

## 第五次作业

### 1、贝叶斯决策

(1) 对于二维平面中的分类问题，假设：

$$P(x|\omega_1) \sim N\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, I\right), \quad P(x|\omega_2) \sim N\left(\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, I\right)$$

且有  $P(\omega_1) = P(\omega_2) = 0.5$ ，请计算其贝叶斯决策边界。

(2) 若 (1) 中类别的概率不变，先验概率为  $P(\omega_1) = \frac{2}{3}$ ,  $P(\omega_2) = \frac{1}{3}$ ，请问贝叶斯决策边界会发生什么变化？

(3) 若 (1) 中的先验概率不变，假设：

$$P(x|\omega_1) \sim N\left(0, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\right), \quad P(x|\omega_2) \sim N\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, I\right)$$

请计算贝叶斯决策边界。

### 2、隐含马尔可夫模型

使用隐含马尔可夫模型对某分类器的分类进行建模。假设该分类器对人脸表情的图像进行分类，考虑该分类器有两种预测状态：判断正确 (A)、判断错误 (B)。有隐含状态  $S$  决定着该分类器的分类结果， $S$  包含人脸图像的三个类别：高兴 ( $S_1$ )、平静 ( $S_2$ )、生气 ( $S_3$ )。

假设待预测的人脸表情的状态转移矩阵为：

$$\begin{array}{ccccc} & S_1 & S_2 & S_3 \\ T = & \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.3 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{bmatrix} \end{array}$$

图像类别的初始分布为  $[0.2, 0.4, 0.4]^T$

该分类器的预测矩阵为：

$$\begin{array}{ccccc} & A & B \\ P = \begin{array}{c} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.4 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 \end{bmatrix} \end{array}$$

现有预测结果为  $O = ABA$

(1) 请使用前向变量法求解  $P(O|\lambda)$

(2) 请使用 viterbi 算法求解最可能的隐含序列状态 (请写出详细计算过程)。