

Obliczenia

Przyrządy pomiarowe

Woltomierz	Miernik DT890G
Oscyloskop	RIGOL DS1062CA

Miernik DT890G, pomiar napięcia DC		
Używany zakres	Rozdzielczość	Dokładność
200 V	1 V	$\pm(0.5\% + 2 \text{ dgts})$

RIGOL DS1062CA, pomiar okresu		
zakres	dokładność	
Full Bandwidth	Single-shot	$\pm (1 \text{ sample interval} + 50\text{ppm} \times \text{reading} + 0.6 \text{ ns})$
	>16 averages	$\pm (1\text{sample interval} + 50\text{ppm} \times \text{reading} + 0.4 \text{ ns})$

Pomiary

Niepewności typu B przyrządów cyfrowych obliczyliśmy w następujący sposób:

$$\Delta x = a\% \cdot \text{wynik} + b \cdot \text{rozdzielczość}$$

gdzie $a\%$ – podawana w % klasa przyrządu, b – *dgts*

$$u_b(x) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}}$$

Na przykład niepewność pomiaru napięcia:

$$\Delta U = 0.5\% \cdot 115 \text{ V} + 2 \cdot 0.1 \text{ V} = 0.775 \text{ V}$$

$$u(U) = \frac{\Delta U}{\sqrt{3}} = 0.447 \text{ V}$$

Zależność okresu drgań relaksacyjnych od rezystancji $T(R)$

$U = 115 \text{ V}$								
	$C = 470 \text{ nF}$		$C = 1 \text{ }\mu\text{F}$		$C = 2 \text{ }\mu\text{F}$		$C = C_1 + 2 \text{ }\mu\text{F}$	
$R, \text{k}\Omega$	T, s	$u_b(T), \text{s}$	T, s	$u_b(T), \text{s}$	T, s	$u_b(T), \text{s}$	T, s	$u_b(T), \text{s}$
500	0.116	0.006	0.234	0.012	0.48	0.025	0.84	0.043
700	0.172	0.009	0.340	0.018	0.68	0.035	1.20	0.061
900	0.224	0.012	0.456	0.023	0.92	0.047	1.62	0.082
1100	0.30	0.016	0.58	0.030	1.20	0.061	2.08	0.105
1300	0.38	0.020	0.74	0.038	1.52	0.077	2.64	0.133
1500	0.46	0.024	0.92	0.047	1.54	0.078	3.36	0.169

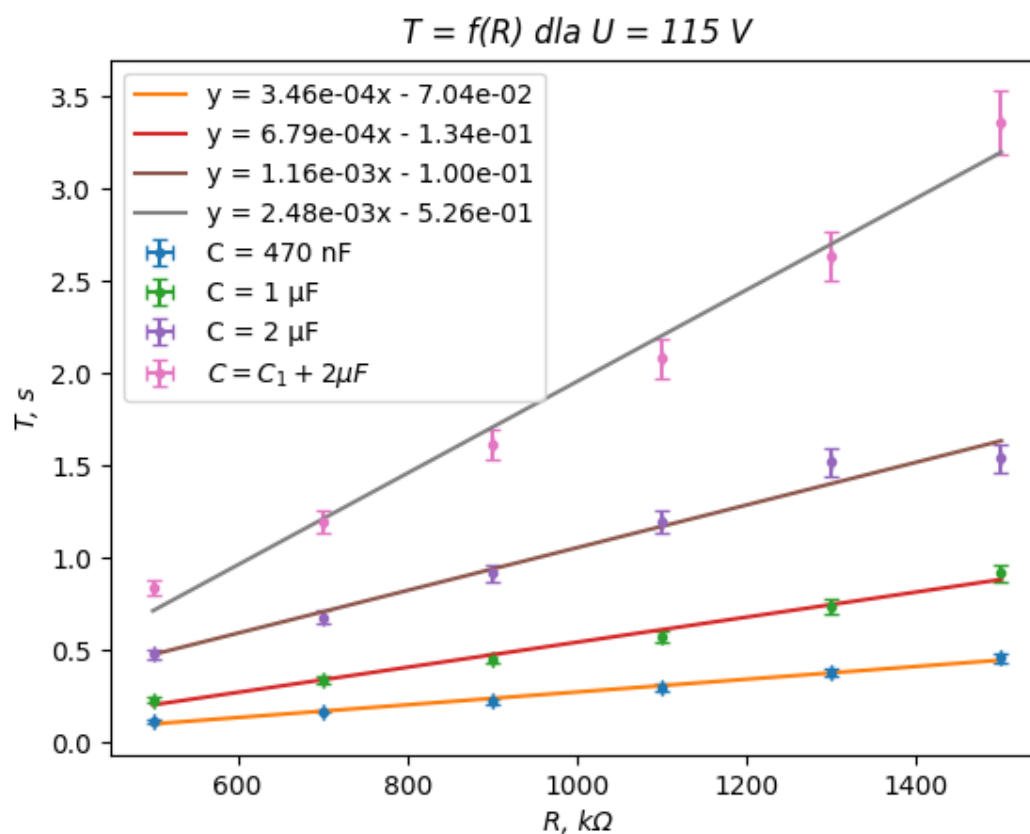
Zależność okresu drgań relaksacyjnych od pojemności $T(C)$

$U = 115 \text{ V}$						
	$R = 500 \text{ k}\Omega$		$R = 900 \text{ k}\Omega$		$R = 1100 \text{ k}\Omega$	
$C, \text{ }\mu\text{F}$	T, s	$u_b(T), \text{s}$	T, s	$u_b(T), \text{s}$	T, s	$u_b(T), \text{s}$
0.10	0.027	0.002	0.049	0.003	0.062	0.004
0.47	0.120	0.007	0.226	0.012	0.300	0.016
1.0	0.226	0.012	0.452	0.023	0.580	0.030
2.0	0.476	0.024	0.920	0.047	1.20	0.061
4.7	1.10	0.056	2.15	0.108	2.80	0.141
10	2.16	0.109	4.20	0.211	5.48	0.275

Zależność okresu drgań relaksacyjnych od napięcia zasilania $T(U)$

$C = 2 \text{ }\mu\text{F}$				$R = 500 \text{ k}\Omega$			
U, V	T, s		$u_b(U), \text{V}$	$u_b(T), \text{s}$			
110.0	0.56		0.75	0.029			
115.1	0.48		0.78	0.025			
120.0	0.43		0.80	0.022			
125.0	0.38		0.83	0.019			
130.0	0.36		0.85	0.019			
135.0	0.32		0.86	0.017			

Zależność okresu drgań relaksacyjnych od rezystancji



Współczynniki dopasowanych za pomocą regresji liniowej prostych

	$a, \frac{\text{s}}{\text{k}\Omega}$	b, s	$u(a), \frac{\text{s}}{\text{k}\Omega}$	$u(b), \text{s}$
$C = 470 \text{ nF}$	0.00035	-0.07038	0.000016	0.0167
$C = 1 \mu\text{F}$	0.00068	-0.13414	0.000036	0.0383
$C = 2 \mu\text{F}$	0.00116	-0.10048	0.000094	0.0991
$C = C_1 + 2 \mu\text{F}$	0.00248	-0.52619	0.000157	0.1660

Na podstawie wyznaczonych współczynników nachylenia: $C_1 = \left(\frac{0.00248}{0.00116} - 1\right) \cdot 2 \mu\text{F} \approx 2.276 \mu\text{F}$

Zapisy skrócone

$C = 470 \text{ nF}$	$a = 3.50(16) \cdot 10^{-4} \frac{\text{s}}{\text{k}\Omega}$	$b = -0.070(17) \text{ s}$
$C = 1 \mu\text{F}$	$a = 6.80(36) \cdot 10^{-4} \frac{\text{s}}{\text{k}\Omega}$	$b = 0.134(38) \text{ s}$
$C = 2 \mu\text{F}$	$a = 11.60(94) \cdot 10^{-4} \frac{\text{s}}{\text{k}\Omega}$	$b = -0.100(99) \text{ s}$
$C = C_1 + 2 \mu\text{F}$	$a = 2.48(16) \cdot 10^{-3} \frac{\text{s}}{\text{k}\Omega}$	$b = -0.53(17) \text{ s}$

Teoretyczna wartość współczynnika nachylenia otrzymanej prostej na podstawie wzoru teoretycznego

$$T = RC \ln \left(\frac{U - U_g}{U - U_z} \right)$$

$U_g = 78.4 \text{ V}$ - napięcie gaśnięcia neonówki

$U_z = 90.0 \text{ V}$ - napięcie zapłonu neonówki

$$T = a' \cdot R + b$$

$$a' = C \ln \left(\frac{U - U_g}{U - U_z} \right)$$

$$b = 0$$

Niepewność współczynnika nachylenia z prawa propagacji niepewności

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2}$$

$$u(a') = \sqrt{\left(\frac{\partial a'}{\partial U} u(U) \right)^2} = \sqrt{\left(C \cdot \left(\frac{1}{U - U_g} - \frac{1}{U - U_z} \right) u(U) \right)^2}$$

$$U = 115 \text{ V}; u(U) = 0.447 \text{ V}$$

C, nF	$a', \frac{\text{s}}{\text{k}\Omega}$	$u(a'), \frac{\text{s}}{\text{k}\Omega}$
470	0.000179	0.000003
1000	0.000381	0.000006
2000	0.000762	0.000011

Zapisy skrócone

$C = 470 \text{ nF}$	$a' = 1.792(27) \cdot 10^{-4} \frac{\text{s}}{\text{k}\Omega}$
$C = 1 \mu\text{F}$	$a' = 3.812(57) \cdot 10^{-4} \frac{\text{s}}{\text{k}\Omega}$
$C = 2 \mu\text{F}$	$a' = 7.62(11) \cdot 10^{-4} \frac{\text{s}}{\text{k}\Omega}$

Warunek zgodności dwóch niezależnych pomiarów

$$|x_1 - x_2| < U(x_1 - x_2)$$

Niepewność rozszerzona

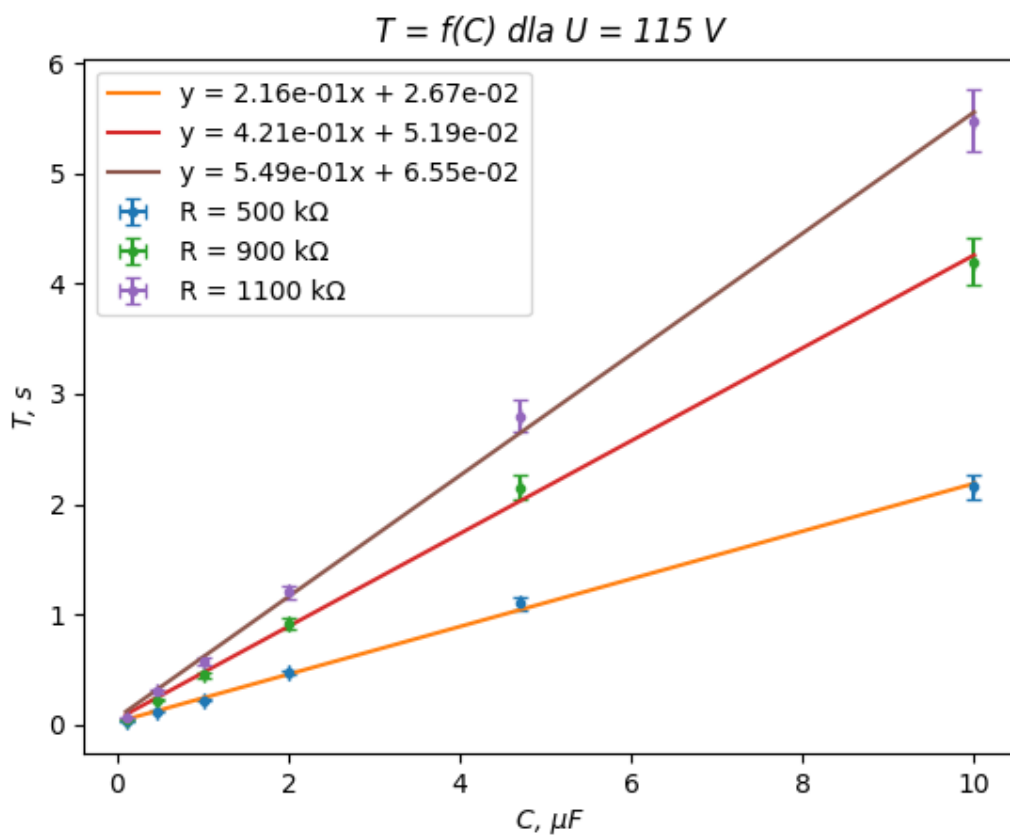
$$U(x_1 - x_2) = k\sqrt{[u(x_1)]^2 + [u(x_2)]^2}$$

$$k = 9$$

Zwyczajnie powinno przyjąć się $k = 2$, jednak nasze poprzednie obliczenia niepewności nie uwzględniały, że pojemności kondensatorów i rezystancje rezystorów użytych w eksperymencie mogły nie być dokładnie takie jak zostały opisane na tych elementach.

	Regresja liniowa $a, \frac{s}{k\Omega}$	Wartość teoretyczna $a', \frac{s}{k\Omega}$	$ a - a' $	$U(a - a'), \frac{s}{k\Omega}$	Zgodność
$C = 470 \text{ nF}$	0.00035	0.000179	0.000171	0.000147	Nie
$C = 1 \text{ }\mu\text{F}$	0.00068	0.000381	0.000299	0.000328	Tak
$C = 2 \text{ }\mu\text{F}$	0.00116	0.000762	0.000398	0.000852	Tak

Zależność okresu drgań relaksacyjnych od pojemności



Współczynniki dopasowanych za pomocą regresji liniowej prostych

$R, \text{k}\Omega$	$a, \frac{\text{s}}{\mu\text{F}}$	b, s	$u(a), \frac{\text{s}}{\mu\text{F}}$	$u(b), \text{s}$
500	0.216	0.0267	0.0043	0.0196
900	0.421	0.0519	0.0088	0.0401
1100	0.549	0.0655	0.0112	0.0516

Zapisy skrócone

$R = 500 \text{ k}\Omega$	$a = 0.2160(43) \frac{\text{s}}{\mu\text{F}}$	$b = 0.027(20) \text{ s}$
$R = 900 \text{ k}\Omega$	$a = 0.4210(88) \frac{\text{s}}{\mu\text{F}}$	$b = 0.052(40) \text{ s}$
$R = 1100 \text{ k}\Omega$	$a = 0.549(11) \frac{\text{s}}{\mu\text{F}}$	$b = 0.066(52) \text{ s}$

Teoretyczna wartość współczynnika nachylenia otrzymanej prostej na podstawie wzoru teoretycznego

$$T = RC \ln \left(\frac{U - U_g}{U - U_z} \right)$$

$$T = a' \cdot C + b$$

$$a' = R \ln \left(\frac{U - U_g}{U - U_z} \right)$$

$$b = 0$$

$$u(a') = \sqrt{\left(\frac{\partial a'}{\partial U} u(U) \right)^2} = \sqrt{\left(R \cdot \left(\frac{1}{U - U_g} - \frac{1}{U - U_z} \right) u(U) \right)^2}$$

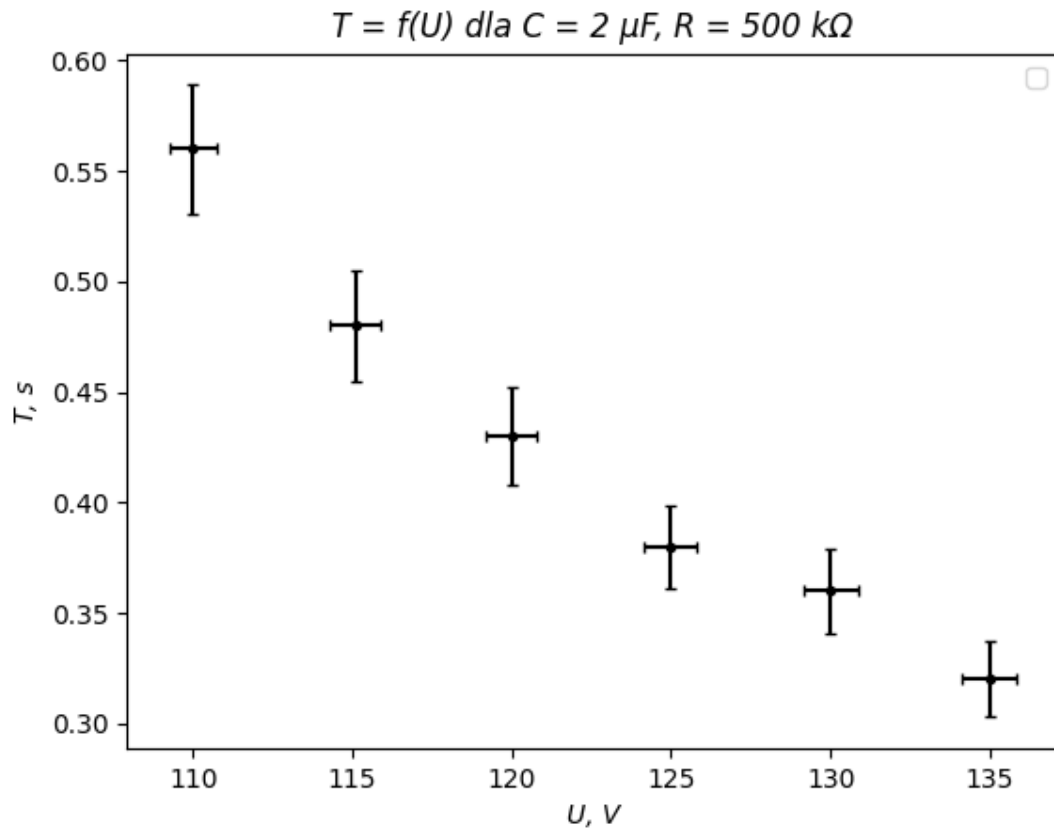
R	$a', \frac{s}{\mu F}$	$u(a'), \frac{s}{\mu F}$
500	0.1906	0.0029
900	0.3431	0.0051
1100	0.4193	0.0063

Zapisy skrócone

$R = 500 \text{ k}\Omega$	$a' = 0.1906(29) \frac{s}{\mu F}$
$R = 900 \text{ k}\Omega$	$a' = 0.3431(51) \frac{s}{\mu F}$
$R = 1100 \text{ k}\Omega$	$a' = 0.4193(63) \frac{s}{\mu F}$

$R, \text{k}\Omega$	Regresja liniowa $a, \frac{s}{\mu F}$	Wartość teoretyczna $a', \frac{s}{\mu F}$	$ a - a' $	$U(a - a'), \frac{s}{\text{k}\Omega}$	Zgodność
500	0.216	0.1906	0.0254	0.0467	Tak
900	0.421	0.3431	0.0779	0.0915	Tak
1100	0.549	0.4193	0.1297	0.1157	Nie

Zależność okresu drgań relaksacyjnych od napięcia zasilania



Wnioski

Zgodnie z oczekiwaniami teoretycznymi na wykresach widzimy, że okres drgań relaksacyjnych w układzie RC rośnie liniowo ze wzrostem pojemności kondensatora (wykres $T = f(C)$) oraz rośnie liniowo wraz ze wzrostem rezystancji rezystora (wykres $T = f(R)$). Widzimy też, że okres maleje wraz ze wzrostem napięcia (wykres $T = f(U)$), co jest spowodowane tym, że przy większym napięciu kondensator szybciej się ładuje. Nie wszystkie wyznaczone za pomocą regresji liniowej współczynniki nachylenia dopasowanych prostych zgadzały się ze współczynnikami nachylenia wyznaczonymi za pomocą wzoru teoretycznego $T = RC \ln\left(\frac{U - U_g}{U - U_z}\right)$. Może to wynikać z błędnego działania urządzeń pomiarowych (w szczególności oscyloskopu), błędnego oznaczenia pojemności na kondensatorach i rezystancji na rezystorach użytych w doświadczeniu, błędnego przyjęcia, że $U_g = 78.4 \text{ V}$ oraz $U_z = 90.0 \text{ V}$ (te wartości nie zostały zmierzone przez nas, tylko przyjęte na podstawie instrukcji do ćwiczenia) lub błędów z obliczeniami. Przeprowadzony eksperyment potwierdził również skuteczność i użyteczność histerezy, bo drgania nie wystąpiłyby, gdyby napięcie gaśnięcia neonówki nie było mniejsze od napięcia jej zapłonu. Częstotliwość drgań w układzie RC można regulować zmieniając pojemność kondensatora, rezystancję rezystora lub napięcie zasilania, dzięki temu układ ten ma szerokie zastosowanie w układach generujących sygnały o regulowanej częstotliwości, takich jak oscylatory, timery lub w generatorach sygnału.