

# Sky Bayes

$$p(\text{😊} | \text{🎲}) = 1$$

Ein Unterrichtsentwurf aus der Reihe **Probably Fun – Games to teach Statistics**

von Dr. Kristian Rother ([www.academis.eu/probably\\_fun/](http://www.academis.eu/probably_fun/))

Nutzbar unter den Bedingungen der Creative Commons Attribution Share-Alike License 4.0

## Unterrichtsziel

Die Teilnehmer berechnen die Erfolgswahrscheinlichkeit während einer Partie **Sky Team**

## Zeit

90 Minuten

## Begriffe

- Bedingte Wahrscheinlichkeit
- Satz von Bayes
- Naive Bayes
- dekadischer Logarithmus
- Odds ratio
- Prior
- Dezibel-Skala



Nutzbar unter den Bedingungen  
der CC-BY-SA 4.0 Lizenz

$$p(\text{😊} | \text{🎲}) = 1$$

## Das Spiel: Sky Team

In **Sky Team**, dem Spiel des Jahres 2024, steuern zwei Spieler ein Flugzeug als Pilot und Copilot zur hoffentlich sicheren Landung. Sie müssen Würfel platzieren um Triebwerke, Landeklappen, Bremsen und den Funkverkehr zu steuern. Da die Spieler nicht miteinander kommunizieren dürfen, gibt es ein gewisses Maß an Intuition, was die Würfel und Absichten der anderen Spieler betrifft. Nur wenn die passenden Würfel auf allen wichtigen Feldern platziert werden, gelingt die Landung.

Um das Spiel im Klassenzimmer zu spielen, benötigst du eine Dokumentenkamera oder ein Stativ, um von der Handykamera zu projizieren. Im Unterricht läßt sich das Spiel in zwei Teams spielen. Verwende den einfachsten möglichen Flughafen (Montreal) ohne jegliche Extras. Da die Schüler zwei Teams bilden, von denen viele das Spiel zum ersten Mal spielen, werden sie zwangsläufig schreckliche Fehler machen. Um das Spiel zu verkürzen, spielt 5 statt 7 Runden. Entferne alle Flugzeuge auf dem ersten sichtbaren Feld und aktivieren die Bremsen zu Beginn vollständig.

Der Erfolg ist alles andere als sicher. Wie wäre es vorherzusagen, mit welcher Wahrscheinlichkeit sie gelingt?

## Unterrichtsablauf

Während des Spiels schätzen die Teilnehmer wie gut das Spiel läuft. Diese Schätzung kann direkt in eine geschätzte Wahrscheinlichkeit umgewandelt werden, indem man den von Laura Summer und Andy Kitchen in **Bayes by Hand** ([summerscope.github.io/slides/bayes-by-hand/](https://summerscope.github.io/slides/bayes-by-hand/)) beschriebenen Ansatz verwendet.

Die Schätzung erfolgt in Punkten auf einer dekadischen Log-Skala: 10 Punkte Unterschied bedeuten eine zehnfache Änderung der Odds Ratio. Der **Prior** (Grundwahrscheinlichkeit) für einen grünen Flughafen ist 5 Punkte (wir erwarten, ca. 75% der Partien zu gewinnen). Die Spieler schätzen Punkte für:

- wie gut Fahrwerk und Landeklappen abgedeckt sind
- den Anflug zum Flughafen
- die Kommunikation im Team

Jede der drei Teilschätzungen reicht von -10 (katastrophal) bis +10 (fantastisch). Ausgangspunkt sind 0 Punkte (keine Besonderheiten).

Der Clou bei dem Ansatz ist, dass die drei Punktwerte zum Prior addiert werden, und sich in folgender Tabelle die Wahrscheinlichkeit für eine sichere Landung ablesen läßt:



Nutzbar unter den Bedingungen  
der CC-BY-SA 4.0 Lizenz

$$p(\text{😊} | \text{🎲}) = 1$$

Punkte	OR / Erfolgswahrscheinlichkeit	Punkte	OR / Erfolgswahrscheinlichkeit
-10	1:10 91%	3	2:1 67%
-5	1:3 25%	5	3:1 75%
-3	1:2 33%	6	4:1 80%
0	1:1 50%	10	10:1 91%
1	5:4 56%	20	100:1 99%

Der Vorteil dieses Modells ist, dass es sich ohne Taschenrechner verwenden lässt. In der weiteren Vertiefung lässt sich die Naive-Bayes-Methode mathematisch präzise aufschlüsseln. Zu den wichtigsten Erkenntnissen gehören:

- Die Beziehung zwischen den Log-Punkten, dem Quotenverhältnis und der Wahrscheinlichkeit
- Wie man die Randwahrscheinlichkeit in der Bayes-Gleichung loswird
- Naive Bayes ist wirklich naiv: für Extremfälle funktioniert es nicht sehr gut

Schritt	Aktivität	Zeit
1.	Erkläre ganz kurz die Spielregeln von Sky Team. Schreibe den Prior (75%) an die Tafel.	5'
2.	Spielt 2 Runden mit zwei Teams. Setze ein drittes Team als "Fluglehrer" ein	15'
3.	Bitte die Fluglehrer, den drei Kategorien (Bordgeräte, Anflug, Kommunikation) Punkte zwischen -10 und +10 zuzuordnen. Berechnet die Erfolgswahrscheinlichkeit.	10'
4.	Spielt eine weitere Runde. Aktualisiert die Vorhersage. Wiederholt den Prozess bis das Flugzeug (hoffentlich) gelandet ist.	10'
5.	Enträtselt die Mathematik: Woher kommen die Wahrscheinlichkeiten? Stelle das Bayes-Theorem, die Naive-Bayes-Annahme und die Herleitung der dekadisch logarithmischen Wahrscheinlichkeiten vor	20'
6.	Bespricht die Reflexionsfragen	10'



Nutzbar unter den Bedingungen  
der CC-BY-SA 4.0 Lizenz

$$p(\text{😊} | \text{🎲}) = 1$$

## Reflexionsfragen für den Unterricht

- Was ist ein Prior?
- Wie verändert sich die Gesamtwahrscheinlichkeit, falls die Erfolgswahrscheinlichkeit für einen der Teile Null ist?
- Wie ließe sich die Schätzung der Wahrscheinlichkeiten genauer gestalten?

## Links

- Bayes by Hand von Laura Summer und Andy Kitchen  
[summerscope.github.io/slides/bayes-by-hand/](https://summerscope.github.io/slides/bayes-by-hand/)
- Sky Team Soundtrack  
[www.youtube.com/watch?v=MYsvI8i0hTQ](https://www.youtube.com/watch?v=MYsvI8i0hTQ)



Nutzbar unter den Bedingungen  
der CC-BY-SA 4.0 Lizenz

$$p(\text{😊} | \text{🎲}) = 1$$