)\*\*0.5 et (x\*x\*x+x\*x)\*\*(0.5).

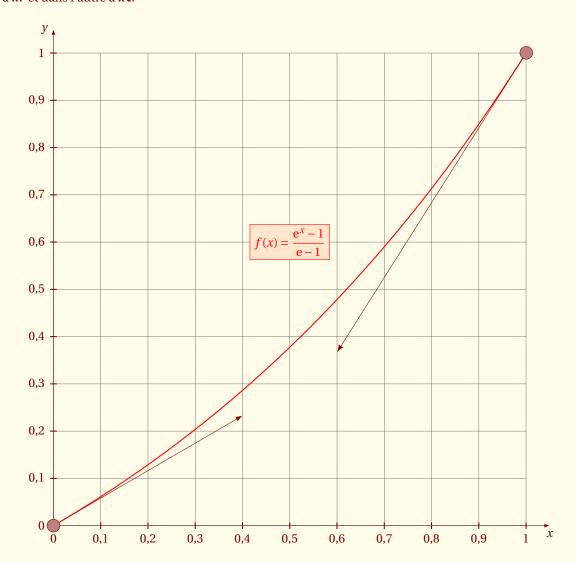
Dans cet exemple, les deux demi-tangentes sont obtenues automatiquement :



```
\begin{tikzpicture}[scale=2.75]
   \tkzInit[xmin=-2,xmax=3,ymax=3]
   \tkzGrid[color=orange](-2,0)(3,3)
   \tkzAxeX
   \tkzAxeY
   \tkzFct[color = red ,domain = -1:2]{(((x+1)*x)*x)**0.5}
   \tkzDrawTangentLine(0)
   \tkzText[draw,color = red,fill = orange!20](2,1){$f(x)=\sqrt{x^3+x^2}$}
\end{tikzpicture}
```

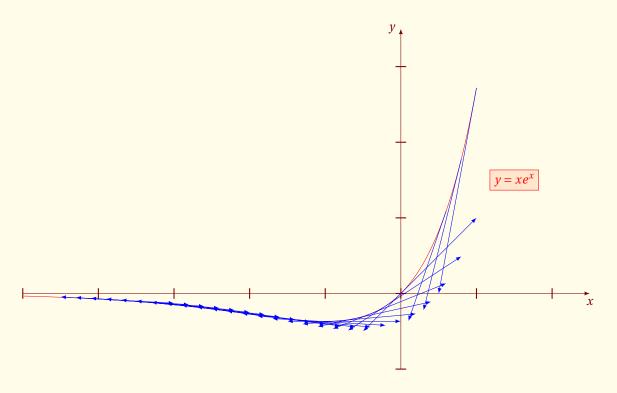
#### 7.7 Demi-tangentes Courbe de Lorentz

Ici, on ne veut que les demi-tangentes comprises entre 0 et 1, pour cela il suffit dans un cas de donner la valeur 0 à  $\mathbf{kr}$  et dans l'autre à  $\mathbf{kl}$ .



7.8 Série de tangentes 31

#### 7.8 Série de tangentes



```
\begin{tikzpicture}[scale=2]
  \tikzstyle{tan style}=[-]
  \tkzInit[xmin=-5,xmax=2,ymin=-1,ymax=3]
  \tkzDrawXY
  \tkzText[draw,color = red, fill = orange!20](1.5,1.5){$y = xe^x$}
  \tkzFct[line width = 0.01 pt,color = red, domain = -5:1]{x*exp(x)}
  \foreach \x in {-4,-3.8,...,0}{%
    \tkzDrawTangentLine[color=blue,line width=.4pt,kr=1,kl=0.5](\x)}
  \foreach \x in {0.6,0.8,1}{%
    \tkzDrawTangentLine[color=blue,line width=.4pt, kr=0,kl=0.5](\x)}
\end{tikzpicture}
```

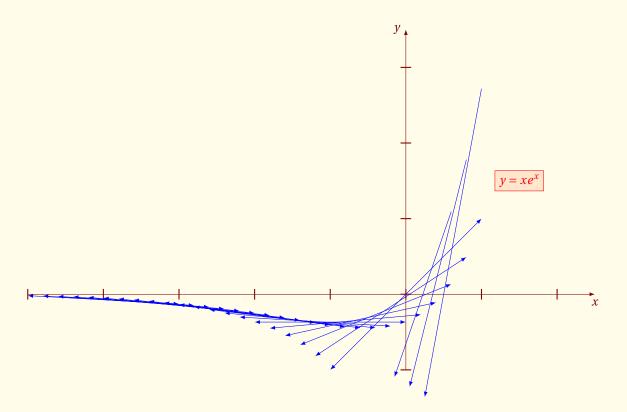
#### 7.9 Série de tangentes sans courbe

Pour cela, il faut définir la dernière expression avec la syntaxe de fp.sty.

#### Définition de **\tkzFctLast**

\global\edef\tkzFctLast{x\*exp(x)}

#### 7.9.1 Utilisation de \tkzFctLast



```
\begin{tikzpicture}[scale=2]
  \tikzstyle{tan style}=[-]
  \tkzInit[xmin=-5,xmax=2,ymin=-1,ymax=3]
  \tkzDrawXY
  \tkzText[draw,color = red, fill = orange!20](1.5,1.5){$y = xe^x$}
  \global\edef\tkzFctLast{x*exp(x)}% c'est la ligne importante
  \foreach \v in {-4,-3.8,...,0}{%
    \tkzDrawTangentLine[color=blue,line width=.4pt,kl=1](\v)}
  \foreach \v in {0.6,0.8,1}{%
    \tkzDrawTangentLine[color=blue,line width=.4pt,kr=0,kl=.75](\v)}
\end{tikzpicture}
```

7.10 Calcul de l'antécédent 33

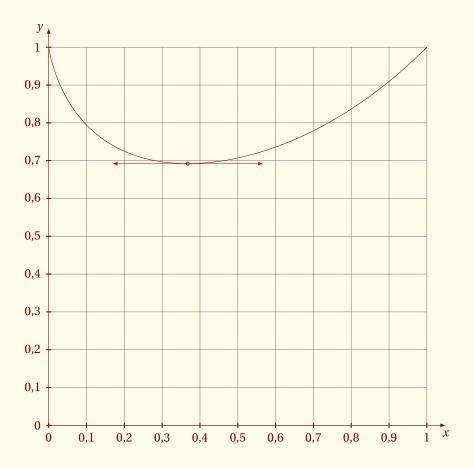
#### 7.10 Calcul de l'antécédent

Un problème surgit si on emploie une expression contenant des parenthèses dans l'argument, ainsi ({1/exp(1)}) est correct mais (1/exp(1)) donne une erreur. Il est aussi possible d'évaluer l'antécédent postérieurement comme cela :

#### 7.10.1 Valeur numérique de l'antécédent

\FPeval\vx{1/exp(1)}

#### 7.10.2 utilisation de la valeur numérique



```
\begin{tikzpicture}[scale=1]
  \tkzInit[xmax=1,xstep=0.1,ymin=0.0,ymax=1,ystep=0.1]
  \tkzGrid  \tkzAxeXY
  \tkzFct[domain = 0.00001:1]{(\x**\x)}
  \tkzDrawTangentLine[draw,color = red, kr = 0.2,kl = 0.2]({1/exp(1)})
\end{tikzpicture}
```

- SECTION 8 -

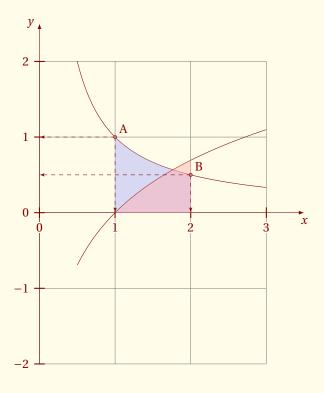
#### Macros pour définir des surfaces

Il s'agit par exemple de représenter la partie du plan comprise entre la courbe représentative d'une fonction, l'axe des abscisses et les droites d'équation x = a et x = b.

#### 8.1 Représentation d'une surface \tkzDrawArea ou \tkzArea

\tkzDrawArea[⟨local options⟩]			
Les options sont celles de <b>TikZ</b> .			
options	défaut	définition	
domain with color opacity style	-5:5 a 200 no defaut black	domaine de la fonction référence de la fonction nombre de points utilisés trnsparence couleur de la ligne	

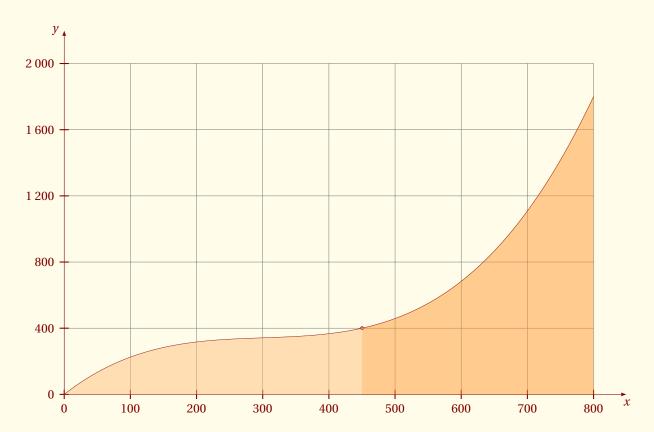
#### 8.2 Naissance de la fonction logarithme népérien



8.3 Surface simple 35

```
\begin{tikzpicture}[scale=2]
 \tkzInit[xmin=0,xmax=3,xstep=1,
          ymin=-2,ymax=2,ystep=1]
 \tkzGrid
 \tkzAxeXY
 \text{tkzFct[domain= 0.4:3]}\{1./x\}
 \tkzDefPointByFct(1)
 \tkzGetPoint{A}
 \tkzDefPointByFct(2)
 \tkzGetPoint{B}
 \tkzLabelPoints[above right](A,B)
 \tkzDrawArea[color=blue!30,
              domain = 1:2]
 \text{tkzFct[domain = 0.5:3]}\{\log(x)\}
 \tkzDrawArea[color=red!30,
              domain = 1:2]
 \tkzPointShowCoord(A)
 \tkzPointShowCoord(B)
 \tkzDrawPoints(A,B)
\end{tikzpicture}
```

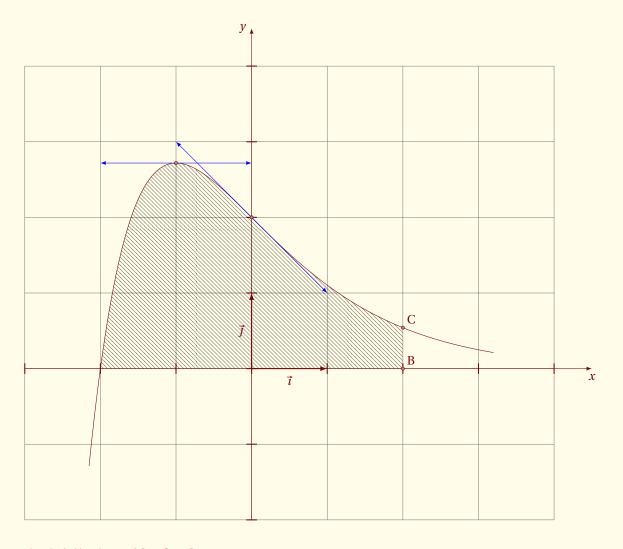
#### 8.3 Surface simple



8.3 Surface simple 36

8.4 Surface et hachures 37

### 8.4 Surface et hachures



```
\begin{tikzpicture}[scale=2]
  \tkzInit[xmin=-3,xmax=4,ymin=-2,ymax=4]
  \tkzGrid(-3,-2)(4,4)
  \tkzDrawXY
  \tkzFct[domain = -2.15:3.2]{(2+\x)*exp(-\x)}
  \tkzDrawArea[pattern=north west lines,domain =-2:2]
  \tkzDrawTangentLine[draw,color=blue](0)
  \tkzDrawTangentLine[draw,color=blue](-1)
  \tkzDefPointByFct(2) \tkzGetPoint{C}
  \tkzDefPoint(2,0){B}
  \tkzDrawPoints(B,C) \tkzLabelPoints[above right](B,C)
  \tkzRep
  \end{tikzpicture}
```

## 8.5 Surface comprise entre deux courbes \tkzDrawAreafg

### \tkzDrawAreafg[⟨local options⟩]

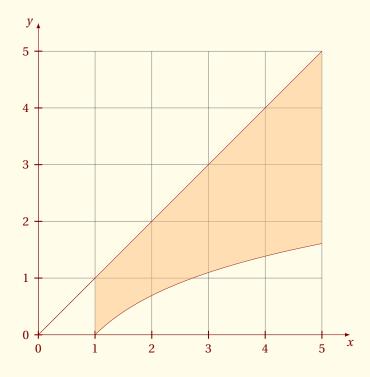
Cette macro permet de mettre en évidence une surface délimitée par les courbes représentatives de deux fonctions. La courbe (a) doit être au-dessus de la courbe (b).

options	défaut	explication
between	a and b	référence des deux courbes
domain= min:max	domain=-5:5	Les options sont celles de <b>TikZ</b> .
opacity	0.5	transparence

L'option pattern de TikZ peut être utile!

### 8.6 Surface comprise entre deux courbes en couleur

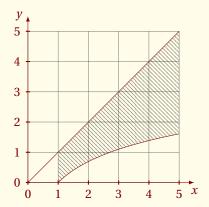
Par défaut, la surface définie est comprise entre les deux premières courbes.



```
\begin{tikzpicture}[scale=1.5]
  \tkzInit[xmax=5,ymax=5]
  \tkzGrid \tkzAxeXY
  \tkzFct[domain = 0:5]{x}
  \tkzFct[domain = 1:5]{log(x)}
  \tkzDrawAreafg[color = orange!50,domain = 1:5]
\end{tikzpicture}
```

### 8.7 Surface comprise entre deux courbes avec des hachures

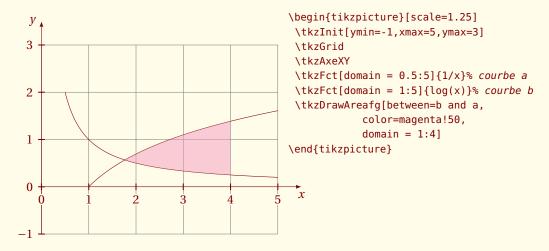
\tkzDrawAreafg[between= a and b,pattern=north west lines,domain = 1:5]



```
\begin{tikzpicture}[scale=.8]
  \tkzInit[xmax=5,ymax=5]
  \tkzGrid
  \tkzAxeXY
  \tkzFct[domain = 0:5]{x}
  \tkzFct[domain = 1:5]{log(x)}
  \tkzDrawAreafg[between= a and b,pattern=north west lines,domain = 1:5]
\end{tikzpicture}
```

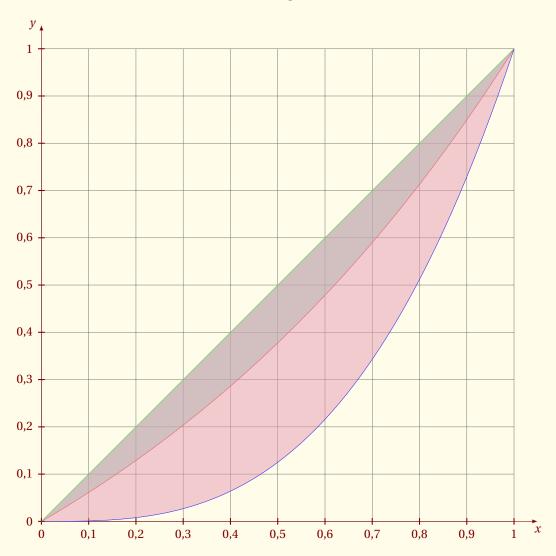
### 8.8 Surface comprise entre deux courbes avec l'option between

Attention à l'ordre des références dans l'option **between**. Seule la partie de la surface (b) est au-dessus de (a) est représentée.



### 8.9 Surface comprise entre deux courbes : courbes de Lorentz

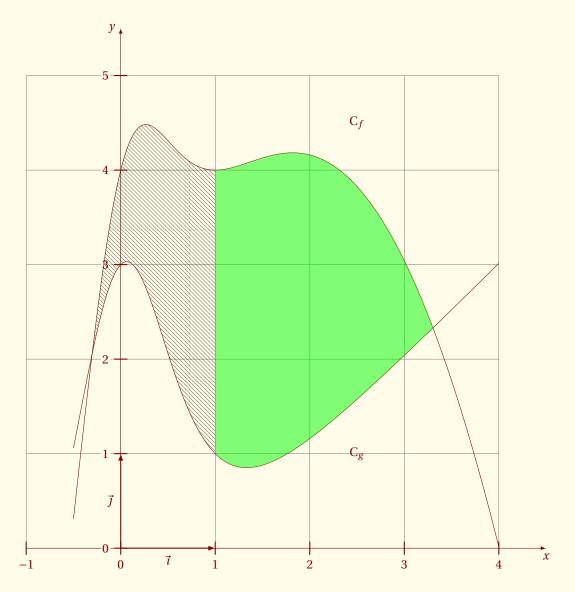
Ici aussi, attention à l'ordre des références dans l'option between.



```
\begin{tikzpicture}[scale=1.25]
  \tkzInit[xmax=1,ymax=1,xstep=0.1,ystep=0.1]
  \tkzGrid
  \tkzAxeXY
  \tkzFct[color = red,domain = 0:1]{(exp(\x)-1)/(exp(1)-1)}
  \tkzFct[color = blue,domain = 0:1]{\x*\x*\x}
  \tkzFct[color = green,domain = 0:1]{\x}
  \tkzDrawAreafg[between = c and b,color=purple!40,domain = 0:1]
  \tkzDrawAreafg[between = c and a,color=gray!60,domain = 0:1]
  \end{tikzpicture}
```

8.10 Mélange de style 41

## 8.10 Mélange de style

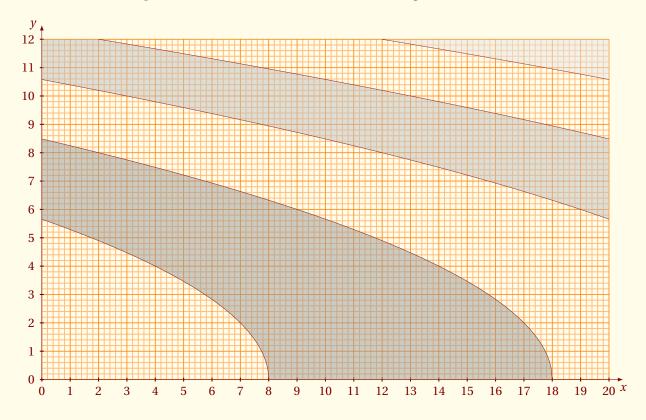


```
\begin{tikzpicture}[scale=2.5]
  \tkzInit[xmin=-1,xmax=4,ymin=0,ymax=5]
  \tkzGrid
  \tkzAxeXY
  \tkzFct[domain = -.5:4]{ 4*x-x**2+4/(x**2+1)**2}
  \tkzFct[domain = -.5:4]{x-1+4/(x**2+1)**2}
  \tkzDrawAreafg[color=green,domain = 1:4]
  \tkzDrawAreafg[pattern=north west lines,domain = -.5:1]
  \tkzRep
  \tkzText(2.5,4.5){$C_f$}
  \tkzText(2.5,1){$C_g$}
\end{tikzpicture}%
```

8.11 Courbes de niveaux 42

### 8.11 Courbes de niveaux

Le code est intéressant pour la définition des fonctions constantes aux lignes 10 et 11.



```
1 \begin{tikzpicture}[scale=.75]
2 \tkzInit[xmax=20,ymax=12]
   \tkzGrid[color=orange,sub](0,0)(20,12)
3
   \tkzAxeXY
   \text{tkzFct[samples=400,domain =0:8]}(32-4*x)**(0.5)}
   \text{tkzFct[samples=400,domain =0:18]}{(72-4*x)**(0.5)} \% b
   \text{tkzFct[samples=400,domain =0:20]}\{(112-4*x)**(0.5)\} % c
   \text{tkzFct[samples=400,domain =2:20]}\{(152-4*x)**(0.5)\} % d
   \t = 12:20 {(192-4*x)**(0.5)}% e
10 \def\txFctgnuf{0} % f
   \def\tkzFctgnug{12}% g
11
12 \tkzDrawAreafg[between= b and a,color=gray!80,domain = 0:8]
13 \tkzDrawAreafg[between= b and f,color=gray!80,domain = 8:18]
14 \tkzDrawAreafg[between= d and c,color=gray!50,domain = 2:20]
15 \t \ and c,color=gray!50,domain = 0:2]
16 \tkzDrawAreafg[between= g and e,color=gray!20,domain =12:20]
17 \end{tikzpicture}%
```

9 Sommes de Riemann 43

- SECTION 9 -

### Sommes de Riemann

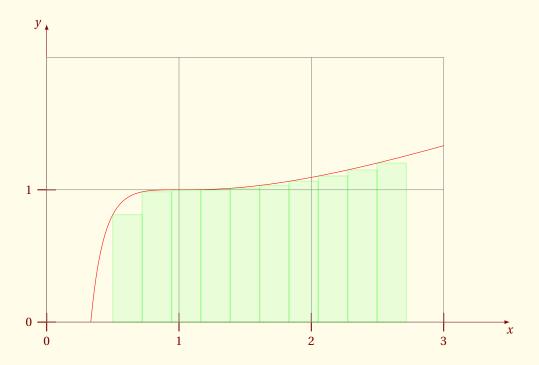
### $\verb|\tkzDrawRiemannSum[|\langle local options|\rangle]| \{\langle f(t)\rangle\}|$

Cette macro permet de représenter les rectangles intervenant dans une somme de Riemann. Les options sont celles de **TikZ**, plus

options	défaut	définition
iterval	1:2	l'intervalle sur lequel est appliqué la méthode
number	10	nombre de sous-intervalles utilisés

Possible est de réunir les quatres macros et de choisir la méthode avec une option.

### 9.1 Somme de Riemann

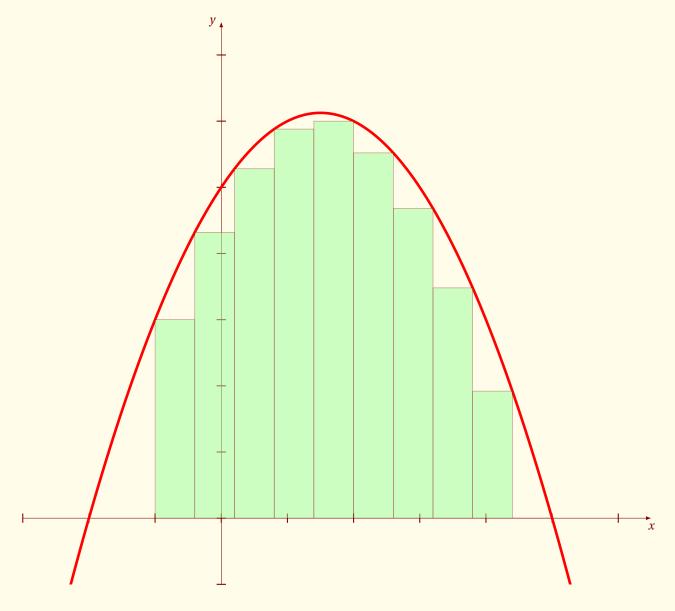


9.2 Somme de Riemann Inf 44

### $\verb|\tkzDrawRiemannSumInf[|\langle local options \rangle||$

C'est une variante de la macro précédente mais les rectangles sont toujours sous la courbe.

### 9.2 Somme de Riemann Inf

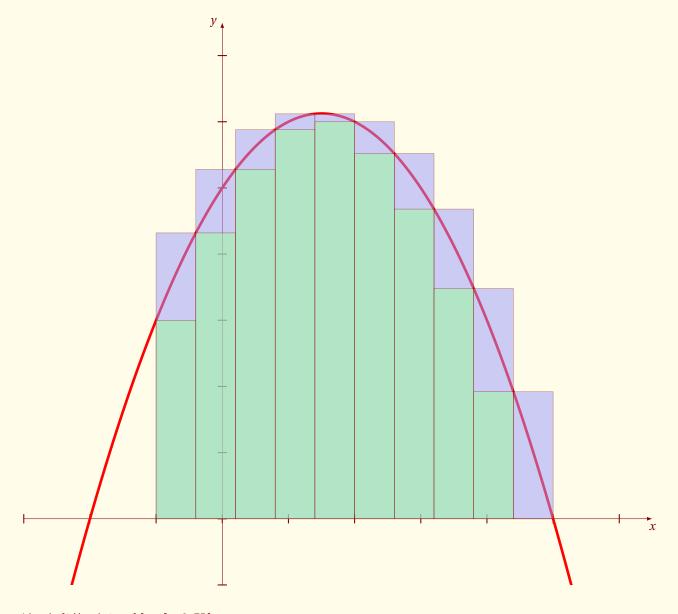


```
\begin{tikzpicture}[scale=1.75]
\tkzInit[xmin=-3,xmax=6,ymin=-2,ymax=14,ystep=2]
\tkzDrawX \tkzDrawY
\tkzFct[line width=2pt,color = red, domain =-3:6]{(-\x-2)*(\x-5)}
\tkzDrawRiemannSumInf[fill=green!40,opacity=.5,interval=-1:5,number=10]
\end{tikzpicture}
```

### \tkzDrawRiemannSumSup[⟨local options⟩]

C'est une variante de la macro précédente mais les rectangles sont toujours au-dessus de la courbe.

### 9.3 Somme de Riemann Inf et Sup



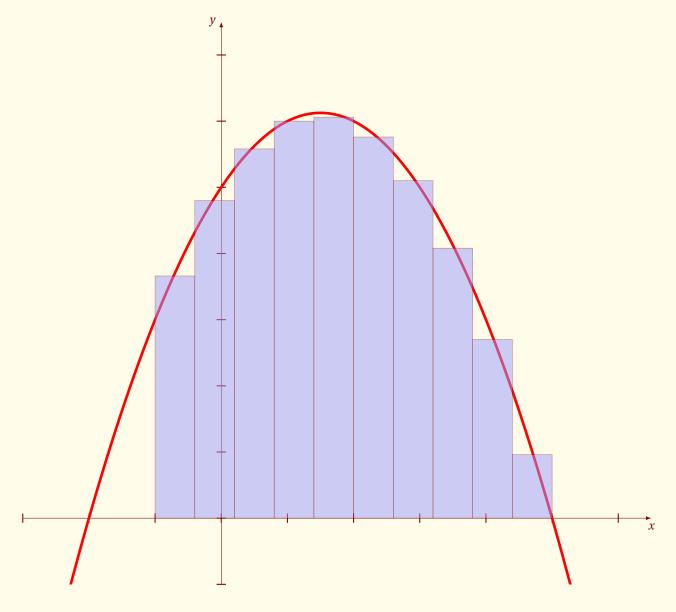
```
\begin{tikzpicture}[scale=1.75]
  \tkzInit[xmin=-3,xmax=6,ymin=-2,ymax=14,ystep=2]
  \tkzDrawX \tkzDrawY
  \tkzFct[line width=2pt,color = red, domain =-3:6]{(-\x-2)*(\x-5)}
  \tkzDrawRiemannSumSup[fill=blue!40,opacity=.5,interval=-1:5,number=10]
  \tkzDrawRiemannSumInf[fill=green!40,opacity=.5,interval=-1:5,number=10]
  \end{tikzpicture}
```

9.4 Somme de Riemann Mid 46

### \tkzDrawRiemannSumMid[⟨local options⟩]

C'est une variante de la macro précédente mais les rectangles sont à cheval sur la courbe.

### 9.4 Somme de Riemann Mid



```
\begin{tikzpicture}[scale=1.75]
\tkzInit[xmin=-3,xmax=6,ymin=-2,ymax=14,ystep=2]
\tkzDrawX \tkzDrawY
\tkzFct[line width=2pt,color = red, domain =-3:6]{(-\x-2)*(\x-5)}
\tkzDrawRiemannSumMid[fill=blue!40,opacity=.5,interval=-1:5,number=10]
\end{tikzpicture}
```

10 Droites particulières 47

SECTION 10 -

## Droites particulières

## 10.1 Tracer une ligne verticale

### \tkzVLine[\langle local options \rangle] \{ \langle decimal number \rangle \}

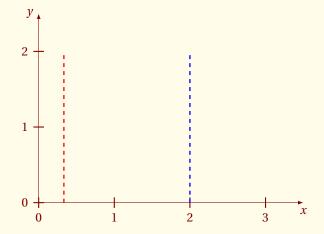
Attention, la syntaxe est celle de **fp** car on n'utilise pas **gnuplot** pour tracer une droite.

arguments	exe	emple	définition		
decimal number \ti		kzVLine{1}	Trace la	droite	x = 1
				_	
options	défaut	définition			
color	black	couleur d	du trait		
line width	0.6pt	épaisseu	r du point		
style	solid	style du	trait		
				_	

voir les options les lignes dans TikZ

### 10.2 Ligne verticale

problème avec cette macro, en principe 1./3 devrait être acceptée.



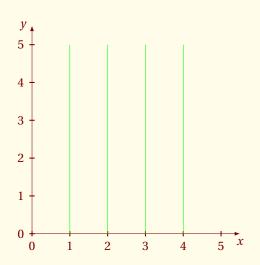
10.3 Lignes verticales 48

### \tkzVLines[\langle local options \rangle] \{ \langle list of values \rangle \}

Attention, la syntaxe est celle de **fp** car on n'utilise pas **gnuplot** pour tracer une droite.

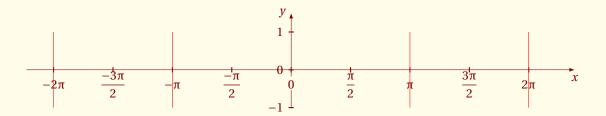
arguments	exemple	définition
list of values	\tkzVLines{1,4}	Trace les droites $x = 1$ et $x = 4$

### 10.3 Lignes verticales



\begin{tikzpicture}
 \tkzInit[xmax=5,ymax=5]
 \tkzAxeXY
 \tkzVLines[color = green]{1,2,...,4}
\end{tikzpicture}

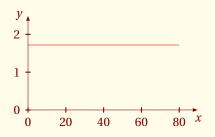
## 10.4 Ligne verticale et valeur calculée par fp



```
\begin{tikzpicture}
  \tkzInit[xmin=-7,xmax=7,ymin=-1,ymax=1]
  \tkzAxeY[gradsize=\scriptstyle]
  \tkzAxeX[trig=2]
  \foreach\v in {-2,-1,1,2}
  {\tkzVLine[color=red]{\v*\FPpi}}
\end{tikzpicture}
```

### 10.5 Une ligne horizontale

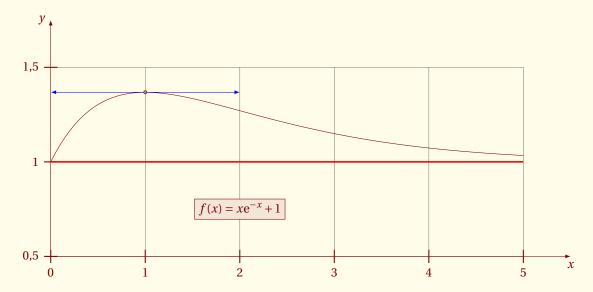
\tkzHLine[\langle local options \rangle] \{ \langle decimal number \rangle \}		
arguments	exemple	définition
decimal number	\tkzVLine{1}	Trace la droite $y = 1$



```
\begin{tikzpicture}
  \tkzInit[xmax=80,xstep=20,ymax=2]
  \tkzAxeXY
  \tkzHLine[color=red]{exp(1)-1}
\end{tikzpicture}
```

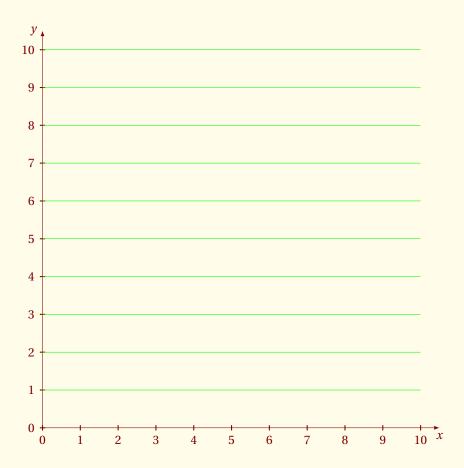
## 10.6 Asymptote horizontale

Attention, une autre méthode consiste à écrire **\tkzFctk** mais si **ystep=** n avec n entier naturel alors il est nécessaire d'écrire k comme un nombre réel, par exemple si **ystep=** 3 alors il faut écrire k = 5.0.



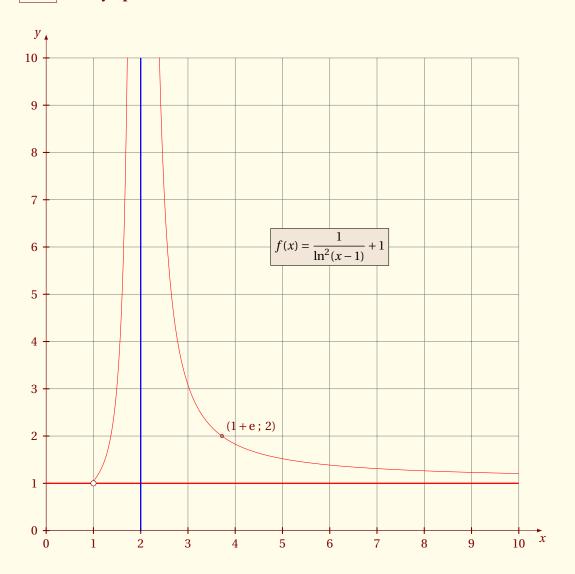
```
\begin{tikzpicture}[scale=2.5]
  \tkzInit[xmax=5,ymin=0.5,ymax=1.5,ystep=0.5]
  \tkzGrid
  \tkzAxeXY
  \tkzFct[domain = 0:10]{x*exp(-x)+1}
  \tkzHLine[color=red,style=solid,line width=1.2pt]{1}
  \tkzDrawTangentLine[draw,color=blue](1)
  \tkzText[draw,fill = brown!20](2,0.75){$f(x)=x \text{e}^{-x}+1$}
  \end{tikzpicture}
```

## 10.7 Lignes horizontales



```
\begin{tikzpicture}
  \tkzInit
  \tkzAxeXY
  \tkzHLines[color = green]{1,2,...,10}
\end{tikzpicture}
```

### 10.8 Asymptote horizontale et verticale



- SECTION 11 -

11.1

## Courbes avec équations paramétrées

### 

x(t) et y(t) sont des expressions utilisant la syntaxe de **gnuplot**. La variable est t.

options	exemple	explication
x(t), y(t)	\tkzFctPar[0:1]{\t**3}{\t**2}	$x(t) = t^3$ , $y(t) = t^2$

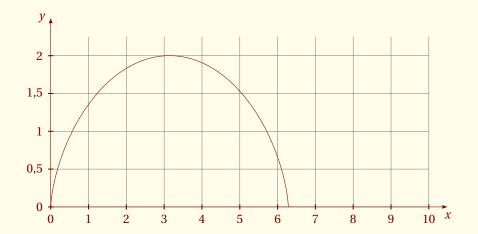
Les options sont celles de TikZ.

options	défaut	définition
domain	-5:5	domaine de la fonction
samples	200	nombre de points utilisés
id	tkzfonct	permet d'identifier les noms des fichiers auxiliaires
color	black	couleur de la ligne
line width	0.4pt	épaisseur de la ligne
style	solid	style de la ligne

## Courbe paramétrée exemple 1

$$x(t) = t - \sin(t)$$

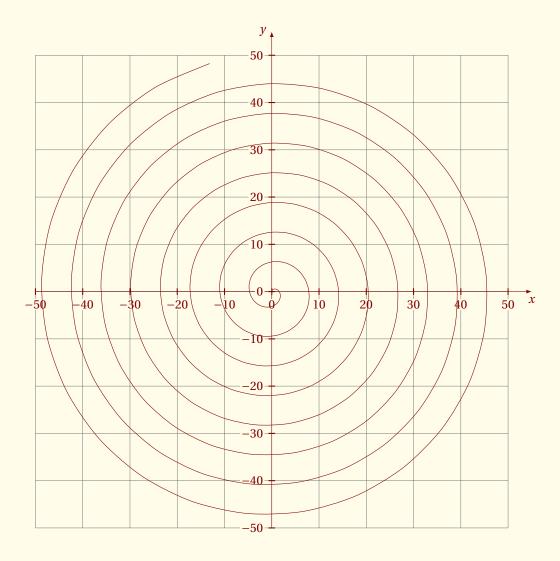
$$y(t) = 1 - \cos(t)$$



```
\begin{tikzpicture}
  \tkzInit[ymax=2.25,ystep=.5] \tkzGrid
  \tkzAxeXY
  \tkzFctPar[samples=400,domain=0:2*pi]{(t-sin(t))}{(1-cos(t))}
\end{tikzpicture}
```

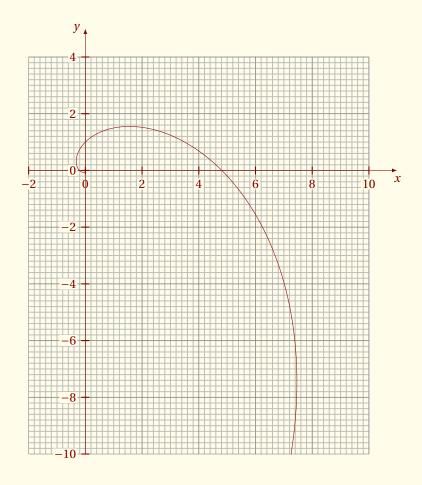
## 11.2 Courbe paramétrée exemple 2

$$x(t) = t \times \sin(t)$$
$$y(t) = t \times \cos(t)$$



## 11.3 Courbe paramétrée exemple 3

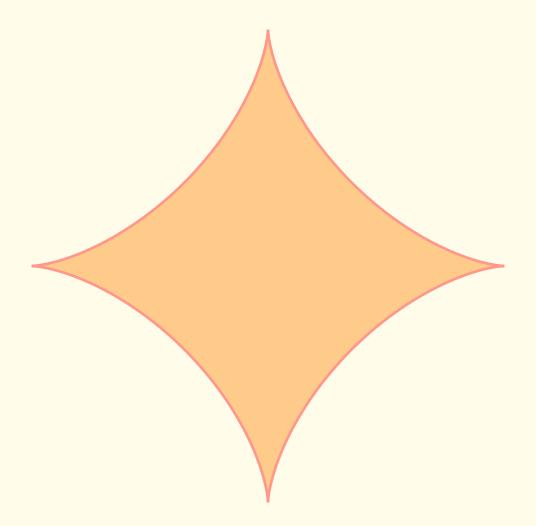
$$x(t) = \exp(t) \times \sin(t)$$
$$y(t) = \exp(t) \times \cos(t)$$



```
\begin{tikzpicture}[scale=1.5]
  \tkzInit[xmin=-2,xmax=10,xstep=2,ymin=-10,ymax=4,ystep=2]
  \tkzGrid[sub]
  \tkzAxeX[step=2]
  \tkzAxeY[step=2]
  \tkzFctPar[samples=400,domain=-pi:pi]{exp(t)*sin(t)}{exp(t)*cos(t)}
\end{tikzpicture}
```

## 11.4 Courbe paramétrée exemple 4

$$x(t) = \cos^{3}(t)$$
$$y(t) = \sin^{3}(t)$$



## 11.5 Courbe paramétrée exemple 5

Saint Valentin version 1

$$x(t) = \sin^{3}(t)$$
$$y(t) = \cos(t) - \cos^{4}(t)$$



## 11.6 Courbe paramétrée exemple 6

Saint Valentin version 2 from http://mathworld.wolfram.com/HeartCurve.html

$$x(t) = \sin(t)\cos(t)\log(t)$$
$$y(t) = \sqrt{(t)\cos(t)}$$



## 11.7 Courbe paramétrée exemple 7

Saint Valentin version 3 from http://en.wikipedia.org/wiki/Heart\_(symbol)

$$x(t) = 16\sin^{3}(t)$$
  
 
$$y(t) = 13\cos(t) - 5\cos(2t) - 2\cos(3t) - \cos(4t)$$



SECTION 12 -

## Courbes en coordonnées polaires

### $\verb|\txsFctPolar|| \langle \textit{local options} \rangle ] \{ \langle f(t) \rangle \}$

f(t) est une expression utilisant la syntaxe de **gnuplot**.

options	exemple	explication
x(t), $y(t)$	\tkzFctPar[0:1]{\t**3}{\t**2}	$x(t) = t^3$ , $y(t) = t^2$

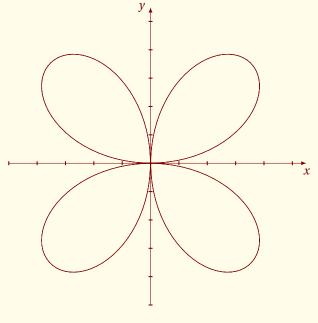
Les options sont celles de TikZ.

options	défaut	définition
domain	0:2*pi	domaine de la fonction
samples	200	nombre de points utilisés
id	tkzfonct	permet d'identifier les noms des fichiers auxiliaires
color	black	couleur de la ligne
line width	0.4pt	épaisseur de la ligne
style	solid	style de la ligne

gnuplot définit  $\pi$  avec pi et fp.sty avec \FPpi. Les valeurs qui déterminent le domaine sont évaluées par fp.sty. Il est possible d'utiliser soit pi, soit \FPpi.

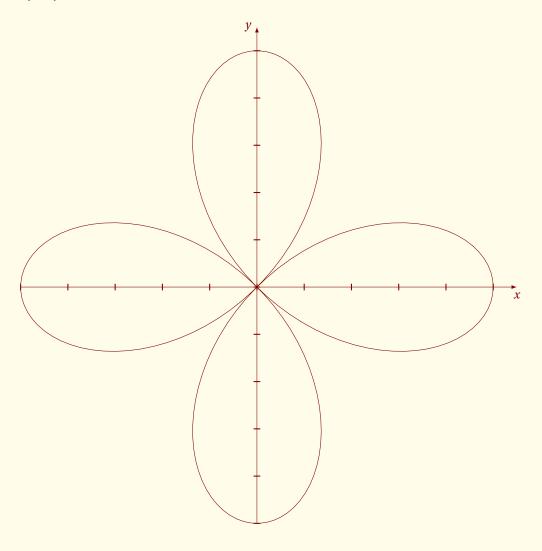
### 12.1 Équation polaire exemple 1

$$\rho(t) = \cos(t) * \sin(t)$$



## **12.2** Équation polaire exemple 2

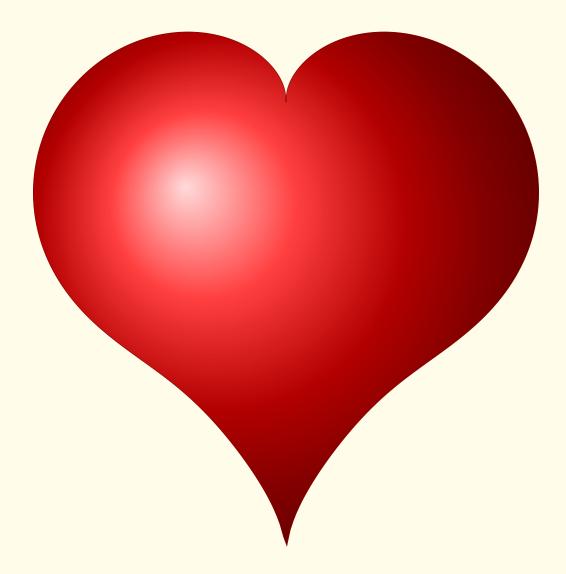
```
\rho(t) = \cos(2 * t)
```



## 12.3 Équation polaire Heart

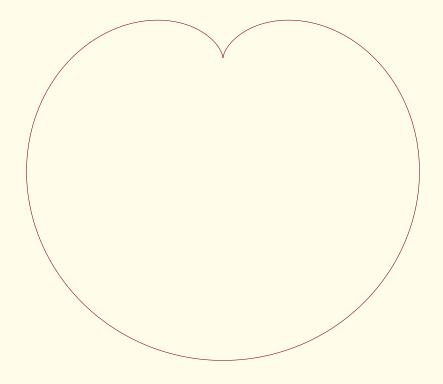
From Mathworld: http://mathworld.wolfram.com/HeartCurve.html

$$\rho(t) = 2 - 2 * \sin(t) + \sin(t) * \sqrt{(\cos(t))/(\sin(t) + 1.4)}$$



## **12.4** Équation polaire exemple 4

 $\rho(t) = 1 - sin(t)$ 

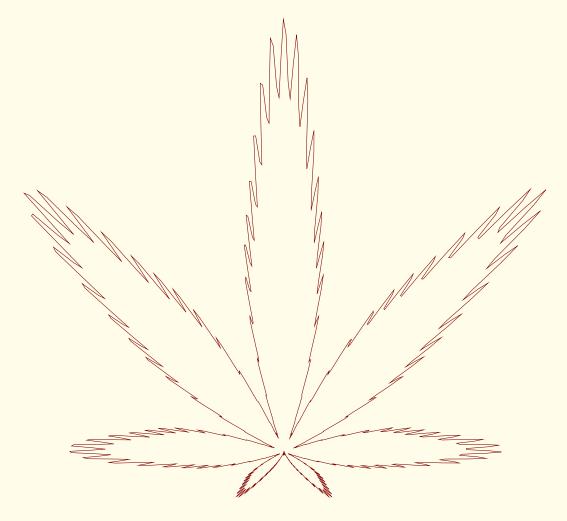


```
\begin{tikzpicture}[scale=4]
  \tkzInit [xmin=-5,xmax=5,ymin=-5,ymax=5,xstep=1,ystep=1]
  \tkzFctPolar[domain=0:2*pi,samples=400]{ 1-sin(t) }
  \end{tikzpicture}
```

### 12.5 Équation polaire Cannabis ou Marijuana Curve

 ${\bf Cannabis\ curve\ from\ mathworld: http://mathworld.wolfram.com/CannabisCurve.html}$ 

$$\rho(t) = (1 + .9 * \cos(8 * t)) * (1 + .1 * \cos(24 * t)) * (1 + .1 * \cos(200 * t)) * (1 + \sin(t))$$



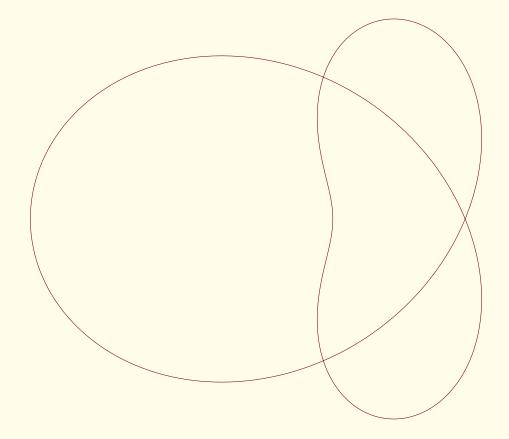
```
\begin{tikzpicture}[scale=2.5]
  \tkzInit [xmin=-5,xmax=5,ymin=-5,ymax=5,xstep=1,ystep=1]
  \tkzFctPolar[domain=0:2*pi,samples=1000]%
  { (1+.9*cos(8*t))*(1+.1*cos(24*t))*(1+.1*cos(200*t))*(1+sin(t)) }
\end{tikzpicture}
```

12.6 Scarabaeus Curve 64

### 12.6 Scarabaeus Curve

 $From\ mathworld: \verb|http://mathworld.wolfram.com/Scarabaeus.html|\\$ 

```
\rho(t) = 1.6 * \cos(2 * t) - 3 * \cos(t)
```



```
\begin{tikzpicture}[scale=2.5]
\tkzInit [xmin=-5,xmax=5,ymin=-5,ymax=5,xstep=1,ystep=1]
\tkzFctPolar[domain=0:2*pi,samples=400]{1.6*cos(2*t)-3*cos(t) }
\end{tikzpicture}
```

13 Symboles 65

- SECTION 13 -

# **Symboles**

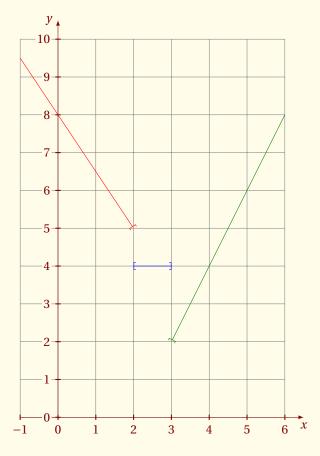
Certains ajoutent aux courbes des symboles afin de donner des indications supplémentaires au lecteur. Voici quelques exemples possibles :



L'exemple suivant est de Simon Schläpfer:

On veut tracer

$$y = \begin{cases} 8 - 1.5x & \text{, if } x < 2\\ 4 & \text{, if } 2 \le x \le 3\\ 2x - 4 & \text{, if } x > 3 \end{cases}$$



13 Symboles 66

```
\begin{tikzpicture}
  \tkzInit[xmin=-1,xmax=6,ymin=0,ymax=10,xstep=1,ystep=1]
  \tkzGrid[color=gray]
  \tkzAxeXY
  \tkzFct[{-[},color=red,domain =-1:2,samples=2]{8-1.5*\x}
  \tkzFct[{[-]},color=blue,domain =2:3,samples=2]{4}
  \tkzFct[{[-]},color=green!50!black,domain =3:6,samples=2]{2*\x-4}
\end{tikzpicture}
```

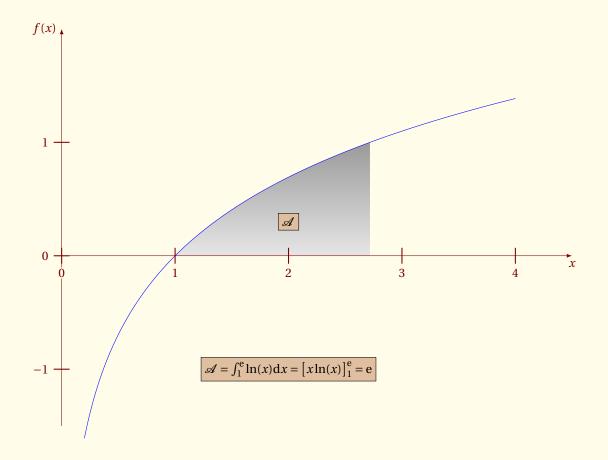
14 Quelques exemples 67

SECTION 14 -

## **Quelques exemples**

14.1 Variante intermédiaire : TikZ + tkz-fct

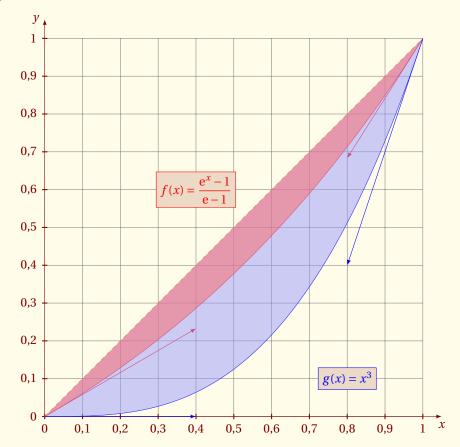
Les codes de **TikZ** et de **tkz-fct** peuvent se compléter. Ainsi les axes et les textes sont gérés par **tkz-fct** mais la courbe est laissée à **TikZ** et **gnuplot**.



14.2 Courbes de Lorentz 68

### 14.2 Courbes de Lorentz

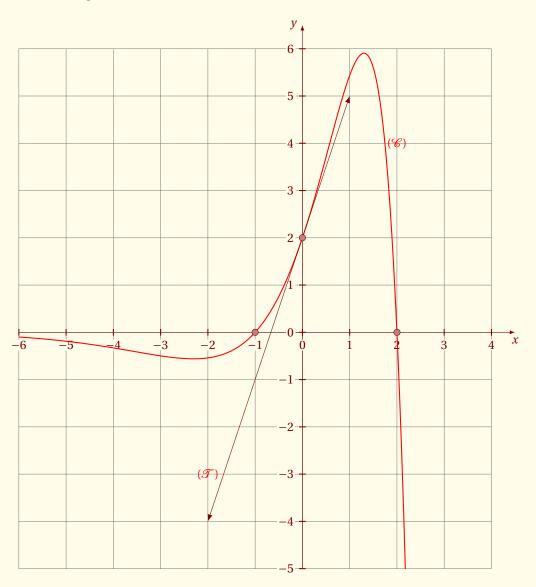
$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e - 1}$$
 et  $g(x) = x^3$ 



```
\begin{tikzpicture}[scale=1]
  \tkzInit[xmax=1,ymax=1,xstep=0.1,ystep=0.1]
  \tkzGrid(0,0)(1,1)
  \tkzAxeXY
  \text{tkzFct[color} = \text{red,domain} = 0:1]\{(\exp(x)-1)/(\exp(1)-1)\}
  \tkzDrawTangentLine[kl=0,kr=0.4,color=red](0)
  \tkzDrawTangentLine[kl=0.2,kr=0,color=red](1)
  \tkzText[draw,color = red,fill = brown!30](0.4,0.6)%
          {f(x)=\langle text{e}^x-1}{\langle text{e}-1}$}
  \t x = 0:1  \text{color} = blue, domain = 0:1 \text{1}
  \tkzDrawTangentLine[kl=0,kr=0.4,color=blue](0)
  \tkzDrawTangentLine[kl=0.2,kr=0,color=blue](1)
  \text{tkzText[draw,color = blue,fill = brown!30](0.8,0.1)} 
  \t x = 0:1]{x}
  \tkzDrawAreafg[between=c and b,color=blue!40,domain = 0:1]
  \tkzDrawAreafg[between=c and a,color=red!60,domain = 0:1]
\end{tikzpicture}
```

## 14.3 Courbe exponentielle

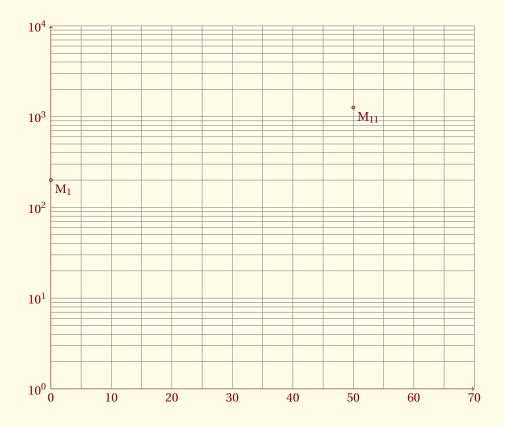
$$f(x) = (-x^2 + x + 2) \exp(x)$$



```
\begin{tikzpicture}[scale=1.25]
  \tkzInit[xmin=-6,xmax=4,ymin=-5,ymax=6]
  \tkzGrid
  \tkzAxeXY
  \tkzFct[color=red,thick,domain=-6:2.1785]{(-x*x+x+2)*exp(x)}
  \tkzSetUpPoint[size=6]
  \tkzDrawTangentLine[draw,kl=2](0)
  \tkzDefPoint(2,0){b} \tkzDrawPoint(b)
  \tkzDefPoint(-1,0){c} \tkzDrawPoint(c)
  \tkzText(2,4){($\mathcal{C}$)}
  \tkzText(-2,-3){($\mathcal{T}$)}
\end{tikzpicture}
```

14.4 Axe logarithmique 70

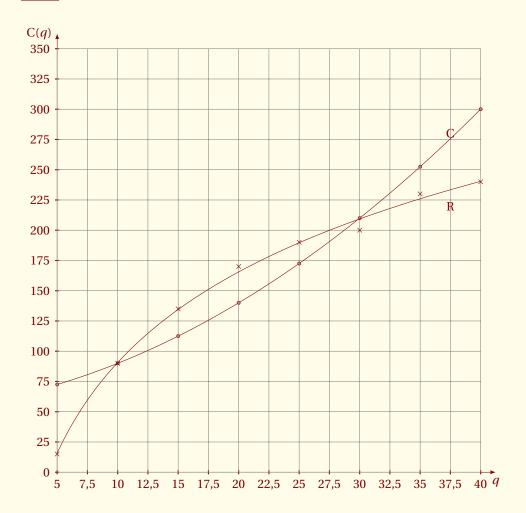
### 14.4 Axe logarithmique



```
\begin{tikzpicture}[scale=0.8]
\tkzInit[xmax=14,ymax=12]
\draw[thin,->] (0,0) -- (14,0) node[below left] {};
\draw[thin,->] (0,0) -- (0,12) node[below left] {};
{\langle x,0\rangle}  node[below] {\langle x,0\rangle}
\foreach \y/\z in \{0/0,3/1,6/2,9/3,12/4\}%
    {\displaystyle \{ \cdot \in \{(0, y)\} \} \ node[left] \ \{$10^{z}$\}; \}}
foreach \x in {1,2,...,14}{\tkzVLine[gray,thin]{\x}}
foreach y in {3,6,...,12}{\tilde{gray},thin}{y}}
\foreach \y in \{0,3,\ldots,9\}{
\label{lem:condition} $$ \ in \{0.903, 1.431, 1.806, 2.097, 2.334, 2.535, 2.709, 2.863\}\% $$
  {\t } {\t } {\t } {\t } {\t } {\t }
\tkzDefPoint(0,6.90){a}
\tkzDefPoint(10,9.30){b}
\tkzDrawPoints(a,b)
\tkzLabelPoint(a){$M_{1}$}
\end{tikzpicture}
```

14.5 Un peu de tout 71

## 14.5 Un peu de tout



```
\begin{tikzpicture}[scale=.8]
  \tkzInit[xmin=5,xmax=40,ymin=0,ymax=350,xstep=2.5,ystep=25]
  \tkzAxeX[label=$q$]
  \tkzAxeY[label=$C(q)$] \tkzGrid
  \tkzFct[domain=5:40]{0.1*\x**2+2*\x+60}
  \foreach \vv in {5,10,...,40}{%
    \tkzDefPointByFct(\vv)
    \tkzDrawPoint(tkzPointResult)}
  \tkzFct[domain=5:40]{(108*log(\x)-158)}
  \tkzText(37.5,280){$C$}
  \tkzText(37.5,220){$R$}
  \tkzDefSetOfPoints{%
  5/15,10/90,15/135,20/170,25/190,30/200,35/230,40/240}
  \tkzDrawSetOfPoints[mark = x,mark size=3pt]
  \end{tikzpicture}
```

14.6 Interpolation 72

### 14.6 Interpolation

Il s'agit ici de trouver un polynôme d'interpolation sur l'intervalle [-1; 1] de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{1}{1 + 8x^2}$$

Le polynôme d'interpolation est celui obtenu par la méthode de Lagrange :

```
\begin{split} P(x) = &1.000000000 - 0.0000000072x - 7.991424876x^2 + 0.000001079x^3 + 62.60245358x^4 \\ &- 0.00004253x^5 - 444.2347594x^6 + 0.0007118x^7 + 2516.046396x^8 - 0.005795x^9 \\ &- 10240.01777x^{10} + 0.025404x^{11} + 28118.29594x^{12} - 0.05934x^{13} - 49850.83249x^{14} \\ &+ 0.08097x^{15} + 54061.87086x^{16} - 0.055620x^{17} - 32356.67279x^{18} + 0.015440x^{19} \\ &+ 8140.046421x^{20} \end{split}
```

Ayant utilisé vingt et un points, le polynôme est de degré 20. Celui-ci est écrit en utilisant la méthode de **Horner**. Dans un premier temps, on demande à gnuplot de tracer la courbe de f en rouge, enfin on trace le polynôme d'interpolation en bleu. Les points utilisés sont en jaune.

#### 14.6.1 Le code

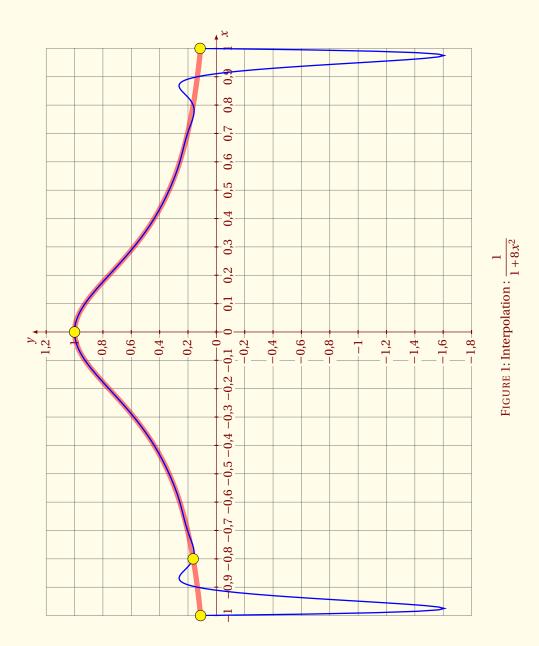
```
\begin{tikzpicture}
\tkzInit[xmin=-1,xmax=1,ymin=-1.8,ymax=1.2,xstep=0.1,ystep=0.2]
\tkzGrid
\tkzAxeXY
\text{tkzFct[samples = 400, line width=4pt, color = red,opacity=.5](-1---1){1/(1+8*\x*\x)}
 \tkzFct[smooth,samples = 400, line width=1pt, color = blue,domain =-1:1]%
8140.04642)*\x
                            +0.01544)*\x
                        -32356.67279)*\x
                            -0.05562)*\x
                        +54061.87086)*\x
                            +0.08097)*\x
                        -49850.83249)*\x
                            -0.05934)*\x
                        +28118.29594)*\x
                            +0.02540)*\x
                        -10240.01777)*\x
                            -0.00580)*\x
                         +2516.04640)*\x
                            +0.00071)*\x
                          -444.23476)*\x
                            -0.00004)*\x
                           +62.60245)*\x
                            +0.00000)*\x
                            -7.99142)*\x
                            -0.00000)*\x
 \tkzSetUpPoint[size=16,color=black,fill=yellow]
 foreach \ v in \{-1,-0.8,---.,1\}{\tkzDefPointByFct[draw](\v)}
\end{tikzpicture}
```

Le résultat est sur la page suivante où on peut constater le phénomène de Runge.

14.6 Interpolation 73

# 14.6.2 la figure

14.6 Interpolation 74



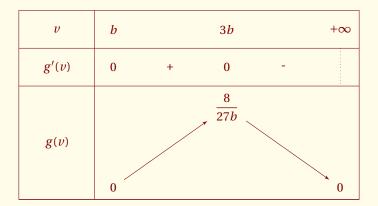
# 14.7 Courbes de Van der Waals

Soient v le volume d'une masse fluide et p sa pression. b et k sont deux nombres réels strictement positifs. On souhaite étudier une formule exprimant la dépendance de ces variables proposée par Van der Waals.

$$p(v) = \frac{-3}{v^2} + \frac{3k}{v - b}$$

définie sur l'intervalle I = b;  $+\infty$ 

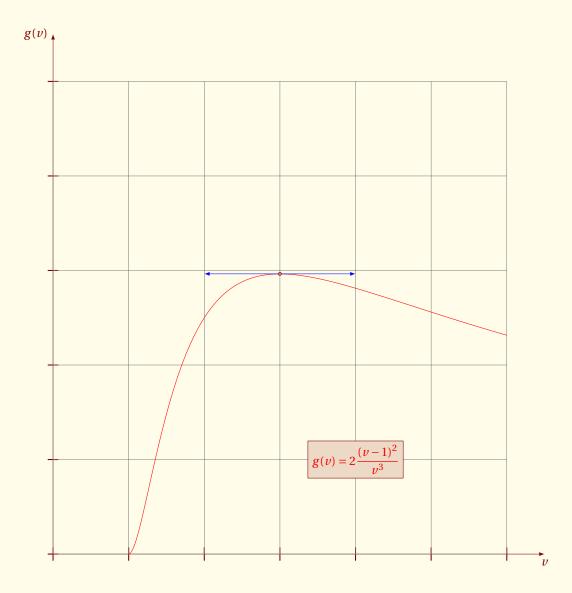
#### 14.7.1 Tableau de variations



```
\begin{tikzpicture}
\tkzTab%
{ $v$
          /1,%
 $g'(v)$ /1,%
          /3%
 $g(v)$
{ $b$ ,%
 $3b$ ,%
 $+\infty$%
{0,$+$,$0$,$-$,t}
{-/
             $0$
+/$\dfrac{8}{27b}$ /,%
 -/ $0$
\end{tikzpicture}
```

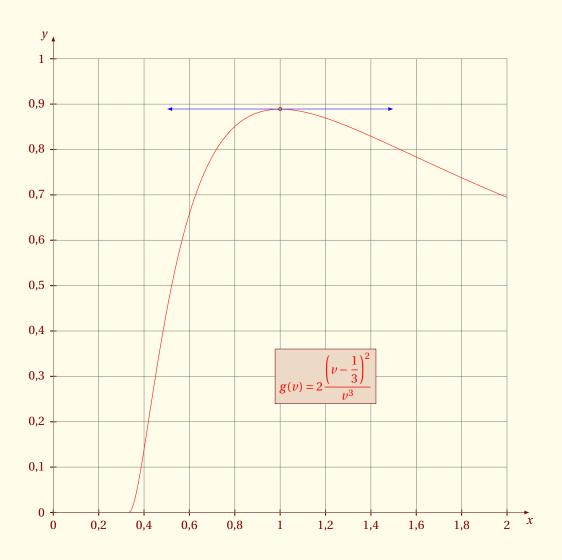
## 14.7.2 Première courbe avec b=1

Quelques courbes pour  $r \le v \le 6$ 

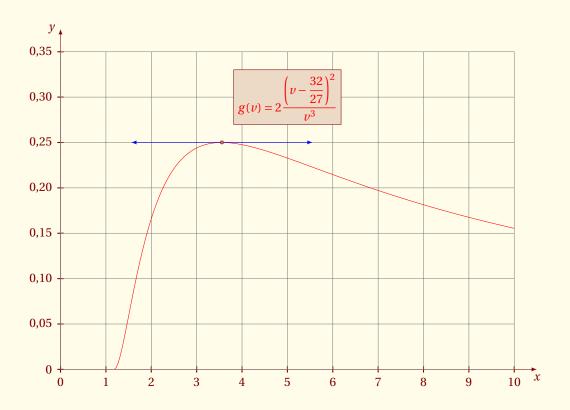


```
\begin{tikzpicture}[xscale=2,yscale=2.5]
  \tkzInit[xmin=0,xmax=6,ymax=0.5,ystep=0.1]
  \tkzDrawX[label=$v$]
  \tkzDrawY[label=$g(v)$]
  \tkzGrid(0,0)(6,0.5)
  \tkzFct[color = red,domain =1:6]{(2*(x-1)*(x-1))/(x*x*x)}
  \tkzDrawTangentLine[color=blue,draw](3)
  \tkzDefPointByFct(1)
  \tkzText[draw, fill = brown!30](4,0.1){$g(v)=2\dfrac{(v-1)^2}{v^3}$}
\end{tikzpicture}
```

## 14.7.3 Deuxième courbe b=1/3



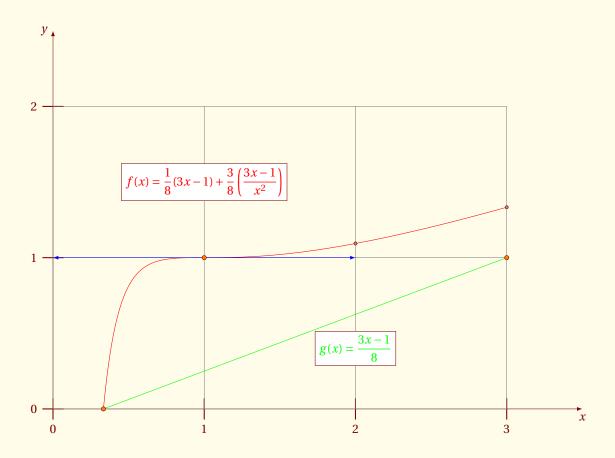
## 14.7.4 Troisième courbe *b*=32/27



14.8 Valeurs critiques 79

# 14.8 Valeurs critiques

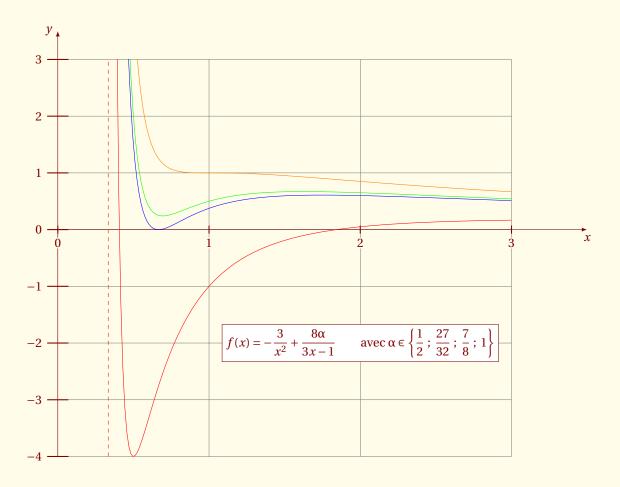
#### 14.8.1 Courbes de Van der Walls



```
\begin{tikzpicture}[scale=4]
  \tkzInit[xmax=3,ymax=2];
  \tkzAxeXY
  \tkzGrid(0,0)(3,2)
  \text{tkzFct[color} = \text{red,domain} = 1/3:3] \{0.125*(3*\x-1)+0.375*(3*\x-1)/(\x*\x)\}
  \tkzDefPointByFct[draw](2)
  \tkzDefPointByFct[draw](3)
  \tkzDrawTangentLine[draw,color=blue](1)
  \text{tkzFct[color} = \text{green,domain} = 1/3:3]{0.125*(3*x-1)}
  \tkzSetUpPoint[size=8,fill=orange]
  \tkzDefPointByFct[draw](3)
  \tkzDefPointByFct[draw](1/3)
  \tkzDefPoint(1,1){f}
  \tkzDrawPoint(f)
  \tkzText[draw,fill = white,text=red](1,1.5)%
\{f(x)=\frac{1}{8}(3x-1)+\frac{3}{8}\left(\frac{3x-1}{x^2}\right)\}
\end{tikzpicture}
```

14.8 Valeurs critiques 80

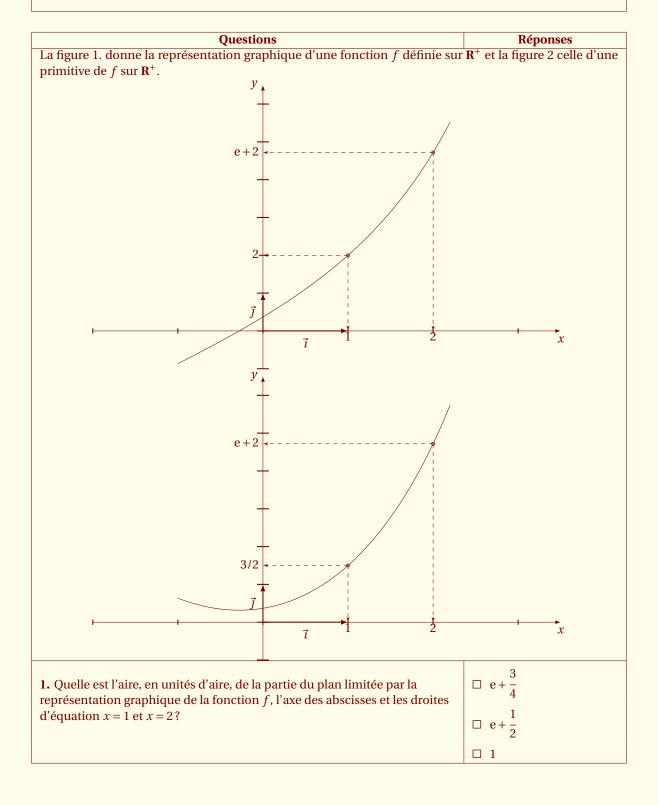
## 14.8.2 Courbes de Van der Walls (suite)



```
\begin{tikzpicture}[xscale=4,yscale=1.5]
  \tkzInit[xmin=0,xmax=3,ymax=3,ymin=-4]
  \tkzGrid(0,-4)(3,3)
  \tkzAxeXY
  \tkzClip
  \tkzVLine[color=red,style=dashed]{1/3}
  \tkzFct[color=red,domain = 0.35:3]{-3/(x*x) +4/(3*x-1)}
  \tkzFct[color=blue,domain = 0.35:3]{-3/(x*x) +27/(4*(3*x-1))}
  \tkzFct[color=orange,domain = 0.35:3]{-3/(x*x) +8/(3*x-1)}
  \tkzFct[color=green,domain = 0.35:3]{-3/(x*x) +7/(3*x-1)}
  \tkzText[draw,fill = white,text=Maroon](2,-2)%
  {$f(x)=-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{8\alpha}{3x-1}$ \hspace{.5cm}%
  avec $\alpha \in%
  \left\{\dfrac{1}{2}~;~\dfrac{27}{32}~;~\dfrac{7}{8}~;~1\right\}$}
\end{tikzpicture}
```

- SECTION 15 -

# Exemples avec les packages alterqcm et tkz-tab



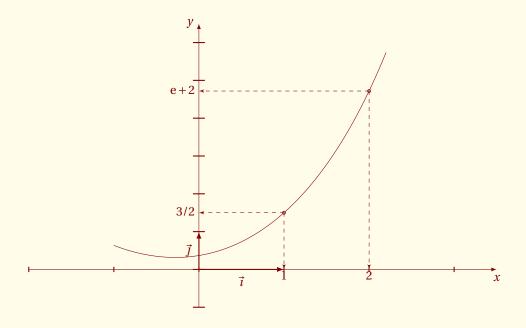
Questions       La fonction $k$ définie et strictement positive sur $\mathbf{R}^+$ est conn $x$ 0     1	Réponses te par son tableau de variations. $3 + \infty$
0	
k(x)	+∞
<b>2.</b> Pami les tableaux suivants, quel est le tableau de variation de la fonction $g$ définie sur $\mathbf{R}^+$ par	s 🗆 Tableau A
$g(x) = \frac{1}{k(x)}?$	□ Tableau B
Tablesu A	□ Tableau C
Tableau A  x 0 1	3 +∞
x 0 1	3 +∞
g(x)	+∞
Tableau B	
$\begin{array}{c cc} x & 0 & 1 \end{array}$	3 +∞
g(x)	$-\infty$
Tableau C	
$\begin{array}{c cccc} x & 0 & 1 \end{array}$	3 +∞
g(x)	0
<b>3.</b> Soit $h$ la fonction définie sur <b>R</b> par $h(x) = e^x - x + 1$ . On no $\mathcal{C}$ la courbe représentative de $h$ dans un repère orthonorma	acymninie a %
O; $\vec{t}$ ; $\vec{j}$ .	$\Box \text{ La droite d'équation } x = 0 \text{ est asymptote à } \mathscr{C}$
	La droite d'équation $y = -x + 1$ est asymptote à $\mathscr{C}$
<b>4.</b> En économie, le coût marginal est le coût occasionné par production d'une unité supplémentaire, et on considère que coût marginal est assimilé à la dérivée du coût total.	
Dans une entreprise, une étude a montré que le coût margir $C_m(q)$ exprimé en millliers d'euro en fonction du nombre $q$ d'articles fabriqués est donné par la relation :	$\Box  C_r(q) = q^3 - 5q^2 + 2\ln q + 20q - 6$
$C_m(q) = 3q^2 - 10q + \frac{2}{q} + 20.$	$\Box  C_r(q) = 6q - 10 - \frac{2}{q^2}$

Voici le code des deux représentations de f et de sa primitive :

#### 15.0.3 Première représentation

```
\begin{tikzpicture}[xscale=2.25,yscale=1]
  \tkzInit[xmin=-2,xmax=3,ymin=-1,ymax=6]
  \tkzDrawX
  \tkzDrawY
  \tkzFct[samples=100,domain = -1:2.2]{x+exp(x-1)}
  \tkzDefPoint(1,2){pt1}
  \tkzDrawPoint(pt1)
  \tkzPointShowCoord[xlabel=$1$,ylabel=$2$](pt1)
  \tkzDefPoint(2,4.71828){pt2}
  \tkzDrawPoint(pt2)
  \tkzPointShowCoord[xlabel=$2$,ylabel=$\text{e}+2$](pt2)
  \tkzRep
\end{tikzpicture}
```

#### 15.0.4 Seconde représentation



```
\begin{tikzpicture}[xscale=2.25,yscale=1]
  \tkzInit[xmin=-2,xmax=3,ymin=-1,ymax=6]
  \tkzDrawX
  \tkzDrawY
  \tkzFct[samples=100,domain =-1:2.2]{x*x/2+exp(x-1)}
  \tkzDefPoint(1,1.5){pt1}
  \tkzDrawPoint(pt1)
  \tkzPointShowCoord[xlabel=$1$,ylabel=$3/2$](pt1)
  \tkzDefPoint(2,4.71828){pt2}
  \tkzDrawPoint(pt2)
  \tkzPointShowCoord[xlabel=$2$,ylabel=$\text{e}+2$](pt2)
  \tkzRep
\end{tikzpicture}
```

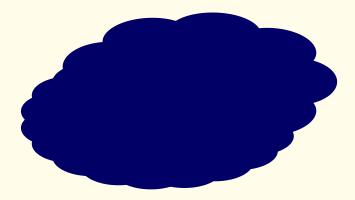
Code d'un tableau de variations

SECTION 16 -

# Utilisation pgfmath et de fp.sty

# 16.1 pgfmath

On peut faire maintenant beaucoup de tracés sans Gnuplot, voici à titre d'exemple et d'après une idée d'Herbert Voss (le membre le plus actif de la communauté Pstricks) un exemple de courbes obtenues avec seulement Tikz.



## 16.2 fp.sty

Le principal problème de **fp.sty** se produit lors de l'évaluation par exemple de  $(-4)^2$  ce qui peut se traduire avec fp par :

```
\begin{tikzpicture}
  \FPeval\result{(-4)^2}
\end{tikzpicture}
```

ce qui donne une erreur car fp utilise les logarithmes pour faire cette évaluation. **tkz-fct.sty** modifie la macro \**FP@pow** pour éviter cette erreur

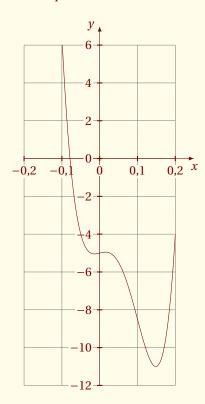
Pour calculer les pentes des tangentes et pour placer des points sur les courbes, mon module traduit l'expression donnée pour Gnuplot et la stocke dans une commande \text{tkzFcta}, pour être utilisée ensuite avec les macros \text{tkzDrawTangentLine}.

mais si vous voulez placer un point de ce graphe ayant pour abscisse x = 2, il est alors préférable de choisir la première méthode.

16.2 fp.sty 86

Sinon pour une fonction polynômiale, il sera nécessaire pour utiliser les macros relatives aux images et aux tangentes de mettre le polynôme sous la forme d'Horner. Ainsi avec **\tkzFct**, l'argument  $x^4 - 2x^3 + 4x - 5$  peut être écrit : -5+x\*(0.5+4\*x\*(x\*(-2+x\*1))).

Voici ce qu'il faut donc faire :



17 Quelques remarques 87

SECTION 17 -

# **Quelques remarques**

- 1. Modification avec les anciennes versions :
  - \tkzTan est devenu \tkzDrawTangentLine
  - Désormais le domaine est donné comme avec **TikZ** et ce n'est plus  $(\langle x_a..x_b \rangle)$
  - \tkzFctPt est devenu \tkzDefPointByFct
- 2. Quand xstep est différent de 1, la variable doit être \x.
- 3. Quand une fonction est passée en argument à la macro \tkzFct, elle est stockée avec la syntaxe de gnuplot dans la macro \tkzFctgnua. tkzFctgnu est un préfixe, « a » est la référence associée à la fonction, la fonction suivante dans le même environnement tikzpicture sera référencée « b » et ainsi de suite...

Elle est aussi stockée avec la syntaxe de fp.sty dans la macro \tkzFcta avec le préfixe tkzFcta.

La dernière macro utilisée est également sauvegardée sous les deux syntaxes avec \tkzFctgnuLast et \tkzFctLast.

- 4. Attention dans **gnuplot** un quotient doit être entré sous la forme 1./3, car 1/3 donne le quotient d'une division euclidienne (ici 0).
- 5. Problème avec gnuplot:
  - Si le fichier xxx.table n'est pas créé, la cause probable est :
    - soit que T<sub>F</sub>X ne trouve pas **gnuplot**, c'est en général un problème de « PATH »,
    - soit TeX n'autorise pas le lancement de gnuplot alors c'est que l'option shell-escape n'est pas autorisé.

Une autre possibilité est que le fichier xxx.gnuplot soit incorrect. Il suffit de l'ouvrir avec un éditeur pour lire les commandes passées à **gnuplot**. Il est à remarquer un changement de syntaxe de **gnuplot** autour de la version 4.2. La syntaxe pour créer une table avec des versions ultérieures (4.4 et bientôt 4.5), est désormais **set table**.

- π est, avec gnuplot, défini par pi
- $-\pi$  est, avec **fp.sty** défini par **FPpi**.
- (set) samples =2 est suffisant pour tracer une droite.
- 6. La puissance  $a^b$  est notée  $a \wedge b$  avec fp et pgfmath mais a \* \*b avec gnuplot.
- 7. **tkz-fct** modife FP@pow (code modifié de Christian Tellechea 2009) afin d'autoriser les puissances entières de nombres négatifs.
- 8.  $(1/\exp(1))$  est correct mais  $(1/\exp(1))$  donne une erreur

# 17.1 Fonctions de gnuplot

Gnuplot	fp	Description
+	+	addition
-	-	soustraction
*	*	multiplication
1	1	division
**	^	exponentiation
%	absente	modulo
pi	pi	constante 3.1415
abs(x)	abs	Valeur absolue
cos(x)	cos	Arc -cosinus
sin(x)	sin	Arc -cosinus
tan(x)	tan	Arc -cosinus
acos(x)	arccos	Arc -cosinus
asin(x)	arcsin	Arc-sinus
atan(x)	arctan	Arc-tangente
atan2(y,x)	absente	Arc-tangente
cosh(x)	absente	Cosinus hyperbolique
sinh(x)	absente	Sinus hyperbolique
acosh(x)	absente	Arc-cosinus hyperbolique
asinh(x)	absente	Arc-sinus hyperbolique
atanh(x)	absente	Arc-tangente hyperbolique
besj0(x)	absente	Bessel j0
besj1(x)	absente	Bessel j1
besy0(x)	absente	Bessel y0
besy1(x)	absente	Bessel y1
ceil(x)	absente	Le plus petit entier plus grand que
floor(x)	absente	Plus grand entier plus petit que
absente	trunc(x,n)	troncature <i>n</i> nombre de décimales
absente	round(x,n)	arrondi <i>n</i> nombre de décimales
exp(x)	exp	Exponentielle
log(x)	ln	Logarithme népérien (base e)
log10(x)	absente	Logarithme base 10
norm(x)	absente	Distribution normale
rand(x)	random	Générateur de nombre pseudo-aléatoire
sgn(x)	absente	Signe
sqrt(x)	absente	Racine carrée
tanh(x)	absente	Tangente hyperbolique

SECTION 18 -

## Liste de toutes les macros

# 18.1 Liste de toutes les macros fournies par ce package

- \tkzFct[samples=200,domain=-5:5,color=black,id=tkzfct]{\( gnuplot's expression \) \}
- $\t kzDefPointByFct[draw=false](\langle point's name \rangle) \rightarrow tkzPointResult$
- \tkzDrawTangentLine[draw=false,color=black,kr=1,kl=1,style=solid,with=a] (\( \text{point's name} \))
- \tkzDrawArea[domain=-5:5,color=lightgray,opacity=.5]
- \tkzArea[domain=-5:5,color = lightgray,opacity=.5]
- \tkzDrawAreafg[domain=-5:5,between= a and b]
- \tkzAreafg[domain=-5:5,between= a and b]
- $\t$ tkzFctPar[samples=200,domain=-5:5, line width=1pt,id=tkzfctpar]x(t)y(t)
- $\t$ tkzFctPolar[samples=200,domain=0:2\*pi, line width=1pt,id=tkzfctpolar] $\rho(t)$
- \tkzDrawRiemannSum[interval=1:2,number=10,fill=gray]
- \tkzDrawRiemannSumInf [interval=1:2,opacity=.5,fill=gray]
- \tkzDrawRiemannSumSup [interval=1:2,number=10,fill=gray]
- \tkzDrawRiemannSumMid[interval=1:2,opacity=1,fill=gray]

# 18.2 Liste de toutes des macros essentielles de \tkz-base

- \tkzInit[xmin=0,xmax=10,xstep=1,ymin=0,ymax=10,ystep=1]
- \tkzAxeX
- \tkzDrawX
- \tkzLabelX
- \tkzAxeY
- \tkzDrawY
- \tkzLabelY
- \tkzGrid
- \tkzClip
- \tkzDefPoint
- \tkzDrawPoint
- \tkzPointShowCoord
- \tkzLabelPoint