

# 多変数関数の微積分

krollo966

## 目次

1. 関数と座標変換 .....	— 1 —
2. $n$ 次元ベクトル空間と自然基底 .....	— 1 —
3. 多変数関数と偏微分 .....	— 1 —

—この文書の読み方—

物理学では複数の変数を持つ関数（多変数関数という）を扱うことがよくあるので、（高校の数学の範囲は少々逸脱しますが）多変数関数とその微積分について説明します。まずは具体例として二変数関数を取り扱った後、多変数関数の説明をします。

## 1. 関数と座標変換

## 2. $n$ 次元ベクトル空間と自然基底

**Theorem 2.1** ( $n$  次元ベクトルの表示):  $n$  次元ベクトル  $x$  は、自然基底  $\{e_1, \dots, e_n\}$  を用いて  $x = \sum_{i=1}^n x_i e_i$  と表せる。

## 3. 多変数関数と偏微分

$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  ( $n$  次元ベクトルに実数を対応させる関数) を多変数実数値関数という。 $\mathbb{R}^n$  の元  $x$  を、自然基底  $\{e_1, \dots, e_n\}$  を用いて  $x = \sum_{i=1}^n x_i e_i$  と表すとき、 $f(x) = f(x_1, \dots, x_n)$  と書くこととする。 $e_k$  方向の微分、すなわち多変数関数をその一つの変数に関して微分することを偏微分するといふ：

**Definition 3.1** (偏微分と偏導関数):  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  に対し、一つの変数に関して微分すること（それ以外を定数とみなして微分すること）を偏微分するといい、偏微分してあらわれる導関数を偏導関数という。 $f(x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)$  の  $x_k$  に関する偏導関数は  $\frac{\partial f}{\partial x_k}$  と書く：

$$\frac{\partial f}{\partial x_k} = \lim_{\Delta x_k \rightarrow 0} \frac{f(x_1, \dots, x_k + \Delta x_k, \dots, x_n) - f(x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)}{\Delta x_k}$$