

# Superdeterminismus

Kryštof Pšenička

24. října 2022

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Problémy kvantové mechaniky</b>	<b>6</b>
2.1	Problém měření . . . . .	6
2.2	Problém unifikace . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Bellova nerovnost</b>	<b>10</b>
3.1	Bellovy testy . . . . .	10
3.1.1	Nepřesnosti v Bellových testech . . . . .	11
	<b>Seznam použité literatury</b>	<b>13</b>
	Knihy . . . . .	13
	Videa . . . . .	13
	Články . . . . .	13
	Internetové články . . . . .	14

# 1 Úvod

(Zpracováno podle knihy Kumar, 2014)

Na konci 19. století se vědci domnívali, že s výjimkou několika detailů jejich teorie dokázaly odpovědět na všechny otázky fyziky. Podle nich už na obzoru nebyly žádné velké objevy. Maxwellovy rovnice elektromagnetismu a Newtonovy pohybové zákony kreslily deterministický vesmír, v němž má každá částice určitou pozici a momentum v daném okamžiku. Síly které působí na částici určují jak se její pozice a rychlost mění v čase.

Ale už v roce 1900, při řešení problému absolutně černého tělesa, objevil Max Planck kvanta. Nedělitelné balíky světla jejichž velikost (energie) závisí na frekvenci daného světla. I když si v té době Max Planck i většina ostatních fyziků myslela, že to je pouze matematický trik, který nemá žádné implikace ve fyzickém světě, byl to první krok vedoucí ke kvantové revoluci.

Albert Einstein věřil ve fyzickou existenci Planckových kvant a ve vlnově-korpuskulární dualitu světla, podle níž je světlo částicí a vlnou zároveň a chová se jako jedno nebo druhé podle způsobu našeho pozorování. Ve svém *Annus mirabilis* (1905) kvantově vysvětlil fotoefekt: když elektron získá dostatek energie absorbcí kvanta světla, je uvolněn z obalu atomu a následně může být vyzařován.

Francouzský aristokrat Luis de Broglie vzal tento závěr z Planckovy práce ještě dál a teoretizoval o vlnově-korpuskulární dualitě všech částic, nejen světelných, ale také částic hmotných.

Kvantový model atomu se postupně vyvíjel od modelu Nielse Bohra s jedním kvantovým číslem, vyjadřujícím velikost oběžné dráhy elektronu. Arnold Sommerfeld postupně k tomuto modelu přidal 3 další kvantová čísla. Jedno vyjadřující tvar eliptické oběžné dráhy elektronu, druhé (magnetické) vyjadřující orientaci oběžné dráhy v prostoru a poslední vyjadřující spin, což je vnitřní moment hybnosti částice.

V této době bylo zřejmé, že je potřeba vytvořit teorii, která by popisovala fenomény kvantového světa: kvantovou mechaniku.

Roku 1925 Werner Heisenberg přišel na Maticovou kvantovou mechaniku. Maticová, protože ve výpočtech využívá matic a vektorů. Matice jsou tabulky čísel (viz Obrázek 1, níže), které v této teorii mohou vyjadřovat veličiny jako polohu a hybnost částice. Vektory jsou veličiny které mají kromě velikosti i směr a dají se vyjádřit maticemi. V Maticové mechanice se používají k vyjádření stavu systému. Vzhledem k používaným matematickým prostředkům je tato teorie nesmírně nepraktická k výpočtu vývoje jakéhokoli systému, jelikož rozměry matic se zvyšují exponenciálně s rostoucím počtem částic v systému.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

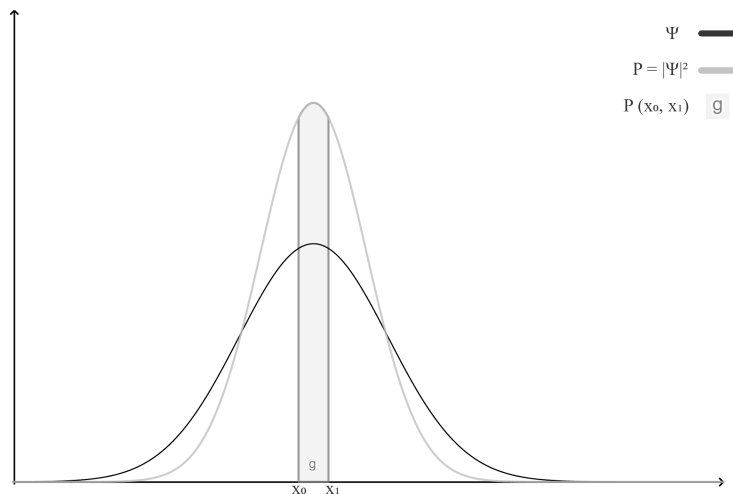
Obrázek 1: Matice o 3 řádcích a 3 sloupcích.

Pouze tři měsíce po vydání Heisenbergova článku o Maticové mechanice zkonstruoval rakouský fyzik Erwin Schrödinger svou proslulou vlnovou rovnici (Rovnice (1), níže), která popisuje vývoj vlnové funkce a stala se základem Schrödingerovy vlnové mechaniky. Vlnová mechanika se rychle stala oblíbenější než Maticová, jelikož výpočty s vlnovou rovnicí jsou daleko jednodušší.

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V\Psi \quad (1)$$

O rok později Schrödinger dokázal matematickou ekvivalenci Maticové a Vlnové mechaniky. Jsou to dvě formy téže teorie - Kvantové mechaniky.

Ve stejném roce Max Born předložil pravděpodobnostní interpretaci vlnové funkce, ve které, podle Bornova pravidla, druhá mocnina vlnové funkce vyjadřuje pravděpodobnostní distribuční funkci výsledku. Pro ilustraci vezměte v úvahu Obrázek 2.  $\Psi$  je vlnová funkce, která vyjadřuje stav systému, např. pozici elektronu.  $P$  je pravděpodobnostní distribuční funkce. Tato funkce vyjadřuje pravděpodobnost pro každý možný výsledek měření (každá možná pozice elektronu).  $P(x_0, x_1)$  je pravděpodobnost, že výsledek měření bude mezi  $x_0$  a  $x_1$ . V našem případě je to pravděpodobnost, že elektron bude mít pozici mezi  $x_0$  a  $x_1$  a počítá se integrací pravděpodobnostní funkce mezi hodnotami  $x_0$  a  $x_1$ . Integrací ( $\int_{x_0}^{x_1} |\Psi|^2 dx$ ) získáme obsah pod křivkou v daném rozsahu, který odpovídá hledané pravděpodobnosti.



Obrázek 2: Vlnová funkce, pravděpodobnostní funkce a pravděpodobnost určitého výsledku.

Tato pravděpodobnostní interpretace se stala důležitou součástí dnešní Kvantové mechaniky, za kterou je považována Kodaňská interpretace, kterou společně vyhotovili Bohr, Pauli a Heisenberg v Bohrově institutu v Kodani.

Kvantová mechanika změnila obraz vesmíru z deterministického a předurčeného na indeterministický a pravděpodobnostní. V kvantovém pravděpodobnostním vesmíru můžeme určit pouze pravděpodobnost daného výsledku. Jediný způsob jak Clerk Maxwell a Ludwig Boltzmann mohli popsat vlastnosti plynu, skládajícího se z nespočetného množství částic bylo použitím pravděpodobnosti a museli se spokojit se statistickým popisem. Tento nucený ústup ke statistické analýze byl způsoben neuskutečnitelností sledování pozice a rychlosti tolika částic. Pravděpodobnost byla důsledkem lidské ignorance. Naopak podle Kvantové mechaniky toto pravděpodobnostní vyjádření kvantového světa není způsobeno lidskou nevědomostí, ale je fundamentální vlastností kvantového vesmíru.

Přes jeho účast v začátcích kvantové revoluce se Albert Einstein stal jejím největším kritikem. Uvědomoval si její užitečnost v atomových měřících, ale myslel si, že „Bůh nehraje v kostky.“ Byl přesvědčený, že kvantová mechanika není konečnou teorií, že za ní musí být fundamentálnější deterministická teorie. Takovým teoriím se říká teorie se „skrytými“ parametry. Podle těchto teorií dokážeme určit jen pravděpodobnost výsledků, jelikož neznáme všechny parametry. Kdybychom znali tyto „skryté“ parametry, dokázali bychom určit přesný výsledek měření.

V roce 1962 našel John Stewart Bell způsob jak matematicky posoudit možnost teorie se skrytými parametry, která by replikovala výsledky kvantové mechaniky. Dnes se jí říká Bellova nerovnost. Tato nerovnost byla experimentálně porušena. Podle všeobecného mínění znamená porušení této nerovnosti nemožnost teorie se skrytými parametry. Toto porušení ale pouze znamená, že neexistuje teorie se skrytými parametry, která splňuje princip lokality a podmínku statistické nezávislosti.

V této práci se budu věnovat teorii se skrytými parametry, která nesplňuje podmínku statistické nezávislosti. Takovou teorii nazval Bell Superdeterminismus. Statistická nezávislost (viz Rovnice (2), níže) znamená, že pravděpodobnostní distribuce skrytých parametrů ( $\mathbf{p}(\boldsymbol{\lambda})$ ) se nezmění když vezmeme v potaz nastavení detektorů, ( $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ). Této podmínce se často říká podmínka svobodné vůle, nebo svobodné volby.

Cílem této práce je přehodnocení argumentů proti Superdeterminismu. Pokusím se vysvětlit, v rozporu s všeobecným míněním, že Superdeterminismus je cestou, která by mohla vyřešit mnoho problémů se současnými teoriemi, a kterou bychom neměli ignorovat; je to cesta kterou jsme se nevydali.

$$p(\lambda|\mathbf{a}, \mathbf{b}) = p(\lambda) \tag{2}$$

## 2 Problémy kvantové mechaniky

### 2.1 Problém měření

(Zpracováno podle videa *The Problem with Quantum Measurement*, Hossenfelder, 2022)

Kodaňská interpretace kvantové mechaniky má tři části: Schrödingerovu vlnovou rovnici, postulát o měření a Bornovo pravidlo.

Schrödingerova vlnová rovnice popisuje každou změnu vlnové funkce v čase kromě procesu měření. Tento proces chápeme jako interakci vlnové funkce měřeného systému s jiným (měřícím) systémem, která v měřícím systému zanechá informaci o velikosti určité veličiny měřeného systému. Když dojde k takové interakci, musíme použít postulát o měření aby stav naší vlnové funkce souhlasil s realitou.

Postulát o měření můžeme jednoduše vysvětlit pomocí jednotkové kružnice. V úvodu jsem představil koncept vlnové funkce, používaný k vyjádření stavu kvantového systému. Když sledujeme binární veličinu kvantového systému (např. spin kvantové částice), můžeme využít znázornění, používaného v oboru Kvantového počítání k ilustraci stavu kvantového bitu (qubit). Stav qubitů se znázorňuje jako vektor  $|\psi\rangle$  na jednotkové kružnici v soustavě souřadnic, kde osa x je jeden stav qubitů (např. spin nahoru, označovaný podobně jako u bitů jako  $|1\rangle$ ) a osa y je stav druhý (např. spin dolů, jako  $|0\rangle$ ) (viz Obrázek 3). Tento vektor  $|\psi\rangle$  zapisujeme jako součet možných výsledků (viz Rovnice (3)), přičemž druhé mocniny koeficientů  $\alpha$  a  $\beta$  určují pravděpodobnost daného výsledku.

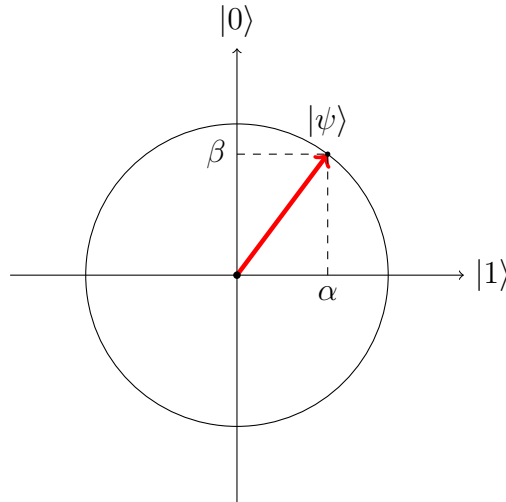
$$|\psi\rangle = \alpha|1\rangle + \beta|0\rangle \quad (3)$$

Součet pravděpodobností je vždy 1, takže pro koeficienty platí vztah  $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ . Takto se také počítá absolutní hodnota vektoru  $|\psi\rangle$ , která je tedy vždy 1. To znamená, že délka vektoru  $|\psi\rangle$  je vždy 1, a proto používáme jednotkovou kružnici.

V praxi se používá Blochova sféra (jednotková sféra), jelikož koeficienty  $\alpha$  a  $\beta$  jsou komplexní čísla, která mají navíc imaginární rozměr, což znamená, že  $|\psi\rangle$  je trojrozměrný vektor. Nám k ilustraci postulátu o měření postačí 2 rozměry.

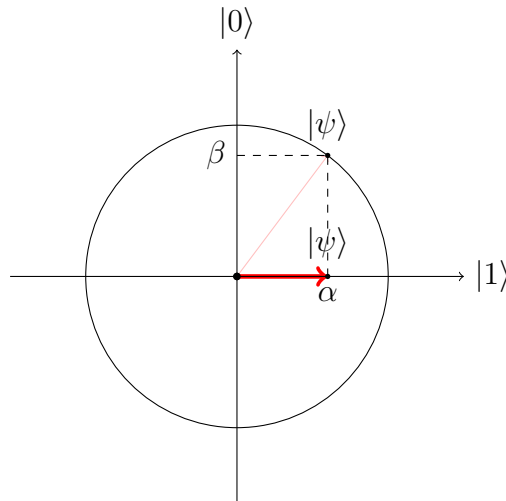
Podle postulátu o měření máme při měření vektor  $|\psi\rangle$  aktualizovat promítnutím na osu změřeného výsledku a následně ho prodloužit zpět na délku 1.

Např. když budeme měřit stav qubitů a změříme ho ve stavu  $|1\rangle$ , musíme vektor aktualizovat, aby správně popisoval reálný stav qubitů. V tomto případě musíme vektor promítnout na osu změřeného stavu (osu  $|1\rangle$ ) viz Obrázek 4. A poté musíme



Obrázek 3: Znázornění vlnové funkce pomocí vektoru na jednotkové kružnici.

aktualizovat pravděpodobnost prodloužením vektoru zpět na délku 1 viz Obrázek 5.



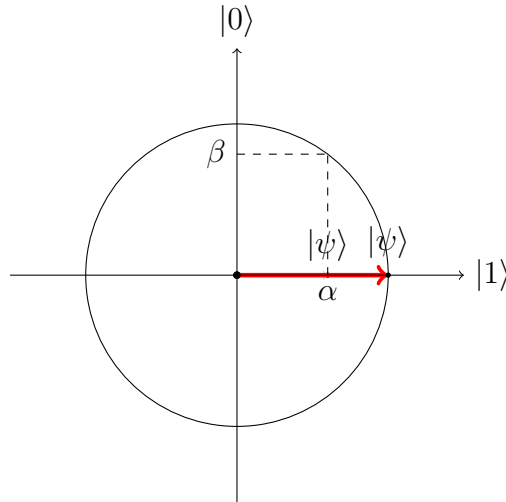
Obrázek 4: Promítnutí vektoru na osu změřeného výsledku.

Schrödingerova rovnice je lineární. To znamená, že pokud za funkci  $\psi$  dosadíme součet dvou jiných vlnových funkcí ( $\gamma$  a  $\epsilon$ ) s libovolnými koeficienty  $\alpha$  a  $\beta$  (viz Rovnice (4)), bude zachována rovnost, viz Rovnice (5). Tento součet vlnových funkcí se nazývá superpozice.

$$|\psi\rangle = \alpha|\gamma\rangle + \beta|\epsilon\rangle \quad (4)$$

$$i\hbar \frac{\partial(\alpha|\gamma\rangle + \beta|\epsilon\rangle)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2(\alpha|\gamma\rangle + \beta|\epsilon\rangle)}{\partial x^2} + V(\alpha|\gamma\rangle + \beta|\epsilon\rangle) \quad (5)$$

Problém měření spočívá v nelineárnosti postulátu o měření. Tuto nelineárnost může-



Obrázek 5: Prodloužení vektoru zpět na délku 1.

me jednoduše dokázat pomocí superpozice. Pokud budeme měřit částici popsanou vlnovou funkcí  $|\psi\rangle$  (např.  $|1\rangle$ ), změříme ji ve stejném stavu  $|1\rangle$ . Problém nastává v případě, kdy měříme částici ve stavu superpozice (např.  $|\psi\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}|0\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}}|1\rangle$ ), jelikož ji nezměříme jako tuto superpozici, ale jako jeden ze stavů superpozice ( $|0\rangle$  nebo  $|1\rangle$ ), každý s pravděpodobností 50%.

Tato neshodnost Schrödingerovy rovnice a postulátu o měření znamená, že podle moderní kvantové mechaniky se nástroje na měření chovají podle jiných zákonů než elementární částice. Aby toto dávalo smysl museli bychom opustit předpoklad redukcionismu, podle kterého se dá chování makroskopického objektu derivovat z chování jeho součástí. Museli bychom vytvořit teorii, která by definovala hranici, za kterou se už nemůžeme řídit redukcionismem. Touto možností se nebudeme zabírat, jelikož redukcionismus je jedním z nejlépe podložených předpokladů vědy<sup>1</sup>.

## 2.2 Problém unifikace

(Zpracováno podle článku Abdeen a Silva, 2013)

Konečným cílem fyziky je teorie všeho, popisující všechny jevy ve vesmíru. Doposud jsme všechny známé přírodní zákonitosti zjednodušili do dvou velice odlišných teorií, obecné relativity a kvantové mechaniky. Obecná relativita je teorie velkých rozměrů a energií. Dokáže popsat pohyb nebeských těles s nevídanou přesností.

Podle obecné teorie relativity se v přítomnosti hmoty ohýbá časoprostor, zatímco nepřítomnost hmoty způsobuje plochý časoprostor. Problém vzniká v subatomárních měřítcích, kde převládají kvantové fluktuace způsobené Heisenbergovým prin-

<sup>1</sup>Předpoklad redukcionismu je podporován každým experimentem, který byl kdy proveden. Je těžké najít lépe podložený vědecký fakt.



cipem neurčitosti<sup>2</sup>, které vedou k radikálně zvrásněnému časoprostoru v protikladu k plochému časoprostoru obecné relativity. K dalším nesouladům těchto teorií patří neschopnost obecné relativity řešit hmotné body, které vytváří nekonečné zakřivení časoprostoru, a také nereálnost a nelokálnost kvantové mechaniky, k nimž se vrátíme v další části.

---

<sup>2</sup>Podle Heisenbergova principu neurčitosti vznikají i v perfektním vakuu páry virtuálních částic (částice a antičástice), které se anihilují krátce po jejich vzniku.

### 3 Bellova nerovnost

Roku 1964 byl zveřejněn revoluční vědecký článek (Bell, 1964). Irský vědec John Stewart Bell tímto článkem odpověděl na myšlenkový experiment předložený Albertem Einsteinem společně s Borisem Podolským a Nathanem Rosenem (1935). Tento myšlenkový experiment poukazuje na paradox v kvantové mechanice. Když se částice se spinem 0 rozpadne na dvě částice, podle zákona zachování spinu musí tyto částice mít v součtu spin 0. Tomuto jevu se říká kvantové provázání. Pokud změříme spin jedné částice, instantně se dozvíme spin druhé částice, i kdyby tato částice byla vzdálena tisíce světelných let. Informace o spinu se podle kvantové mechaniky šíří mezi provázanými částicemi rychleji než světlo. Nicméně speciální teorie relativity omezuje rychlost každého kauzálního vlivu na rychlost světla. Kvantová mechanika tak porušuje lokální realismus.

Princip lokálního realismu má dvě části:

1. Princip lokality: objekt může být ovlivněn pouze jeho bezprostředním prostředím (Kauzální vliv se nemůže šířit rychleji než světlo). (*Principle of locality* 2022)
2. Princip realismu: vesmír existuje nezávisle na pozorovateli. (*Philosophical realism* 2022)

Einstein tímto odůvodňoval svou myšlenku, že kvantová mechanika nemůže být správnou reprezentací reality. Podle něj musí každá provázaná částice nést všechny informace o svém fyzikálním stavu už od okamžiku vzniku provázání a to takovým způsobem, že jsou tyto informace nějak skryty před vlnovou funkcí kvantové mechaniky. Einstein si myslel, že musí existovat „skryté proměnné“, které nejsou součástí kvantové mechaniky a spekuloval o možné teorii obsahující tyto skryté vlastnosti reality.

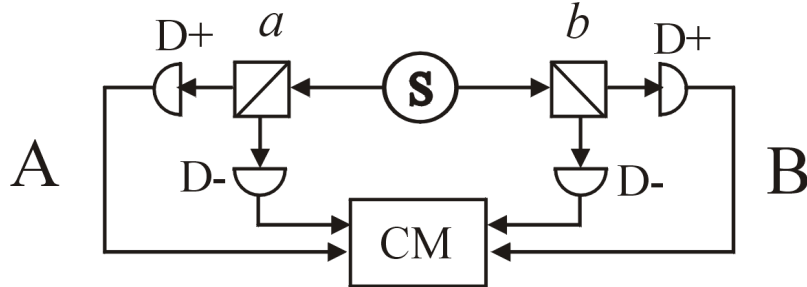
Bell ve svém článku (1964) zveřejnil Bellovu nerovnost, pojednávající o omezení teorie se skrytými proměnnými. Aby mohla existovat teorie splňující předpoklad lokálního realismu (teorie se skrytými proměnnými) a statistické nezávislosti, musí být splněna Bellova nerovnost (viz Rovnice 6, níže), podle níž musí být korelace mezi měřením propletených částic  $|S|$  menší než 2.

$$|S| \leq 2 \tag{6}$$

#### 3.1 Bellovy testy

(Zpracováno podle článku *Bell test* 2022)

U jednoduchého příkladu Bellova testu (viz Obrázek 6) zdroj  $S$  vytváří páry propletených fotonů a každý z nich vyšle v opačném směru. Oba fotony narazí na dvoukanálový polarizační filtr ( $a$ ,  $b$ ), který foton odrazí, nebo propustí, podle jeho polarizace. Následně je každý foton detekován detektorem  $D+$ , nebo  $D-$  a informace o polarizaci fotonu je vyslána do korelačního monitoru  $CM$ .



Obrázek 6: Schéma typického CHSH (dvoukanálového) Bellova testu.

Bell si nemohl dovolit zveřejnit článek v populárním časopisu. Článek tedy zveřejnil v málo populárním časopisu *Physics Physique Fyzika*, který za příspěvky dokonce platil. Z tohoto důvodu se jeho nerovnost dočkala experimentálního pokusu až o osm let později, kdy Stuart J. Freedman a John F. Clauser změřili korelace mezi lineárními polarizacemi fotonů vyzařovaných z atomů vápníku (1972). Korelace byla větší, než je dovoleno Bellovou nerovností. Tento výsledek byl mnohokrát replikován se stále větší přesností.

### 3.1.1 Nepřesnosti v Bellových testech

Nepřesnost těchto experimentů by mohla nastat z více důvodů.

1. Detekční mezera: rozdíl mezi počtem emitovaných a detekovaných částic.

Garg a Mermin ukázali, že detekční účinnost ( $\eta$ , podíl vyslaných a změřených částic), potřebná k překonání detekční mezery u experimentu typu CHSH musí být větší než 0.83 (1987). Tato hranice byla překonána roku 2001 experimentem, který dosáhl detekční účinnosti přes 0.9 (Rowe et al., 2001).

2. Mezera lokality: možnost, že volba nastavení měření jedné částice ovlivní měření druhé částice.

Lokalita je jedním z předpokladů potřebných k odvození Bellovy nerovnosti. Motivací pro tento předpoklad je teorie relativity, která omezuje rychlost komunikace na rychlost světla. K uplatnění této motivace u experimentu musí být doba, která uplyne mezi volbou nastavení měření<sup>3</sup> a měřením samotným, kratší než doba, kterou by světelný signál potřeboval k překonání vzdálenosti mezi

<sup>3</sup>Volba nastavení detektorů. V použitém příkladu (viz Obrázek 6) je to volba natočení dvoukanálových polarizačních filtrů  $a$  a  $b$ .

místa měření. U našeho příkladu (viz Obrázek 6) by musela být doba mezi volbou úhlu natočení dvoukanalových polarizačních filtrů a měřením kratší, než doba, kterou by světelný signál potřeboval k cestě mezi detektory na straně A a detektory na straně B. Takový experiment navrhoval Bell už ve svém originálním článku (1964). V prvním takovém experimentu (Aspect, Dalibard a Roger, 1982) byla volba nastavení měření na každé straně provedena během letu fotonů ze zdroje.

3. Mezera spoluvýskytu: možnost, že zdánlivý pár propletených částic jsou doopravdy dvě částice z odlišných párů vyslaných zdrojem.

U všech Bellových experimentů, zejména u experimentů založených na polarizaci fotonů, se dvojice změřených částic v obou křídlech experimentu identifikují jako patřící do jedné dvojice až po provedení experimentu, posouzením, jestli jsou jejich časy detekce dostatečně blízko sebe. To vytváří novou možnost pro lokální teorii skrytých proměnných "falšovat" kvantové korelace: zpozdit čas detekce každé ze dvou částic o větší či menší množství v závislosti na určitém vztahu mezi skrytými proměnnými v částicích a nastavením detektoru, s nímž se setkají.

Mezeře spoluvýskytu lze předejít experimentem s předem pevně danou mřížkou detekčních oken, která jsou dostatečně krátká, aby většina párů částic změřených ve stejném okně skutečně pocházela ze stejné emise, a dostatečně dlouhá, aby skutečný pár částic nebyl oddělen hranicí okna.

4. Paměťová mezera: lokální teorie skrytých proměnných by mohla využít paměť předešlých nastavení měření a výsledků měření ke zvýšení porušení Bellovy nerovnosti.

Bylo prokázáno, že při provedení experimentu typu Alaina Aspecta (1982) s randomizací nastavení měření nemá tato mezera dostatečný účinek ke změně výsledku experimentu (Barrett et al., 2002)(Gill, 2001)(Gill, 2003).

5. Superdeterminismus: možnost porušení statistické nezávislosti<sup>4</sup>.

Tato možnost byla eliminována pod domněnkou, že by narušila „svobodnou vůli“ experimentátora, a že tato „svobodná vůle“ je nezbytná pro vědu. V následující části zvážíme tuto možnost a ukážeme, proč bychom jí neměli tak rychle zavrhnout.

---

<sup>4</sup>Možnost korelace skrytých proměnných s nastavením měření.

# Seznam použité literatury

## Knihy

Kumar, M. (2014). *Quantum: Einstein, Bohr, and the Great Debate about the Nature of Reality*. Londýn: Icon Books Ltd.

## Videa

Hossenfelder, S. (2022). *The Problem with Quantum Measurement*. Youtube. Dostupné z [https://www.youtube.com/watch?v=Be3H1A\\_9968](https://www.youtube.com/watch?v=Be3H1A_9968) (cit. 15. 10. 2022).

## Články

Abdeen, M. S., & L. N. K. de Silva (2013). „Incompatibility of General Relativity with Quantum Mechanics“. *IPSL, Institute of Physics in Sri Lanka* 29, s. 57–63.

Dostupné z <https://ips1.lk/documents/TechSession/2013/ips113-09.pdf>.

Bell, J. S. (1964). „On the Einstein Podolsky Rosen paradox“. *Physics Physique Fyzika* 1, s. 195–200. Dostupné z <https://cds.cern.ch/record/111654>.

Einstein, A., B. Podolsky, & N. Rosen (1935). „Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?“ *Phys. Rev.* 47 (10), s. 777–780. Dostupné z <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.47.777>.

Freedman, S. J., & J. F. Clauser (1972). „Experimental Test of Local Hidden Variable Theories“. *Phys. Rev. Lett.* 28 (14), s. 938–841. Dostupné z <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.28.938>.

Garg, A., & N. D. Mermin (1987). „Detector inefficiencies in the Einstein-Podolsky-Rosen experiment“. *Physical Review D (Particles and Fields)* 35, s. 3831–3835. Dostupné z <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.35.3831>.

Rowe, M. A. et al. (2001). „Experimental violation of a Bell's inequality with efficient detection“. *Nature* 409 (6822), s. 791–794. Dostupné z <https://doi.org/10.1038/35057215>.

Aspect, A., J. Dalibard, & G. Roger (1982). „Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers“. *Phys. Rev. Lett.* 49 (25), s. 1804–1807. Dostupné z <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.49.1804>.

Barrett, J. et al. (2002). „Quantum nonlocality, Bell inequalities, and the memory loophole“. *Physical Review A* 66 (4), s. 042111. Dostupné z <https://arxiv.org/abs/quant-ph/0205016v3>.

Gill, R. D. (2001). „Accardi contra Bell (cum mundi): The Impossible Coupling“. *Mathematical Statistics and Applications: Festschrift for Constance van Eeden* 42, s. 133–154. Dostupné z <https://arxiv.org/abs/quant-ph/0110137>.

Gill, R. D. (2003). „Time, Finite Statistics, and Bell’s Fifth Position“. *arXiv e-prints*.  
Dostupné z <https://arxiv.org/abs/quant-ph/0301059v2>.

## Internetové články

*Principle of locality* (2022). Wikipedia. Dostupné z [https://en.wikipedia.org/wiki/Principle\\_of\\_locality](https://en.wikipedia.org/wiki/Principle_of_locality) (cit. 15.10.2022).

*Philosophical realism* (2022). Wikipedia. Dostupné z [https://en.wikipedia.org/wiki/Philosophical\\_realism](https://en.wikipedia.org/wiki/Philosophical_realism) (cit. 15.10.2022).

*Bell test* (2022). Wikipedia. Dostupné z [https://en.wikipedia.org/wiki/Bell\\_test](https://en.wikipedia.org/wiki/Bell_test) (cit. 23.10.2022).