

Obliczenia

Przyrządy pomiarowe

Generator prądu elektromagnesu	DF1731SB5A
Amperomierz do pomiaru natężenia prądu próbki	analogowy
Woltomierz do pomiaru napięcia podłużnego na próbce	Atex DT890G
Woltomierz do pomiaru napięcia poprzecznego na próbce	Atex DT890G

Analogowy amperomierz	
Używany zakres	30 mA
Klasa	0.5

Atex DT890G, napięcie DC		
Używane zakresy	Rozdzielczość	Dokładność
200 mV	100 μ V	$\pm (0.5\% + 3 \text{ dgts})$
2 V	1 mV	

Pomiary

Niepewności typu B przyrządów cyfrowych obliczyliśmy w następujący sposób:

$$\Delta x = a\% \cdot \text{wynik} + b \cdot \text{rozdzielczość}$$

gdzie $a\%$ – podawana w % klasa przyrządu, b – dgts

$$u_b(x) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}}$$

Na przykład niepewność pierwszego pomiaru napięcia podłużnego na próbce dla natężenia prądu próbki równego 12 mA:

$$\Delta U_x = 0.5\% \cdot 0.896 \text{ V} + 3 \cdot 0.001 \text{ V} = 0.00748 \text{ V}$$

$$u_b(U_x) = \frac{\Delta U_x}{\sqrt{3}} \approx 0.004319 \text{ V}$$

Niepewności typu B przyrządów analogowych obliczyliśmy w następujący sposób:

$$\Delta x = \frac{\text{klasa} \cdot \text{zakres}}{100}$$

$$u_b(x) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}}$$

Na przykład niepewność pomiaru natężenia prądu próbki I_s :

$$\Delta I_s = \frac{0.5 \cdot 30 \text{ mA}}{100} = 0.15 \text{ mA}$$

$$u_b(I_s) = \frac{\Delta I_s}{\sqrt{3}} \approx 0.087 \text{ mA}$$

Zależność napięcia podłużnego i napięcia poprzecznego od natężenia prądu elektromagnesu

$I_s = 12 \text{ mA}$			
Lp.	I_e, A	U_x, V	U_y, V
1	0.00	0.896	0.0001
2	0.20	0.896	0.0012
3	0.40	0.895	0.0030
4	0.60	0.895	0.0048
5	0.80	0.895	0.0069
6	0.97	0.895	0.0085
7	1.21	0.895	0.0105
8	1.41	0.895	0.0124
9	1.59	0.895	0.0140
10	1.80	0.895	0.0159
11	2.00	0.895	0.0176
12	2.17	0.895	0.0190
13	2.40	0.895	0.0204

$I_s = 24 \text{ mA}$			
Lp.	I_e, A	U_x, V	U_y, V
1	0.00	1.676	0.0002
2	0.20	1.661	0.0028
3	0.39	1.659	0.0059
4	0.59	1.658	0.0091
5	0.81	1.657	0.0131
6	0.99	1.656	0.0165
7	1.19	1.655	0.0197
8	1.40	1.655	0.0235
9	1.59	1.655	0.0267
10	1.78	1.653	0.0296
11	1.99	1.654	0.0330
12	2.21	1.653	0.0364
13	2.40	1.653	0.0389

Przeliczyliśmy wartości prądu elektromagnesu I_e na wartości indukcji pola magnetycznego B oraz obliczyliśmy niepewności pomiarowe.

$I_s = 12 \text{ mA}$					
Lp.	B, mT	U_x, V	U_y, V	$u(U_x), \text{V}$	$u(U_y), \text{V}$
1	0	0.896	0.0001	0.0043	0.00017
2	26	0.896	0.0012	0.0043	0.00018
3	58	0.895	0.0030	0.0043	0.00018
4	88	0.895	0.0048	0.0043	0.00019
5	120	0.895	0.0069	0.0043	0.00019
6	150	0.895	0.0085	0.0043	0.00020
7	175	0.895	0.0105	0.0043	0.00020
8	200	0.895	0.0124	0.0043	0.00021
9	230	0.895	0.0140	0.0043	0.00021
10	255	0.895	0.0159	0.0043	0.00022
11	280	0.895	0.0176	0.0043	0.00022
12	300	0.895	0.0190	0.0043	0.00023
13	320	0.895	0.0204	0.0043	0.00023

$I_s = 24 \text{ mA}$					
Lp.	B, mT	U_x, V	U_y, V	$u(U_x), \text{V}$	$u(U_y), \text{V}$
1	0	1.676	0.0002	0.0066	0.00017
2	26	1.661	0.0028	0.0065	0.00018
3	58	1.659	0.0059	0.0065	0.00019
4	88	1.658	0.0091	0.0065	0.00020
5	120	1.657	0.0131	0.0065	0.00021
6	150	1.656	0.0165	0.0065	0.00022
7	175	1.655	0.0197	0.0065	0.00023
8	200	1.655	0.0235	0.0065	0.00024
9	230	1.655	0.0267	0.0065	0.00025
10	255	1.653	0.0296	0.0065	0.00026
11	280	1.654	0.0330	0.0065	0.00027
12	300	1.653	0.0364	0.0065	0.00028
13	320	1.653	0.0389	0.0065	0.00029

Zależność napięcia poprzecznego od natężenia prądu próbki

$B = 150 \text{ mT}$				
Lp.	I_s, mA	U_y, V	$u(I_s), \text{mA}$	$u(U_y), \text{V}$
1	0	0.0000	0.087	0.00030
2	2	0.0038		0.00032
3	4	0.0075		0.00034
4	6	0.0107		0.00035
5	8	0.0134		0.00037
6	10	0.0154		0.00038
7	12	0.0169		0.00038
8	14	0.0180		0.00039
9	16	0.0183		0.00039
10	18	0.0186		0.00039
11	20	0.0188		0.00039
12	22	0.0174		0.00039
13	24	0.0163		0.00038

$B = 300 \text{ mT}$				
Lp.	I_s, mA	U_y, V	$u(I_s), \text{mA}$	$u(U_y), \text{V}$
1	0	0.0000	0.087	0.00030
2	2	0.0058		0.00033
3	4	0.0114		0.00036
4	6	0.0165		0.00038
5	8	0.0210		0.00041
6	10	0.0249		0.00042
7	12	0.0286		0.00044
8	14	0.0312		0.00046
9	16	0.0333		0.00047
10	18	0.0354		0.00048
11	20	0.0361		0.00048
12	22	0.0366		0.00048
13	24	0.0376		0.00049

Napięcie Halla

Napięcie poprzeczne na próbce można zapisać jako sumę spadków napięć:

$$U_y = U_H + U_E + U_N + U_{RL} + U_A,$$

gdzie:

U – napięcie poprzeczne na próbce,

U_H – napięcie Halla,

U_E – napięcie wywołane efektem Ettingshausena,

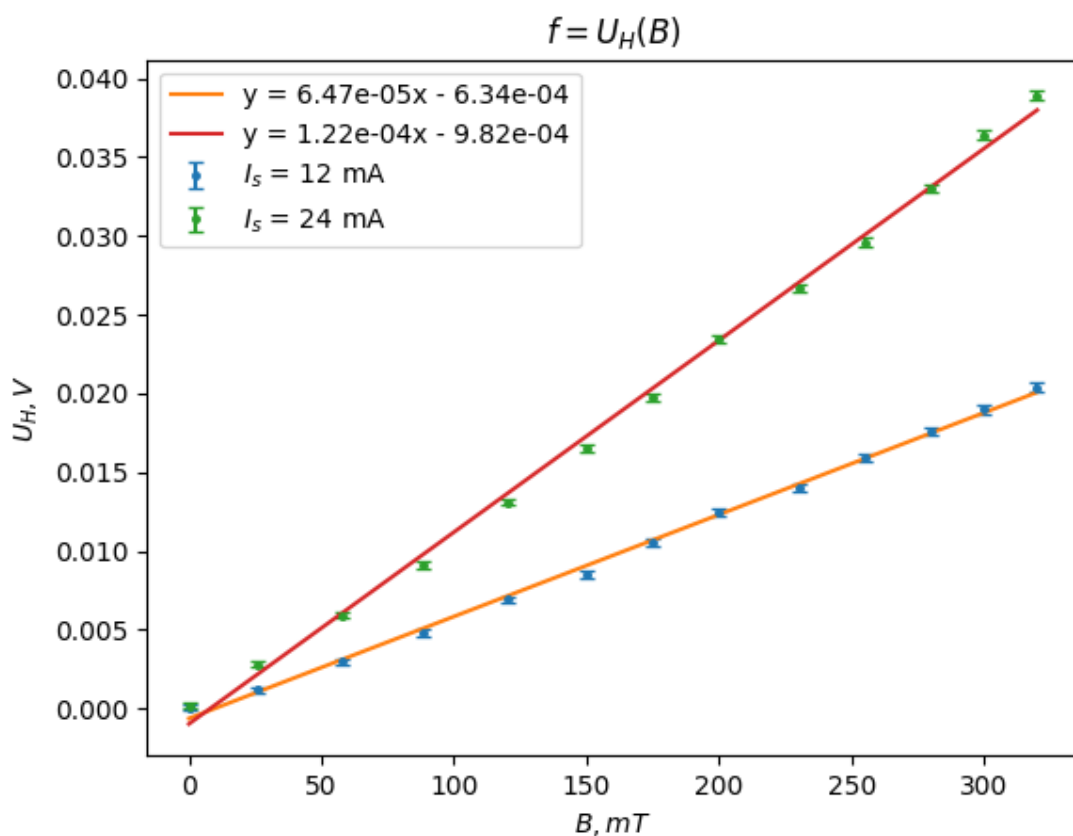
U_N – napięcie Nernsta,

U_{RL} – napięcie Righi – Leduca,

U_A – napięcie asymetrii.

Ponieważ nie w naszym układzie pomiarowym nie mierzyliśmy U_E, U_N, U_{RL}, U_A , założyliśmy, że $U_H = U_y$.

Zależności napięcia Halla od indukcji pola magnetycznego



Współczynniki kierunkowe prostych wyznaczone metodą regresji liniowej

I_s, mA	$a, \frac{\text{V}}{\text{mT}}$	b, V	$u(a), \frac{\text{V}}{\text{mT}}$	$u(b), \text{V}$
12	$6.471 \cdot 10^{-5}$	-0.00063	$9.103 \cdot 10^{-7}$	0.00018
24	$1.218 \cdot 10^{-4}$	-0.00098	$1.910 \cdot 10^{-6}$	0.00038

Zapisy skrócone

$I_s = 12 \text{ mA}$	$a = 6.471(91) \cdot 10^{-5} \frac{\text{V}}{\text{mT}}$	$b = -0.00063(18) \text{ V}$
$I_s = 24 \text{ mA}$	$a = 1.218(19) \cdot 10^{-4} \frac{\text{V}}{\text{mT}}$	$b = -0.00098(38) \text{ V}$

Obliczenie stałej Halla

Wzór na napięcie Halla

$$U_H = R_H \frac{I_s}{d} B,$$

gdzie:

$$d = 8 \cdot 10^{-5} \text{ m},$$

R_H – stała Halla.

$$U_H = a \cdot B$$

$$a = R_H \frac{I_s}{d}$$

$$R_H = \frac{ad}{I_s}$$

$$R_{H I_s=12 \text{ mA}} = 4.314 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

$$R_{H I_s=24 \text{ mA}} = 4.059 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

Niepewność stałej Halla z prawa propagacji niepewności

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2}$$

$$u(R_H) = \sqrt{\left(\frac{\partial R_H}{\partial a} u(a) \right)^2 + \left(\frac{\partial R_H}{\partial I_s} u(I_s) \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{d}{I_s} \cdot u(a) \right)^2 + \left(-\frac{ad}{I_s^2} \cdot u(I_s) \right)^2}$$

$$u(I_s) = 0.087 \text{ mA}$$

$$u(R_{H I_s=12 \text{ mA}}) = 6.827 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

$$u(R_{H I_s=24 \text{ mA}}) = 6.534 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

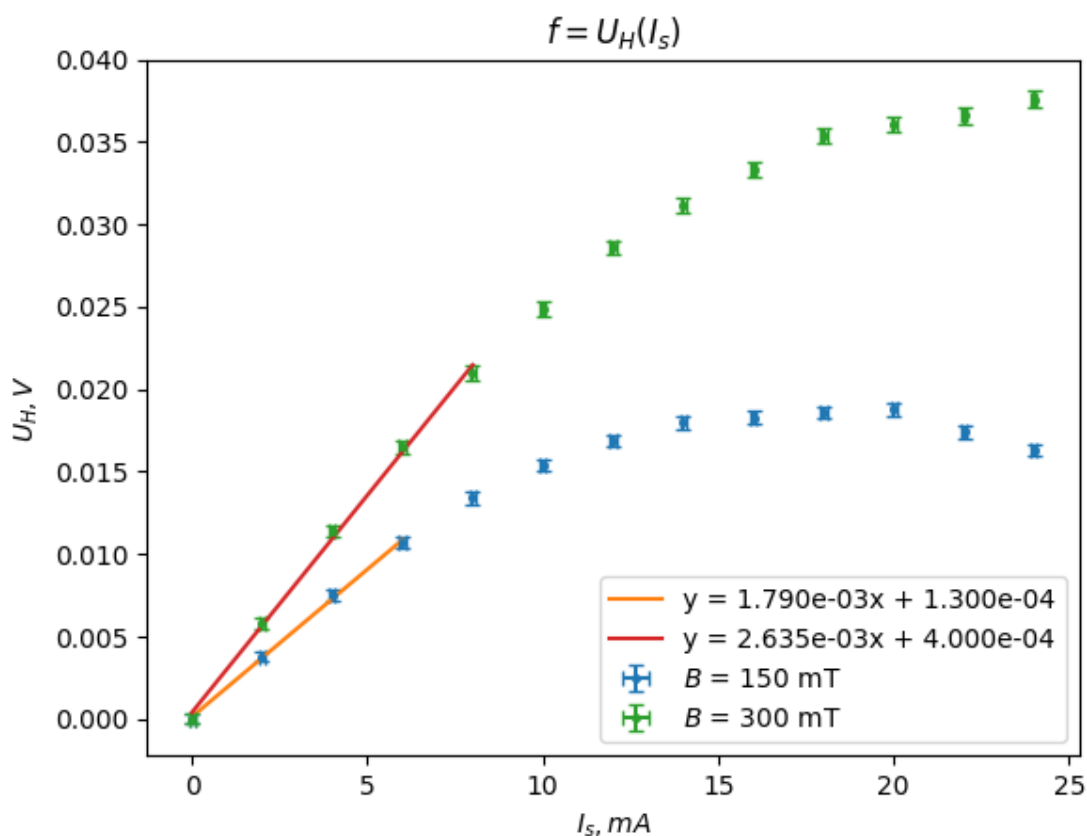
Zapisy skrócone:

$$R_{H I_S=12 \text{ mA}} = 4.314(68) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

$$R_{H I_S=24 \text{ mA}} = 4.059(65) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

github.com/krzysztf/polsl-sprawozdania-fizyka

Zależności napięcia Halla od natężenia prądu próbki



Metodą regresji liniowej dopasowaliśmy proste tylko do zakresu, gdzie zależność $f = U_H(I_S)$ jest liniowa.

Współczynniki prostych wyznaczonych metodą regresji liniowej

B, mT	$a, \frac{V}{\text{mA}}$	b, V	$u(a), \frac{V}{\text{mA}}$	$u(b), V$
150	$1.790 \cdot 10^{-3}$	0.00013	$4.950 \cdot 10^{-5}$	0.00019
300	$2.635 \cdot 10^{-3}$	0.00040	$7.654 \cdot 10^{-5}$	0.00037

Zapisy skrócone

$B = 150 \text{ mT}$	$a = 1.790(50) \cdot 10^{-3} \frac{V}{\text{mA}}$	$b = 0.00013(19) V$
$B = 300 \text{ mT}$	$a = 2.635(77) \cdot 10^{-3} \frac{V}{\text{mA}}$	$b = 0.00040(37) V$

Obliczenie stałej Halla

$$U_H = R_H \frac{I_s}{d} B,$$

$$U_H = a \cdot I_s$$

$$a = R_H \frac{B}{d}$$

$$R_H = \frac{ad}{B}$$

$$R_{H_{B=150 \text{ mT}}} = 9.547 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

$$R_{H_{B=300 \text{ mT}}} = 7.027 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

Niepewność stałej Halla z prawa propagacji niepewności

$$u(R_H) = \sqrt{\left(\frac{\partial R_H}{\partial a} u(a)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{d}{B} \cdot u(a)\right)^2}$$

$$u(I_s) = 0.087 \text{ mA}$$

$$u(R_{H_{B=150 \text{ mT}}}) = 2.640 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

$$u(R_{H_{B=300 \text{ mT}}}) = 2.041 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

Zapisy skrócone:

$$R_{H_{B=150 \text{ mT}}} = 9.55(26) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

$$R_{H_{B=300 \text{ mT}}} = 7.03(20) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

Koncentracja nośników ładunku

$$n_0 = \frac{1}{eR_H},$$

gdzie:

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} - \text{ładunek elektronu}$$

Niepewność koncentracji nośników ładunku z prawa propagacji niepewności

$$u(n_0) = \sqrt{\left(\frac{\partial n_0}{\partial R_H} u(R_H)\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{eR_H^2} \cdot u(R_H)\right)^2}$$

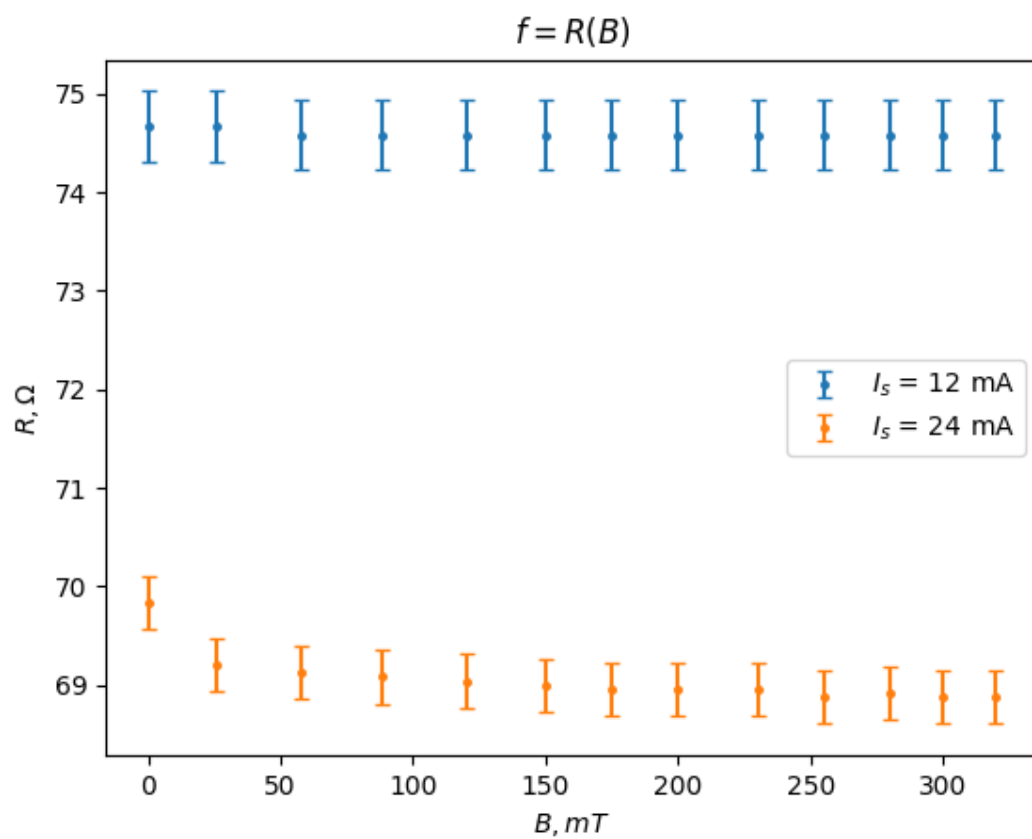
$R_H, 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$	$u(R_H), 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$	$n_0, 10^{21} \frac{1}{\text{m}^3}$	$u(n_0), 10^{20} \frac{1}{\text{m}^3}$
4.314	6.827	14.47	2.290
4.059	6.534	15.38	2.475
9.547	26.40	6.538	1.808
7.027	20.41	8.883	2.580

Zapisy skrócone:

$R_{H I_s=12 \text{ mA}} = 4.314(68) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$	$n_0 = 1.447(23) \cdot 10^{22} \frac{1}{\text{m}^3}$
$R_{H I_s=24 \text{ mA}} = 4.059(65) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$	$n_0 = 1.538(25) \cdot 10^{22} \frac{1}{\text{m}^3}$
$R_{H B=150 \text{ mT}} = 9.55(26) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$	$n_0 = 6.54(18) \cdot 10^{21} \frac{1}{\text{m}^3}$
$R_{H B=300 \text{ mT}} = 7.03(20) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$	$n_0 = 8.88(26) \cdot 10^{21} \frac{1}{\text{m}^3}$

Rząd wielkości otrzymanych wartości koncentracji nośników ładunku (10^{22}) odpowiada półprzewodnikom domieszkowanym w celu zwiększenia przewodnictwa.

Zależności oporu podłużnego próbki od indukcji pola magnetycznego



Opór podłużny próbki obliczyliśmy jako iloraz $U_{xi}/I_{si} = R_i$.

Zestawienie wyników końcowych

stała Halla dla $I_S = 12 \text{ mA}$	$R_{H I_S=12 \text{ mA}} = 4.314(68) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$
stała Halla dla $I_S = 24 \text{ mA}$	$R_{H I_S=24 \text{ mA}} = 4.059(65) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$
stała Halla dla $B = 150 \text{ mT}$	$R_{H B=150 \text{ mT}} = 9.55(26) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$
stała Halla dla $B = 300 \text{ mT}$	$R_{H B=300 \text{ mT}} = 7.03(20) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$
koncentracja nośników ładunku dla $I_S = 12 \text{ mA}$	$n_0 = 1.447(23) \cdot 10^{22} \frac{1}{\text{m}^3}$
koncentracja nośników ładunku dla $I_S = 24 \text{ mA}$	$n_0 = 1.538(25) \cdot 10^{22} \frac{1}{\text{m}^3}$
koncentracja nośników ładunku dla $B = 150 \text{ mT}$	$n_0 = 6.54(18) \cdot 10^{21} \frac{1}{\text{m}^3}$
koncentracja nośników ładunku dla $B = 300 \text{ mT}$	$n_0 = 8.88(26) \cdot 10^{21} \frac{1}{\text{m}^3}$

Wnioski

Uzyskane przez nas wartości stałej Halla różniły się od siebie w zależności od natężenia prądu próbki lub indukcji pola magnetycznego. Uzyskaliśmy zgodne pomiary stałej Halla dla dwóch różnych natężeń prądu próbki i te pomiary uznajemy za najbardziej wiarygodne. Pomiary stałej Halla wykonane dla stałej indukcji pola magnetycznego uznajemy za niewiarygodne, ponieważ zostały wykonane z użyciem tylko kilku punktów, dla których zależność napięcia Halla od natężenia prądu próbki była liniowa. Zgodnie ze wzorem ($U_H = R_H \frac{I_s}{d} B$) zależność napięcia Halla od natężenia prądu próbki powinna być liniowa w pełnym zakresie, a dla wykonanych pomiarów była liniowa tylko dla natężenia prądu próbki w zakresie $0 \div 8$ mA. Analogicznie uważamy, że pomiary koncentracji ładunków wykonane przy stałym prądzie próbki są wiarygodne, a te wykonane przy stałej indukcji pola magnetycznego są niewiarygodne. Wszystkie otrzymane wyniki są zgodne co do rzędu wielkości, co świadczy o poprawnych założeniach eksperymentu, pomimo niepełnej zgodności wyników. Wątpliwość może budzić założenie, że $U_H = U_y$, które być może jest przyczyną niepełnej zgodności wyników. Uzyskane wartości stałej Halla, koncentracji nośników ładunku i oporu podłużnego próbki są odpowiednie dla półprzewodników.