

# Mesterséges intelligencia alapjai jegyzet

Molnár Antal Albert

2020. június 18.

## Előszó

Ez a jegyzet a Debreceni Egyetemen a Kádek Tamás által oktatott, *INBPM0418E* tárgykódú *A mesterséges intelligencia alapjai* tárgyhoz nyújt némi segítséget a vizsgára készülő hallgatóknak.

A leírtakért semmilyen felelősséget nem tudok vállalni, hiszen még jómagam is csak ismerkedem a mesterséges intelligencia világával.

A jegyzet nagyrészt az órákon tárgyalt könyvből[1], valamint Várterész Magda előadásaiból[2] merít.

# Tartalomjegyzék

<b>1. Témakörök, melyeket mélységben ismerni kell</b>	<b>4</b>
1.1. Ágens szemlélet . . . . .	4
1.1.1. Az ágens fogalma . . . . .	4
1.1.2. Az ágens jellemzése (teljesítmény, környezet, érzékelők, beavatkozók . . . . .	5
1.2. Állapottér reprezentáció . . . . .	7
1.2.1. Az állapottér fogalma . . . . .	7
1.2.2. Az állapottérgráf . . . . .	7
1.2.3. Költség és heurisztika fogalmak . . . . .	8
1.3. Megoldáskereső algoritmusok . . . . .	9
1.3.1. Fakereső algoritmusok . . . . .	9
1.3.2. Gráfkereső algoritmusok . . . . .	9
1.3.3. Szélességi kereső . . . . .	9
1.3.4. Mélységi kereső . . . . .	9
1.3.5. Visszalépéses kereső . . . . .	9
1.3.6. Egyenletes költségű (optimális kereső) . . . . .	9
1.3.7. Legjobbát először kereső . . . . .	9
1.3.8. Az A* algoritmus . . . . .	9
1.4. Kétszemélyes játékok . . . . .	9
1.4.1. A játékok reprezentációja . . . . .	9
1.4.2. A játékfá . . . . .	10
1.4.3. Nyerő stratégia . . . . .	11
1.5. Lépésajánló algoritmusok . . . . .	11
1.5.1. MinMax módszer . . . . .	12
1.5.2. NegaMax módszer . . . . .	12
1.5.3. Alfa-béta nyesés . . . . .	12
1.6. Élkonzisztencia algoritmusok . . . . .	13
1.6.1. AC1 . . . . .	14
1.6.2. AC3 . . . . .	14
1.6.3. AC4 . . . . .	15
1.6.4. Visszalépéses kereső . . . . .	16
<b>2. Témakörök, melyekre rálátással kell rendelkezni</b>	<b>17</b>
2.1. Következtetések ítéletlogikában . . . . .	17
2.1.1. Rezolúciókalkulus ítéletlogikában . . . . .	17
2.2. Döntési fák . . . . .	17
2.2.1. Az ID3 algoritmus . . . . .	18

2.3.	Valószínűségi következtetés . . . . .	18
2.3.1.	Bayes hálók, Bayes tétel . . . . .	18
2.3.2.	Feltételes valószínűség számítása . . . . .	18
2.4.	Neurális hálók, kitekintés . . . . .	18
2.4.1.	Nuerális hálók és mélytanulás . . . . .	18

# 1. fejezet

## Témakörök, melyeket mélységben ismerni kell

### 1.1. Ágens szemlélet

#### 1.1.1. Az ágens fogalma

**1. Definíció.** Ágens. Egy **ágens** (agent) bármi lehet, amit úgy tekinthetünk, mint ami az **érzékelői** (sensors) segítségével érzékeli a **környezetét** (environment), és **beavatkozói** (actuators) segítségével megváltoztatja azt.

Az emberi ágensnek van szeme, füle és egyéb szervei az érzékelésre, és keze, lába, szája és egyéb testrészei a beavatkozásra.

A robotágens kamerákat és infravörös távolsági keresőket használ érzékelőként, és különféle motorokat beavatkozóként.

A szoftverágens billentyűleütéseket, fájl tartalmakat és hálózati adatcsomagokat fogad érzékelőinek bemeneteként, és képernyőn történő kijelzéssel, fájlok írásával, hálózati csomagok küldésével avatkozik be a környezetébe.

Azzal az általános feltételezéssel fogunk élni, hogy minden ágens képes saját akcióinak érzékelésére (de nem mindig látja azok hatását).

**2. Definíció.** Érzékelés. Az érzékelés (percept) fogalmat használjuk az ágens érzékelő bemeneteinek leírására egy tetszőleges pillanatban.

**3. Definíció.** Ágens érzékelési sorozata. Egy ágens érzékelési sorozata (percept sequence) az ágens érzékeléseinek teljes története, minden, amit az ágens valaha is érzékelt. Általánosságban, egy adott pillanatban egy ágens cselekvése az addig megfigyelt teljes érzékelési sorozatától függhet. Ha az összes lehetséges érzékelési sorozathoz meg tudjuk határozni az ágens lehetséges cselekvéseit, akkor lényegében mindent elmondtunk az ágensről.

**4. Definíció.** Ágensfüggvény. Matematikailag megfogalmazva azt mondhatjuk, hogy az ágens viselkedését az ágensfüggvény (agent function) írja le, ami az adott érzékelési sorozatot egy cselekvésre képezi le.

**5. Definíció.** Ágensprogram. Egy mesterséges ágens belsejében az ágensfüggvényt egy ágensprogram (agent program) valósítja meg.

**1. Megjegyzés.** Különbség ágensfüggvény és ágensprogram között. Az ágensfüggvény egy absztrakt matematikai leírás, az ágensprogram egy konkrét implementáció, amely az ágens architektúráján működik.

### 1.1.2. Az ágens jellemzése (teljesítmény, környezet, érzékelők, beavatkozók)

**6. Definíció.** TKBÉ (PEAS) leírás. Egy ágens tervezése során az első lépésnek mindig a feladatkörnyezet lehető legteljesebb meghatározásának kell lennie.

Ágenstípus	Teljesítménymérték (Performance)	Környezet (Environment)	Beavatkozók (Actuators)	Érzékelők (Sensors)
Taxisofőr	Biztonságos, gyors, törvényes, kényelmes utazás, maximum haszon	Utak, egyéb forgalom, gyalogosok, ügyfelek	Kormány, gáz, fék, index, kürt, kijelző	Kamerák, hangradas, sebességmérő, GPS, kilométeróra, motorérzékelők, billentyűzet

**7. Definíció.** Teljesen megfigyelhető környezet.

Ha az ágens szenzorai minden pillanatban hozzáférést nyújtanak a környezet teljes állapotához, akkor azt mondjuk, hogy a környezet teljesen megfigyelhető.

**8. Definíció.** Determinisztikus (deterministic) vagy sztochasztikus (stochastic).

Amennyiben a környezet következő állapotát jelenlegi állapota és az ágens által végrehajtott cselekvés teljesen meghatározza, akkor azt mondjuk, hogy a környezet determinisztikus, egyébként sztochasztikus.

**9. Definíció.** Epizódszerű (episodic) vagy sorozatszerű (sequential) környezet.

Epizódszerű környezetben az ágens tapasztalata elemi "epizódokra" bontható. Minden egyes epizód az ágens észleléseiből és egy cselekvéséből áll. Nagyon fontos, hogy a következő epizód nem függ az előzőben végrehajtott cselekvésektől. Epizódszerű környezetekben az egyes epizódokban az akció kiválasztása csak az aktuális epizódtól függ.

**10. Definíció.** Statikus (static) vagy dinamikus (dynamic) környezet.

Ha a környezet megváltozhat, amíg az ágens gondolkodik, akkor azt mondjuk, hogy a környezet az ágens számára dinamikus; egyébként statikus.

**11. Definíció.** Diszkrét (discrete) vagy folytonos (continuous) környezet.

A diszkrét/folytonos felosztás alkalmazható a környezet állapotára, az időkezelés módjára, az ágens észleléseire, valamint cselekvéseire. Például egy diszkrét állapotú környezet, mint amilyen a sakkjáték, véges számú különálló állapottal rendelkezik. A sakkban szintén diszkrét az akciók és cselekvések halmaza. A taxivezetés folytonos állapotú és idejű probléma: a sebesség, a taxi és más járművek helye folytonos értékek egy tartományát járja végig a folytonos időben.

**12. Definíció.** Egyágenses (single agent) vagy többágenses (multiagent) környezet.

Az egyágenses és többágenses környezetek közötti különbségtétel egyszerűnek tűnhet. Például a keresztrejtvényt megfejtő ágens önmagában nyilvánvalóan egyágenses környezetben van, míg egy sakkozó ágens egy kétágensesben. Vannak azonban kényes kérdések. Először is: leírtuk azt, hogy egy entitás hogyan tekinthető ágensnek, ugyanakkor nem magyaráztuk meg, mely entitások tekintendők ágensnek. Egy  $A$  ágensnek (például a taxifőrnek) egy  $B$  objektumot (egy másik járművet) ágensnek kell tekintenie, vagy egyszerűen egy sztochasztikusan viselkedő dolognak, a tengerparti hullámokhoz vagy a szélben szálló falevelekhez hasonlatosan? A választás kulcsa az, hogy vajon  $B$  viselkedése legjobban egy  $A$  viselkedésétől függő teljesítménymérték maximalizálásával írható le. Például a sakkban a  $B$  ellenfél saját teljesítménymértékét próbálja maximalizálni, amely – a sakk szabályainak következtében –  $A$  teljesítménymértékét minimalizálja. Így a sakk egy versengő (**competitive**) többágenses környezet. Másrészt, a taxi vezetési környezetben az ütközések elkerülése az összes ágens teljesítménymértékét maximálja, így az részben kooperatív (**cooperative**) többágenses környezet. Emellett részben versengő is, hiszen például csak egy autó tud egy parkolóhelyet elfoglalni. A többágenses környezetekben felmerülő ágenstervezési problémák gyakran egészen mások, mint egyágenses környezetekben. Többágenses környezetekben például a kommunikáció (communication) gyakran racionális viselkedésként bukkan fel; egyes részlegesen megfigyelhető versengő környezetekben a sztochasztikus viselkedés racionális, hiszen így elkerülhetők a megjósolhatóság csapdái.

## 1.2. Állapottér reprezentáció

### 1.2.1. Az állapottér fogalma

Az állapottér-reprezentáció az egyik leggyakrabban használt reprezentációs mód ami egy probléma formális megadására szolgál.

**13. Definíció.** Probléma. Egy **probléma** (problem) formális megragadásához az alábbi négy komponensre van szükség:

- **kiinduló állapot:** amiből az ágens kezdi a cselekvéseit,
- **cselekvések halmaza:** ágens rendelkezésére álló lehetséges cselekvések,
- **állapotátmenet-függvény:** visszaadja a rendezett  $\langle$  cselekvés, utód-állapot  $\rangle$  párok halmazát (Egy alternatív megfogalmazás az **operátorok** egy halmaza, amelyeket egy állapotra alkalmazva lehet az utód-állapotokat generálni.) lásd még: *14. Definíció*
- **állapottér:** A kezdeti állapot és az állapotátmenet-függvény együttesen implicit módon definiálják a probléma **állapottérét**: azon állapotok halmazát, amelyek a kiinduló állapotból elérhetők.

**14. Definíció.** Operátor alkalmazási előfeltétel teszt. Ahhoz, hogy meggyőződjünk arról, hogy egy adott állapotra egy adott operátor alkalmazható, előbb meg kell vizsgálnunk, hogy az állapotra alkalmazható-e az operátor. Ezt a vizsgáldást operátor alkalmazási előfeltétel tesztnek nevezzük.

**15. Definíció.** Célteszt. A célteszt ellenőrzi a célfeltételek teljesülését egy adott állapotban.

### 1.2.2. Az állapottérgráf

**16. Definíció.** Állapottérgráf. Az állapottér egy gráfot alkot, amelynek csomópontjai az állapotok és a csomópontok közötti élek a cselekvések.

**17. Definíció.** Állapottér útja. Az **állapottér egy útja** az állapotok egy sorozata, amely állapotokat a cselekvések egy sorozata köt össze.



**18. Definíció.** Állapottér-reprezentációs gráf bonyolultsága. Egy állapottér-reprezentált probléma megoldásának sikerét jelentősen befolyásolja a reprezentációs gráf bonyolultsága:

- a csúcsok száma,
- az egy csúcsból kiinduló élek száma,
- a hurkok és körök száma és hossza.

Ezért célszerű minden lehetséges egyszerűsítést végrehajtani. Lehetséges egyszerűsítések:

- a csúcsok számának csökkentése — ügyes reprezentációval az állapottér kisebb méretű lehet;
- az egy csúcsból kiinduló élek számának csökkentése — az operátorok értelmezési tartományának alkalmas megválasztásával érhető el;
- a reprezentációs gráf fává alakítása — a hurkokat, illetve köröket „kiegyenesítjük”

### 1.2.3. Költség és heurisztika fogalmak

**19. Definíció.** Lépésköltség. Az  $x$  állapotból az  $y$  állapotba vezető  $cs$  cselekvés **lépésköltsége** (step cost) legyen  $lk(x, cs, y)$ . Tételezzük fel, hogy a lépésköltség nemnegatív.

**20. Definíció.** Útköltség-függvény. Egy **útköltség-függvény**, egy olyan függvény amely az állapottér minden útjához hozzárendel egy költséget.

**21. Definíció.** Megoldás. Egy út, amely a kiinduló állapotból egy célállapotba vezet.

**22. Definíció.** Optimális megoldás. A legkisebb útköltségű megoldás.

## 1.3. Megoldáskereső algoritmusok

### 1.3.1. Fakereső algoritmusok

### 1.3.2. Gráfkereső algoritmusok

### 1.3.3. Szélességi kereső

### 1.3.4. Mélységi kereső

### 1.3.5. Visszalépéses kereső

### 1.3.6. Egyenletes költségű (optimális kereső)

### 1.3.7. Legjobbat először kereső

### 1.3.8. Az $A^*$ algoritmus

## 1.4. Kétszemélyes játékok

### 1.4.1. A játékok reprezentációja

A továbbiakban a

- teljesen megfigyelhető,
- véges,
- determinisztikus,
- kétszemélyes,
- zérusösszegű

játékokkal foglalkozunk.

**23. Definíció.** Játék reprezentációja. Egy játék reprezentációja megadható a

$$\langle \mathcal{B}, b_0, \mathcal{J}, \mathcal{V}, \hat{v}, \mathcal{L} \rangle$$

rendezett hatossal, ahol:

- $\mathcal{B}$ : a játékalások halmaza,
- $b_0$ : a kezdőállás, ahol  $b_0 \in \mathcal{B}$ ,
- $\mathcal{J}$ : a játékosok halmaza, ahol  $\text{card } \mathcal{J} = 2$ ,
- $\mathcal{V}$ : a végállások halmaza, ahol  $\mathcal{V} \subseteq \mathcal{B}$ ,
- $\hat{v}$ : egy  $\mathcal{V} \rightarrow \{-1, 0, 1\}$  függvény,
- $\mathcal{L}$ : a lépések halmaza.

**24. Definíció.** Nyertes. Végállásban a  $\hat{v}$  függvény határozza meg, hogy melyik játékos nyert:

$$\hat{v}(b) = \begin{cases} 1 & \text{ha } b \text{ állásban a következő játékos nyer} \\ 1 & \text{ha } b \text{ állásban a következő játékos veszít} \\ -1 & \text{egyébként (döntetlen esetén)} \end{cases}$$

**25. Definíció.** Lépés. Minden  $l \in \mathcal{L}$  egy  $\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{B}$  parciális függvény.

**26. Definíció.** Játék állapottere. Legyen  $\langle \mathcal{B}, b_0, \mathcal{J}, \mathcal{V}, \hat{v}, \mathcal{L} \rangle$  egy játék reprezentációja. Ekkor a **játék állapottere**  $\langle \mathcal{A}, a_0, \mathcal{C}, \mathcal{O} \rangle$  definiálható a következőképpen:

- $\mathcal{A} = \mathcal{B} \times \mathcal{J}$ ;
- $a_0 = \langle b_0, j_0 \rangle$ , ahol  $j_0 \in \mathcal{J}$  a kezdőjátékos;
- $\mathcal{C} = \{ \langle b, j \rangle : \langle b, j \rangle \in \mathcal{A} \wedge b \in \mathcal{V} \}$
- $\mathcal{O} = \{ o_l : l \in \mathcal{L} \}$ , ahol  $o_l : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$ , úgy hogy
  - $\text{dom}(o_l) = \{ \langle b, j \rangle : b \in \text{dom}(l) \}$
  - $o_l(\langle b, j \rangle) = \langle l(b), j' \rangle$
  - $j' \in (\mathcal{J} \setminus \{j\})$

**27. Definíció.** Közvetlen elérhetőség. Az  $a \in \mathcal{A}$  állapotból az  $a' \in \mathcal{A}$  állapot **közvetlenül elérhető**, ha van olyan  $o_l \in \mathcal{O}$ , amely esetén

$$a \in \text{dom}(o_l) \text{ és } o_l(a) = a'$$

és ezt  $a \Rightarrow a'$  alakban jelöljük.

**28. Definíció.** Elérhetőség. Az  $a \in \mathcal{A}$  állapot az  $a' \in \mathcal{A}$  állapot **elérhető** ( $a \Rightarrow^* a'$ ), ha

- $a = a'$ , vagy
- van olyan  $a_1, a_2, \dots, a_k$  állapotsorozat, hogy  $a_1 = a, a_k = a'$  továbbá

$$a_i \Rightarrow a_{i+1} \text{ minden } i \in \{1, \dots, k-1\} \text{ esetén.}$$

### 1.4.2. A játékfa

**29. Definíció.** Játékfa. Legyen  $\langle \mathcal{B}, b_0, \mathcal{J}, \mathcal{V}, \hat{v}, \mathcal{L} \rangle$  egy játék reprezentációja és  $j_0 \in \mathcal{J}$  a kezdőjátékos. Ekkor a játékfa olyan fa, melynek csúcsaihoz a játék állapotait rendeljük:

- a fa gyökere a  $\langle a_0, j_0 \rangle$  állapottal címkézett csúcs,
- a fa levélelemei olyan  $\langle b, j \rangle$  állapottal címkézett csúcsok, ahol  $b \in \mathcal{V}$
- a fa  $\langle b, j \rangle$  állapottal címkézett nem levélcsúcsának gyermekeit olyan  $\langle b', j' \rangle$  címkéjű csúcsok alkotják, ahol  $\langle b, j \rangle \Rightarrow \langle b', j' \rangle$

**2. Megjegyzés.** A játékfa a játék állapotterének gráfját fává egyenesíti ki, egy-egy állapot a fában több csúcs címkéjeként is szerepelhet.

### 1.4.3. Nyerő stratégia

**30. Definíció.** Játzsma. Egy **játzsma** egy olyan lépéssorozat, amely a  $\langle b_0, j_0 \rangle$  kezdőállapotból valamely  $\langle b, j \rangle \in \mathcal{C}$  célállapotba vezet. (Egy a gyökértől valamely levélcsúsig vezető út a játékfában).

**31. Definíció.** Stratégia. Játékterv, ami minden olyan állásban, amikor ő következik, megmondja a játékosnak, hogy mit lépjen.

A  $j \in \mathcal{J}$  játékos **stratégiája** olyan  $S_j : \{\langle b, j \rangle : \langle b, j \rangle \in \mathcal{A}\} \rightarrow \mathcal{O}$  leképezés (döntési terv), amely  $j$  számára előírja, hogy a játék azon állapotaiban, ahol  $j$  a lépni következő játékos, a megtehető lépések közül melyiket lépje meg.

**32. Definíció.** Nyerő stratégia.

A  $j \in \mathcal{J}$  játékos egy  $S_j$  stratégiája **nyerő stratégia**, ha minden a stratégia mellett lejátszható játszmaiban  $j$  nyer.

Ha döntetlen állhat elő  $-0 \notin \text{rng}(\hat{v})$ , akkor az egyik játékos rendelkezik nyerő stratégiával. A nyerő stratégiával rendelkező játékos  $w(a_0, j_0)$ :

$$w(b, j) = \begin{cases} j & \text{ha } b \in \mathcal{V} \text{ és } \hat{v}(b) = 1 \\ j' & \text{ha } b \in \mathcal{V} \text{ és } \hat{v}(b) = -1 \\ j & \text{ha van olyan } \langle b', j' \rangle \text{ hogy } \langle b, j \rangle \rightarrow \langle b', j' \rangle \text{ és } w(b', j') = j \\ j' & \text{egyébként,} \end{cases}$$

ahol  $j' \in (\mathcal{J} \setminus \{j\})$ .

**3. Megjegyzés.** Ha a játékban van döntetlen végállás, akkor az egyik játékosnak van garantáltan nem vesztes stratégiaja.

## 1.5. Lépésajánló algoritmusok

**33. Definíció.** Hasznosságfüggvény.

A **hasznosságfüggvény** egy becslés, de elávrjuk, hogy végállásban pontos legyen. Formálisan:

$h : \mathcal{A} \rightarrow [-m, m]$  ahol  $m \in \mathbb{R}^+$  továbbá ha  $b \in \mathcal{V}$  akkor  $h(b, j) = m \cdot \hat{v}(b)$ .

Ha  $h(b, j) > h(b', j)$  akkor a  $b$  állás a  $j$  (lépni következő) játékos számára kedvezőbb, mint a  $b'$  állás.

Legyen  $h$  egy hasznosságfüggvény, ekkor  $h_i$  az  $i \in \mathcal{J}$  játékos hasznosságfüggvénye, ha

$$h_i(a, j) = \begin{cases} h(a, j) & \text{ha } i = j \\ -h(a, j) & \text{egyébként.} \end{cases}$$

### 1.5.1. MinMax módszer

Az  $b \in \mathcal{B}$  állás hasznossága  $t \in \mathcal{J}$  támogatott játékos számára ha  $j \in \mathcal{J}$  játékos következik lépni,  $k \in \mathbb{N}$  mélységi korláttal rekurzívan a következőképpen számítható:

$$f(b, j, t, k) = \begin{cases} h_t(b, j) & \text{ha } b \in \mathcal{V}, \\ h_t(b, j) & \text{ha } k = 0, \\ \min\{f(b', j', t, k-1) : \langle b, j \rangle \Rightarrow \langle b', j' \rangle\} & \text{ha } t \neq j, \\ \max\{f(b', j', t, k-1) : \langle b, j \rangle \Rightarrow \langle b', j' \rangle\} & \text{ha } t = j. \end{cases}$$

### 1.5.2. NegaMax módszer

Az  $b \in \mathcal{B}$  állás hasznossága  $j \in \mathcal{J}$  (lépni következő) játékos számára  $k \in \mathbb{N}$  mélységi korláttal rekurzívan a következőképpen számítható:

$$\hat{f}(b, j, k) = \begin{cases} h(b, j) & \text{ha } b \in \mathcal{V}, \\ h(b, j) & \text{ha } k = 0, \\ \max\{-\hat{f}(b', j', k-1) : \langle b, j \rangle \Rightarrow \langle b', j' \rangle\} & \text{egyébként.} \end{cases}$$

### 1.5.3. Alfa-béta nyesés

A gyakorlatban a MinMax algoritmus javított változatát szokás használni, az alfa-béta nyesést.

**34. Definíció.** Az ajánlott lépés. A  $b \in \mathcal{B}$  állásban **ajánlott lépés** a  $j \in \mathcal{J}$  (lépni következő) játékos számára olyan  $l \in \mathcal{L}$  lépés, amely esetén

- $b \in \text{dom } l$ ,
- $o_l(\langle b, j \rangle) = \langle b', j' \rangle$ , és
- $f(b, j, j, k) = f(b', j', j, k-1)$ .

## 1.6. Élkonzisztencia algoritmusok

**35. Definíció.** Legyen  $\mathcal{V}$  változók egy tetszőleges halmaza,  $\mathcal{D}$  pedig egy olyan leképezés, amely minden  $x \in \mathcal{V}$  változóhoz egy  $\mathcal{D}(x)$ -el jelölt halmazt (tartományt) rendel.

Tetszőleges két különböző  $x \in \mathcal{V}$  és  $y \in \mathcal{V}$  változó közti bináris kényszer egy  $\mathcal{D}(x)$  és  $\mathcal{D}(y)$  feletti bináris reláció:

$$R_{x,y} \subseteq \mathcal{D}(x) \times \mathcal{D}(y).$$

Jelöljük  $R_{x,y}^{-1}$  formában az  $R_{x,y}$  reláció inverzét:

$$R_{x,y}^{-1} = \{(b, a) : (a, b) \in R_{x,y}\}.$$

**36. Definíció.** Véges, bináris kényszerkielégítési probléma. Egy **véges, bináris kényszerkielégítési probléma** alatt olyan  $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$  rendezett hármast értünk, ahol

- $\mathcal{V}$  változók egy véges, nemüres halmaza
- $\mathcal{D}(x)$  minden  $x \in \mathcal{V}$  változó esetén egy véges halmaz(tartomány)
- $\mathcal{C}$  a  $\mathcal{V}$ -beli változók feletti bináris kényszerek halmaza, úgy hogy
  - ha  $R_{x,y} \in \mathcal{C}$  és  $R'_{x,y} \in \mathcal{C}$  akkor  $R_{x,y} = R'_{x,y}$ .
  - ha  $R_{x,y} \in \mathcal{C}$  akkor  $R_{y,x} \in \mathcal{C}$  és  $R_{y,x} = R_{x,y}^{-1}$ .

**37. Definíció.** Gráf reprezentáció. Egy  $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$  (nem feltétlenül véges) **bináris kényszerkielégítési probléma gráf reprezentációja** egy olyan  $\langle N, E \rangle$  pár, ahol:

- $N = \{n_v : v \in \mathcal{V}\}$  alkotja a gráf csúcsait,
- $E = \{(n_x, n_y) : R_{x,y} \in \mathcal{C}\}$  alkotja a gráf irányított éleit.

**4. Megjegyzés.** Mivel  $R_{x,y}$  és  $R_{y,x}$  bináris kényszerek ugyanazt fejezik ki, ezért az irányított élek helyett irányítatlan éleket tartalmazó gráfot szokás használni.

Annak, hogy  $R_{x,y}$  és  $R_{y,x}$  együtt szerepel a kényszerek között, a később bemutatott algoritmusokban lesz jelentősége.

**38. Definíció.** Nem bináris kényszerek.

**Unáris kényszerek:** Az unáris kényszerek egyetlen változó értékét korlátoznák. A helyett, hogy ezt kényszerként jelenítenénk meg, kifejezhetjük azzal, hogy a változóhoz rendelt tartomány elemeiként eleve csak az unáris kényszernek megfelelő értékeket választunk.

**Magasabb rendű kényszerek:** A magasabb rendű kényszerek mindig kiválthatók bináris kényszerekkel újabb változók bevezetése mellett.

**39. Definíció.** Kényszerek terjesztése. A **kényszerek terjesztése** során egy tekintett változó értékére vonatkozó megszorítás következményeit a vele kényszerek útján kapcsolatban álló változók értékeire vonatkozóan is kiterjesztjük, ezen változók értékeire újabb megszorításokat alkalmazva.

**40. Definíció.** Élkonzisztencia algoritmusok. Az **élkonzisztencia algoritmusok** feladata, a kényszerek terjesztésének hatékony megvalósítása. Ezen algoritmusok egyaránt alkalmazhatóak a keresés megkezdése előtt a probléma méretét csökkentő előfeldolgozó lépésként, vagy akár a keresés közben is. Ezek közül mi az előbbi lehetőséget vizsgáljuk meg.

### 1.6.1. AC1

Az AC-1 (gyakorlatban nem használt) algoritmus egyszerű naív megközelítés segítségével mutatja be a kényszerek terjesztésének ötletét.

**41. Definíció.** Felülvizsgálat. Az  $R_{x,y}$  **kényszer felülvizsgálata** során a  $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$  bináris kényszereket tartalmazó véges kényszerkielégítési problémát a  $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}', \mathcal{C}' \rangle$  problémával helyettesítjük, ahol

$$\mathcal{D}' = \begin{cases} \{a : a \in \mathcal{D}(x) \wedge b \in \mathcal{D}(y) \wedge \langle a, b \rangle \in R_{x,y}\} & \text{ha } z = x \\ \mathcal{D}(z) & \text{egyébként.} \end{cases}$$

---

#### Algorithm 1: AC-1

---

```

1 Function AC1( $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$ ):
2   repeat
3      $\mathcal{D}' \leftarrow \mathcal{D}$ 
4     forall  $R_{x,y} \in \mathcal{C}$  do
5        $\mathcal{D} \leftarrow \text{revise}(R_{x,y}, \langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle)$ 
6     end forall
7   until  $\mathcal{D} = \mathcal{D}'$ 
8   return  $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$ 

```

---

### 1.6.2. AC3

Az AC-3 algoritmus (Mackworth) egy már a gyakorlatban is használható algoritmus, amely egy sorban tartja nyilván azokat a kényszereket, amelyeket felül kell vizsgálni.

Ha  $R_{x,y}$  felülvizsgálat során az  $x$  változó tartománya megváltozik, akkor minden olyan kényszer ismét bekerül a sorba, amely  $R_{y,x}$  alakú.

Az algoritmus akkor fejeződik be, mikor elfogytak a sorból a kényszerek.

Az algoritmus időbonyolultsága  $\mathcal{O}(n^2 \cdot d^3)$ .

---

**Algorithm 2: AC-3**

---

```

1 Function AC3( $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$ ):
2   while  $W \neq \emptyset$  do
3     remove an  $R_{x,y}$  constraint from  $W$ 
4      $\mathcal{D}' \leftarrow \mathcal{D}$ 
5      $\mathcal{D} \leftarrow \text{revise}(R_{x,y}, \langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle)$ 
6     if  $\mathcal{D}' \neq \mathcal{D}$  then
7       if  $\mathcal{D}(x) = \emptyset$  then
8         return failure
9       else
10        forall  $R_{u,w} \in \{R_{u,w} : R_{u,w} \in \mathcal{C} \wedge w = x\}$  do
11           $W \leftarrow W \cup \{R_{u,w}\}$ 
12        end forall
13      end if
14    end if
15  end while
16  return  $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$ 

```

---

### 1.6.3. AC4

Az AC-4 algoritmus (Mohr és Henderson) két előre elkészített adatszerkezettel dolgozik:

- minden  $R_{x,y}$  kényszer és  $v_x \in \mathcal{D}(x)$  értékhez egy számlálót rendelünk:

$$C_{x,v_x,y} = \text{card}\{v_y : v_y \in \mathcal{D}(y) \wedge \langle v_x, v_y \rangle \in R_{x,y}\},$$

- az  $x$  változó minden  $v_x \in \mathcal{D}(x)$  értékéhez egy halmazt rendelünk:

$$S_{x,v_x} = \{\langle y, v_y \rangle : v_y \in \mathcal{D}(y) \wedge \langle v_y, v_x \rangle \in R_{y,x}\},$$

amely megmutatja, hogy mely  $y$  változók mely  $v_y \in \mathcal{D}(y)$  értékeihez számoltuk hozzá  $v_x$ -et.

Jelölje  $\mathcal{D}_{-\langle x, v_x \rangle}$  azt a leképezést, amely  $\mathcal{D}$  leképezéstől annyiban különbözik, hogy  $v_x \notin \mathcal{D}(x)$ , vagyis  $x$  nem veheti fel  $v_x$  értéket:

$$\mathcal{D}_{-\langle x, v_x \rangle}(z) = \begin{cases} \mathcal{D}(x) \setminus \{v_x\} & \text{ha } z = x, \\ \mathcal{D}(z) & \text{egyébként.} \end{cases}$$



---

**Algorithm 3:** AC-4 inicializálás

---

```
1 Function AC4-initialize( $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$ ):  
2   Compute  $S$   
3   Compute  $C$   
4   forall  $\langle x, v_x \rangle \in \{\langle x, v_x \rangle : C_{x, v_x, y} = 0\}$  do  
5      $\mathcal{D} \leftarrow \mathcal{D}_{-\langle x, v_x \rangle}$   
6   end forall  
7   return  $S, C, \mathcal{D}$ 
```

---

---

**Algorithm 4:** AC-4

---

```
1 Function AC4( $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$ ):  
2    $S, C, \mathcal{D} \leftarrow \text{AC4-initialize}(\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle)$   
3    $W \leftarrow \{\langle x, v_x \rangle : C_{x, v_x, y} = 0\}$   
4   while  $W \neq \emptyset$  do  
5     remove an  $\langle x, v_x \rangle$  pair from  $W$   
6     forall  $\langle y, v_y \rangle \in S_{x, v_x}$  do  
7        $C_{y, v_y, x} \leftarrow C_{y, v_y, x} - 1$   
8       if  $C_{y, v_y, x} = 0$  and  $v_y \in \mathcal{D}_y$  then  
9          $\mathcal{D} \leftarrow \mathcal{D}_{-\langle y, v_y \rangle}$   
10        insert the  $\langle y, v_y \rangle$  pair into  $W$   
11      end if  
12    end forall  
13  end while  
14  return  $S, C, \mathcal{D}$ 
```

---

Az **AC-4 algoritmus** egy váltótó-érték párokat tartalmazó munkahalmaz segítségével végzi el feladatát. Azon értékek, amelyek által  $C$  számlálója 0-ra csökken törölni kell a változó tartományából. A munkahalmazba a törölt értékek kerülnek, mert a tőlük függő értékek számlálóit csökkenteni kell. Ezek gyors felderítésében segít  $S$ .

**5. Megjegyzés.** Az AC-4 algoritmus időbonyolultsága:  $\mathcal{O}(n^2 \cdot d^2)$ . Ennek ellenére valódi problémák esetében sok esetben az AC-3 algoritmus teljesít jobban (Richard J. Wallace).

#### 1.6.4. Visszalépéses kereső

## 2. fejezet

# Témakörök, melyekre rálátással kell rendelkezni

### 2.1. Következtetések ítéletlogikában

#### 2.1.1. Rezolúciókalkulus ítéletlogikában

### 2.2. Döntési fák

**42. Definíció.** Információs rendszer. Egy **információs rendszer** alatt egy  $\mathcal{I} = \langle S, A, V, f \rangle$  négyest értünk, ahol

- $S$  az objektumok halmaza,
- $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  attribútumok véges nemüres halmaza, ahol minden  $a \in A$  attribútumhoz tartozik egy nemüres  $V_a$  értékhalmoz (tartomány)
- $V$  az attribútumértékek halmaza:  $V = \bigcup_{i=1}^k V_{a_i}$
- $f : S \times A \rightarrow V$  függvény úgy, hogy

$$f(s, a) \in V_a \text{ minden } s \in S \text{ és } a \in A \text{ esetén.}$$

**43. Definíció.** Döntési tábla. **Döntési tábla** alatt olyan  $\langle \mathcal{I}, d \rangle$  rendezett párt értünk, ahol

- $\mathcal{I} = \langle S, A, V, f \rangle$  egy információs rendszer,
- $d \in A$  a **döntési attribútum**.

Ekkor az attribútumok  $C = A \setminus \{d\}$  részhalmaza a **feltétel attribútumok** (condition attributes) halmaza.

### 2.2.1. Az ID3 algoritmus

---

**Algorithm 5: ID3**

---

```
1 Function ID3( $\mathcal{I}, d, S', C', b$ ):  
2   if  $S' = \emptyset$  then  
3     return new-node-with-label( $b$ )  
4   end if  
5    $m \leftarrow \text{majority}(S', d)$   
6   if  $A = \emptyset$  or  $\forall s \in S' : (f(s, d) = m)$  then  
7     return new-node-with-label( $m$ )  
8   end if  
9    $a \leftarrow \text{select}(A)$   
10   $C'' \leftarrow C' \setminus \{a\}$   
11   $r \leftarrow \text{new-node-with-label}(a)$   
12  forall  $v \in V_a$  do  
13     $S'' \leftarrow \{u : u \in S' \wedge f(u, a) = v\}$   
14     $t \leftarrow \text{ID3}(\mathcal{I}, d, S'', C'', m)$   
15    add-edge( $r, t, v$ )  
16  end forall  
17  return  $r$ 
```

---

## 2.3. Valószínűségi következtetés

### 2.3.1. Bayes hálók, Bayes tétel

### 2.3.2. Feltételes valószínűség számítása

## 2.4. Neurális hálók, kitekintés

### 2.4.1. Neurális hálók és mélytanulás

# Irodalomjegyzék

- [1] **Russell** Stuart J, **Norvig** Peter: Mesterséges Intelligencia modern megközelítésben. Panem Kft., 2005.
- [2] Várterész Magda: A mesterséges intelligencia alapjai: Az előadások mellé vetített anyag (2011).