PRZENIESIENIE WSPÓŁRZĘDNYCH METODĄ L.A. KIVIOJA

Opis zadania wprost

Na elipsoidzie od danych elementach np. a, e^2 stoi przed nami problem rozwiązania głównego zadania geodezji wyższej, tj. obliczenia współrzędnych φ, λ punktu końcowego linii geodezyjnej wychodzącej z punktu o znanych współrzędnych φ, λ pod znanym azymutem A w punkcie początkowym tej linii.

Skonstruujmy na powierzchni elipsoidy elementarny trójkąt oparty na elemencie ds jako przeciwprostokątnej oraz fragmentach łuków południka i równoleżnika. W trójkącie tym odszukujemy następujące zależności.

$$ds \cos A = M\, d\varphi$$
$$ds \sin A = N \cos\varphi\, d\lambda$$

Ze smukłego trójkąta P, K, N wyznaczamy zależność przyrostu azymutu od zmiany długości i azymutu linii geodezyjnej:

$$dA = \frac{\sin Az\, tg\,\varphi}{N} \cdot ds$$

Równanie Clairaut'a dla danej linii geodezyjnej ma postać:

$$N \cos\varphi \sin A = C$$

Parametr C jest parametrem stałym dla konkretnej linii geodezyjnej, może on wahać się w granicach od 0 do a.

Kolejność obliczeń w zadaniu wprost

Dane:

- *współrzędne geodezyjne punktu początkowego P* (φ_P, λ_P)
- *azymut linii geodezyjnej w punkcie początkowym P linii geodezyjnej* – A_P
- *długość linii geodezyjnej* – s_{PK}

1. Dzielimy całą długość linii geodezyjnej s na n elementów ds.

$$ds = \frac{s}{n}$$

   ds powinno wynosić od 1 do 1,5 km.

2. Obliczamy średnią szerokość geodezyjną i średni azymut pierwszego z odcinków ds. Obliczamy pierwszy przyrost $\delta\varphi^1_i$ oraz przyrost azymutu dla odcinka ds_1.

$$\delta\varphi_i^1 = \frac{ds_i \cos A_P}{M_P} \qquad dA_i^1 = \frac{\sin A_{PK}\, tg\,\varphi_P}{N_P} \cdot ds$$

po to, aby obliczyć średnią szerokość geodezyjną $\varphi^m{}_1$ i średni azymut $A^m{}_1$ dla pierwszego elementu δs_1

$$\varphi_i^m = \varphi_P + \frac{1}{2}\delta\varphi_i^1 \qquad A_i^m = A_P + \frac{1}{2}\delta A_i^1$$

3. Dla średniej wartości azymutu A_i^m i średniej współrzędnej φ_i^m obliczamy przyrosty δB_i, δL_i i azymutu odpowiadające długości ds_i.

$$\delta\varphi_i = \frac{ds_i \cos A_i^m}{M_i^m}$$

$$\delta\lambda_i = \frac{ds_i \sin A_i^m}{N_i^m \cos\varphi_i^m}$$

$$dA_i = \frac{\sin A_i^m \, tg\varphi_i^m}{N_i^m} \cdot ds_i$$

4. W ten sposób znaleźliśmy się na końcu odcinka δs i możemy obliczyć współrzędne punktu końcowego i-tego odcinka δs i azymut linii geodezyjnym w punkcie końcowym

$$\varphi_{i+1} = \varphi_i + \delta\varphi_i \qquad \lambda_{i+1} = \lambda_i + \delta\lambda_i \quad A_{i+1} = A_i + \delta A_i$$

Przy obliczaniu następnego odcinka powtarzamy czynności z punktów 2 – 4 dla następnych n-1 odcinków.

5. Ostatecznie w punkcie K otrzymujemy

$$\varphi_K = \varphi_P + \sum_{i=1}^{n}\delta\varphi_i \qquad \lambda_K = \lambda_P + \sum_{i=1}^{n}\delta\lambda_i \qquad A_K = A_P + \sum_{i=1}^{n}\delta A_i \pm 180^o$$

Alternatywnym wariantem algorytmu jest wykorzystywanie stałej Clairauta do obliczenia azymutu w punkcie środkowym odcinka ds i w punkcie końcowym. Używając B_1 i A_1 obliczamy promień krzywizny I wertykału N_1, południkowego M_1 oraz parametr Clairaut'a C_1.

$$N_P = f(\varphi_P) \qquad M_P = f(\varphi_P)$$

$$c = N_P \cos\varphi_P \sin A_P$$

azymut w dowolnym punkcie obliczmamy wykorzystując równanie Clairauta i znane współrzędne tego punktu

$$\sin A_P = \frac{c}{N_P \cos\varphi_P}$$