

1. Gry z naturą

Przykład 1.1. Rolnik posiadający glebę trzeciej klasy ma wybrać pod uprawę jeden z trzech rodzajów zboża. Plony tych zbóż z 1 ha (w kwintalach) w zależności od przewidywanych stanów pogody P1, P2, P3, P4 w przyszłym roku zawiera poniższa tablica.

$i \rightarrow j$
↓ $tab[i,j]$

Rodzaj zboża	Stan pogody			
	P1	P2	P3	P4
Żyto	24.5	18.0	18.0	16.0
Pszenica	18.0	32.0	24.0	21.0
Jęczmień	15.0	19.0	26.0	19.0

Które ze zbóż rolnik powinien wybrać pod uprawę, aby osiągnąć maksymalną korzyść?

Przykład 1.1 wprowadza nas w matematyczne problemy zwane *grami z naturą* (człowiek rozgrywa grę z naturą). Gra polega na tym, że człowiek wybiera numer wiersza i tablicy (rodzaj zboża do zasiewu) natomiast natura określa się poprzez wybór kolumny j (ustalenie stanu pogody). Człowiek i natura wybierają swoje *strategie* niezależnie od siebie, tzn. nie znając decyzji rywala. Na przecięciu wybranego wiersza i oraz kolumny j element a_{ij}

tablicy, zwanej *macierzą wypłat*, oznacza liczbę jednostek pieniężnych, które człowiek (gracz I) wygrywa od natury (gracza II). Elementy macierzy wypłat mogą być dowolnymi liczbami rzeczywistymi. W szczególności mogą być liczbami ujemnymi co pozwala matematycznie zamodelować przypadek, gdy gracz I (człowiek) przegrywa określoną liczbę jednostek pieniężnych. *Gra z naturą* jest to gra macierzowa, w której gracz II (natura) nie wskazuje swojej strategii (nie wybiera numeru kolumny). Rozwiązanie gry z naturą polega na wskazaniu numeru wiersza i macierzy wypłat. Wyboru można dokonać w oparciu o jedną z wielu zasad. Prześledzimy trzy z nich.

Wybór według kryterium Walda (reguły maxmin)

Kryterium Walda stosujemy, gdy zakładamy, że zajdą warunki najbardziej niekorzystne dla rolnika. Rozumowanie gracza I jest następujące. Jeśli rolnik zasieje żyto, to uzyska plon co najmniej 16 kwintali z 1 ha niezależnie od stanu pogody ($16.0 = \min\{24.5; 18.0; 18; 16.0\}$). Jeśli zasieje pszenicę, to uzyska plon co najmniej $\min\{18.0; 32.0; 24.0; 21.0\} = 18.0$ kwintali z hektara (również niezależnie od stanu pogody). Jeśli rolnik zasieje jęczmień, to uzyska plon co najmniej $\min\{15.0; 19.0; 26.0; 19.0\} = 15.0$ kwintali z hektara niezależnie od stanu pogody. Rolnik powinien wybrać ten rodzaj zboża, dla którego najniższy możliwy plon z 1 ha jest maksymalny. Zatem powinien wybrać do zasiewu pszenicę, gdyż $18.0 = \max\{16.0; 18.0; 15.0\}$. Taki wybór gwarantuje rolnikowi, że uzyska plon co najmniej 18.0 kwintali z 1 ha niezależnie od stanu pogody.

Reasumując, postępując według kryterium Walda

- najpierw dla każdego wiersza i macierzy wypłat wyznaczamy

$$v_i = \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij},$$

- a następnie wybieramy ten numer wiersza k , dla którego spełniony jest warunek

$$v_k = \max\{v_1, v_2, \dots, v_m\}.$$

for $i=1$ to m do
 for $j=1$ to n do
 if $\min[i] < tab[i,j]$

- ① Znajdi najmniejszy ($\min[i]$) $\rightarrow \min[1] \dots \min[2] \dots \min[m]$
② Znajdi największy z $\min[i]$

$\min[i]$
for $j=1$ to n do
 $\min[i]$ begin
 if