

## А. Последовательность

1.5 секунд🕒, 256 мегабайт

Дана последовательность  $y(t)$ , полученная по формуле:

$$y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^4 a_i \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{m_i} + b_i\right),$$

где  $m = (12, 24, 168, 672)$ . Известны округлённые к ближайшему целому значения  $y(t)$  для начала ряда. Требуется предсказать его продолжение.

### Входные данные

Вам даны 168 строк с округлёнными значениями  $y(t)$  для  $t = 1, \dots, 168$ .  $t$ -я строка содержит одно целое число  $[y(t)]$ . Все числа по модулю не превышают  $10^4$ .

### Выходные данные

Выведите 168 строк.  $t$ -я строка должна содержать значение  $y(t + 168)$ .

### Система оценки

Целевая функция ошибки RMSE. Пусть  $Score = 50 \cdot \frac{N-S}{N-J}$ , где  $S$  — RMSE вашего решения, а  $N$  — наивного решения, а  $J$  — эталонного решения с 5% запасом.

Тогда Verdict =  $\begin{cases} \text{Ok} & \text{Score} = 50 \\ \text{PartiallyCorrect} & 0 \leq \text{Score} < 50 \\ \text{WrongAnswer} & \text{Score} < 0 \end{cases}$

Для локального тестирования вы можете использовать следующий набор тестов: <https://disk.yandex.ru/d/poSCFyDzIHKynw>

Каждый тест устроен следующим образом:

- Первые 168 строк — входные данные.
- Следующие 168 строк — реальное продолжение последовательности.
- Последние две строки — ошибка эталонного решения с 5% запасом и наивного решения.

## В. Наивный байесовский классификатор

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Реализуйте наивный байесовский классификатор.

Априорные вероятности классов оцениваются обыкновенным частотным методом.

Для оценки вероятности встречи слов в каждом классе используется модель Бернулли с аддитивным сглаживанием (сглаживание Лапласа)  $p(x) = \frac{\text{count}(x) + \alpha}{\sum_{y \in Q} \text{count}(y) + \alpha \cdot |Q|}$ , где  $x$  — рассматриваемое событие, а  $Q$  — множество всех событий.

Каждое слово — это отдельный категориальный признак с двумя возможными событиями встретилось / не встретилось.

### Входные данные

В первой строке содержится целое положительное число  $K$  ( $1 \leq K \leq 10$ ) — число классов.

Во второй строке содержится  $K$  целых положительных чисел  $\lambda_C$  ( $1 \leq \lambda_C \leq 10$ ) — штрафы за ошибки классификации сообщений соответствующих классов.

В третьей строке содержится целое положительное число  $\alpha$  ( $1 \leq \alpha \leq 10$ ) — интенсивность аддитивного сглаживания.

Следующая строка содержит целое положительное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 200$ ) — число сообщений в обучающей выборке.

Следующие  $N$  строк содержат описания соответствующих сообщений из обучающей выборки. Каждое сообщение в ней начинается с целого положительного числа  $C_i$  ( $1 \leq C_i \leq K$ ) — класса, к которому относится  $i$ -е сообщение. Далее следует целое положительное число  $L_i$  ( $1 \leq L_i \leq 10^4$ ) — число слов в  $i$ -м сообщении. Затем следует содержание сообщения —  $L_i$  слов состоящих из маленьких латинских букв.

Далее в отдельной строке содержится целое положительное число  $M$  ( $1 \leq M \leq 200$ ) — число сообщений в проверочной выборке.

Следующие  $M$  строк содержат описания соответствующих сообщений из проверочной выборки. Каждое сообщение в ней начинается с целого положительного числа  $L_j$  ( $1 \leq L_j \leq 10^4$ ) — число слов в  $j$ -м сообщении. Затем следует содержание сообщения —  $L_j$  слов состоящих из маленьких латинских букв.

Гарантируется, что сумма длин всех сообщений в обучающей и проверочной выборках меньше чем  $2 \cdot 10^6$ .

### Выходные данные

Выведите  $M$  строк — результаты мягкой классификации оптимального наивного байесовского классификатора соответствующих сообщений из проверочной выборки. Допустимая абсолютная и относительная погрешность  $10^{-4}$ .

Каждый  $j$ -й результат мягкой классификации должен содержать  $K$  чисел  $p_C$  — вероятности того, что  $j$ -е сообщение относится к классу  $C$ .

#### Входные данные

```
3
1 1 1
1
4
1 2 ant emu
2 3 dog fish dog
3 3 bird emu ant
1 3 ant dog bird
5
2 emu emu
5 emu dog fish dog fish
5 fish emu ant cat cat
2 emu cat
1 cat
```

#### Выходные данные

```
0.4869739479 0.1710086840 0.3420173681
0.1741935484 0.7340501792 0.0917562724
0.4869739479 0.1710086840 0.3420173681
0.4869739479 0.1710086840 0.3420173681
0.4869739479 0.3420173681 0.1710086840
```

В примере условные вероятности выглядят следующим образом:

$p(w_x c_y)$	ant	bird	dog	emu	fish
$c_1$	3/4	1/2	1/2	1/2	1/4
$c_2$	1/3	1/3	2/3	1/3	2/3
$c_3$	2/3	2/3	1/3	2/3	1/3

Слово cat не рассматривается, так как оно ни разу не встретилось в обучающей выборке.

Для первого запроса  $X$ :

$$p(c_1) \cdot p(X|c_1) = \frac{2}{4} \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

$$\text{и } p(c_1|X) = \frac{3/256}{3/256 + 1/243 + 2/243}$$

## С. Категориальная корреляция

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Вычислите коэффициент корреляции Пирсона между категориальным и числовым признаком. Так как первый признак категориальный сперва требуется применить one-hot преобразование к нему, а затем вычислить среднее взвешенное значение корреляций между новыми признаками и  $b$ .

Входные данные

Первая строка содержит два натуральных числа  $N$  и  $K$ , разделённых пробелами:  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) — число объектов,  $K$  ( $1 \leq K \leq 10^5$ ) — число значений категории первого признака. Вторая строка содержит  $N$  натуральных чисел, разделённых пробелами:  $i$ -е из них  $a_i$  ( $1 \leq a_i \leq K$ ) — значение первого признака  $i$ -го объекта. Третья строка содержит  $N$  целых чисел, разделённых пробелами:  $i$ -е из них  $b_i$  ( $|b_i| \leq 10^9$ ) — значение второго признака  $i$ -го объекта.

Выходные данные

Выведите одно вещественное число с плавающей точкой — коэффициент корреляции Пирсона между  $a$  и  $b$ . Абсолютная или относительная погрешность ответа не должна превышать  $10^{-9}$

входные данные
6 3 1 2 2 3 3 3 1 2 3 4 5 6
выходные данные
0.19203297584037293

В примере значение корреляции между первым новым признаком (1, 0, 0, 0, 0, 0) и  $b$  равно  $-0.654653671$ , а его вес равен единице, так как соответствующее значение встретилось только один раз. Значение корреляции между вторым новым признаком (0, 1, 1, 0, 0, 0) и  $b$  равно  $-0.414039336$ , а его вес равен двум. Значение корреляции между третьим новым признаком (0, 0, 0, 1, 1, 1) и  $b$  равно  $0.878310066$ , а его вес равен трём.

D. Условная дисперсия

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Вычислите критерий связи двух признаков категориального  $X$  и числового  $Y$  на основе математического ожидания условной дисперсии  $D(Y|X)$ . Вероятности для  $X$  оцениваются обычновенным частотным методом.

Входные данные

Первая строка содержит одно целое положительное число  $K$  ( $1 \leq K \leq 10^5$ ) — максимальное число различных значений признака  $X$ .

Следующая строка содержит целое положительное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) — число объектов.

Следующие  $N$  строк содержат описания соответствующих объектов. Каждая из этих  $N$  строк содержит описание одного объекта: два целых числа  $x$  и  $y$  ( $1 \leq x \leq K, |y| \leq 10^9$ ) — значения признаков  $X$  и  $Y$ .

Выходные данные

Выведите одно вещественное число с плавающей точкой — математическое ожидание условной дисперсии. Допустимая абсолютная и относительная погрешность  $10^{-6}$ .

входные данные
2 4 1 1 2 2 2 3 1 4
выходные данные
1.25

E. Расстояния

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Посчитайте зависимость категориального признака  $Y$  от числового  $X$  по внутриклассовому и межклассовому расстоянию:

- Внутриклассовое расстояние =  $\sum_{i,j:y_i=y_j} |x_i - x_j|$
- Межклассовое расстояние =  $\sum_{i,j:y_i \neq y_j} |x_i - x_j|$

Входные данные

Первая строка содержит одно целое положительное число  $K$  ( $1 \leq K \leq 10^5$ ) — максимальное число различных значений  $Y$  второго признака.

Следующая строка содержит одно целое положительное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) — число объектов.

Следующие  $N$  строк содержат описания соответствующих объектов. Каждая из этих  $N$  строк содержит описание одного объекта: два целых числа  $x$  и  $y$  ( $|x| \leq 10^7, 1 \leq y \leq K$ ) — значения первого и второго признака описываемого объекта.

Выходные данные

В первой строке выведите одно целое число — внутриклассовое расстояние.

Во второй строке выведите одно целое число — межклассовое расстояние.

входные данные
2 4 1 1 2 2 3 2 4 1
выходные данные
8 12

F. F-мера

1 секунда🕒, 256 мегабайт

В результате эксперимента по классификации на  $K$  классов была получена матрица неточностей (Confusion matrix)  $CM$ , где  $CM[c, t]$  — число объектов класса  $c$ , которые были классифицированы как  $t$ . Посчитайте по данной матрице неточностей средневзвешенную по классам микро, макро и обычную F-меру.

Входные данные

Первая строка содержит целое число  $K$  — число классов ( $1 \leq K \leq 20$ ). Далее идёт  $K$  строк — описание матрицы неточностей. Каждая строка  $c$  содержит  $K$  целых чисел —  $c$ -я строка матрицы неточностей.  $\forall c, t : 0 \leq CM[c, t] \leq 100$  и  $\exists c, t : CM[c, t] \geq 1$ .

Выходные данные

Выведите три вещественных числа с плавающей точкой — взвешенно усреднённую по классам микро, макро и обычную F-меру. Абсолютная погрешность ответа не должна превышать  $10^{-6}$ .

входные данные
2 0 1 1 3
выходные данные
0.705882353 0.600000000 0.600000000

входные данные
3 3 1 1 3 1 1 1 3 1
выходные данные
0.33333333 0.326860841 0.31666667

В первом примере классы распределены как 1:4. Точность (precision), полнота (recall) и F-мера первого класса равны 0, а второго 0.75. При этом средняя точность, полнота и F-мера равны 0.6.

G. Индекс Джини

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Требуется оценить хаотичность разбиения упорядоченных объектов на два множества всеми возможными способами при помощи Индекса Джини.

Входные данные

Первая строка содержит два разделённых пробелом натуральных числа  $N$  и  $K$  ( $2 \leq N, K \leq 10^5$ ) — число объектов и классов.

Вторая строка содержит  $N$  разделённых пробелом натуральных чисел  $c_i$  ( $1 \leq c_i \leq K$ ) — классы соответствующих объектов.

Выходные данные

Выведите  $N - 1$  вещественное число с плавающей точкой — оценку хаотичности разбиений.

Ответ считается верным, если его относительная или абсолютная погрешность не превышает  $10^{-9}$ .

входные данные
5 3 1 2 2 3 3
выходные данные
0.4 0.46666666666666666 0.26666666666666666 0.5

входные данные
5 3 1 2 3 2 1
выходные данные
0.5 0.6 0.6 0.5

В первом примере оценка третьего разбиения вычисляется следующим образом:

$$\frac{3}{5} \left( 1 - \left( \left( \frac{1}{3} \right)^2 + \left( \frac{2}{3} \right)^2 + \left( \frac{0}{3} \right)^2 \right) \right) + \frac{2}{5} \left( 1 - \left( \left( \frac{0}{2} \right)^2 + \left( \frac{0}{2} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} \right)^2 \right) \right) = \frac{1}{15}.$$

H. Условная энтропия

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Вычислите критерий связи двух категориальных признаков  $X$  и  $Y$  на основе математического ожидания условной энтропии  $H(Y|X)$ . Вероятности оцениваются обыкновенным частотным методом. При расчётах используйте натуральный логарифм  $\ln(x)$  либо логарифм идентичный натуральному  $\log_e(x)$ .

Входные данные

Первая строка содержит два целых положительных числа  $K_x$  и  $K_y$  ( $1 \leq K_x, K_y \leq 10^5$ ) — максимальное число различных значений признаков  $X$  и  $Y$ .

Следующая строка содержит целое положительное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) — число объектов.

Следующие  $N$  строк содержат описания соответствующих объектов. Каждая из этих  $N$  строк содержит описание одного объекта: два целых положительных числа  $x$  и  $y$  ( $1 \leq x \leq K_x, 1 \leq y \leq K_y$ ) — значения признаков  $X$  и  $Y$ .

Выходные данные

Выведите одно вещественное число с плавающей точкой — математическое ожидание условной энтропии. Допустимая абсолютная и относительная погрешность  $10^{-6}$ .

входные данные
2 3 5 1 2 2 1 1 1 2 2 1 3
выходные данные
0.9364262454248438

I. Марковская цепь

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Даны несколько строк. Известно, что почти все они были получены сэмплированием из одной марковской цепи, но одна строка получена из простого случайного распределения, в котором каждая буква выбирается независимо от остальных.

Найдите эту строку.

Входные данные

Первая строка содержит натуральное число  $N$  ( $3 \leq N \leq 10$ ) — число строк.

Далее следует  $N$  строк, которые состоят только из маленьких латинских букв и пробелов. Сумма длин всех строк не превышает  $10^4$ .

Выходные данные

Выведите одно натуральное число — номер строки, которая была получена из простого случайного распределения. Строки нумеруются с единицы.

входные данные
3 sus asus sus xsus uss axss
выходные данные
3

J. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена

1 секунда🕒, 256 мегабайт

Посчитайте ранговую корреляцию Спирмена двух численных признаков.

Входные данные

Первая строка содержит целое положительное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) — число объектов.

Следующие  $N$  строк содержат описания соответствующих объектов. Каждая из этих  $N$  строк содержит описание одного объекта: два целых числа  $x_1$  и  $x_2$  ( $-10^9 \leq x_1, x_2 \leq 10^9$ ) — значения первого и второго признака описываемого объекта. Гарантируется, что все значения каждого признака различны.

**Выходные данные**

Выведите одно вещественное число с плавающей точкой — коэффициент ранговой корреляции Спирмена двух признаков у заданных объектов. Допустимая абсолютная и относительная погрешность  $10^{-6}$ .

входные данные	
5	
1	16
2	25
3	1
4	4
5	9
выходные данные	
-0.500000000	

К. k-ближайших соседей

2 секунды🕒, 256 мегабайт

Требуется ответить на несколько запросов вычисления среднего среди k-ближайших объектов к запросу. Все объекты одномерные, если не считать целевой признак.

**Входные данные**

Первая строка содержит одно целое положительное число  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ) — число объектов.

Следующие  $n$  строк содержат описание объектов. Каждая из этих строк содержит два разделённых пробелом целых числа:  $x_i$  ( $|x_i| \leq 10^9$ ) и  $y_i$  ( $1 \leq y_i \leq 10^9$ ) — значения обычного и целевого признака  $i$ -го объекта. Гарантируется, что все  $x_i$  различны.

Далее следует строка с одним целым положительным числом  $m$  ( $1 \leq m \leq 2 \cdot 10^4$ ) — число запросов.

Следующие  $m$  строк содержат описание запросов. Каждая из этих строк содержит два разделённых пробелом целых числа:  $x_q$  ( $|x_q| \leq 10^9$ ) и  $k_q$  ( $1 \leq k_q \leq n$ ) — положение запроса и интересующее число ближайших объектов к нему.

**Выходные данные**

Для каждого запроса выведите одно число — среднее значение целевого признака k-ближайших объектов. Если нельзя однозначно выбрать k-ближайших объектов, то выведите -1.

входные данные	
5	
1	4
5	3
3	4
7	2
9	8
4	
2	1
6	2
5	3
8	4
выходные данные	
-1.0	
2.5	
3.0	
4.25	

