

# 座標幾何学

この文書の読み方  
座標幾何の問題です。

## 1. 座標幾何学

### 1.1. Tips

#### 命題 1.1.1

傾きが  $a$  の直線の  $\alpha < x < \beta$  の区間の長さは

$$(\beta - \alpha) \sqrt{1 + a^2} \quad (1)$$

と書ける。特に接線のときこの線分の長さは

$$(\beta - \alpha) \sqrt{1 + f'(a)} \quad (2)$$



証明. 三平方の定理より

$$\sqrt{(\beta - \alpha)^2 + (a(\beta - \alpha))^2} = (\beta - \alpha) \sqrt{1 + a^2} \quad (3)$$

□

## 1.2. 問題集

2023 年度第 3 問.

- (1)  $(0, a)$  を中心とした半径 1 の円が  $y > x^2$  の範囲に含まれる条件  
(2)

解.

- (1)  $C$  は円なので、 $C$  上の点を  $(\cos \theta, a + \sin \theta)$  と表す。  
(2) 命題 1.1.1 より

$$L_P = \frac{(4a - 1) \sin^2 \theta + 4 \sin \theta + 1}{\sin^4 \theta} \quad (4)$$

が  $-\frac{\pi}{2} \leq \theta < 0$  の範囲で同じ値を 2 回とれば OK。  $t = 1/\sin \theta$  とおくと  $t \leq -1$  で、

$$f(t) = (4a - 1)t^2 + 4t^3 + t^4 \quad (5)$$

が  $y = c$  という定数関数と 2 回交わる。これは  $t \leq -1$  の範囲で増減が変化すればいいので、 $f'(t)$  を考えれば OK。