

Geometria Projetiva

Claudio Esperança
Paulo Roma Cavalcanti

Euclides

- Considerado o pai da geometria.
- Grego, viveu em 300 AC, e acredita-se que esteve ativo em Alexandria (Egito) durante o reinado de Ptolomeu (323-283 AC).
- Os Elementos é o livro mais bem sucedido da história da Matemática.
 - ◆ É um tratado geométrico escrito em 13 volumes.
 - ◆ Compreende uma coleção de definições, postulados (axiomas), proposições (teoremas e construções), e provas matemáticas das proposições.
 - ◆ O 13º livro cobre a geometria Euclideana e uma versão Grega antiga e elementar da teoria dos números.

Alexandria



Os Elementos

- Os Elementos de Euclides é o livro texto mais bem sucedido [1][2], e que mais influenciou o pensamento [3], já escrito.
- Impresso pela primeira vez em Veneza em 1482.
 - ◆ Foi um dos primeiros trabalhos sobre matemática a ser impresso após a invenção da imprensa, perdendo apenas para a bíblia, quanto ao número de edições (mais de 1.000).
- Foi usado como texto básico de geometria no mundo Ocidental por cerca de 2.000 anos.

O Quinto Postulado

- Por um ponto exterior a uma reta dada, pode ser traçada uma única reta paralela.
 - ◆ Durante séculos se tentou deduzir este axioma, a partir dos outros axiomas.
- Pergunta: pode-se construir uma geometria sem o quinto axioma?
- Diferentes geometrias (não Euclídeanas) podem ser criadas baseadas na negação do quinto axioma:
 - ◆ A geometria Projetiva não contém o conceito de paralelismo.
 - ◆ A geometria Hiperbólica admite uma infinidade de retas paralelas.

Geometrias Não Euclidianas

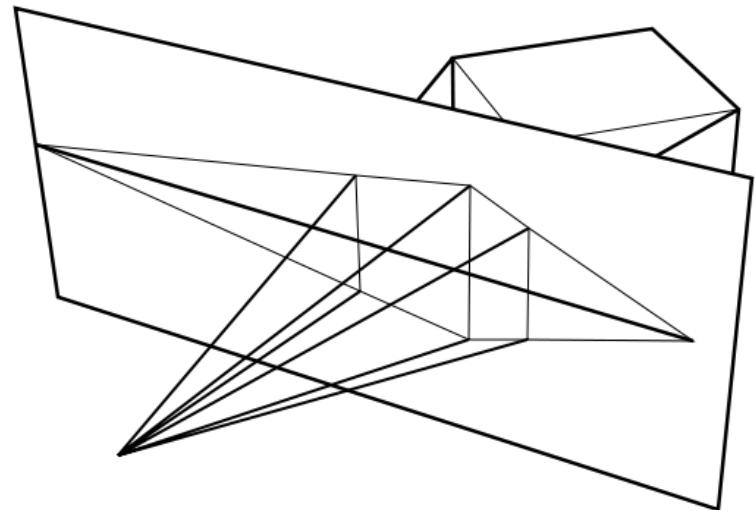
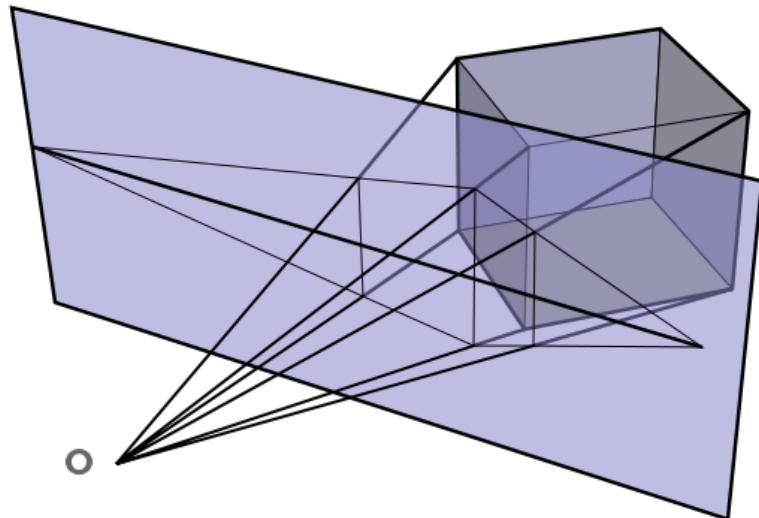
- Várias tentativas foram feitas, mas até o final do século 18 e o meio do século 19, o pensamento matemático não estava maduro o suficiente.

Projeção Perspectiva

- Do latim perspicere, ou “ver através”, é uma representação aproximada de uma imagem, como percebida pelo olho, sobre uma superfície plana.
 - ◆ Objetos são desenhados menores a medida que a distância aumenta.
 - ◆ As dimensões de um objeto ao longo da linha de visão são relativamente menores que as dimensões perpendiculares à linha de visão.

Construção

- Conceitos:
 - ◆ Encurtamento.
 - ◆ Linha do horizonte.
 - ◆ Pontos de fuga.



Histórico

- Na idade Média, arte era para ser lida como um grupo de símbolos, ao invés de ser vista como uma figura coerente.
 - ◆ O único método de retratar distâncias era por sobreposição de personagens.
- Sobreposição é um método ruim para retratar arquitetura.
- Pinturas medievais de cidades são um amontoado de linhas em todas as direções. A heráldica tipicamente ignora a perspectiva no tratamento dos brasões, embora algumas vezes, nos séculos passados, os brasões fossem desenhados em perspectiva.

Hyghalmen Roll

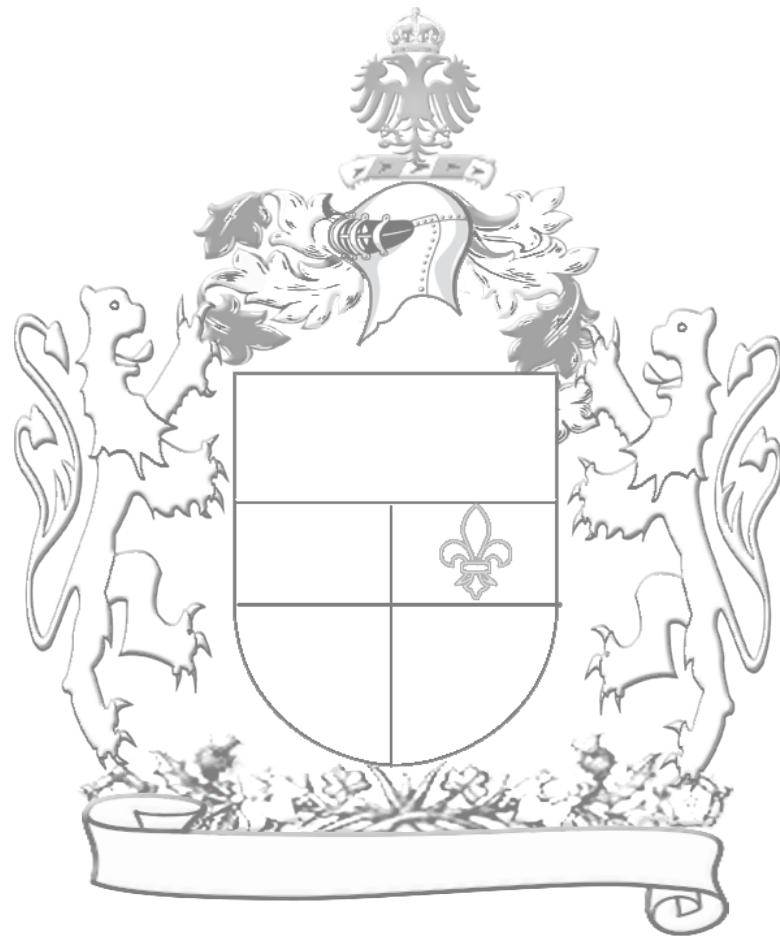


Ilustração do Guillaume de Tyr's (1200-1300 DC)



Perspectiva nas Artes

- Em 1415, Filippo Brunelleschi demonstrou o método geométrico da perspectiva, usado atualmente pelos artistas, pintando esboços de vários prédios Florentinos sobre um espelho.
- Logo após, quase todo artista em Florença usava perspectiva geométrica nas suas pinturas, notadamente Donatello, que começou a esculpir pisos quadriculados elaborados.

Anunciação, de Botticelli (1489-1490)



Afresco da Capela Cistina (1481-1482)



Retas Paralelas Convergem

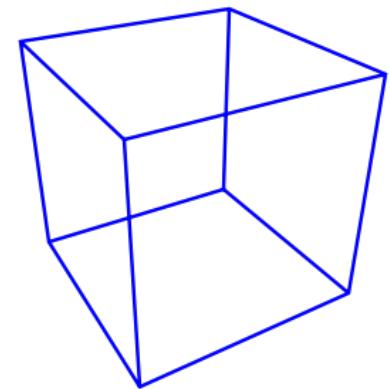
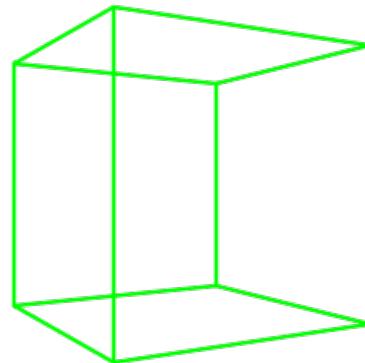
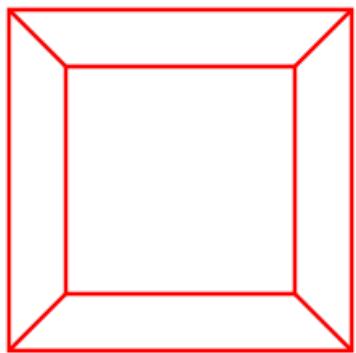


Geometria Euclideana em C.G.

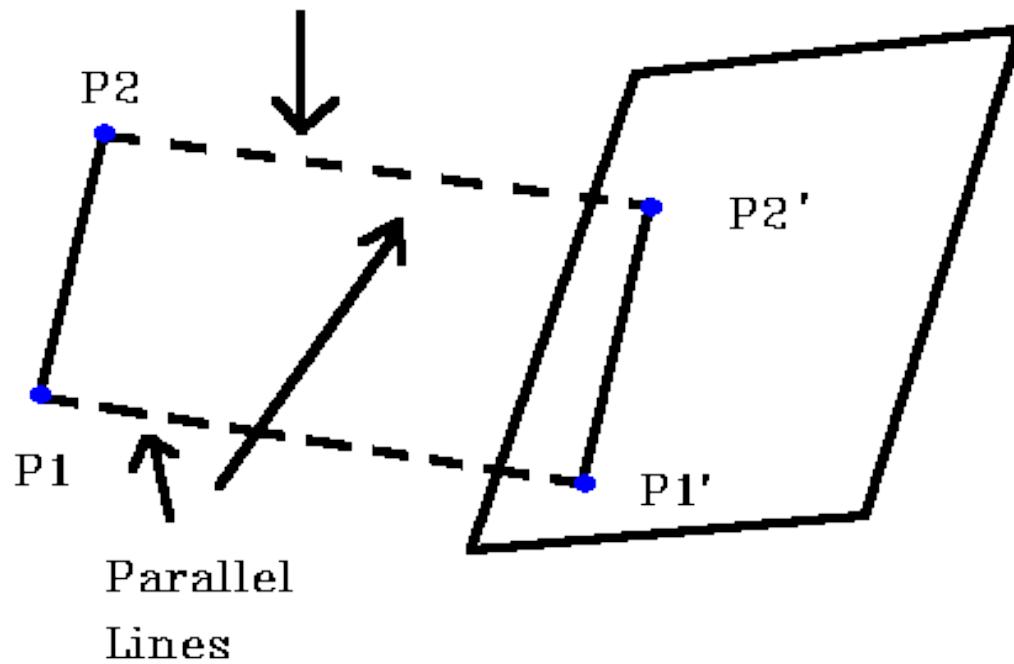
- Transformações Lineares preservam paralelismo.
- Transformação perspectiva **NÃO** é linear.
- Visão humana funciona com uma câmera.
 - ◆ Cristalino é a lente e a retina, o plano de projeção.
- Câmera virtual precisa de um outro modelo de geometria.

Computação Gráfica

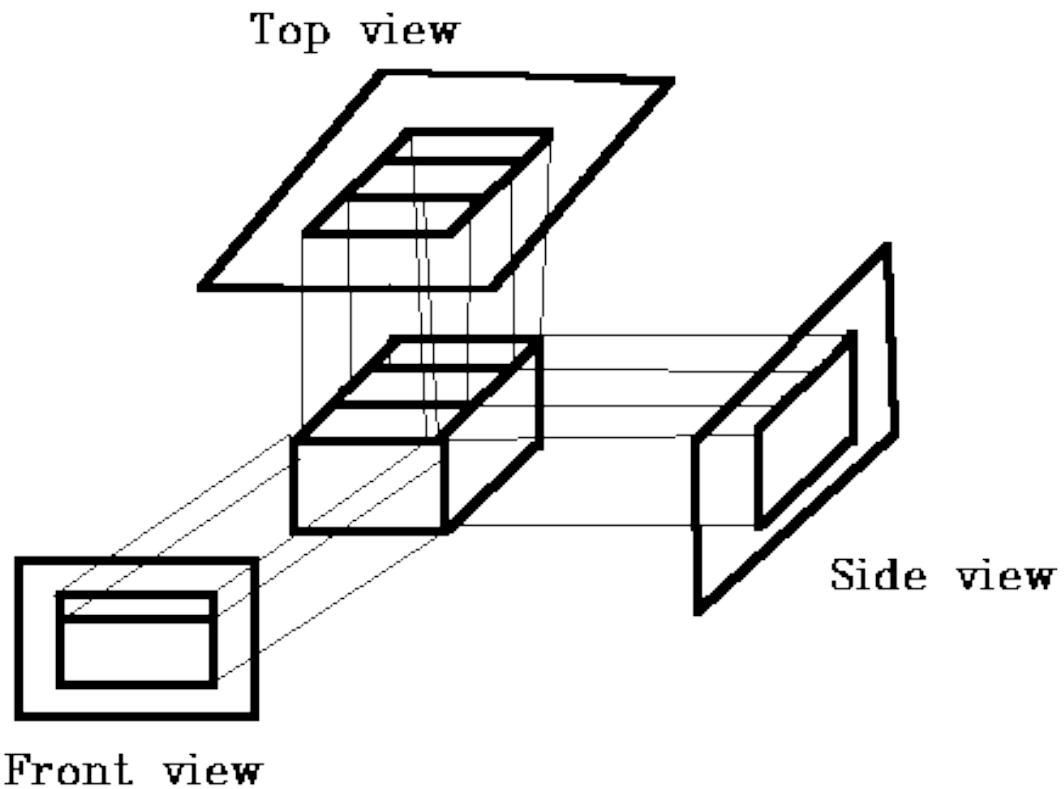
- Projeção paralela (preserva comprimentos).
- Projeção perspectiva com um, dois ou três pontos de fuga.



Projeções Paralelas

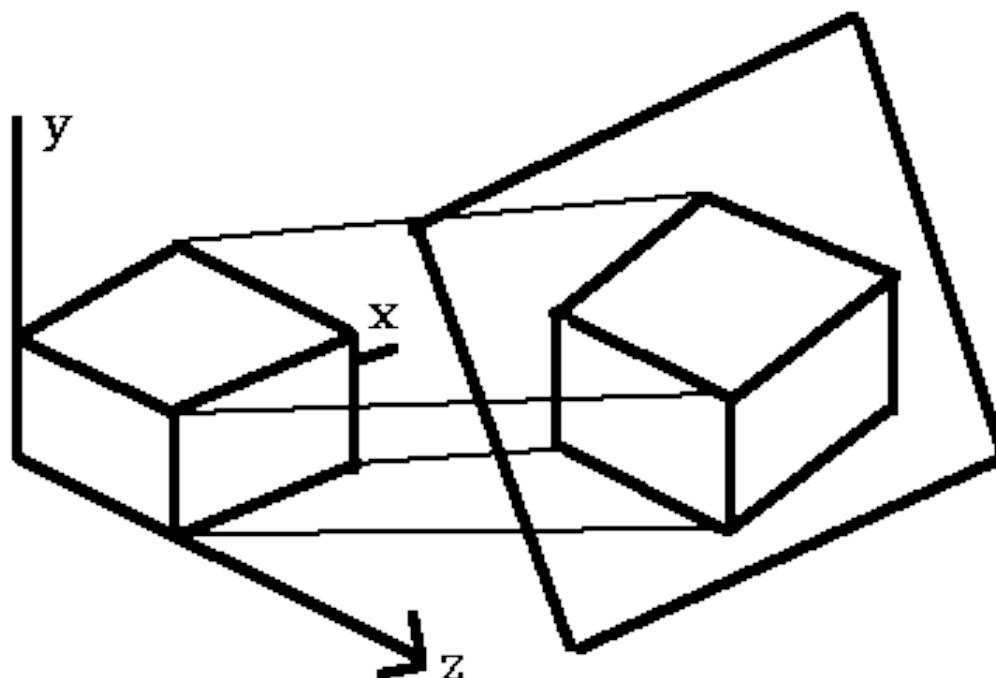


Projeção Ortográfica



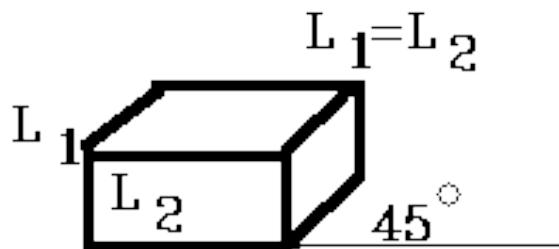
Projeções Ortográficas Axonométricas

- Mostram mais de um lado.
- Na projeção isométrica, a normal do plano de projeção forma ângulos idênticos com os eixos x, y e z (intersecta os eixos em distâncias iguais).



Projeções Oblíquas

- Projetores não são perpendiculares ao plano de projeção.
- Projeção Cavalière.
 - ◆ Uma face do objeto paralela ao plano de projeção e o terceiro eixo forma um ângulo, tipicamente, de 30° ou 45° .
 - ◆ O comprimento do terceiro eixo não sofre escala.
 - ◆ Linhas perpendiculares ao plano de projeção têm os comprimentos preservados.



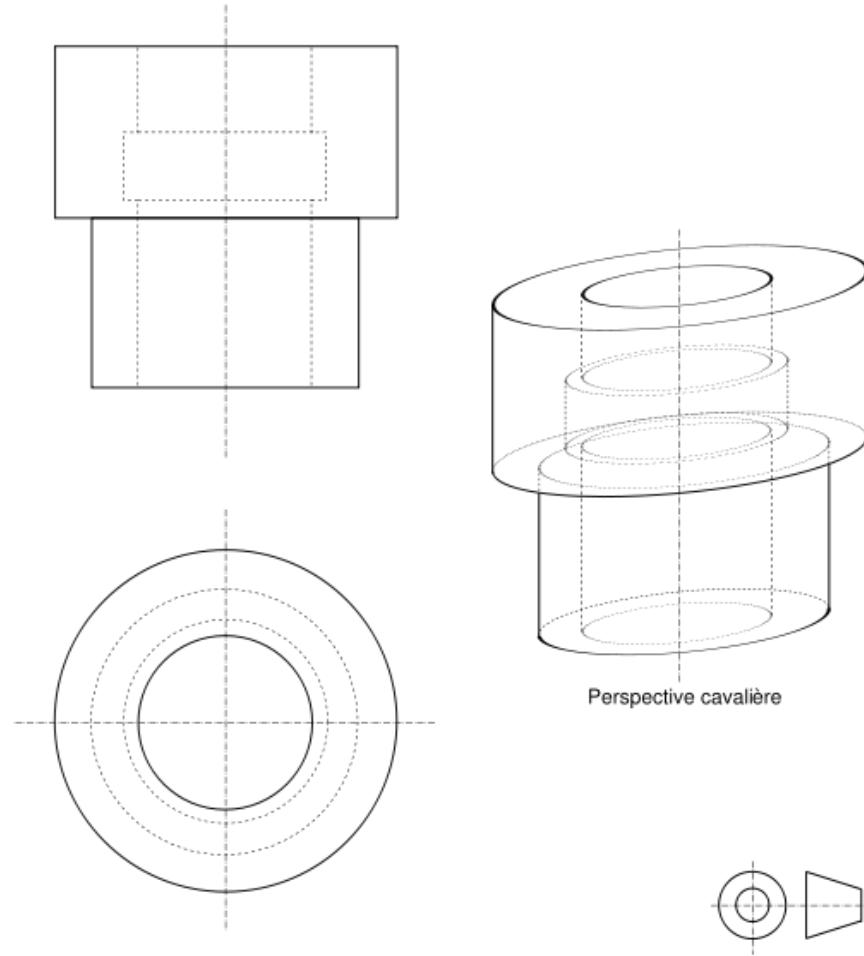
2 cubes w,
Cavalier Proj

Projeções Oblíquas

- Projeção Cabinet (indústria de mobílias).
 - ◆ Similar a projeção Cavalière.
 - ◆ Uma face do objeto é paralela ao plano de projeção e o terceiro eixo forma um ângulo de de 30° ou 45° .
 - ◆ No entanto, linhas perpendiculares ao plano de projeção têm os comprimentos reduzidos à metade.



Projeção Cavalière



Geometria Projetiva

- Blaise Pascal (1623-1662) foi um dos precursores da Geometria Projetiva.
 - ◆ Matemático, físico, filósofo religioso e escritor.
 - ◆ Garoto prodígio, foi educado pelo pai, que era um contador.
- Seus primeiros trabalhos foram nas ciências aplicadas:
 - ◆ Calculadoras mecânicas, fluidos, pressão e vácuo.

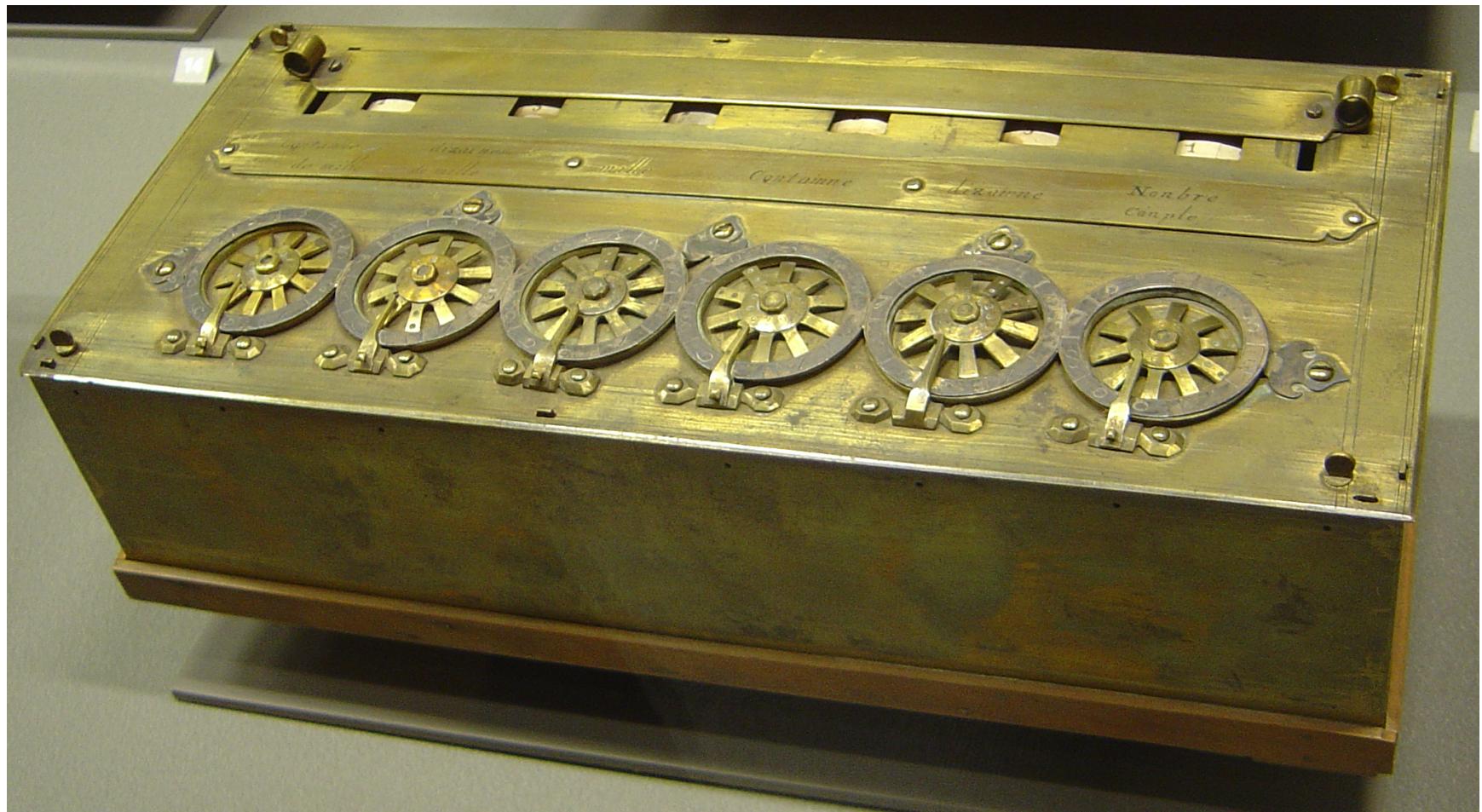
Duas Novas Áreas de Pesquisa

- Pascal foi um grande matemático, que, aos 16 anos de idade, contribuiu substancialmente na criação da geometria projetiva.
 - ◆ Mais tarde, com Pierre de Fermat, estudou a teoria da probabilidade, influenciando o desenvolvimento da economia moderna e ciências sociais.

Pascaline

- Em 1642, antes dos 19 anos, num esforço para ajudar seu pai nos cálculos e recálculos exaustivos e infindáveis, sobre taxas devidas e pagas, Pascal construiu uma calculadora mecânica capaz de adicionar e subtrair:
 - ◆ [Calculadora de Pascal](#) ou a Pascaline.

Uma das Primeiras Pascalines



Frases Famosas

- “O coração tem razões que a própria razão desconhece”.
- "O amor é cego; a amizade fecha os olhos."
- "Ninguém é tão ignorante que não tenha algo a ensinar; e ninguém é tão sábio que não tenha algo a aprender."
- "O pensamento é a grandeza do homem."

Biografia

- Perdeu a mãe aos 3 anos de idade e tinha duas irmãs.
- Como tantos outros, seu pai Étienne, foi forçado a fugir de Paris por se opor à política fiscal do Cardeal Richelieu.
- Mais tarde, em 1639, já perdoado, seu pai foi designado comissário de taxas do rei na cidade de Rouen.
- Extremamente religioso, mas de saúde fraca, morreu aos 39 anos de idade.

Retrato de Blaise Pascal

