

Obliczenia

Pomiar tła

| | |
|--|-----|
| N_T | 98 |
| $t, \text{ min}$ | 10 |
| poziom tła $I_T = N_T/t, \text{ imp/min}$ | 9.8 |

$$w(N_T) = \frac{u(N_T)}{N_T} = \frac{\sqrt{N_T}}{N_T} = \frac{1}{\sqrt{N_T}}$$

$$w(N_T) = 0.10$$

Pomiar preparatu promieniotwórczego ok. 1 cm od okienka licznika

| | |
|--|--------|
| N | 1000 |
| $t, \text{ min}$ | 0.1667 |
| poziom preparatu $I = N/t, \text{ imp/min}$ | 6000 |

$$w(N) = 0.032$$

Pomiar preparatu przysłoniętego absorbentem

Podczas laboratorium wykorzystaliśmy 20 jednakowych cienkich blaszek, które wkładaliśmy pojedynczo między preparat i okienko licznika. Zmierzyliśmy grubość 10 takich blaszek za pomocą mikrometru. Grubość jednej blaszki oznaczmy jako x_0 .

$$10x_0 = 0.37 \text{ mm}$$

$$x_0 = 0.037 \text{ mm}$$

Niepewności $u(I)$ obliczyliśmy korzystając z prawa propagacji niepewności

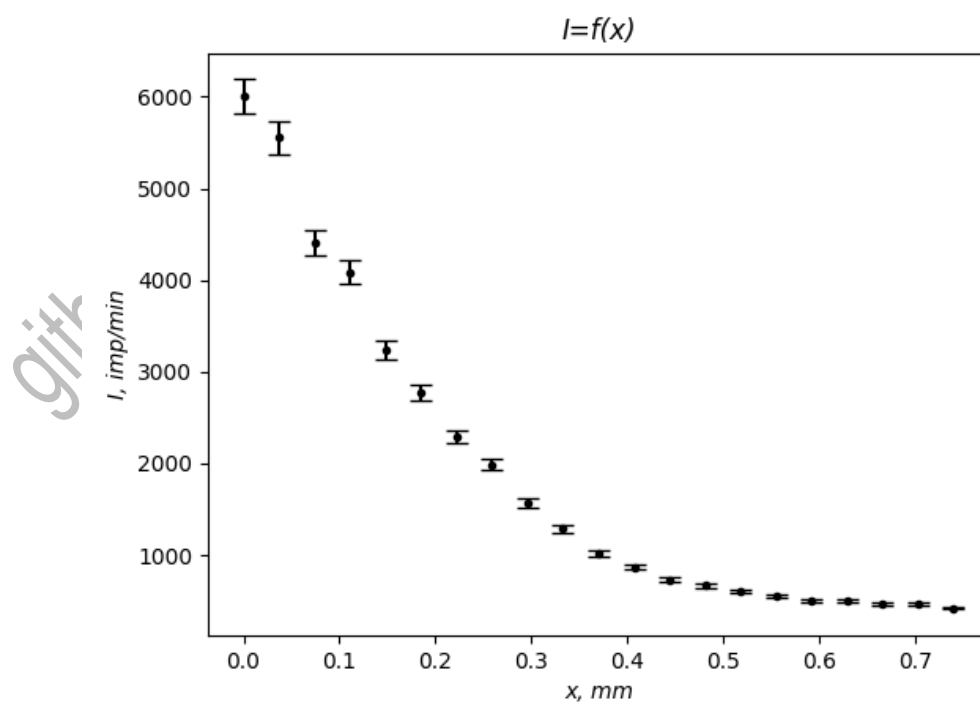
$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2}$$

$$u(I) = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial N} u(N) \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{t} u(N) \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{t} \sqrt{N} \right)^2}$$

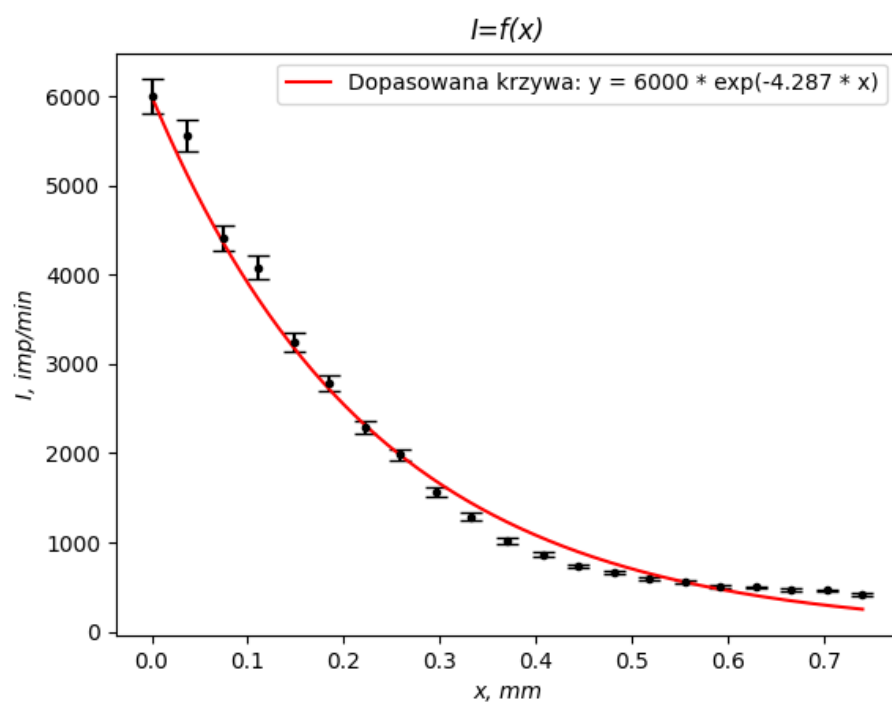
Nie uwzględniliśmy niepewności pomiaru czasu, ponieważ czas był mierzony z dużo większą dokładnością niż liczba zliczeń.

| grubość x , mm | ilość impulsów N | czas t , min | $I = N/t$, imp/min | $u(I)$, imp/min |
|---------------------|--------------------------|-------------------|------------------------|---------------------|
| 0.000 | 1000 | 0.1667 | 6000 | 190 |
| 0.037 | 1000 | 0.1800 | 5556 | 176 |
| 0.074 | 1000 | 0.2267 | 4412 | 140 |
| 0.111 | 1000 | 0.2450 | 4082 | 129 |
| 0.148 | 1000 | 0.3083 | 3243 | 103 |
| 0.185 | 1000 | 0.3600 | 2778 | 88 |
| 0.222 | 1000 | 0.4367 | 2290 | 72 |
| 0.259 | 1000 | 0.5033 | 1987 | 63 |
| 0.296 | 1000 | 0.6367 | 1571 | 50 |
| 0.333 | 1000 | 0.7767 | 1288 | 41 |
| 0.370 | 1000 | 0.9833 | 1017 | 32 |
| 0.407 | 1000 | 1.1550 | 866 | 27 |
| 0.444 | 1000 | 1.3650 | 733 | 23 |
| 0.481 | 1000 | 1.5000 | 667 | 21 |
| 0.518 | 1000 | 1.6683 | 599 | 19 |
| 0.555 | 1000 | 1.7917 | 558 | 18 |
| 0.592 | 1000 | 1.9933 | 502 | 16 |
| 0.629 | 1000 | 2.0083 | 498 | 16 |
| 0.666 | 1000 | 2.1267 | 470 | 15 |
| 0.703 | 1000 | 2.1567 | 464 | 15 |
| 0.740 | 1000 | 2.3717 | 422 | 13 |

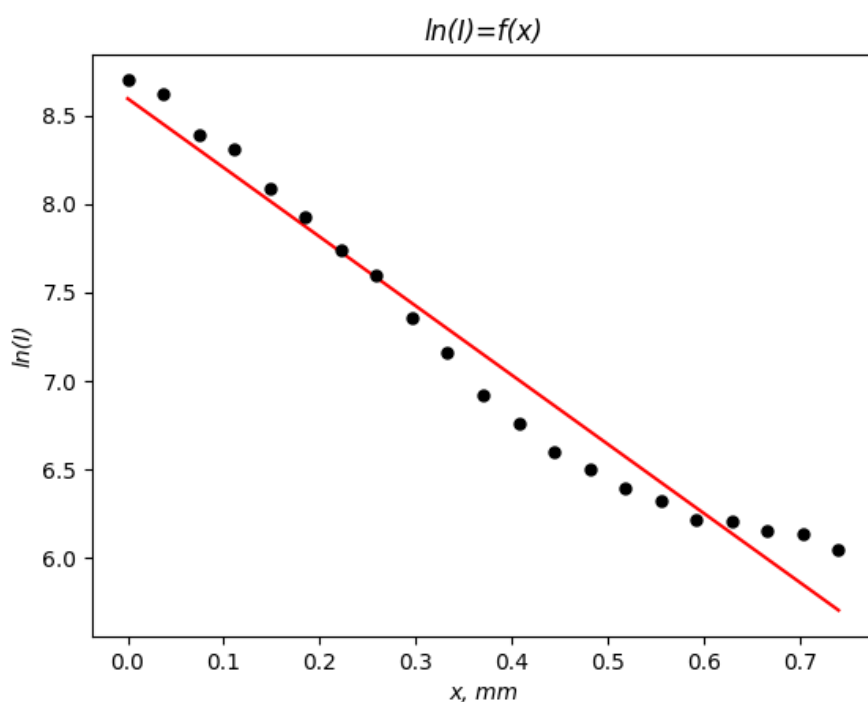
Zależność natężenia wiązki od grubości absorbenta



Wiedząc, że $I(x) = I_0 \exp(-\mu x)$, gdzie μ – liniowy współczynnik pochłaniania promieniowania β dla absorbenta, można dopasować krzywą do wykresu. $\mu \approx 4.287 \frac{1}{\text{mm}}$



Wykres zależności logarytmu naturalnego z ilości zliczeń w jednostce czasu od grubości absorbenta



Dopasowanie prostej metodą regresji liniowej

We wszystkich wykonanych pomiarach preparatu promieniotwórczego szybkość zliczeń jest wyraźnie większa od szybkości zliczeń odpowiadających promieniowaniu tła, dlatego wykonaliśmy regresję liniową używając wszystkich punktów wykresu.

$$a = -3.907 \frac{1}{\text{mm}}$$

$$b = 8.596$$

$$u(a) = 0.17 \frac{1}{\text{mm}}$$

$$u(b) = 0.075$$

$$a = -3.91(17) \frac{1}{\text{mm}}$$

$$b = 8.596(75)$$

$$I = I_0 \exp(-\mu x)$$

$$\ln(I) = \ln(I_0 \exp(-\mu x))$$

$$\ln(I) = \ln(I_0) + \ln(\exp(-\mu x))$$

$$\ln(I) = \ln(I_0) - \mu x$$

$$a = -\mu$$

$$\mu = -a$$

$$\mu = 3.91(17) \frac{1}{\text{mm}}$$

$$b = \ln(I_0)$$

$$I_0 = e^b$$

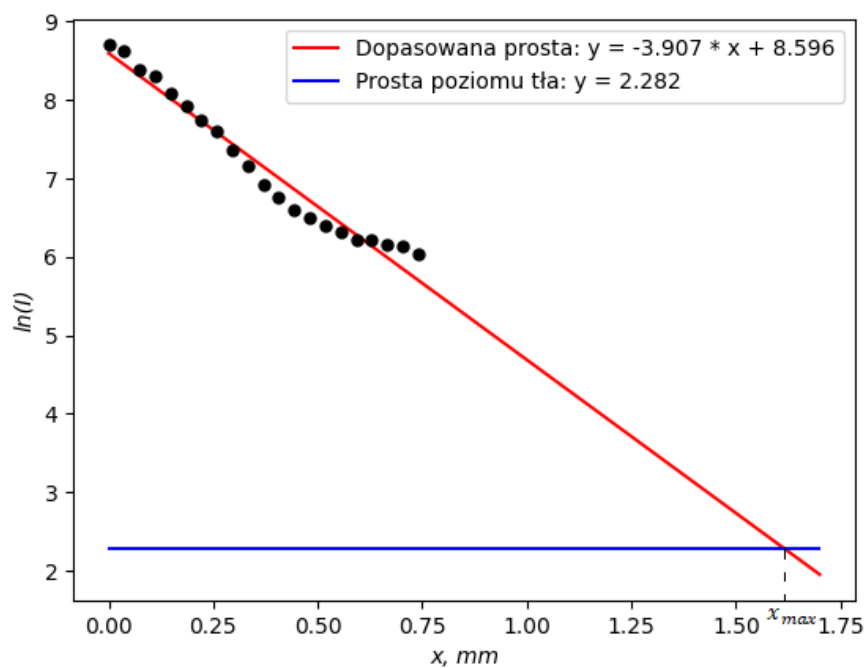
$$I_0 = 5413 \frac{1}{\text{min}}$$

Niepewność $u(I_0)$ z prawa propagacji niepewności

$$u(I_0) = \sqrt{\left(\frac{\partial I_0}{\partial b} u(b)\right)^2} = \sqrt{(e^b \cdot u(b))^2} = \sqrt{(I_0 \cdot u(b))^2}$$

$$u(I_0) = 407 \frac{1}{\text{min}}$$

$$I_0 = 541(41) \frac{10}{\text{min}}$$



$$\ln(I_T) = ax_{max} + b$$

$$x_{max} = \frac{b - \ln(I_T)}{-a}$$

$$x_{max} = 1.616 \text{ mm}$$

Niepewność $u(x_{max})$ z prawa propagacji niepewności

$$u(x_{max}) = \sqrt{\left(\frac{\partial x_{max}}{\partial a} u(a)\right)^2 + \left(\frac{\partial x_{max}}{\partial b} u(b)\right)^2 + \left(\frac{\partial x_{max}}{\partial I_T} u(I_T)\right)^2}$$

$$u(x_{max}) = \sqrt{\left(\frac{b - \ln(I_T)}{a^2} u(a)\right)^2 + \left(-\frac{1}{a} u(b)\right)^2 + \left(\frac{1}{I_T a} u(I_T)\right)^2}$$

$$u(x_{max}) = 0.11 \text{ mm}$$

$$x_{max} = 1.62(11) \text{ mm}$$

Maksymalny zasięg masowy badanego promieniowania w badanym materiale (glin)

$$R_{max} = \rho_{Al} \cdot x_{max}, \text{ gdzie } \rho_{Al} = 2.72 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$R_{max} = 4.395 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 439.5 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$$

Niepewność $u(R_{max})$ z prawa propagacji niepewności

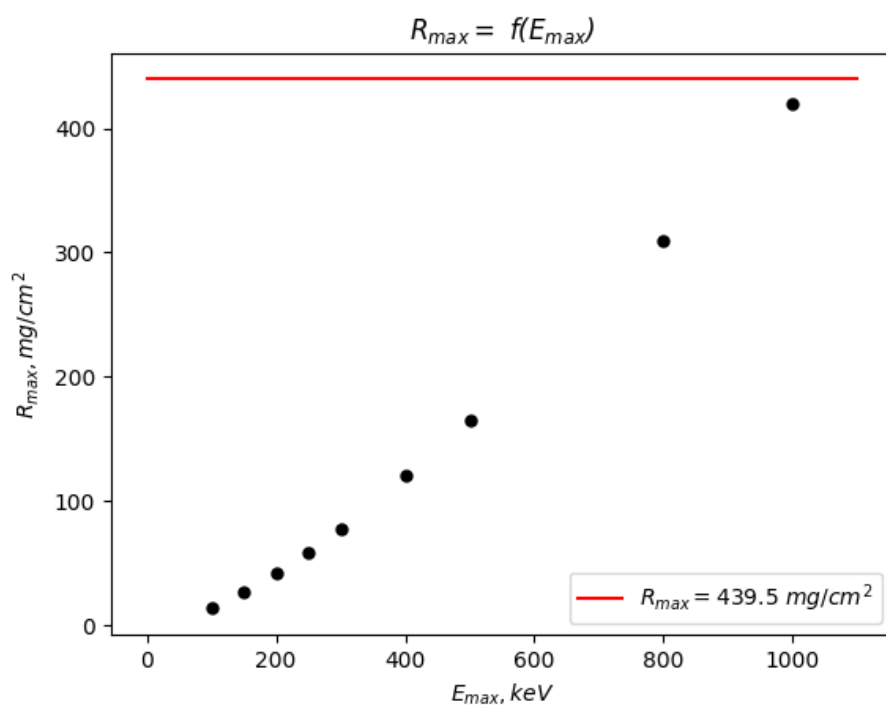
$$u(R_{max}) = \sqrt{\left(\frac{\partial R_{max}}{\partial x_{max}} u(x_{max})\right)^2}$$

$$u(R_{max}) = \sqrt{(\rho_{Al} \cdot u(x_{max}))^2} = 0.30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 30 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$$

$$R_{max} = 440(30) \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$$

Zależność maksymalnego zasięgu R_{max} promieniowania β od jego energii maksymalnej E_{max}

| E_{max} , keV | R_{max} , mg/cm ² |
|-----------------|--------------------------------|
| 100 | 13.5 |
| 150 | 26.5 |
| 200 | 42 |
| 250 | 59 |
| 300 | 78 |
| 400 | 120 |
| 500 | 165 |
| 800 | 310 |
| 1000 | 420 |



Odczytaliśmy z wykresu wartość E_{max} dla $R_{max} = 439.5 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$

$$E_{max} \approx 1030 \text{ keV}$$

$$u(E_{max}) = 26 \text{ keV}$$

$$E_{max} = 1030(26) \text{ keV}$$

Jeżeli R_{max} jest podane w g/cm^2 , to:

$$E'_{max} = \frac{R_{max} + 0.09}{0.52}, \text{ MeV}$$

$$R_{max} = 0.4395 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$$

$$E'_{max} = 1.018 \text{ MeV} = 1018 \text{ keV}$$

Niepewność $u(E'_{max})$ z prawa propagacji niepewności

$$u(E'_{max}) = \sqrt{\left(\frac{\partial E'_{max}}{\partial R_{max}} u(R_{max})\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{0.52} u(R_{max})\right)^2}$$

$$u(R_{max}) = 0.030 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$$

$$u(E'_{max}) = 0.057 \text{ MeV} = 57 \text{ keV}$$

$$E'_{max} = 1018(57) \text{ keV}$$

Test zgodności E_{max} i E'_{max}

Warunek zgodności dwóch niezależnych pomiarów

$$|x_1 - x_2| < U(x_1 - x_2)$$

Niepewność rozszerzona

$$U(x_1 - x_2) = k\sqrt{[u(x_1)]^2 + [u(x_2)]^2}$$

$$k = 2$$

$$U(E_{max} - E'_{max}) = 125.8 \text{ keV}$$

$$|E_{max} - E'_{max}| = 12 \text{ keV}$$

$$12 \text{ keV} < 125.8 \text{ keV}$$

$$|E_{max} - E'_{max}| < U(E_{max} - E'_{max})$$

Pomiary E_{max} i E'_{max} są ze sobą zgodne oraz mieszczą się w zakresie energii maksymalnej promieniowania β podawanym w podręcznikach i encyklopediach. Oznacza to, że eksperyment prawdopodobnie został przeprowadzony prawidłowo.

Zestawienie wyników końcowych

| | |
|---|--|
| prosta dopasowana do zależności $\ln(I) = f(x)$ | $y = -3.9 \frac{1}{\text{mm}} \cdot x + 8.6$ |
| liniowy współczynnik pochłaniania promieniowania β dla użytego absorbenta | $\mu = 3.91(17) \frac{1}{\text{mm}}$ |
| wartość przecięcia prostej teoretycznej z prosta poziomu tła | $x_{\max} = 1.62(11) \text{ mm}$ |
| maksymalny zasięg masowy | $R_{\max} = 440(30) \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$ |
| energia maksymalna promieniowania β odczytana z wykresu | $E_{\max} = 1030(26) \text{ keV}$ |
| energia maksymalna promieniowania β obliczona z półempirycznej zależności | $E'_{\max} = 1018(57) \text{ keV}$ |

Wnioski

Za pomocą detektora okienkowego Geigera–Müllera można efektywnie wyznaczyć maksymalną energię promieniowania β wykonując pomiar tła oraz przynajmniej kilkanaście pomiarów preparatu promieniotwórczego stopniowo przysłaniając go coraz grubsza warstwą absorbenta oraz odpowiednio interpretując wyniki. Intensywność badanego promieniowania β malała wraz ze wzrostem grubości materiału absorpcyjnego, co jest zgodne z teoretycznymi oczekiwaniami dotyczącymi interakcji promieniowania jonizującego z materią. Uzyskano dwa zgodne pomiary maksymalnej energii promieniowania β , dwoma różnymi metodami – metodą graficzną i metodą półempiryczną, co dodatkowo potwierdza poprawność eksperymentu. Badanie nie zostało przeprowadzone w pełni zgodnie z instrukcją, ponieważ liczba impulsów preparatu promieniotwórczego zasłoniętego warstwą aluminium nie zbliżyła się wystarczająco do liczby impulsów promieniowania tła. Aby przeprowadzić laboratorium w pełni zgodnie z instrukcją należałoby używać grubszych blaszek lub postawić preparat w większej odległości od okienka licznika.