

# **Cyfrowe sterowanie maszynami asynchronicznymi**

**Zbigniew Krzemiński**

**Gdańsk 2000**

## ***"Cyfrowe sterowanie maszynami asynchronicznymi"***

### Spis treści

1. Wstęp
2. Problemy cyfrowej realizacji układów sterowania maszynami asynchronicznymi
3. Symulacyjne metody badania układów sterowania napędami elektrycznymi
  - 3.1. Symulacje komputerowe
  - 3.2. Badania symulacyjne z procesorem sygnałowym w pętli programu
  - 3.3. Testowanie programów w fizycznych warunkach działania procesora sygnałowego
4. Architektura systemów z procesorami sygnałowymi
  - 4.1. Problemy budowy układów cyfrowego sterowania napędami
  - 4.2. Architektura procesorów sygnałowych
  - 4.3. Architektura układu sterowania falownikiem napięcia z procesorem sygnałowym
5. Realizacja źródeł prądu i napięcia
  - 5.1. Falownik napięcia jako sterowane źródło napięcia
  - 5.2. Źródło prądu z falownikiem prądu
  - 5.3. Źródło prądu z falownikiem napięcia
    - 5.3.1. Struktura źródła prądu z falownikiem napięcia
    - 5.3.2. Histerezowy regulator prądu wyjściowego falownika napięcia
    - 5.3.3. Regulator prądu wyjściowego falownika napięcia z predykcją napięcia
    - 5.3.4. Regulator prądu wyjściowego falownika napięcia z predykcją siły elektromotorycznej
6. Modele matematyczne maszyn asynchronicznych
  - 6.1. Podstawowe zależności
  - 6.2. Multiskalarne modele maszyny asynchronicznej
    - 6.2.1. Maszyna asynchroniczna klatkowa zasilana z falownika napięcia
    - 6.2.2. Multiskalarny model matematyczny maszyny asynchronicznej dwustronnie zasilanej
    - 6.2.3. Model multiskalarny maszyny asynchronicznej zasilanej z falownika prądu
    - 6.2.4. Model matematyczny maszyny asynchronicznej klatkowej zasilanej z falownika napięcia sterowanego prądowo
    - 6.2.5. Model matematyczny dwustronnie zasilanej maszyny asynchronicznej z falownikiem napięcia sterowanym prądowo
  - 6.3. Amplitudowo kątowy model maszyny asynchronicznej klatkowej
7. Uwzględnianie nasycenia głównego obwodu magnetycznego maszyny asynchronicznej
  - 7.1. Uwzględnianie nasycenia głównego obwodu magnetycznego metodą wektora strumienia wirtualnego
  - 7.2. Równania różniczkowe maszyny asynchronicznej z uwzględnieniem nasycenia głównego obwodu magnetycznego
  - 7.3. Uproszczony model maszyny asynchronicznej z uwzględnieniem nasycenia głównego obwodu magnetycznego
8. Sprzężenia zwrotne linearyzujące układy z maszynami asynchronicznymi
  - 8.1. Strukturalna metoda syntezy układów sterowania
  - 8.2. Linearyzacja równań różniczkowych multiskalarnego modelu maszyny asynchronicznej przez wprowadzenie nieliniowych sprzężeń zwrotnych
    - 8.2.1. Nieliniowe sterowanie maszyną asynchroniczną z orientacją układu współrzędnych względem wektora strumienia wirnika
    - 8.2.2. Linearyzacja układów napędowych z multiskalarnym modelem maszyny asynchronicznej za pomocą sprzężeń zwrotnych

- 8.2.2.1. Maszyna asynchroniczna klatkowa zasilana z falownika napięcia
- 8.2.2.2. Maszyna asynchroniczna klatkowa zasilana z falownika prądu
- 8.2.2.3. Maszyna asynchroniczna zasilana dwustronnie
- 8.2.2.4. Maszyna asynchroniczna klatkowa zasilana z falownika napięcia sterowanego prądowo
- 8.2.2.5. Dwustronnie zasilana maszyna asynchroniczna z falownikiem napięcia sterowanym prądowo
- 8.3. Tłumienie oscylacji w maszynie asynchronicznej dwustronnie zasilanej na drodze odprzegającego sterowania składowymi wektorów
  - 8.3.1. Właściwości maszyny asynchronicznej dwustronnie zasilanej
  - 8.3.2. Tłumienie oscylacji w maszynie zasilanej od strony wirnika z falownika napięcia sterowanego prądowo
  - 8.3.3. Tłumienie oscylacji w maszynie zasilanej od strony wirnika z falownika napięcia sterowanego napięciowo
- 9. Układy regulacji maszyn asynchronicznych z pętlą synchronizacji fazowej
  - 9.1. Synchronizacja fazowa w układach trójfazowych
  - 9.2. Układ regulacji silnika klatkowego z pętlą synchronizacji fazowej
  - 9.3. Układ regulacji maszyny dwustronnie zasilanej z pętlą synchronizacji fazowej
- 10. Estymacja niemierzalnych zmiennych stanu maszyny asynchronicznej w systemach z procesorami sygnałowymi
  - 10.1. Odtwarzanie strumienia wirnika maszyny asynchronicznej klatkowej w obserwatorze Luenbergera
  - 10.2. Obserwator prędkości kątowej maszyny asynchronicznej klatkowej
  - 10.3. Odtwarzanie kąta pomiędzy stojanem a wirnikiem maszyny asynchronicznej dwustronnie zasilanej
- 11. Identyfikacja parametrów maszyn asynchronicznych w cyfrowych systemach sterowania
  - 11.1. Zmienność parametrów maszyn asynchronicznych
  - 11.2. Identyfikacja indukcyjności rozproszenia stojana i wirnika
  - 11.3. Identyfikacja rezystancji wirnika maszyny asynchronicznej klatkowej
  - 11.4. Wyznaczanie rezystancji stojana maszyny asynchronicznej klatkowej
  - 11.5. Identyfikacja indukcyjności wzajemnej maszyny asynchronicznej klatkowej
- 12. Cyfrowe realizacje wybranych algorytmów sterowania maszynami asynchronicznymi
  - 12.1. Układ sterowania maszyną asynchroniczną klatkową bazujący na modelu multiskalarnym
    - 12.2.1. Struktura układu sterowania
    - 12.2.2. Cyfrowa realizacja nieliniowych sprzężeń zwrotnych i transformacji
    - 12.2.3. Ograniczanie napięcia wyjściowego falownika
    - 12.2.4. Ograniczanie prądu wyjściowego falownika
    - 12.2.5. Wyniki badań symulacyjnych układu nieliniowego sterowania maszyną asynchroniczną klatkową
  - 12.2. Układ sterowania maszyną asynchroniczną dwustronnie zasilaną bazujący na modelu multiskalarnym
    - 12.2.1. Struktura układu sterowania
    - 12.2.2. Odtwarzanie zmiennych maszyny dwustronnie zasilanej
    - 12.2.3. Wyniki badań symulacyjnych układu sterowania nieliniowego maszyną dwustronnie zasilaną
- 13. Zakończenie

## Wykaz ważniejszych oznaczeń

$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \dots$  – macierze

$A_n, A_o$  – amplitudy sygnałów nadajnika i odbiornika

$E_d$  – siła elektromotoryczna w obwodzie pośredniczącym

$I_b$  – prąd odniesienia,

$I_N$  – prąd znamionowy,

$I_s$  – zadana amplituda wektora prądu stojana

$J$  – moment bezwładności

$\mathbf{K}_i$  – wektorową funkcją komutacyjną

$L_d$  – indukcyjność w obwodzie pośredniczącym

$L_m$  – indukcyjność wzajemna stojana i wirnika

$L_r$  – indukcyjność wirnika

$L_s$  – indukcyjność stojana

$L_{\sigma s}, L_{\sigma r}$  – indukcyjności rozproszeń stojana i wirnika

$R$  – zastępcza rezystancja obwodu obciążenia falownika

$R_d$  – rezystancja w obwodzie pośredniczącym

$R_r$  – rezystancja uzwojeń wirnika

$R_s$  – rezystancja uzwojeń stojana

$S_n, S_o$  – sygnały nadajnika i odbiornika

$T, T_{\text{imp}}$  – okres impulsowania falownika

$T_v, T_i$  – stała czasowa

$U_b$  – napięcie odniesienia

$U_N$  – napięcie znamionowe

$U_d$  – napięcie w obwodzie pośredniczącym prądu stałego

$\mathbf{V}, \mathbf{v}$  – wektor napięcia wyjściowego falownika

$Z_b$  – impedancja odniesienia

$\mathbf{e}$  – wektor przestrzenny siły elektromotorycznej

$e_x, e_y$  – składowe wektora siły elektromotorycznej

$\mathbf{f}(\cdot)$  – funkcja nieliniowa

$\mathbf{g}(\cdot)$  – funkcja nieliniowa

$\mathbf{i}$  – wektor przestrzenny prądu

$\mathbf{i}_r$  – wektor przestrzenny prądu wirnika

$i_m$  – moduł wektora przestrzennego prądu magnesującego

$\mathbf{i}_m$  – wektor przestrzenny prądu magnesującego

$i_s$  – moduł wektora przestrzennego prądu stojana

$\mathbf{i}_s$  – wektor przestrzenny prądu stojana

$i_d$  – prąd w obwodzie pośredniczącym

$i_d, i_q$  – składowe wektora prądu w prostokątnym układzie współrzędnych wirującym

z prędkością kątową strumienia wirnika

$i_x, i_y$  – składowe wektora prądu w prostokątnym układzie współrzędnych wirującym  
 z dowolną prędkością kątową  
 $i_{rx}^*$  – wartość zadana składowej prądu wirnika w osi x  
 $i_\alpha, i_\beta$  – składowe wektora prądu w wirującym układzie współrzędnych  
 $m_0$  – momentem obciążenia na wale maszyny  
 $m_b$  – moment odniesienia  
 $p$  – liczba par biegunów silnika  
 $\mathbf{p}$  – wektor parametrów  
 $q_{11}, q_{12}, q_{21}, q_{22}$  – zmienne modelu multiskalarnego maszyny asynchronicznej klatkowej  
 $s_i$  – poślizg wektora prądu stojana  
 $t$  – czas  
 $u_{AB}, u_{BC}, u_{CA}$  – napięcia pomiędzy fazami wyjściowymi falownika  
 $\mathbf{u}$  – wektor przestrzenny napięcia, wektor sterowań  
 $u_1, u_2$  – zmienne sterujące modelu multiskalarnego maszyny asynchronicznej klatkowej  
 $u_d$  – napięcie wejściowe falownika  
 $u_d, u_q$  – składowe wektora napięcia w prostokątnym układzie współrzędnych wirującym  
 z prędkością kątową strumienia wirnika  
 $\mathbf{u}_s$  – wektor przestrzenny napięcia stojana  
 $u_{sf2}, u_{si1}, u_{si2}$  – zmienne pomocnicze w modelu multiskalarnym maszyny dwustronnie  
 zasilanej  
 $u_x, u_y$  – składowe wektora napięcia w prostokątnym układzie współrzędnych wirującym  
 z dowolną prędkością kątową  
 $u_\alpha, u_\beta$  – składowe wektora napięcia w nieruchomym prostokątnym układzie współrzędnych  
 $v_1, v_2$  – zmienne sterujące modelu multiskalarnego maszyny asynchronicznej klatkowej  
 $v_d, v_q$  – składowe wektora napięcia w prostokątnym układzie współrzędnych wirującym  
 z prędkością kątową wektora strumienia wirnika  
 $v_\alpha, v_\beta$  – składowe wektora napięcia w nieruchomym prostokątnym układzie współrzędnych  
 $w_1, w_2$  – zmienne sterujące modelu multiskalarnego maszyny asynchronicznej klatkowej  
 $w_0$  – współczynnik rozproszenia  
 $\mathbf{x}$  – wektor zmiennych stanu  
 $\hat{\mathbf{x}}$  – wektor zmiennych stanu obserwatora  
 $\tilde{\mathbf{x}}$  – wektor błędu obserwatora  
 $x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}$  – zmienne modelu multiskalarnego maszyny asynchronicznej klatkowej  
 $\mathbf{y}$  – wektor wielkości wyjściowych  
 $\mathbf{z}$  – wektor zakłóceń  
 $z_{11}, z_{12}, z_{21}, z_{22}$  – zmienne modelu multiskalarnego maszyny dwustronnie zasilanej  
 $\Lambda, \Lambda_x$  – parametry określające nieliniowość obwodu magnetycznego  
 $\Psi_b$  – strumień skojarzony odniesienia  
 $\varphi$  – kąt przesunięcia fazowego sygnału odbiornika  
 $\varphi_{iS}$  – kąt położenia wektora prądu w układzie współrzędnych związanym ze stojanem  
 $\varphi_{iR}$  – kąt położenia wektora prądu w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem

$\varphi_{RS}$  – kąt pomiędzy wirnikiem a stojanem  
 $\rho$  – chwilowy kąt położenia wirującego układu współrzędnych  
 $\Delta\rho$  – kąt pomiędzy wektorami siły elektromotorycznej w kolejnych okresach impulsowania falownika  
 $\sigma$  – całkowity współczynnik rozproszenia Blondella  
 $\tau$  – czas względny  
 $\omega_a$  – prędkość kątowa wirowania układu współrzędnych  
 $\omega_b$  – mechaniczna prędkość kątowa odniesienia  
 $\omega_i$  – prędkość kątowa wirowania wektora prądu  
 $\omega_{ir}$  – prędkość kątowa wektora prądu wirnika określona względem wirnika  
 $\omega_r$  – prędkość kątowa wirnika względem stojana  
 $\omega_s, \omega_0$  – znamionowa pulsacja napięcia zasilającego  
 $\omega_{\psi r}$  – prędkość kątowa wektora strumienia wirnika  
 $\omega_{\psi s}$  – prędkość kątowa wektora strumienia stojana  
 $\psi_d, \psi_q$  – składowe wektora strumienia w prostokątnym układzie współrzędnych wirującym z prędkością kątową strumienia wirnika  
 $\psi_m$  – moduł wektora strumienia głównego w szczelinie powietrznej  
 $\Psi_m$  – wektor przestrzenny strumienia głównego w szczelinie powietrznej  
 $\psi_x, \psi_y$  – składowe wektora strumienia w prostokątnym układzie współrzędnych wirującym z dowolną prędkością kątową  
 $\psi_r$  – moduł wektora strumienia wirnika  
 $\Psi_r$  – wektor przestrzenny strumienia skojarzonego wirnika  
 $\Psi_s$  – wektor przestrzenny strumienia skojarzonego stojana  
 $\Psi_s^*$  – wektor określony przez liczbę sprzężoną z  $\Psi_s$   
 $\psi_\alpha, \psi_\beta$  – składowe wektora strumienia w nieruchomym prostokątnym układzie współrzędnych  
 $\zeta_\alpha, \zeta_\beta$  – składowe wektora zakłóceń w obserwatorze prędkości

## 1. Wstęp

Maszyny asynchroniczne, klatkowe i pierścieniowe, są stosowane w większości układów napędowych o regulowanej i nieregulowanej prędkości kątowej. Szeroki obszar zastosowań maszyn klatkowych wynika z ich prostej konstrukcji i niskich kosztów wytwarzania. Pierścieniowe maszyny asynchroniczne znalazły zastosowanie w układach generowania energii elektrycznej przy zmiennej prędkości kątowej wału i w napędach o ograniczonych zmianach prędkości.

Zasada działania i konstrukcje maszyn asynchronicznych znane są od ponad stu lat. Maszyny asynchroniczne mogą być zasilane z sieci o stałym napięciu i częstotliwości za pomocą prostych układów łączeniowych, co jest podstawą napędów o nieregulowanej, prawie stałej prędkości. Konstruowanie napędów z maszynami asynchronicznymi o regulowanej prędkości było i jest ściśle związane z aktualnym stanem rozwoju elektroniki sygnałowej i energoelektroniki. Pierwsze projekty napędów z maszynami asynchronicznymi były oparte na tyratronach i nie znalazły szerokiego zastosowania. Również wprowadzenie tyrystorów do układów napędowych z maszynami asynchronicznymi nie spowodowało rewolucji. Tyrystorów nie można wyłączyć za pomocą układu sterującego bramką, co powoduje konieczność stosowania obwodów wyłączających o długim czasie przebiegów przejściowych. Energia w układach tyrystorowych dzielona jest na stosunkowo duże porcje i przekształcana w dużych przedziałach czasu, z czym wiążą się długie okresy impulsowania. Wobec małych stałych czasowych obwodów elektrycznych występujących w maszynach asynchronicznych trudno jest przy stosowaniu długich okresów impulsowania uzyskać dobre właściwości dynamiczne układów napędowych prądu zmiennego z tyrystorami.

Zmniejszenie porcji, na które dzielona jest energia, oraz czasów ich przetwarzania w układach zasilania napędów prądu zmiennego stało się możliwe w rezultacie pojawienia się tranzystorów przełączających duże moce. Zwłaszcza tranzystory z izolowaną bramką (ang. IGBT), posiadające właściwości zabezpieczania obwodu przed zwarciami, spowodowały gwałtowny wzrost liczby stosowanych napędów z maszynami asynchronicznymi.

Równolegle z pojawianiem się nowych przełączających elementów mocy następował rozwój elektronicznych środków przetwarzania sygnałów. Niezbyt skomplikowane algorytmy sterowania układami tyrystorowymi mogły być realizowane za pomocą wzmacniaczy operacyjnych i podzespołów cyfrowych małej skali integracji. Z wykorzystaniem tych podzespołów można budować skomplikowane układy sterowania, ale w praktyce złożoność i pracochłonność strojenia ogranicza zakres ich zastosowań. Znacznie wzrosły możliwości realizacji złożonych algorytmów w rezultacie zastosowania mikroprocesorów. Od momentu pojawienia się mikroprocesory stały się podstawowym elementem konstrukcyjnym układów sterowania falownikami zasilającymi maszyny asynchroniczne. Rozwój techniki mikroprocesorowej następuje w układach napędowych dwoma drogami. Jedną z nich jest stosowanie procesora ogólnego zastosowania i budowanie zewnętrznej architektury układów peryferyjnych. Takie rozwiązanie jest stosowane w przypadku nowych generacji procesorów i układów peryferyjnych. Największe możliwości projektowania struktur podzespołów peryferyjnych zapewniają programowalne układy logiczne, zawierające do kilkuset tysięcy bramek logicznych w jednym układzie scalonym. Drugą ścieżką rozwoju mikroprocesorów stosowanych w napędach jest umieszczanie w jednym układzie scalonym procesora i wszystkich struktur peryferyjnych. Tego typu układy znacznie poszerzają obszar stosowania napędów z silnikami asynchronicznymi o zmiennej prędkości kątowej, gdyż znacznie obniżają koszty. Rosnące wymagania projektantów układów napędowych powodują jednak, że producenci układów scalonych wdrażają rozwiązania, które nie mają uniwersalnego charakteru.

Technika mikroprocesorowa wpłynęła na rozwój układów napędowych z maszynami asynchronicznymi również w pośredni sposób poprzez wzrost możliwości obliczeniowych

komputerów. Nowe projekty związane są bowiem z przeprowadzaniem symulacyjnych badań działania algorytmów. W epoce wzmacniaczy operacyjnych stosowano w tym celu maszyny analogowe, ale dopiero komputery osobiste spowodowały przełom. Zwiększające się moce obliczeniowe komputerów umożliwiają wzrost stopnia złożoności badanych struktur i ich szybkie zmiany. Początkowo można było symulować w rozsądnym czasie jedynie ciągle działanie algorytmów sterowania. Obecne moce obliczeniowe komputerów osobistych pozwalają na wykonywanie symulacji układów napędowych z maszynami asynchronicznymi zasilanymi z przekształtników o małym okresie impulsowania w czasie zbliżonym do czasu rzeczywistego.

Symulacje komputerowe wykonywane są z użyciem narzędzi programowych. Podobnie jak w przypadku stosowania mikroprocesorów w technice napędowej również w badaniach symulacyjnych możliwe są dwa podejścia. Z jednej strony oferowane są programy, które ułatwiają tworzenie modeli badanych układów przez stosowanie specjalizowanych języków symulacyjnych lub interfejsu graficznego. Z drugiej strony dla wielu badaczy ograniczenia wnoszone przez firmowe narzędzia symulacyjne są nie do przyjęcia i tworzą oni własne programy, pisane najczęściej w języku C. Można w ten sposób modelować dowolne struktury włączając również w pętle programowe algorytm realizowany przez rzeczywisty procesor sterujący.

Przyrządy półprzewodnikowe, układy energoelektroniczne, technika mikroprocesorowa i komputerowa oraz programy symulacyjne tworzą swego rodzaju infrastrukturę umożliwiającą funkcjonowanie algorytmów sterowania. Celem konstruowania tak złożonych struktur jest uzyskanie pożądanych właściwości dynamicznych i statycznych układu z maszyną asynchroniczną zasilaną z przekształtnika. Maszyna asynchroniczna pomimo prostej budowy jest z punktu widzenia teorii sterowania złożonym obiektem, którego dynamika opisana jest wektorowymi i skalarnymi, nieliniowymi równaniami różniczkowymi. Bezpośrednie zastosowanie technik regulacyjnych znanych z teorii układów liniowych nie daje w takim przypadku zadowalających efektów. Zmianę właściwości układu z maszyną asynchroniczną umożliwia inne podejście, związane z zastosowaniem nieliniowych transformacji zmiennych i algorytmów sterowania. Pierwszą próbą było zastosowanie przez Blaschke [9] wirującego układu współrzędnych zorientowanego zgodnie z wektorem strumienia wirnika. Regulacja składowych wektora prądu stojana w takim układzie współrzędnych umożliwia stabilizację strumienia wirnika i generowanie zadanego momentu elektromagnetycznego. Dynamiczne właściwości maszyny asynchronicznej stają się zbliżone do właściwości regulowanego napędu prądu stałego, jednak pełnego odsprężenia i rozdzielenia układu napędowego na podukład mechaniczny i podukład elektromagnetyczny nie można uzyskać, gdyż z założenia moduł strumienia wirnika w metodzie połowo zorientowanego układu współrzędnych powinien być stały. Zmiana modułu strumienia powoduje chwilowe zakłócenie w obwodzie regulacji prędkości.

Trudności związane z realizacją metody bezpośredniego sterowania połowo zorientowanego w latach 70 i 80 doprowadziły do powstania wielu innych metod, między innymi bezpośredniego sterowania momentem, sterowania ślizgowego, układów opartych na sztucznych sieciach neuronowych oraz stosowania wielu wariantów modeli maszyny. W niniejszej pracy rozważania będą ograniczone do sterowania nieliniowego, które przekształca układ napędowy z maszyną asynchroniczną w układ linowy. Stosowane przy tym złożone i precyzyjne algorytmy sterowania nieliniowego mogą być zrealizowane wyłącznie za pomocą techniki cyfrowej.

Metody dokładnego sterowania maszynami asynchronicznymi zostały opracowane zanim pojawiły się techniczne możliwości realizacji odpowiednich układów. Opierają się na analizie nieliniowych równań różniczkowych, zdefiniowaniu nowych zmiennych stanu i zastosowaniu nieliniowych sprzężeń zwrotnych. Rezultaty takiego postępowania zostały przedstawione w niniejszej pracy. Nie są one wynikiem zastosowania ścisłych algorytmów, lecz



raczej heurystycznych przekształceń równań różniczkowych. Po zastosowaniu nieliniowego sterowania możliwe jest rozdzielenie każdego układu z maszyną asynchroniczną zasilaną z przekształtnika na dwa niezależne, liniowe podukłady.

Problem sterowania nieliniowym układem w taki sposób, żeby układ zamknięty posiadał właściwości układu liniowego nazwany został linearyzacją za pomocą sprzężenia zwrotnego [34]. Dla ogólnej postaci układu opisanego nieliniowymi równaniami różniczkowymi możliwość linearyzacji za pomocą sprzężenia zwrotnego może być badana metodami geometrii różniczkowej. W publikacji [34] podane zostały twierdzenia umożliwiające określenie, czy analizowany układ równań różniczkowych może być zlinearyzowany przez zmianę zmiennych i nieliniowe sprzężenie zwrotne. Matematyczne analizy nie prowadzą jednak do jednoznacznego określenia wymaganej struktury sprzężeń i transformacji zmiennych, gdyż dla każdego układu, który można w ten sposób zlinearyzować, istnieje wiele rozwiązań. Brak jednoznacznie określonych procedur matematycznych powoduje w praktyce konieczność stosowania metod heurystycznych do projektowania układów sterowania obiektami nieliniowymi. Jedną z takich metod, nazwaną metodą strukturalnej syntezy układów sterowania, zaproponował Bojčuk w pracy [13]. Jest to zbiór zasad umożliwiających określenie struktury układu nieliniowego sterowania zapewniającej pożądane właściwości obiektu.

Zmodyfikowana metoda strukturalnej syntezy została zastosowana do zaproponowanych w publikacjach [53, 55, 57, 59, 62, 65] nowych układów regulacji maszyn asynchronicznych. Pierwszą zaprojektowaną i zbadaną strukturą był układ sterowania silnikiem asynchronicznym zasilanym z falownika prądu [53]. Podstawą syntezy układu sterowania stał się model matematyczny, w którym zastosowano układ współrzędnych zorientowany względem prądu wyjściowego falownika. Model ten jest układem czterech równań różniczkowych, które służą do określenia, na drodze obliczania pochodnych, czterech nowych równań różniczkowych dla przekształconych zmiennych stanu maszyny. Pierwszy układ sterowania maszyną klatkową zasilaną z falownika napięcia został przedstawiony w [54]. W ogólnym przypadku zasilania maszyny asynchronicznej z falownika napięcia pięć zmiennych stanu modelu wektorowego przekształcanych jest na cztery zmienne modelu nazwanego *modelem multiskalarnym*. Marino i in. [83] wykazali, że w takim przypadku możliwa jest linearyzacja układu z maszyną asynchroniczną za pomocą sprzężeń zwrotnych. Udowodnili, że maszyna asynchroniczna opisana pięcioma równaniami różniczkowymi nie może być zlinearyzowana na drodze transformacji zmiennych stanu na pięć innych i zastosowania nieliniowych sprzężeń zwrotnych. Naturalnym rozszerzeniem modelu multiskalarnego opracowanego dla klatkowej maszyny asynchronicznej stało się zastosowanie go do maszyny dwustronnie zasilanej przedstawione w [58].

Maszyna asynchroniczna zasilana z falownika prądu nie znalazła szerokiego zastosowania. Prądowe zasilanie maszyny, zarówno klatkowej jak i pierścieniowej, realizowane jest również za pomocą odpowiednio sterowanego falownika napięcia. W takim przypadku multiskalne modele maszyny asynchronicznej tworzone są z zastosowaniem dodatkowych członów inercyjnych na wejściu falownika zaproponowanych w [66].

Realizacja układów nieliniowego sterowania maszyną asynchroniczną wymaga dostępności zmiennych stanu, z których nie wszystkie można bezpośrednio zmierzyć. W [60] zaproponowano odtwarzanie strumienia wirnika za pomocą obserwatora Luenberger'a przy mierzonej prędkości kątowej wału maszyny. Zastosowanie obserwatora wymaga dokładnego zidentyfikowania parametrów maszyny. Każdy z parametrów może być określany odmienną metodą. Metodę identyfikacji rezystancji wirnika na podstawie scałkowanych zmiennych maszyny i obserwatora podano w [60]. Jąderko zaproponował w [35] wykorzystanie w procedurze identyfikacji indukcyjności wzajemnej stojana i wirnika zależności stanu ustalonego dla multiskalarnego modelu maszyny, zastosowanych do zmiennych estymowanych w obserwatorze. Całkowitą indukcyjność rozproszenia maszyny można wyznaczyć z uproszczonego

modelu obciążenia falownika biorąc pod uwagę zależności dla kolejnych przedziałów impulsowania. Rezystancję stojana maszyny klatkowej można wyznaczyć we wstępnej procedurze identyfikacyjnej.

Oddzielnym problemem jest estymacja prędkości kątowej wału maszyny asynchronicznej klatkowej. Wiele przedstawionych dotychczas propozycji układów regulacji maszyny asynchronicznej bez pomiaru prędkości kątowej nie zapewnia wystarczającej dokładności w stanach ustalonych dla szerokiego zakresu pracy. Jakość odtwarzania prędkości w stanach przejściowych jest niezadowalająca pomimo stosowania wyrafinowanych technik, w tym sieci neuronowych. Do niedawna nierozwiązanym problemem było odtwarzanie bliskich zeru wartości prędkości kątowej wału. Autor przedstawił propozycję układu estymującego prędkość kątową wału maszyny asynchronicznej klatkowej, nazwanego *obserwatorem prędkości*, w [74]. Właściwości obserwatora prędkości przedstawiono w niniejszej pracy.

Układ nieliniowego sterowania maszyną pierścieniową projektowany jest, podobnie jak w przypadku maszyny klatkowej, przy założeniu znajomości parametrów. Warunki pracy maszyny pierścieniowej zasilanej od strony stojana z sieci prądu przemiennego i z falownika od strony wirnika zapewniają niewielką zmianę strumienia w szczelinie, a zatem prawie stałą wartość indukcyjności wzajemnej. Uzwojenia maszyny pierścieniowej wykonane są z miedzi, więc wpływ temperatury na wartość ich rezystancji jest mały. W większości zastosowań maszyn pierścieniowych wystarcza zatem wstępna identyfikacja parametrów.

Zmienne stanu wykorzystywane w układzie regulacji maszyny dwustronnie zasilanej mogą być bezpośrednio mierzone. Pomiar dokonywany jest po stronie stojana i wirnika, w dwóch układach współrzędnych obróconych względem siebie o aktualny kąt położenia wirnika. Pomiar położenia wirnika, pomimo że technicznie prosty, powinien być wyeliminowany z układu ze względu na zawodność przetworników. Nie jest również wskazane stosowanie czujnika prędkości kątowej. Układy sterowania maszyną dwustronnie zasilaną powinny zatem opierać się na odtwarzaniu kąta położenia i prędkości kątowej wirnika. Metodę odtwarzania kąta położenia wirnika podał Arsudis [4]. Jej zastosowanie pokazano w pracy [96], przy czym właściwości bezczujnikowych układów są zbliżone do właściwości układów z bezpośrednimi pomiarami.

Techniczna realizacja układów nieliniowego sterowania stała się możliwa w układach z szybkimi procesorami sygnałowymi. Procesor steruje przy tym nie tylko maszyną, lecz również realizuje odpowiednie algorytmy regulacji źródeł prądu lub napięcia. Konstruowanie napędu z maszyną asynchroniczną wymaga opanowania złożonej technologii elektronicznych układów z procesorami sygnałowymi i jest interdyscyplinarnym procesem, wymagającym współpracy specjalistów z wielu dziedzin. Opracowanie teoretycznych podstaw do projektowania nieliniowo sterowanych układów z maszynami asynchronicznymi stanowi zasadniczy cel niniejszej monografii.

Książka jest skierowana do studentów wyższych lat studiów, doktorantów i projektantów układów napędowych, dla których może być inspiracją do poszukiwania nowych rozwiązań.

## 2. Problemy cyfrowej realizacji układów sterowania maszynami asynchronicznymi

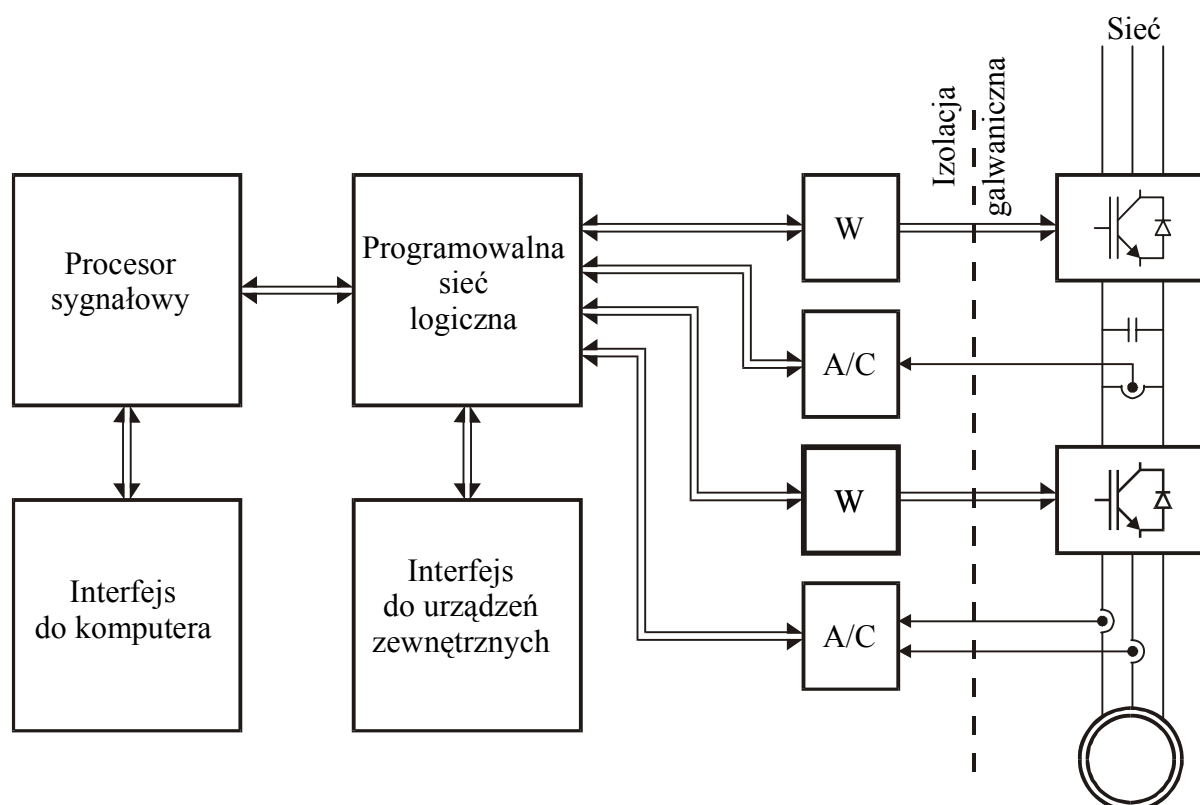
Maszyny asynchroniczne od wielu lat są badane analitycznie, modelowane i sterowane. Do modelowania używano dawniej maszyn analogowych, których rolę przejęły obecnie komputery z programami rozwiązywania równań różniczkowych. Z drugiej strony w ostatnich latach rozwijano metody sterowania maszynami elektrycznymi przyjmując wiele upraszczających założeń, które prowadzą do teoretycznie poprawnych rezultatów, ale nie wszystkie są uzasadnione przy obecnym stanie techniki.

Podstawowe rezultaty teorii sterowania maszynami asynchronicznymi otrzymywane są przy założeniu ciągłości napięć i prądów zasilających. Formalnie napięcia i prądy przyjmowane są jako wielkości sterujące w obiekcie regulacji, którym jest maszyna asynchroniczna. Złożoność maszyny asynchronicznej jako obiektu regulacji jest duża, ponieważ występują w niej dwa rodzaje nieliniowości. Jednym z nich jest nieliniowość struktury, polegająca na występowaniu iloczynów zmiennych w modelu matematycznym maszyny asynchronicznej. Drugi rodzaj nieliniowości związany jest z nieliniową zależnością strumienia głównego w szczelinie powietrznej od prądu magnesującego i wynika z tego, że ekonomicznie uzasadnione jest przyjmowanie punktu pracy maszyny na zagięciu krzywej magnesowania. Całkowitą lub częściową kompensację nieliniowości maszyny asynchronicznej umożliwiają ciągłe metody sterowania. Techniczna realizacja ciągłych sterowań maszyny asynchronicznej nie jest możliwa, wobec czego konieczne jest opracowanie metod transformacji sterowania ciągłego na sterowanie dyskretnie. Rozwijane są również takie metody, w których uwzględniany jest impulsowy charakter sterowania maszyną asynchroniczną.

Metody sterowania maszyną asynchroniczną opracowywane są przy założeniu, że wszystkie zmienne stanu silnika można wykorzystać w sprzężeniach zwrotnych. Istnieją czujniki, które zamontowane w silniku przetwarzałyby strumień magnetyczny w szczelinie. Silniki z takimi czujnikami nie byłyby zaakceptowane przez producentów oraz użytkowników ze względu na małą niezawodność. Zachodzi w związku z tym konieczność stosowania modelu lub obserwatora do odtwarzania tych zmiennych stanu, które nie są mierzone. Pracujący w czasie rzeczywistym model lub obserwator silnika asynchronicznego, wystarczająco dokładny do precyzyjnego sterowania, realizowany jest na drodze numerycznego rozwiązywania układu równań różniczkowych za pomocą odpowiednio szybkich procesorów. Jedną z metod rozwiązywania równań różniczkowych jest zastąpienie ich równaniami różnicowymi służącymi do obliczania wartości zmiennych w kolejnej chwili dyskretyzacji. Metoda ta jest prosta w przypadku układów liniowych, jednak rozwiązywanie nieliniowych układów równań różnicowych wymaga złożonego obliczania współczynników w każdym kroku obliczeń. Prostsze obliczenia niezbędne są do bezpośredniego numerycznego całkowania równań różniczkowych. Całkowanie może być realizowane metodą, której rządem jest kompromisem pomiędzy czasem obliczeń a wymaganą dokładnością.

Większa dokładność metody całkowania umożliwia stosowanie większego kroku całkowania. Wybór kroku całkowania równań różniczkowych modelu lub obserwatora zmiennych stanu związany jest z metodą realizacji, za pomocą przekształtnika, źródła napięcia lub prądu zasilającego silnik asynchroniczny. Długość kroku całkowania związana jest z częstotliwością łączeń zaworów półprzewodnikowych w przekształtniku zasilającym. Okres impulsowania powinien zawierać całkowitą liczbę kroków całkowania. Korzystnie jest w niektórych przypadkach stosować różne długości kroków całkowania dla modelu silnika i dla regulatorów zmiennych silnika.

Układ sterowania silnikiem może być zbudowany z wykorzystaniem stało- lub zmiennoprzecinkowego procesora. Wprowadzone do produkcji od roku 1999 nowe procesory sygnałowe zmiennoprzecinkowe są na tyle tanie, że staną się w przyszłości podstawą układów sterowania maszynami asynchronicznymi. Procesory stałoprzecinkowe są obecnie scalane z



Rys. 2.1. Schemat układu regulacji maszyny asynchronicznej zasilanej z przekształtnika zrealizowany za pomocą procesora sygnałowego, W – wzmacniacze sygnałów, A/C – przetworniki analogowo-cyfrowe

przetwornikami analogowo-cyfrowymi i stosowane w tanich układach napędowych małej mocy.

Całkowanie numeryczne za pomocą procesora zmiennoprzecinkowego nie stwarza problemów, gdyż procesor ten wykonuje operacje arytmetyczne na liczbach zmiennoprzecinkowych o dużym zakresie. Zastosowanie natomiast stałoprzecinkowego procesora do numerycznego całkowania równań różniczkowych, jeżeli czas obliczeń jest ograniczony, wymaga użycia ułamkowego formatu liczb i skalowania zmiennych. Rodzi to problemy związane z zakresem liczb w przypadku dzielenia, jednak podstawową trudnością jest wielokrotne dodawanie małych liczb do dużych, co występuje podczas całkowania numerycznego. Numeryczne całkowanie polega na obliczaniu prawych stron równań różniczkowych, mnożeniu ich przez krok całkowania i dodawaniu do zmiennych. Operacja powtarzana jest wielokrotnie. Mnożenie wykonywane jest przez stałoprzecinkowy, szesnastobitowy procesor sygnałowy na liczbach 16 bitowych, a wynik mnożenia jest 32 bitowy. W przypadku mnożenia prawej strony równania różniczkowego przez krok całkowania istotne jest 16 mniej znaczących bitów wyniku, który dodawany jest do całkowanej zmiennej. Żeby nie utracić dokładności należy rozszerzyć długość słowa całkowanej zmiennej do 32. Do obliczania prawych stron równań różniczkowych wystarczy przy tym stosowanie liczb w formacie ułamkowym obciętych do bardziej znaczących szesnastu bitów.

Układ regulacji maszyny asynchronicznej zrealizowany za pomocą procesora sygnałowego pokazano na rys. 2.1. Wielkości zadane przekazywane są z zewnętrznego otoczenia przez interfejs i mogą wymagać sformatowania i przeskalowania. Zmienne mierzone w układzie regulacji są przetwarzane za pomocą przetworników analogowo-cyfrowych i mogą być odczytane jako liczby całkowite ze znakiem. W zależności od konfiguracji układu odczyt

zmiennych może ustawić je bezpośrednio na odpowiednich bitach szyny danych. W procesorze zmiennoprzecinkowym bez trudu zmienne te mogą być przeskalowane. W zasadzie nie ma znaczenia, w jakich jednostkach wyrażone są zmienne w układzie regulacji, jednak duże korzyści przy opracowywaniu i produkcji układów napędowych osiąga się przez stosowanie wielkości względnych. W takim przypadku również parametry są względne i tylko one ulegają zmianie przy dostosowywaniu układu do maszyn o różnych mocach i konstrukcjach. Wielkościami sterującymi w układzie regulacji napędu z przekształtnikiem są czasy załączenia odpowiednich łączników elektronicznych. Są to liczby całkowite, określające czas jako wielokrotność okresu generatora impulsów zegarowych zastosowanego w układzie. Okres generatora wyznacza rozdzielczość, z jaką odmierzane są czasy załączania poszczególnych kombinacji kluczy w falowniku. Skalowanie czasów załączania kombinacji łączników wymaga uwzględnienia rozdzielczości określonej przez generator, gdyż w skrajnych przypadkach suma czasów może przekroczyć okres impulsowania, co zazwyczaj prowadzi do błędnego działania części silnopiędowej układu.

Układy, w których zastosowano regulatory histerezy, mogą być częściowo realizowane za pomocą podzespołów elektronicznych. Krótki czas przetwarzania wielkości mierzonych na postać cyfrową umożliwia częste porównywanie ich z wielkościami zadanymi. Zrealizowanie porównania w programowalnym układzie logicznym trwa nie dłużej niż dwa okresy zegarowe i może być wielokrotnie wykonywane bez angażowania czasu pracy procesora. Dopiero przekroczenie określonych granic błędu generuje przerwanie powodujące wykonanie algorytmu regulacji. Takie rozwiązanie znacznie ogranicza czas obliczeń w porównaniu z wykrywaniem przekroczenia granic błędu przez wielkość regulowaną za pomocą procesora.

Proponowane przez niektóre firmy scalone układy analogowe do wykonywania częściowej używanych transformacji, między innymi obrotu wektora, nie znalazły szerszego zastosowania w układach z procesorami sygnałowymi ze względu na większą efektywność układów cyfrowych.

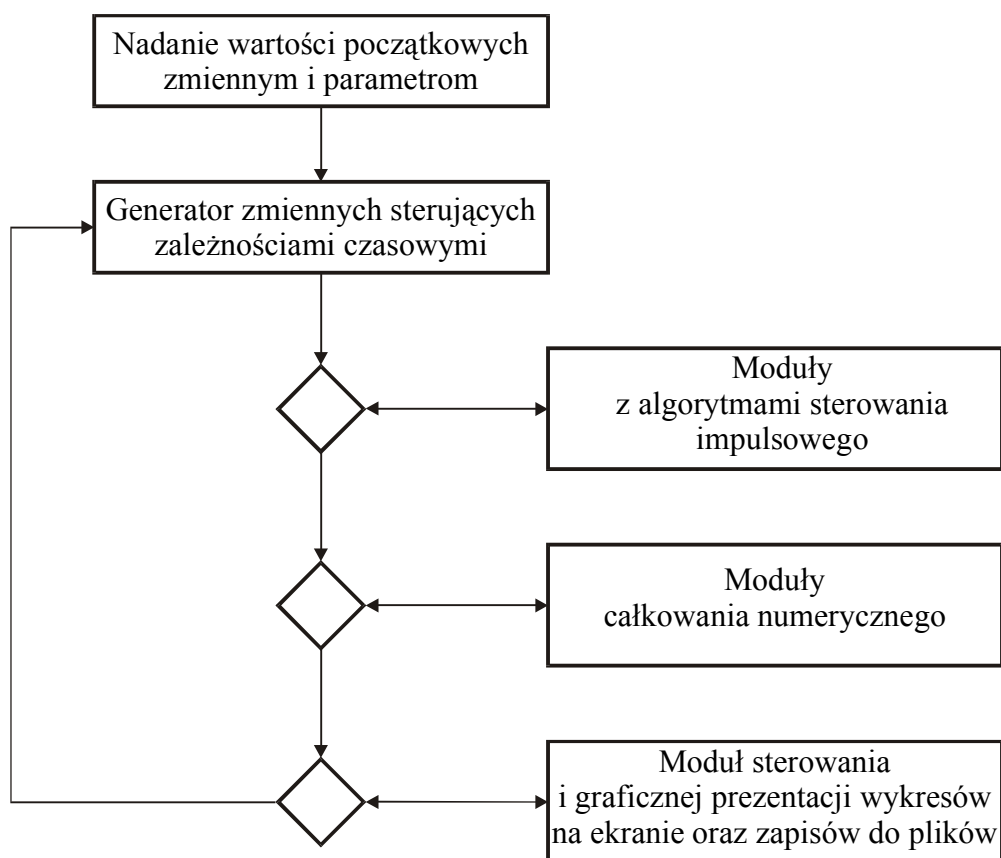
Istotnymi z punktu widzenia użytkownika częściami falownika są sprzęgi z urządzeniami zewnętrznymi. Układ napędowy bardzo często jest fragmentem systemu sterowania i może być konieczne dysponowanie kilkoma kanałami transmisji danych. Wielu użytkowników wprowadza algorytmy regulacji bezpośrednio do układu sterowania falownikiem, który powinien być w tym celu wyposażony w odpowiednią liczbę wejść i wyjść analogowych i cyfrowych. Oprogramowanie falownika powinno zawierać możliwość konfigurowania sterownika programowalnego, do którego wprowadzane są odpowiednie sygnały wejściowe, sterującego falownikiem i urządzeniami zewnętrznymi. Jedną z możliwości połączenia falownika z urządzeniami zewnętrznymi jest zastosowanie sieci przemysłowej.

### 3. Symulacyjne metody badania układów sterowania napędami elektrycznymi

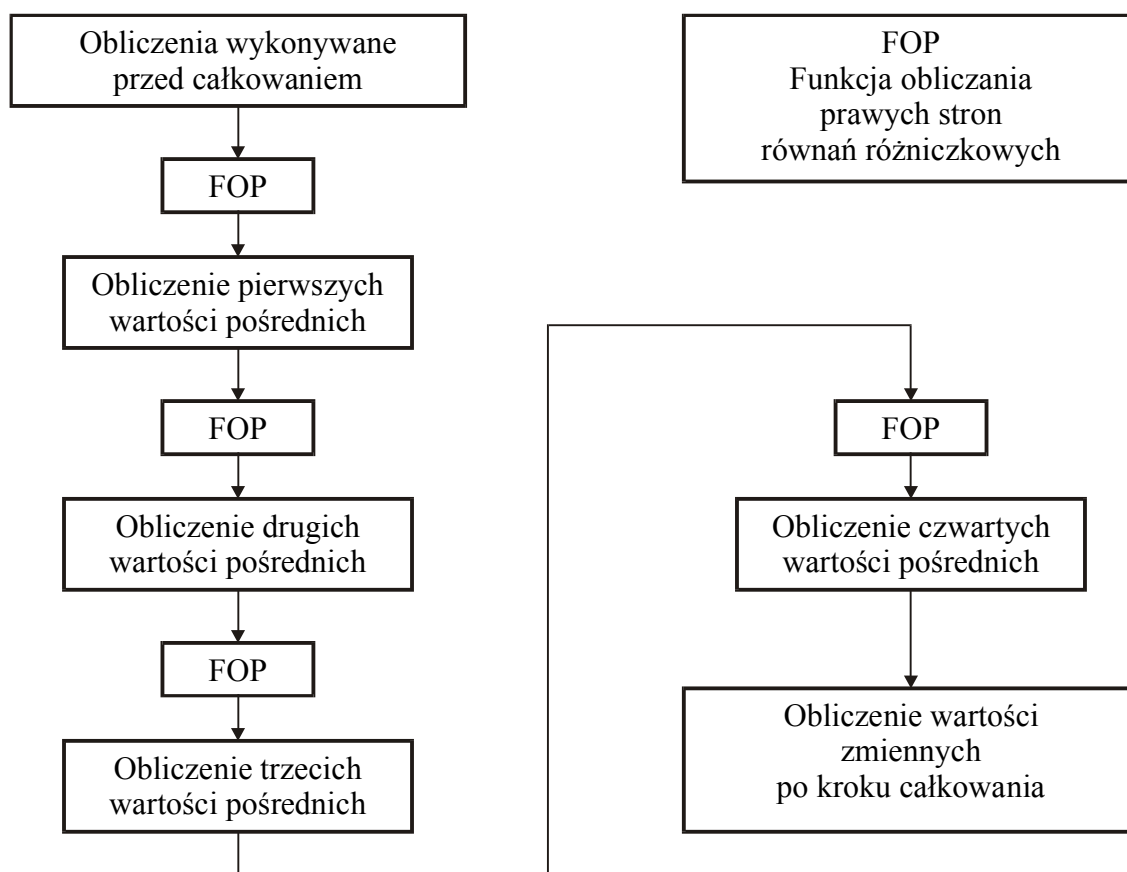
#### 3.1. Symulacje komputerowe

Badania symulacyjne układów napędowych prowadzone są dwoma sposobami. Jeden z nich polega na stosowaniu „przyjaznych dla użytkownika” programów, w których dostępne są modele maszyn elektrycznych, przekształtników oraz pulpity operatora. Programowanie polega na przygotowywaniu plików graficznych lub tekstowych. Za pomocą tych programów można zbadać układy zbudowane z elementów, które zostały przewidziane przez twórców oprogramowania, a użytkownik ma zwykle ograniczone możliwości wprowadzania własnych modułów programowych. Drugim sposobem jest stosowanie programów napisanych w całości przez jednego użytkownika lub zespół badawczy. Takie programy nie wprowadzają żadnych ograniczeń do układu sterowania i do modelu maszyny, metoda całkowania jest dowolna, struktura programu może zawierać pętle i rozgałęzienia zorganizowane według potrzeb.

Indywidualnie opracowywane programy najwygodniej jest pisać w języku C lub C++. Język ten jest oferowany dla procesorów sygnałowych starszych typów oraz wprowadzanych do produkcji i wykorzystanie go ujednolica oprogramowanie symulacyjne i sterujące rzeczywistym układem napędowym. Struktura programu do symulacji komputerowych, pokazana jest na rys. 3.1. Program składa się z modułów ulokowanych dla wygody w innych plikach niż część główna. Wstępny moduł służy do inicjalizacji wskaźników wymaganej w języku C i nadawaniu początkowych wartości współczynnikom i zmiennym. Po jego wykonaniu program wchodzi w główną pętlę, zaczynając się od zwiększenia czasu o krok całkowania. Pętla



Rys. 3.1. Struktura programu symulacji przebiegów przejściowych w układach dynamicznych



Rys. 3.2. Struktura modułu całkowania numerycznego metodą Runge-Kutta czwartego rzędu

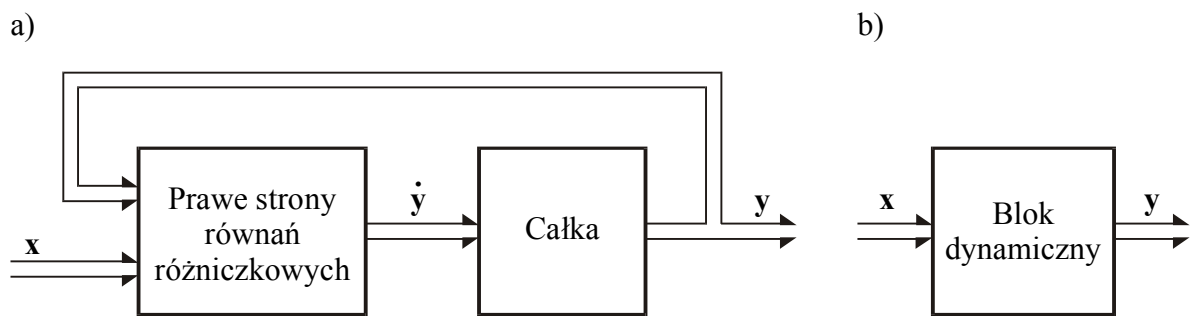
może być zorganizowana z wykorzystaniem rozkazów pętli języka C, lecz na podstawie wielu doświadczeń polecić można zastosowanie rozkazu bezwarunkowego skoku do etykiety, gdyż umożliwia on prostą rozbudowę programu.

Moduły programowe mogą być ogólnie podzielone na moduły zawierające algorytmy sterowania impulsowego, moduły całkowania numerycznego i moduł graficznej prezentacji.

Wewnątrz głównej pętli organizowane są zależności czasowe za pomocą zmiennych licznikowych. Symulowanie rzeczywistych układów związane jest ze stosowaniem opóźnień, realizowanych w formie przesuwania elementów w tablicach. Kolejno, zgodnie ze stanem zmiennych licznikowych, wykonywane są moduły układu regulacji, modelu przekształtnika, maszyny, obserwatora i pomocniczych modeli. Moduł symulujący pracę przekształtnika może zawierać oddzielne zmienne licznikowe lub inne uzależnienia czasowe.

Moduły zawierające numeryczne całkowanie obliczają wartości zmiennych pojawiające się w kolejnych krokach całkowania. Moduł całkowania numerycznego, którego schemat pokazany na jest na rys. 3.2, zawiera część podstawową oraz podprogram obliczania prawych stron układu równań różniczkowych. Część podstawowa składa się z obliczeń wykonywanych jednorazowo przed kolejnym krokiem całkowania i algorytmu całkowania numerycznego w granicach jednego kroku z kilkakrotnym wywoływaniem podprogramu prawych stron. Jednorazowo przed każdym krokiem całkowania obliczane są między innymi wartości błędów w układzie regulacji.

Wyniki obliczeń udostępnia dla użytkownika moduł sterowania i grafiki. Użytkownik steruje przebiegiem symulacji uzależniając zmiany wybranych parametrów od czasu i wprowadzając ich nowe wartości po przerwaniu wykonywania symulacji. Dla wygody na ekranie komputera mogą pojawiać się rysunki przycisków sterowniczych i pola zapisu wartości liczbowych. Podczas wykonywania symulacji wykresy wybranych zmiennych rysowane są na



Rys. 3.3. Blok dynamiczny w schemacie układu napędowego w postaci rozwiniętej a) i uproszczonej b)

bieżący na ekranie. Jednocześnie określone zmienne rejestrowane są w zbiorach zapisywanych na dysku. Zbiory te mogą być przetwarzane i analizowane po wykonaniu symulacji dla wybranego przedziału czasu. Odpowiedni format umożliwia przeglądanie zarejestrowanych danych za pomocą wybranego profesjonalnego programu graficznego.

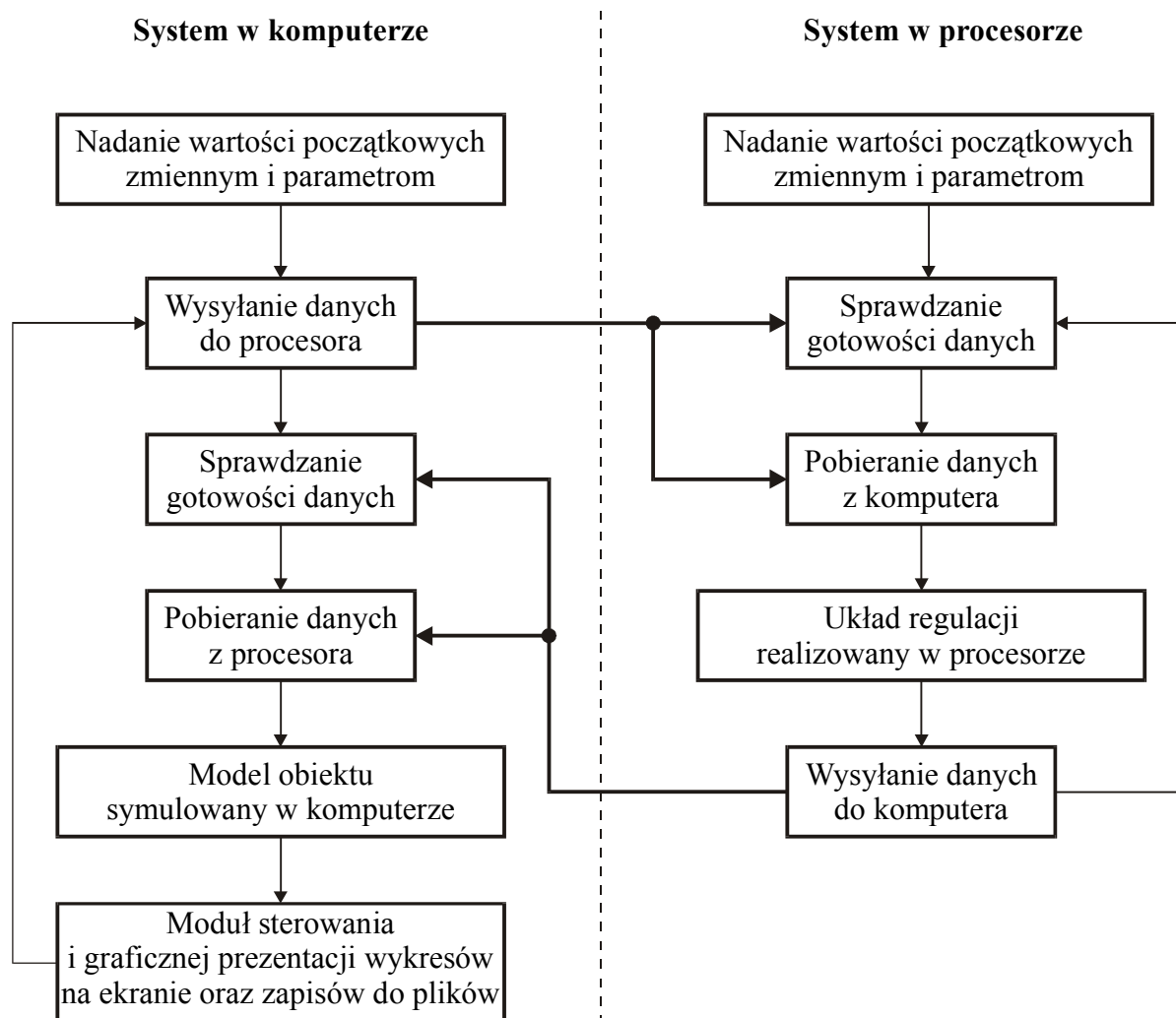
Schemat struktury programu służącego do symulacji powstaje ze schematu układu napędowego przez dodanie elementów wynikających ze specyfiki języka programowania. Moduł realizujący całkowanie numeryczne zawiera jeden lub kilka bloków pokazanych na rys. 3.3 w postaci rozwiniętej i uproszczonej. Badanie układu odbywa się z krokiem całkowania na tyle małym, żeby zapewnić numeryczną stabilność i prawidłową symulację układu przekształtnikowego. Określona liczba kroków całkowania tworzy okres impulsowania, z którym związane jest sterowanie przekształtnikiem i regulacja napędu. Schemat układu napędowego o strukturze przewidzianej do badania symulacyjnego zawiera moduły, pomiędzy którymi przekazywane są zmienne na początku okresu impulsowania. Przekazywane zmienne mogą być opóźniane o całkowitą liczbę okresów impulsowania, co przedstawiane jest na schemacie jako zależność zmiennych od numeru okresu. Opóźnienia wprowadzane są w wyniku analizy rzeczywistych warunków pracy układu napędowego.

### 3.2. Badania symulacyjne z procesorem sygnałowym w pętli programu

Celem prowadzenia badań symulacyjnych jest określenie struktury układu regulacji i sprawdzenie warunków realizacji algorytmów sterowania za pomocą procesora sygnałowego. Podstawowym warunkiem realizowalności obliczeń za pomocą procesora jest wykonywanie ich w czasie krótszym od upływu rzeczywistego czasu w układzie z zachowaniem wymaganej dokładności. Wygenerowanie wynikowego kodu programu obliczeń i policzenie rozkazów umożliwia wprawdzie określenie czasu obliczeń, ale może być trudne ze względu na dodatkowe opóźnienia występujące w rzeczywistym układzie z procesorem sygnałowym. Lepszym rozwiązaniem jest bezpośredni pomiar czasu wykonania programu na procesorze sygnałowym.

Część procedur występujących w programie sterowania napędem pisana jest w assemblerze ze względu na dostosowanie formatu zmiennych do struktury wejść i wyjść układu lub w celu skrócenia czasu ich wykonywania. Uruchamianie programów napisanych w assemblerze wymaga zwykle wprowadzania wielu poprawek i celowe jest badanie ich wykonywania na rzeczywistym procesorze.





Rys. 3.4. Schemat układu symulacyjnego z procesorem sygnałowym w pętli programowej

Procedury wykonywane formalnie poprawnie przez procesor należy przed sprawdzeniem działania rzeczywistego układu włączyć do pętli programowej układu symulowanego na komputerze. Schemat układu umożliwiającego realizację wybranych procedur za pomocą procesora sygnałowego pokazano na rys. 3.4. Układ ten składa się z dwóch systemów, pomiędzy którymi istnieje wzajemne przekazywanie danych. Konstrukcja systemu z procesorem sygnałowym musi umożliwiać komunikację z komputerem. Stosowane są różne rozwiązania układowe do komunikacji komputera z procesorem, między innymi standardowy interfejs szeregowy, połączenie przez port drukarki z układem bezpośredniego dostępu do pamięci lub z dalszą transmisją przez port szeregowy, pamięć z dwoma portami komunikacyjnymi, połączenie przez równoległe porty komunikacyjne. Z punktu widzenia struktury programu układy do komunikacji można podzielić na takie, które wymagają uruchomienia na procesorze sygnałowym specjalnej procedury do transmisji danych i układy, które działają niezależnie od programu wykonywanego przez procesor. Te ostatnie działają szybciej i są źródłem mniejszej liczby pomyłek spowodowanych nieprawidłowym zastosowaniem w programie. Układy działające niezależnie od procesora oparte są na bezpośrednim dostępie do pamięci.

Działanie układów z procesorem w pętli programowej polega na kolejnym wykonywaniu procedur przez komputer i procesor. Badany program jest ładowany za pomocą wstępnej procedury do pamięci procesora sygnałowego, po czym procesor jest resetowany. Po nadaniu

zmiennym wartości początkowych procesor przechodzi do wykonywania pętli programowej zawierającej komunikację z komputerem.

Niezależnie od struktury układowej komunikacja pomiędzy programem działającym na komputerze a programem wykonywanym przez procesor odbywa się za pomocą znaczników lub flag. Znaczniki służą do sterowania procesem komunikacji i mogą mieć postać bitu lub słowa w pamięci procesora lub fizycznych pinów wyjściowych i wejściowych. W początkowej fazie wykonywania programów na procesorze i komputerze wszystkie znaczniki są zerowane. Rozpoczynając proces komunikacji komputer zapisuje do bufora określoną liczbę danych i ustawia znacznik transmisji do procesora (ZTDP). Procesor sprawdza ZTDP i jeżeli jest ustawiony, odczytuje dane. Jeżeli ZTDP nie jest ustawiony, jego stan sprawdzany jest ponownie. Po odczytaniu danych procesor zeruje ZTDP i przetwarza dane za pomocą odpowiedniego podprogramu. W badaniach układów napędowych podprogramem przetwarzającym dane w procesorze sygnałowym jest moduł regulatorów. Następnie program w procesorze wpisuje dane do bufora i ustawia znacznik transmisji do komputera (ZTDK). Program w komputerze sprawdza ZTDK i jeżeli jest ustawiony, odczytuje dane. Jeżeli ZTDK nie jest ustawiony, jego stan sprawdzany jest ponownie. Po odczytaniu danych podprogram w komputerze zeruje ZTDK i przetwarza dane. W badaniach układów napędowych podprogramem przetwarzającym dane w komputerze jest model obiektu, ewentualnie z fragmentem układu regulacji. Po zakończeniu przetwarzania danych program w komputerze przechodzi do procedury graficznej prezentacji wyników, a następnie do początku procedury komunikacyjnej.

Komunikacja pomiędzy komputerem a procesorem zorganizowana w opisany wyżej sposób umożliwia włączanie procesora sygnałowego w dowolnych momentach symulowanych przebiegów zgodnie z zależnościami występującymi w układzie rzeczywistym. Program do symulacji komputerowych zawierający podprogram graficzny może być wykorzystany do ciągłego śledzenia zmiennych występujących w algorytmach realizowanych przez procesor sygnałowy.

### **3.3. Testowanie programów w fizycznych warunkach działania procesora sygnałowego**

Podprogramy sterujące bezpośrednio układami zewnętrznymi zbadane metodą symulacji z procesorem w pętli programowej wymagają przetestowania w rzeczywistych warunkach współpracy z procedurami wejścia-wyjścia. Program sterujący rzeczywistym układem zawiera kompletne procedury sterujące, procedury zmiany parametrów i procedury komunikacyjne. Procedury komunikacyjne stosowane w symulacjach z procesorem w pętli programowej do sterowania układem i obserwacji przebiegów symulowanych mogą być wykorzystane w rzeczywistych układach pod warunkiem, że nie zatrzymują pracy procesora w czasie obsługi przerwań i nie blokują przerwań. Współcześnie produkowane procesory sygnałowe wyposażane są zwykle w mechanizmy bezpośredniego dostępu do pamięci działające niezależnie od procesora i spełniają powyższy warunek. Przesyłanie zmiennych do komputera w czasie rzeczywistym odbywa się za pośrednictwem przewodów lub światłowodów z ograniczoną szybkością, która może być niewystarczająca do bieżącej transmisji zbioru danych w każdym okresie pracy układu. Obserwowane zmienne gromadzone są w takim przypadku w buforach i przesyłane do komputera co określony czas. Program graficzny działa okresowo i umożliwia obserwację i zapis zmiennych zarejestrowanych w wybranym przedziale czasu.

Ujednolicenie oprogramowania sterującego i graficznego służącego do symulacji i badań układów rzeczywistych jest szczególnie korzystne przy porównywaniu wyników. Iteracyjne stosowanie badań symulacyjnych, badań z procesorem sygnałowym w pętli programowej i badań eksperymentalnych z możliwością bezpośredniego porównywania przebiegów zmiennych prowadzi do szybkiego projektowania układów sterowania napędami.

## **4. Architektura systemów z procesorami sygnałowymi**

### **4.1. Problemy budowy układów cyfrowego sterowania napędami**

Procesory sygnałowe stosowane w układach napędowych nie zostały zaprojektowane specjalnie w tym celu. Duże zróżnicowanie wymagań oraz postęp w rozwoju metod sterowania maszynami elektrycznymi powodują, że nie powstaje wystarczająco duży rynek zbytu zapewniający rentowność produkcji specjalizowanego procesora. Czołowi producenci mikroprocesorów proponują na pewnym etapie rozwoju produktu struktury zamknięte w jednej obudowie, zawierające uniwersalny procesor, przetworniki analogowo-cyfrowe i wielowyjściowy generator zależnych od czasu funkcji binarnych. Wykorzystanie takich struktur jest przewidziane do ograniczonej klasy układów sterowania. Rozbudowa struktury o dodatkowe wejścia i wyjścia zwiększa znacznie koszty układu sterowania, a w niektórych przypadkach jest niemożliwa.

Producenci układów napędowych szeroko stosują rozwiązanie polegające na połączeniu uniwersalnego procesora sygnałowego umieszczonego w standardowej obudowie z układami peryferyjnymi zaprojektowanymi według specyficznych wymagań. Moc obliczeniowa procesora i struktura układów peryferyjnych wpływają na możliwość stosowania algorytmów decydujących o właściwościach układu napędowego.

Wielkości analogowe przetwarzane są w układach napędowych na wielkości cyfrowe za pomocą przetworników analogowo-cyfrowych. Precyzyjne sterowanie napędem wymaga jednoczesnego pomiaru chwilowych wartości co najmniej dwóch wielkości. Czas przetwarzania w przetwornikach cyfrowo-analogowych nie powinien być dłuższy niż ok. 10% okresu powtarzania pomiarów, jeżeli wielkości cyfrowe wykorzystywane są w algorytmach realizowanych przez procesor. Większy czas przetwarzania wprowadza dodatkowe opóźnienie o jeden okres pomiarów, co komplikuje algorytmy cyfrowego sterowania.

Wybór określonego typu przetwornika do cyfrowego sterowania układem napędowym jest zawsze kompromisem pomiędzy pożądanymi parametrami technicznymi a ceną. Przekształtniki małej mocy posiadają małe wymiary i można w nich przekazywać sygnały z przetworników pomiarowych do układu sterowania doprowadzając przewodami napięcia do przetworników analogowo-cyfrowych. Przetworniki analogowo-cyfrowe umieszczane są w bezpośrednim sąsiedztwie procesora, co umożliwia bezpośrednie połączenie szyny danych przetwornika z szyną danych procesora. Zakłócenia występujące w układach dużej mocy wykluczają przesyłanie sygnałów analogowych i cyfrowych na duże odległości za pomocą przewodów. Problemy związane z zakłóceniami eliminowane są przez zastosowanie światłowodów, których liczbę w układzie redukuje zastosowanie szeregowej transmisji danych. To z kolei stwarza konieczność przetwarzania danych z postaci szeregowej na równoległą w specjalizowanych strukturach, gdyż liczba portów transmisji szeregowej, które mogłyby być wykorzystane do połączenia z przetwornikami analogowo-cyfrowymi, jest zwykle w procesorach niewystarczająca.

Wygenerowanie sygnałów sterujących przetwornikami analogowo-cyfrowymi zsynchronizowanych z działaniem pozostałej struktury układu oraz ewentualne przetwarzanie i buforowanie danych przed ich odczytaniem przez procesor wymaga stosowania specjalizowanych konstrukcji układów cyfrowych. Zastosowanie w tym celu programowalnych układów logicznych umożliwia umieszczenie całej struktury w jednej obudowie.

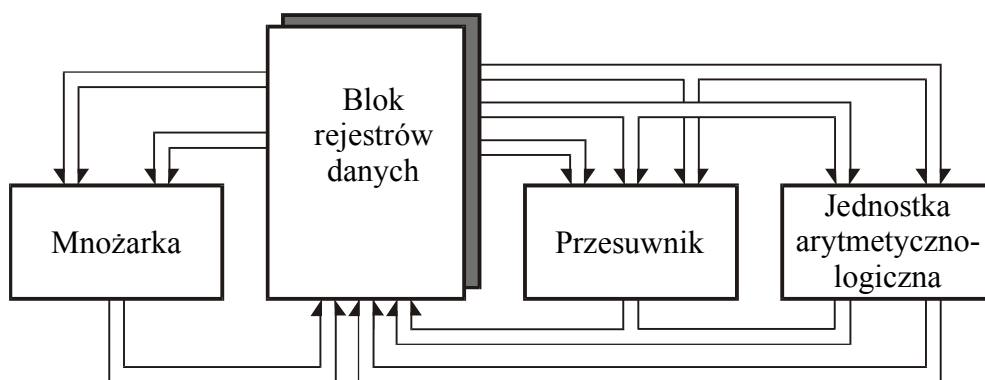
Projektanci układów z procesorami sygnałowymi, przetwornikami analogowo-cyfrowymi i generatorami funkcji binarnych umieszczonymi w jednej strukturze przyjmują, że trójfazowy falownik napięcia jest sterowany metodą „centralnej” modulacji szerokości

impulsów. Okres impulsowania zawiera w tej metodzie dwa przedziały, w których załączane są po dwa aktywne wektory napięcia wyjściowego falownika. Kolejność załączania wektorów napięcia jest w każdym z przedziałów odmienna. Czasy załączania tych samych wektorów są równe. Przełączanie sygnałów załączenia tranzystora dolnego i górnego opóźnione jest o czas martwy. Wprowadzanie dodatkowych przesunięć impulsów koniecznych do precyzyjnego sterowania napięciem wyjściowym falownika i kompensacji czasu martwego jest niemożliwe.

Struktura układu sterującego tranzystorami falownika powinna generować zależności czasowe wynikające z metody syntezy napięcia wyjściowego, umożliwiać załączanie i wyłączanie falownika, kontrolować napięcie na kondensatorze w obwodzie pośredniczącym, reagować na stany awaryjne tranzystorów. Tak rozbudowaną strukturę można zaprojektować z wykorzystaniem układów logiki programowalnej.

## 4.2. Architektura procesorów sygnałowych

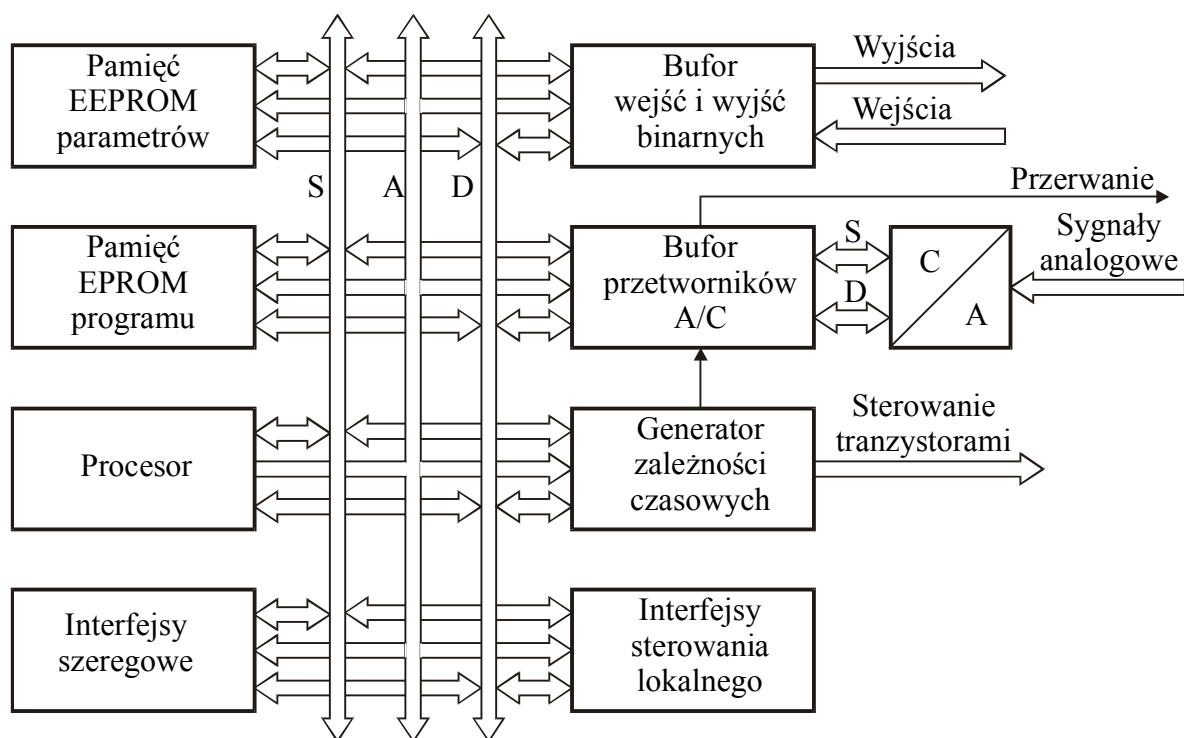
Procesory sygnałowe opracowywane są dla celów przetwarzania sygnałów analogowych, zwłaszcza z zastosowaniem szybkiej transformaty Fouriera. W układach napędowych wykorzystuje się szybkie wykonywanie operacji arytmetycznych przez procesor sygnałowy, system przerwań i porty komunikacji z urządzeniami zewnętrznymi.



Rys. 4.1. Typowa architektura procesora sygnałowego

Oferta producentów procesorów sygnałowych obejmuje rodziny procesorów, w skład których wchodzi układy różniące się liczbą rozkazów, objętością pamięci i wyprowadzonymi na zewnątrz sygnałami. Najważniejszy jest podział procesorów na *stałoprzecinkowe* i *zmiennoprzecinkowe*. Procesory stałoprzecinkowe wykonują operacje arytmetyczne na liczbach o określonej długości słowa podzielonego umownie na część całkowitą i ułamkową. Pozycja przecinka jest istotna przy wykonywaniu operacji mnożenia, gdyż słowo będące wynikiem tej operacji jest przesuwane przed dalszym wykorzystaniem. Stałoprzecinkowe procesory sygnałowe mają wystarczającą szybkość do wielu zastosowań napędowych, jednak ich wykorzystanie wymaga wielu operacji skalowania zmiennych i opracowania algorytmów zwiększających dokładność obliczeń. Problemy te nie występują w przypadku procesorów zmiennoprzecinkowych. Konieczna jest tylko zmiana formatu liczb ze stałoprzecinkowego na zmiennoprzecinkowy i odwrotnie przy sterowaniu układami peryferyjnymi, które posiadają wejścia i wyjścia stałoprzecinkowe lub całkowitoliczbowe.

Procesory zmiennoprzecinkowe wyposażane są w rozkazy umożliwiające wykonywanie również operacji stałoprzecinkowych.



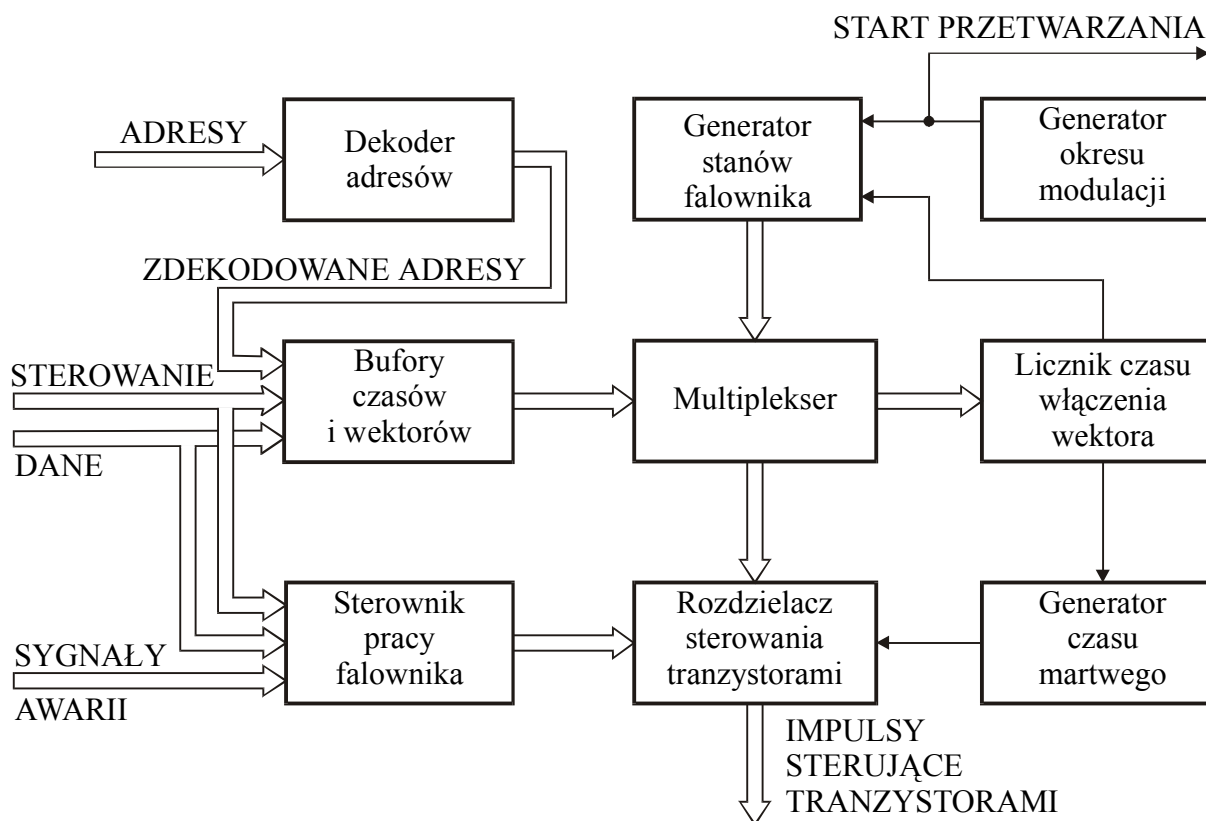
Rys. 4.2. Schemat blokowy systemu z procesorem sygnałowym i układami peryferyjnymi  
S – szyna sterowania, D – szyna danych, A – szyna adresowa

Typową architekturę procesora sygnałowego pokazano na rys. 4.1. Operacje dodawania i odejmowania oraz logiczne wykonywane są za pomocą jednostki arytmetyczno-logicznej, mnożarka służy do wykonywania mnożenia i procedur dzielenia, a przesuwnik umożliwia przesuwanie słów w rozkazach sterowania. Operacje arytmetyczne i logiczne wykonywane są na rejestrach i zawartości komórek pamięci. Do adresowania pamięci służy zbiór rejestrów, na zawartości których wykonywane są operacje dodawania i odejmowania za pomocą pomocniczej jednostki arytmetycznej. Procesor obsługuje kilka do kilkudziesięciu przerwań, co ułatwia stos sprzętowy, na który składane są adresy powrotu z programu obsługi przerwań. Stosowane jest dublowanie rejestrów procesora, co znacznie upraszcza programy obsługi przerwań i przyspiesza ich wykonywanie. Połączenie z zewnętrznymi układami realizowane jest przez magistrale danych i adresu oraz sygnały sterujące.

#### 4.3. Architektura układu sterowania falownikiem napięcia z procesorem sygnałowym

Procesor sygnałowy steruje falownikiem napięcia działając w otoczeniu układów peryferyjnych, których struktura zależy w znacznym stopniu od narzędzi zastosowanych do projektowania. Użycie układów programowalnych do skonstruowania podzespołów systemu mikroprocesorowego pozostawia wiele swobody projektantowi. Programowanie odbywa się przy użyciu specjalizowanego języka lub graficznie. Podzespoły łączone są kolejno w bloki, które tworzą hierarchiczną strukturę. Większość złożonych struktur może być zrealizowana w kilku równoważnych wariantach.

Schemat blokowy systemu z procesorem sygnałowym i układami peryferyjnymi pokazano w postaci uproszczonego schematu graficznego na rys. 4.2. Procesor steruje układami zewnętrznymi za pomocą sygnałów zgrupowanych w szynie sterującej. Szyna



Rys. 4.3. Schemat blokowy generatora zależności czasowych

adresowa i szyna danych służą do przesyłania adresów i danych pomiędzy procesorem a urządzeniami peryferyjnymi. Na rys. 4.2 nie pokazano dodatkowych sygnałów, które mogą być przesyłane pomiędzy blokami. Program wykonywany przez procesor zapisywany jest w zewnętrznej pamięci EPROM, skąd jest ładowany po sygnale RESET. Parametry układu zmieniane przy strojeniu zapisywane są przez procesor w pamięci EEPROM.

Układy znajdujące się na rys. 4.2 po prawej stronie szyn mogą być umieszczone w jednym układzie programowalnym. Sterowanie falownikiem odbywa się za pośrednictwem generatora zależności czasowych, którego wewnętrzną strukturę pokazano na rys. 4.3. Na wyjściu generatora pojawiają się odpowiednie sekwencje impulsów sterujących tranzystorami falownika.

Wejścia i wyjścia binarne zapisywane i odczytywane są przez procesor za pomocą bufora, który może być podzielony na oddzielne adresowane pola bitowe. Sygnały analogowe przetwarzane są za pomocą przetworników analogowo – cyfrowych, które wymagają generowania różnych sygnałów sterujących w zależności od określonego typu układu. Wskazane jest zaprojektowanie autonomicznego układu zatrzymującego w odpowiednim momencie sygnały analogowe i inicjalizującego przetwarzanie. Moment pomiaru sygnałów analogowych jest ściśle określony przez generator zależności czasowych. Po zakończeniu procesu przetwarzania dane cyfrowe powinny być przepisane do adresowanych buforów, które mogą być łatwo odczytane przez procesor.

Kontakt z operatorem i sterownikiem procesu technologicznego zapewnia blok interfejsów projektowany zwykle zgodnie z wymaganiami konkretnej aplikacji. Możliwe jest również stosowanie specjalizowanych układów sprzęgów szeregowych oraz procesorów sieciowych, których realizacja w strukturze układu programowalnego jest złożona.

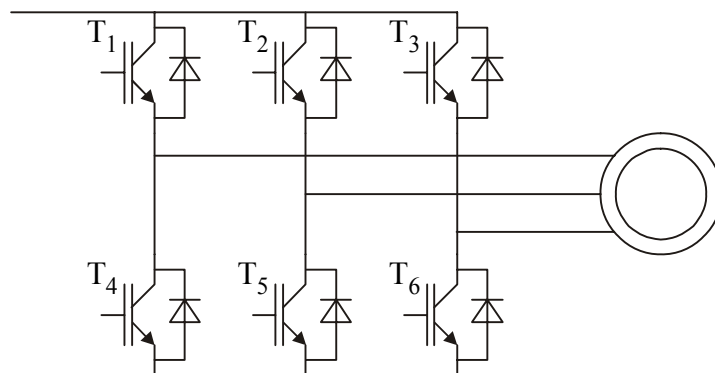
Generator zależności czasowych wytwarza sekwencje impulsów sterujących tranzystorami falownika na podstawie czasów załączenia wektorów i ich numerów wysłanych

przez procesor do odpowiednich buforów. Casy włączenia kolejnych wektorów przepisywane są z buforów do licznika przez multiplekser. Po odmierzeniu czasu włączenia wektora przez licznik zmieniany jest numer stanu falownika w generatorze stanów sterującym multiplekserem. Jednocześnie z przepisaniem czasu włączenia wektora do licznika jego numer wektora przesyłany jest do rozdzielacza sterowania tranzystorami i uruchamiany jest generator czasu martwego. Rozdzielacz sterowania tranzystorami służy do generowania impulsów sterujących tranzystorami z uwzględnieniem sygnałów kontrolujących pochodzących ze sterownika pracy falownika. Za pomocą sterownika można załączyć i wyłączyć impulsy sterujące tranzystorami, a także zablokować tranzystory po wystąpieniu awarii. Generator stanów pracy falownika jest ustawiany w stanie zerowym na początku każdego okresu modulacji za pomocą generatora okresu. W tym momencie generowany jest sygnał startu przetwarzania wielkości analogowych na cyfrowe. Po zakończeniu przetwarzania generowany jest sygnał przerwania do procesora, który realizuje powtarzany okresowo algorytm sterowania maszyną zasilaną z falownika. Tak zaprojektowana struktura umożliwia załączanie dowolnej liczby wektorów napięcia w czasie jednego okresu modulacji, co jest niezbędne przy precyzyjnym generowaniu napięcia wyjściowego falownika.

## 5. Realizacja źródeł prądu i napięcia

### 5.1. Falownik napięcia jako sterowane źródło napięcia

Teoretyczne problemy nieliniowego sterowania maszyną asynchroniczną mogą być rozwiązywane przy założeniu, że źródło napięcia zasilającego jest idealne. Oznacza to, że napięcie zasilające maszynę powinno zmieniać się dokładnie tak jak wielkość sterująca generowana przez ciągły układ regulacji. W teoretycznych przebiegach wielkości sterujących mogą występować złożone funkcje ciągłe i nieciągłości związane ze skokowymi zmianami wartości zadanych w układzie napędowym. Zrealizowanie źródła napięcia generującego takie przebiegi jako układu o działaniu ciągłym byłoby technicznie możliwe, jednak straty występujące we współcześnie stosowanych elementach regulacyjnych powodują, że z ekonomicznego punktu widzenia urządzenie nie byłoby akceptowalne. Urządzenia przetwarzające energię elektryczną o sterowanym napięciu wyjściowym budowane są obecnie z dwustanowych elementów, łączników elektronicznych, które mogą być jedynie załączone lub wyłączone. Łącznik elektroniczny w falowniku napięcia składa się z w pełni sterowanego elementu o jednokierunkowym przewodzeniu połączonym równolegle z diodą przewodzącą w kierunku przeciwnym. Sześć kluczy elektronicznych wystarcza do zbudowania trójfazowego falownika napięcia. Energia elektryczna jest w falowniku napięcia przetwarzana małymi porcjami zgodnie ze zmianami konfiguracji układu w czasie stałego lub zmiennego okresu impulsowania. Sterowanie przetwarzaniem porcji energii odbywa się w taki sposób, że określone są zadane wartości zmiennych na początku lub końcu okresu impulsowania albo średnie wartości zmiennych za okres impulsowania. Przełączanie łączników elektronicznych w czasie trwania okresu impulsowania nie może wpływać na wartości



Rys. 5.1. Falownik napięcia

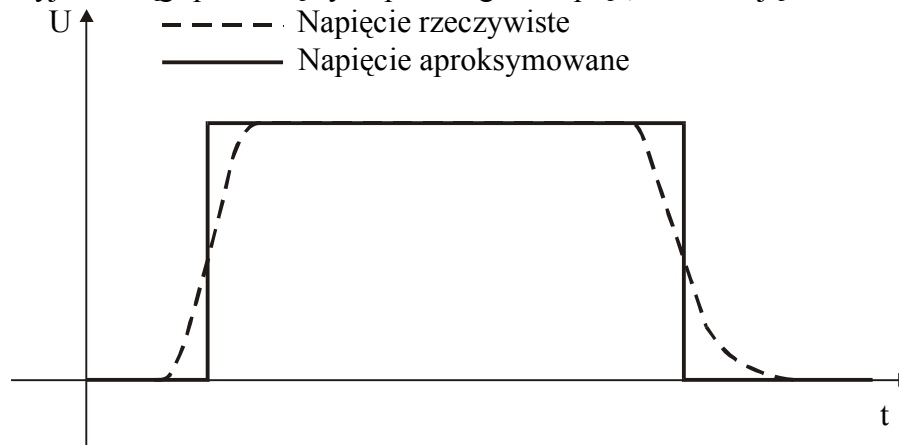
zmiennych określanych w końcu okresu impulsowania.

Algorytmy regulacji maszyny asynchronicznej są złożone i realizowane za pomocą układu mikroprocesorowego w kolejnych krokach tak dobranych, żeby wyniki obliczeń jednego kroku były dostępne po czasie krótszym niż odpowiadający mu rzeczywisty okres impulsowania. W związku ze stosowaniem mikroprocesora w układzie regulacji pojawia się zwłoka, która wraz z okresowością obliczeń nadaje napędowi charakter układu dyskretnego z występowaniem opóźnienia. Istnieje możliwość pełnego skompensowania opóźnienia w strukturach układów regulacji z predykcją zmiennych, wystarczy zatem rozważyć źródło napięcia jako element dyskretny. Okres impulsowania tego elementu dyskretnego w większości zastosowań jest stały.

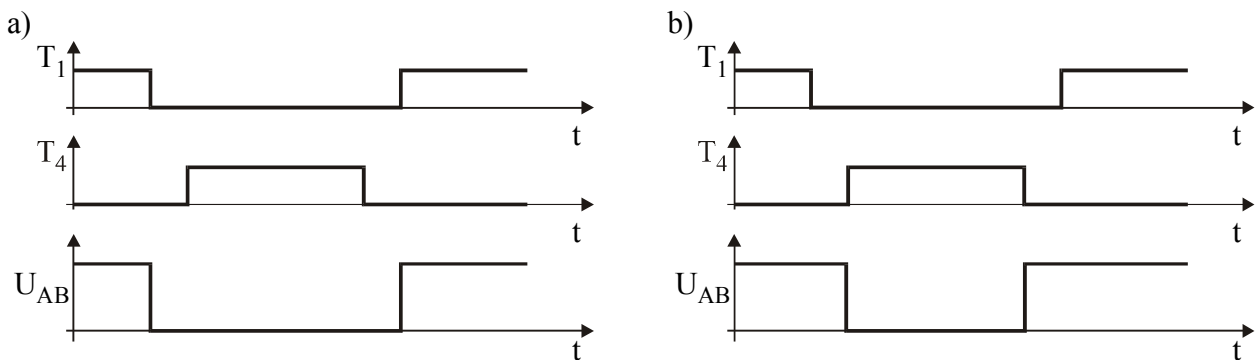
Zadawanie wartości średnich napięcia wyjściowego jest podstawową metodą sterowania falownikiem jako źródłem napięcia zasilającego silnik asynchroniczny z nieliniowym układem regulacji. Wielkościami wyjściowymi układu regulacji silnika są średnie wartości składowych wektora napięcia określone w układzie współrzędnych nieruchomym względem stojana. Pokazany



na rys. 5.1 trójfazowy falownik napięcia, stosowany do zasilania maszyn asynchronicznych, generuje na wyjściu ciągi prostokątnych przebiegów napięć, które mają określone wartości średnie



Rys. 5.2. Rzeczywisty i aproksymowany przebieg napięcia na wyjściu falownika



Rys. 5.3. Przebiegi sygnałów sterujących i napięcia wyjściowego falownika przy prądzie płynącym przez tranzystor  $T_1$  (a) i diodę równoległą do tranzystora  $T_1$  (b)

w czasie okresu impulsowania. Układ sterowania pracą falownika formuje w okresach impulsowania takie ciągi impulsów, aby średnie wartości składowych wektora napięcia były równeadanym.

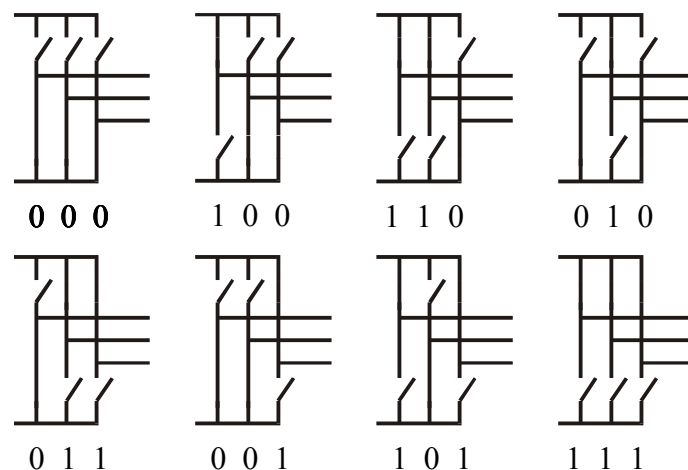
Precyzyjne sterowanie przebiegiem napięcia wyjściowego falownika wymaga uwzględnienia właściwości elementów przełączających. Parametrami elementów przełączających istotnymi ze względu na precyzję generowania napięcia falownika są napięcie przewodzenia, czas załączania, czas wyłączenia i czas regeneracji. Rzeczywiste przebiegi i zależności można przy tym zastąpić przebiegami o parametrach określonych w taki sposób, aby popełniany błąd był pomijalny.

Czasy załączania i wyłączenia mniejsze od  $2 \mu s$  mogą być w przypadku większości elementów przełączających pominięte. Obecnie jedynie tyrystory wyłączalne i tranzystory IGBT o dużych mocach charakteryzują się istotnymi czasami załączania i wyłączenia. Jeżeli jest to konieczne, z wystarczającą dokładnością można zastąpić rzeczywisty przebieg przy załączaniu i wyłączaniu przebiegiem aproksymowanym o tej samej wartości średniej z przesuniętym początkiem i końcem impulsu napięcia jak pokazano na rys. 5.2.

Uwzględnienie spadku napięcia na elemencie przełączającym wymaga określenia kierunku przepływu prądu, gdyż spadek napięcia na elemencie aktywnym i diodzie może być różny. Dokładniejszy sposób uwzględniania spadku napięcia na elemencie aktywnym wymaga wprowadzenia szeregowej rezystancji. W praktyce z wystarczającą dokładnością można przyjąć stałą wartość spadku napięcia na elemencie dla danego kierunku przepływu prądu.

Czas regeneracji elementu wymaga wprowadzenia do algorytmu sterowania falownikiem *czasu martwego*. Jest to przerwa pomiędzy podawaniem impulsów sterujących na bramki elementów znajdujących się w tej samej gałęzi falownika pokazanego na rys 5.1. Czas martwy zapobiega krótkotrwałym zwarciom, jakie mogłyby pojawić się w gałęzi falownika, gdyby załączać tranzystor w czasie wyłączenia poprzedniego. W zależności od tego, czy w wyłączanym elemencie prąd płynął przez diodę czy przez tranzystor, czas martwy występujący w sterowaniu powoduje różne przebiegi napięcia wyjściowego. Na rys. 5.3 a) pokazano, że wyłączenie tranzystora  $T_1$  w czasie przewodzenia prądu powoduje natychmiastową zmianę polaryzacji fazy wyjściowej falownika, jeżeli natomiast przewodziła dioda równoległa do tranzystora  $T_1$ , to przełączenie polaryzacji fazy wyjściowej falownika następuje, jak pokazano na rys. 5.3 b) dopiero po załączeniu tranzystora  $T_2$ . Czas martwy może być wielokrotnie większy od wymaganej rozdzielczości określania czasów przełączeń elementów i powinien być uwzględniany w algorytmach sterowania. Biorąc pod uwagę aktualny kierunek prądu w fazie połączonej z gałęzią, w której następuje komutacja łączników, moment przełączenia tranzystorów można przyspieszyć tak, aby przełączenie napięcia wyjściowego falownika następowało w chwili pożądanej. W ten sposób uzyskuje się kompensację czasu martwego występującego w falowniku.

Trójfazowy falownik napięcia pokazany na rys. 5.1 składa się z trzech gałęzi, z których każda utworzona jest przez dwa łączniki elektroniczne. Na wyjściu falownika dołączane jest obciążenie o charakterze indukcyjnym. Warunek ciągłości prądów w fazach wyjściowych falownika przy obciążeniu indukcyjnym powoduje, że w każdej gałęzi zawsze załączony jest jeden łącznik elektroniczny. Przewodzi ten łącznik, którego tranzystor jest wysterowany na załączenie, a prąd, w zależności od kierunku w fazie wyjściowej, płynie przez tranzystor lub diodę. Jeżeli żaden z dwóch tranzystorów w gałęzi nie jest wysterowany na załączenie, tak jak w czasie martwym, to przy niezerowym prądzie wyjściowym fazy zawsze jeden z łączników pozostaje załączony. Przewodzi przy tym ta dioda, której kierunek przewodzenia jest zgodny z kierunkiem prądu w fazie wyjściowej. Możliwe jest osiem kombinacji łączy zaworów jak pokazano na rys. 5.4. Każdej kombinacji jest przypisana liczba binarna składająca się z trzech pozycji. Na każdej pozycji 1

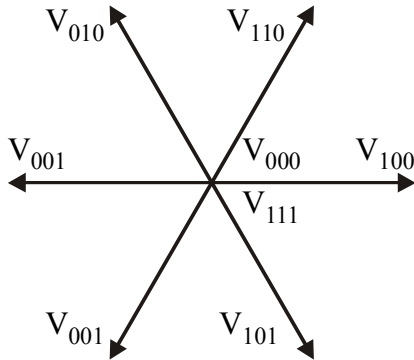


Rys. 5.4. Kombinacje załączeń kluczy falownika napięcia

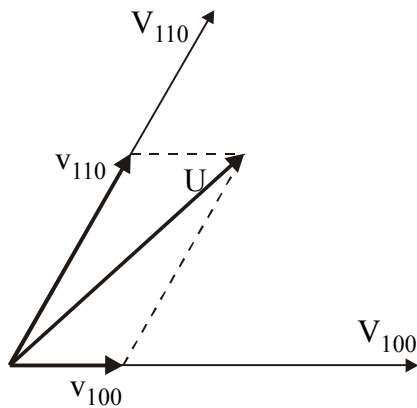
oznacza załączenie łącznika elektronicznego w górnej części gałęzi, a 0 oznacza załączenie łącznika elektronicznego w dolnej części gałęzi. Osiem kombinacji stanu łączy falownika napięcia prowadzi do siedmiu kombinacji napięć pojawiających się na fazach wyjściowych falownika. Załączenie trzech górnych lub trzech dolnych łączników powoduje wygenerowanie zerowej wartości napięcia wyjściowego.

Trójfazowy układ napięć wyjściowych falownika napięcia nie jest wygodny do analizy i obliczeń czasów załączenia poszczególnych łączników. Transformacja układu trójfazowego do układu ortogonalnego umożliwia analizę napięcia wyjściowego falownika metodą wektorów

przestrzennych. Biorąc pod uwagę, że w falowniku napięcia nie ma przewodu neutralnego, można uprościć przekształcenie układu trójfazowego na układ ortogonalny uwzględniając, że składowa zerowa jest równa zero w takim przypadku.



Rys. 5.5. Wektory napięcia wyjściowego falownika



Rys. 5.6. Tworzenie średniej wartości wyjściowego wektora napięcia

Napięcia międzyfazowe spełniają warunek:

$$u_{AB} + u_{BC} + u_{CA} = 0, \quad (5.1)$$

gdzie  $u_{AB}$ ,  $u_{BC}$ ,  $u_{CA}$  są napięciami pomiędzy fazami wyjściowymi A, B, C falownika.

Uproszczona forma transformacji układu trójfazowego do układu ortogonalnego przybiera z uwzględnieniem (5.1) postać [60]:

$$u_{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{6}}(u_{CA} - u_{AB}), \quad (5.2)$$

$$u_{\beta} = \frac{1}{\sqrt{2}}(u_{AB} + u_{CA}), \quad (5.3)$$

gdzie  $u_{\alpha}$ ,  $u_{\beta}$  są składowymi wektora napięcia w prostokątnym układzie współrzędnych.

Współczynniki występujące w (5.2) i (5.3) zapewniają inwariantność mocy układu trójfazowego i układu ortogonalnego [60].

Każde załączenie wybranej kombinacji łączników falownika prowadzi do wygenerowania na wyjściu falownika określonego wektora napięcia. Na rys. 5.5 pokazano sześć niezerowych wektorów napięcia wyjściowego falownika, nazywanych *wektorami aktywnymi* oraz dwa *wektory zerowe*, nazwane *wektorami pasywnymi*.

Układ sterowania pracą silnika asynchronicznego generuje zadane średnie wartości składowych wektora napięcia w okresie impulsowania, które muszą być zrealizowane na drodze kolejnego załączania odpowiednich wektorów aktywnych i *pasywnych*. Najprostszym sposobem wygenerowania zadanych średnich wartości składowych wektora napięcia jest załączenie w czasie okresu impulsowania dwóch wektorów aktywnych odpowiednio w czasach  $t_1$  i  $t_2$  oraz wektora pasywnego w czasie  $t_0$ . Na rys. 5.6 pokazano jak

zadany wektor napięcia otrzymywany jest z dwóch wektorów aktywnych o długościach określonych następująco:

$$v_1 = \frac{t_1}{T} V_1, \quad (5.4)$$

$$v_2 = \frac{t_2}{T} V_2, \quad (5.5)$$

gdzie  $V_1$ ,  $V_2$  są wektorami napięcia otrzymanymi w wyniku włączenia określonej kombinacji łączników na czas pełnego okresu impulsowania,  $t_1$ ,  $t_2$  są czasami włączenia odpowiednich wektorów aktywnych,  $T$  jest okresem impulsowania,  $V_1$ ,  $V_2$  są wektorami aktywnymi o zadanej długości.

Składowe zadanego wektora napięcia wyjściowego falownika  $u$  określone są następująco:

$$u_{\alpha} = v_{1\alpha} + v_{2\alpha}, \quad (5.6)$$

$$u_{\beta} = v_{1\beta} + v_{2\beta}, \quad (5.7)$$

gdzie indeksami  $\alpha, \beta$  oznaczono składowe wektorów.

Uwzględniając (5.4) i (5.5) w (5.6) i (5.7) otrzymuje się poniższe zależności umożliwiające wyznaczenie czasów  $t_1$  i  $t_2$ :

$$u_\alpha = \frac{1}{T}(t_1 V_{1\alpha} + t_2 V_{2\alpha}), \quad (5.8)$$

$$u_\beta = \frac{1}{T}(t_1 V_{1\beta} + t_2 V_{2\beta}). \quad (5.9)$$

Rozwiązanie układu równań (5.8), (5.9) prowadzi do następujących zależności umożliwiających wyznaczenie czasów  $t_1$  i  $t_2$ :

$$t_1 = T \frac{u_\alpha V_{2\beta} - u_\beta V_{2\alpha}}{V_{1\alpha} V_{2\beta} - V_{1\beta} V_{2\alpha}}, \quad (5.10)$$

$$t_2 = T \frac{u_\beta V_{1\alpha} - u_\alpha V_{1\beta}}{V_{1\alpha} V_{2\beta} - V_{1\beta} V_{2\alpha}}. \quad (5.11)$$

Tablica 5.1. Wartości składowych wektorów aktywnych napięcia wyjściowego falownika

Numer wektora	100	110	010	011	001	101
$V_\alpha$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} U_d$	$\frac{1}{\sqrt{6}} U_d$	$-\frac{1}{\sqrt{6}} U_d$	$-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} U_d$	$-\frac{1}{\sqrt{6}} U_d$	$\frac{1}{\sqrt{6}} U_d$
$V_\beta$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}} U_d$	$\frac{1}{\sqrt{2}} U_d$	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}} U_d$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} U_d$

W tabeli 5.1 przedstawiono wartości składowych wektorów aktywnych napięcia wyjściowego falownika otrzymane w wyniku transformacji zachowującej inwariantność mocy. Łatwo sprawdzić, że dla dwóch dowolnych wektorów zachodzi zależność:

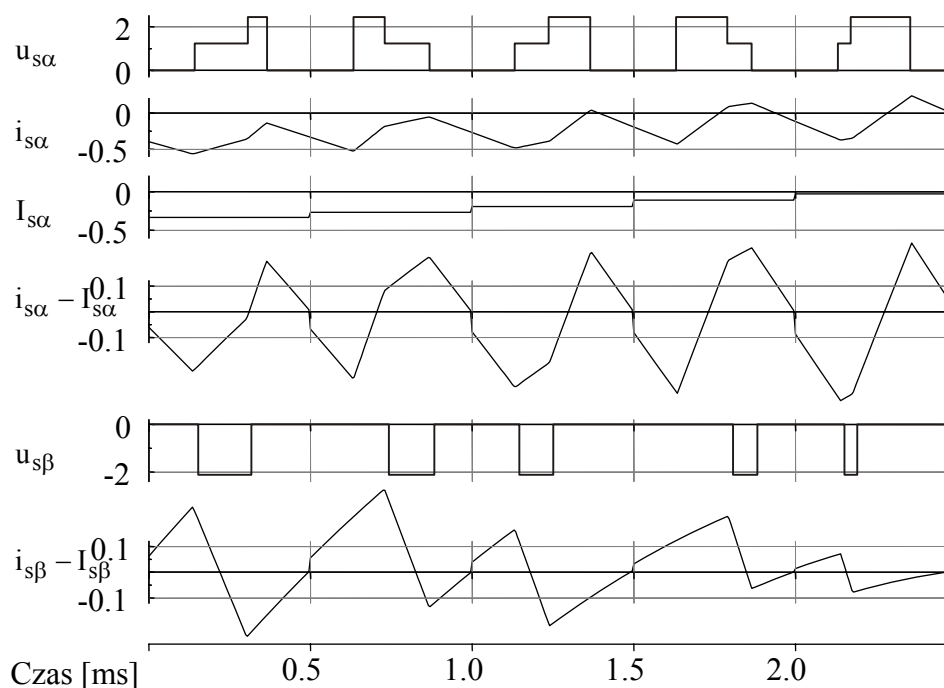
$$V_{1\alpha} V_{2\beta} - V_{1\beta} V_{2\alpha} = \frac{1}{\sqrt{3}} U_d^2. \quad (5.12)$$

Po uwzględnieniu (5.12) wyrażenia (5.10) i (5.11) przybierają postać:

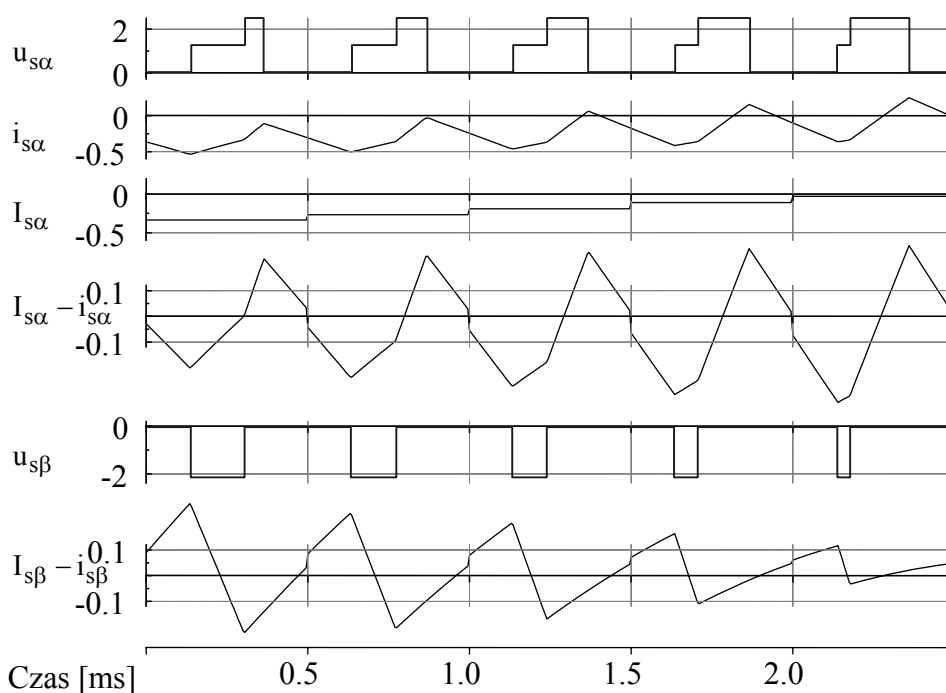
$$t_1 = \frac{\sqrt{3}T}{U_d^2}(u_\alpha V_{2\beta} - u_\beta V_{2\alpha}), \quad (5.13)$$

$$t_2 = \frac{\sqrt{3}T}{U_d^2}(u_\beta V_{1\alpha} - u_\alpha V_{1\beta}). \quad (5.14)$$

Liczby binarne określające numery kolejnych wektorów pokazanych na rys. 5.5 i w tablicy 5.1 różnią się wartościami tylko jednej pozycji. Oznacza to, że załączenie kolejnego wektora aktywnego wymaga przełączenia łączników tylko w jednej gałęzi falownika. Również załączenie wektora pasywnego po wektorze aktywnym i odwrotnie może być zrealizowane w taki sposób, że przełączane są łączniki tylko w jednej gałęzi. W zależności od liczby jedynek w liczbie binarnej określającej numer wektora aktywnego załączany jest wektor pasywny o numerze 000 lub 111. Kolejność załączenia wektorów aktywnych w następnym okresie impulsowania jest odwrotna w porównaniu z okresem poprzednim. W dwóch kolejnych okresach impulsowania otrzymuje się na przykład następujący ciąg wektorów 000-001-011-111-011-001.



Rys. 5.7. Przebiegi napięć i prądów wyjściowych falownika zasilającego silnik asynchroniczny przy *prawidłowej* kolejności wektorów aktywnych



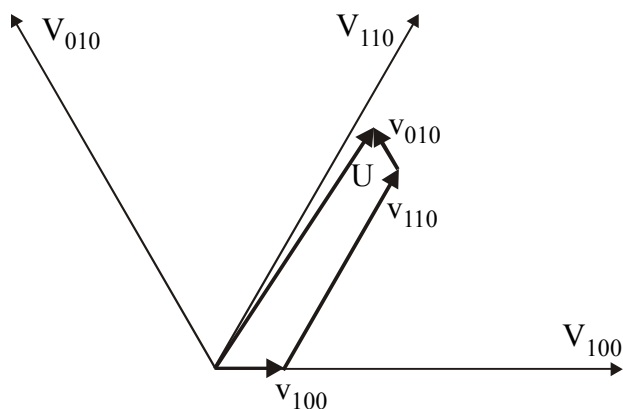
Rys. 5.8. Przebiegi napięć i prądów wyjściowych falownika zasilającego silnik asynchroniczny przy *nieprawidłowej* kolejności wektorów aktywnych

W układzie sterowania pracą silnika asynchronicznego napięcie o tej samej wartości średniej za okres impulsowania przykładane jest do silnika i do modelu lub obserwatora służącego do odtwarzania zmiennych. Zredukowanie ilości obliczeń podczas całkowania modelu lub obserwatora zmiennych stanu wymaga przyjęcia stałej wartości napięcia w czasie jednego okresu impulsowania. Pomiary zmiennych odbywają się na początku każdego okresu impulsowania. Prawdłowo

działający model lub obserwator wyznacza w końcu okresu impulsowania takie same wartości prądów, jakie występują w tym momencie w silniku. Ponieważ napięcie zasilania występujące w modelu lub obserwatorze jest stałe w czasie okresu impulsowania, równość rzeczywistych i odtwarzanych chwilowych wartości składowych wektorów prądów w końcu okresu impulsowania można uzyskać jedynie na drodze odpowiedniego rozmieszczenia wektorów aktywnych wewnątrz okresu impulsowania napięcia przykładanego do silnika.

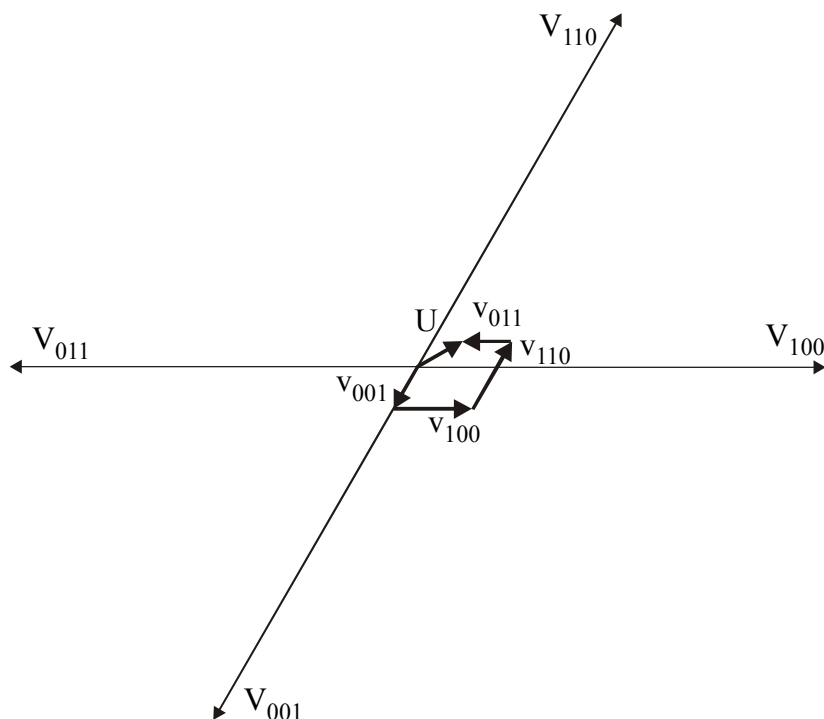
Przebiegi napięć i prądów wyjściowych falownika zasilającego silnik asynchroniczny przy prawidłowej kolejności wektorów aktywnych pokazano na rys. 5.7. Oznaczono przez  $u_{s\alpha}, u_{s\beta}$  składowe wektora napięcia wyjściowego falownika, przez  $i_{s\alpha}, i_{s\beta}$  składowe wektora prądu wyjściowego falownika, przez  $I_{s\alpha}$  składową wektora prądu modelu silnika zasilanego średnim napięciem w okresie impulsowania. Porównano przebiegi prądu występujące w silniku zasilanym napięciem falownika i w silniku zasilanym napięciem stałym w czasie okresu impulsowania, przy czym w tym ostatnim przypadku przyjęto krok całkowania równy okresowi impulsowania. **Różnica pomiędzy prądem silnika zasilanego z falownika i prądem silnika zasilanego napięciem przedziałami stałym powinna być równa zero pod koniec okresu impulsowania, tak jak to występuje na przebiegach pokazanych na rys. 5.7.** Na rys. 5.8 pokazano przebiegi tych samych wielkości występujące przy zasilaniu silnika z falownika bez zmiany kolejności impulsów w kolejnych okresach. Widoczne są różnice wartości składowych wektora prądów w osi  $\alpha$ , a szczególnie w osi  $\beta$  silnika zasilanego z falownika i silnika zasilanego napięciem przedziałami stałym. Różnice te mogą być przyczyną nieprawidłowego działania obserwatora zmiennych silnika asynchronicznego i są rezultatem różnych odpowiedzi silnika na wymuszenia zawierające różne kolejności impulsów o tej samej wartości średniej.

Prawe strony równań różniczkowych dla składowych prądów stojana silnika zawierają oprócz składowych napięcia zasilającego składowe wektora strumienia wirnika, które mają w przybliżeniu sinusoidalny przebieg. Pomimo pewnej złożoności przebiegów przejściowych składowych wektora prądu stojana, można je, jak wynika z rys. 5.7, aproksymować liniami prostymi. W czasie okresu impulsowania składowe wektora prądu narastają i opadają pod wpływem przyłożonych wektorów napięcia. Na początku i końcu okresu impulsowania składowe wektora prądu przybierają zbliżone wartości. Średnia wartość składowych wektora prądu za okres impulsowania może być różna w zależności od przyjętego początku okresu. Jeżeli aktywne wektory napięcia zostaną rozmieszczone wewnątrz okresu impulsowania w taki sposób, że czas trwania wektora pasywnego zostanie podzielony na dwie połowy, które znajdują się na początku i końcu, to średnia wartość za okres będzie w przybliżeniu równa wartościom składowych wektora prądu na początku i końcu. Zbliżoną wartość składowe wektora prądu osiągną pod wpływem stałej wartości napięcia w czasie okresu impulsowania stosowanej w modelu do odtwarzania zmiennych.



Rys. 5.9. Generowanie napięcia wyjściowego falownika za pomocą trzech wektorów

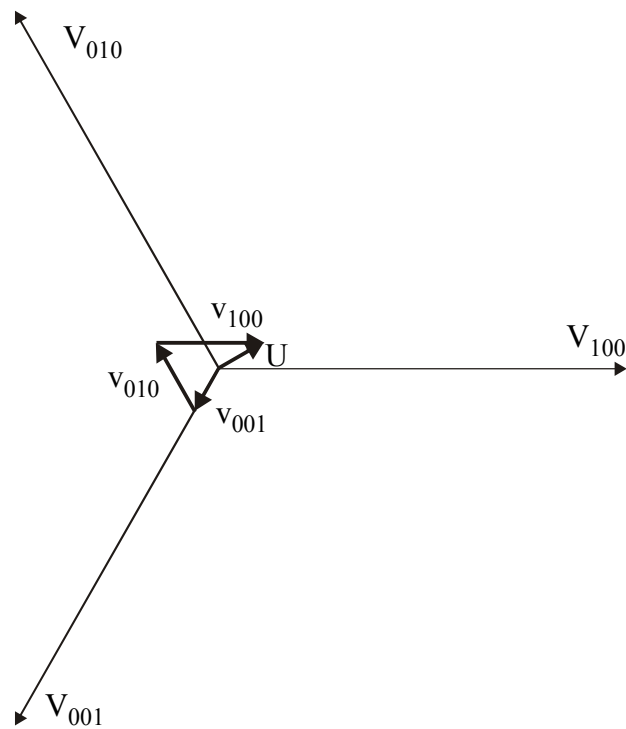
Powyższe rozważania umożliwiają jedynie przybliżone określenie rozkładu wektorów aktywnych w czasie okresu impulsowania zapewniających równość składowych rzeczywistych i odtwarzanych składowych wektora prądu stojana na końcach okresu impulsowania. Różnice występujące na końcach okresu impulsowania pokazane na rys. 5.8 są wynikiem błędu przyjętej metody rozkładu wektorów aktywnych. Te różnice znikają, jeżeli w kolejnych okresach impulsowania będzie zmieniana sekwencja wektorów aktywnych jak pokazano na rys. 5.7. Z drugiej strony



Rys. 5.10. Generowanie napięcia wyjściowego falownika za pomocą czterech wektorów

zmiana sekwencji wektorów aktywnych jest zgodna z wymogiem minimalizacji liczby łączeń zaworów. Przedstawiona przybliżona metoda określania rozmieszczenia wektorów aktywnych wewnątrz okresu impulsowania jest wystarczająco dokładna, a w wyniku przestawiania sekwencji załączania błędy powstające w kolejnych okresach kompensują się.

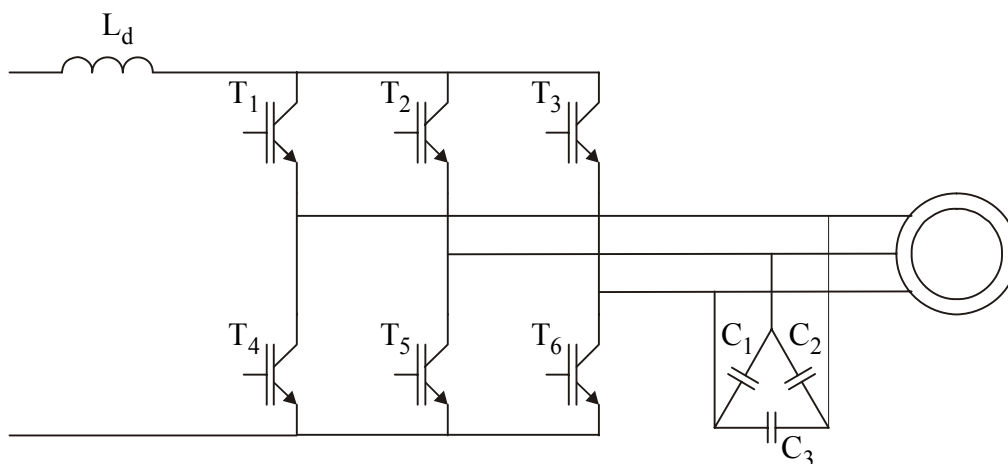
Załączanie kolejnych wektorów napięcia na wyjściu falownika związane jest z przełączaniem łączników, co przedstawiono w postaci przebiegów czasowych sygnałów sterujących tranzystorami pokazanych na rys. 5.3. Występowanie czasu martwego, w którym sygnały załączające górny i dolny tranzystor w tej samej gałęzi falownika są równe zero, wprowadza niejednoznaczność w przebiegu napięcia wyjściowego falownika. Przełączenie wektora może, w zależności od kierunku przepływu prądu w fazie wyjściowej, następować na początku lub końcu czasu martwego. Można kompensować czas martwy odpowiednio zmieniając czasy włączenia poszczególnych wektorów. W przypadku krótkich czasów załączenia wektorów aktywnych prowadzi to do zmiany kolejności pojawiania się impulsów sterujących, co może komplikować układ sterowania pracą falownika. Związane z tym problemy mogą być wyeliminowane na drodze przyjęcia minimalnego czasu włączenia wektora aktywnego, co wprowadza z kolei błąd do generowanego napięcia wyjściowego falownika. Jeżeli jeden z czasów włączenia wektora aktywnego jest mniejszy od minimalnego, to można uniknąć błędu powstającego przy pominięciu za krótkiego wektora aktywnego przez generowanie wektora napięcia wyjściowego falownika z wykorzystaniem trzech wektorów aktywnych, jak pokazano na rys. 5.9. Dodatkowy, trzeci wektor aktywny jest włączany na czas równy przyjętemu czasowi minimalnemu, a czasy włączenia pozostałych wektorów aktywnych są odpowiednio modyfikowane. Podobnie można wygenerować zadaną wartość średnią napięcia wyjściowego falownika, jeżeli obydwa czasy włączenia wektorów aktywnych są mniejsze od minimalnego. Na rys. 5.10 pokazano, jak wygenerować zadany wektor napięcia o małej amplitudzie stosując cztery wektory aktywne. Można wykorzystać również trzy wektory aktywne jak pokazano na rys. 5.11, jednak w takim przypadku liczba łączeń zaworów falownika jest większa.



Rys. 5.11. Generowanie napięcia wyjściowego falownika za pomocą trzech wektorów

Przedstawiona metoda generowania napięcia wyjściowego falownika z zastosowaniem trzech lub czterech wektorów aktywnych upraszcza programy do symulacji cyfrowych, jeżeli minimalny czas załączenia wektora aktywnego jest większy od przyjętego kroku całkowania.





Rys. 5.12. Falownik prądu

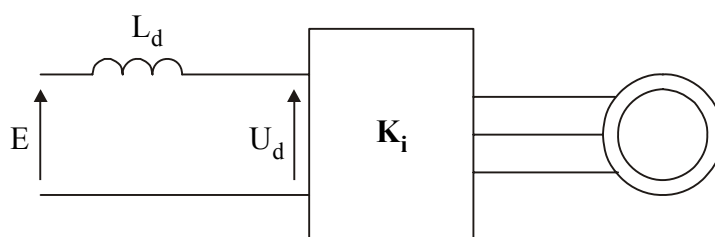
## 5.2. Źródło prądu z falownikiem prądu

Układy energoelektroniczne umożliwiają zasilanie maszyn elektrycznych prądu przemiennego ze źródeł napięcia lub źródeł prądu. Zrealizowanie źródła prądu jest związane z zastosowaniem poza łącznik elektronicznymi elementów biernych i odpowiedniego układu sterowania. W każdym ze znanych źródeł prądu energia dostarczana jest ze źródła napięcia. Konstrukcja źródła napięcia może zapewniać dwukierunkowy przepływ energii.

Znanym rozwiązaniem źródła prądu do zasilania maszyn elektrycznych jest falownik prądu, który w wersji trójfazowej na tranzystorach IGBT pokazano na rys. 5.12. Na wejściu układu włączony jest dławik, w którym prąd jest regulowany w zamkniętym układzie regulacji. W normalnym stanie pracy załączony jest jeden łącznik w grupie górnej i jeden w grupie dolnej, ale w innej gałęzi. Przełączanie następuje z zapewnieniem ciągłości prądu w dławiku, co oznacza, że jeżeli w dolnej lub górnej grupie jeden z zaworów jest załączony, to nie można go wyłączyć bez uprzedniego załączenia innego z tej samej grupy.

Po stronie prądu przemiennego, zgodnie z zasadą konstruowania układów przekształtnikowych, muszą być włączone kondensatory umożliwiające wyłączenie zaworu w fazie, do której jest dołączony. Kondensatory, nazywane komutacyjnymi, komplikują układ i zmieniają jego dynamikę w porównaniu z założeniami teoretycznymi.

Pominięcie procesów komutacyjnych prowadzi do schematu zastępczego falownika



Rys. 5.13. Uproszczony schemat falownika prądu

prądu przedstawionego na Rys. 5.13.

Ograniczenia wynikające z zasady działania falownika prądu powodują, że jako wielkości sterujące w układzie napędowym występują częstotliwość pierwszej harmonicznej prądu i napięcie w obwodzie pośredniczącym. Przyjmując takie uproszczenie falownik prądu można zastąpić wektorową funkcją komutacyjną o postaci:

$$\mathbf{K}_i = K_i e^{j\omega_i}, \quad (5.15)$$

gdzie  $\mathbf{K}_i$  jest wektorową funkcją komutacyjną,  $K_i$  jest amplitudą wektora funkcji komutacyjnej, a  $\omega_i$  jest prędkością kątową wirowania wektora funkcji komutacyjnej.

Zależność wektora prądu wyjściowego falownika  $\mathbf{i}$  od prądu w obwodzie pośredniczącym przybiera przy użyciu funkcji komutacyjnej następującą postać:

$$\mathbf{i} = \mathbf{K}_i \mathbf{i}_d, \quad (5.16)$$

gdzie  $\mathbf{i}_d$  jest prądem w obwodzie pośredniczącym.

Bez utraty ogólności rozważań można przyjąć, że zmienne obwodu pośredniczącego są sprowadzone do obwodu wyjściowego falownika, skąd w dalszych rozważaniach

$$K_i = 1. \quad (5.17)$$

Korzystając z zasady zachowania energii i przyjmując założenie o bezstratności falownika prądu, co oznacza, że chwilowa moc czynna po stronie prądu przemiennego jest równa mocy wejściowej po stronie prądu stałego, można napisać następujące równanie:

$$u_d \mathbf{i}_d = u_x \mathbf{i}_x + u_y \mathbf{i}_y, \quad (5.18)$$

gdzie  $u_d$  jest napięciem wejściowym falownika,  $u_x, u_y$  są składowymi wektora napięcia wyjściowego falownika, a  $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y$  są składowymi wektora prądu.

Uwzględnienie (5.16) i (5.17) prowadzi do warunku:

$$u_d \mathbf{i}_d = u_x K_{ix} \mathbf{i}_d + u_y K_{iy} \mathbf{i}_d, \quad (5.19)$$

lub

$$u_d = u_x K_{ix} + u_y K_{iy}. \quad (5.20)$$

gdzie  $K_{ix}, K_{iy}$  są składowymi wektora funkcji komutacyjnej.

Równanie (5.19) wiąże zmienne obwodu pośredniczącego prądu stałego ze zmiennymi wyjściowymi falownika transformowanymi do ortogonalnego układu współrzędnych. Występują w nim dwie składowe wektora napięcia wyjściowego falownika, z których jedną można wyeliminować przyjmując odpowiedni układ współrzędnych. Związanie osi x układu współrzędnych z wektorem prądu wyjściowego falownika prowadzi do zależności:

$$u_d = u_x. \quad (5.21)$$

Dla obwodu pośredniczącego obowiązuje równanie:

$$E_d = \mathbf{i}_d R_d + L_d \frac{d\mathbf{i}_d}{dt} + u_d, \quad (5.22)$$

gdzie  $E_d$  jest siłą elektromotoryczną w obwodzie pośredniczącym,  $R_d$  i  $L_d$  są rezystancją i indukcyjnością w obwodzie pośredniczącym.

Różniczkowe równanie wektorowe obwodu maszyny elektrycznej dołączonej do falownika redukuje się dla zmiennych zapisanych w układzie współrzędnych, którego oś x związane jest z wektorem prądu, do równania różniczkowego dla składowej prądu  $i_x$  i równania algebraicznego dla składowej prądu  $i_y$ . Wyznaczając składową napięcia  $u_x$  z równania różniczkowego dla składowej prądu  $i_x$  oraz biorąc pod uwagę, że

$$i_d = i_x, \quad (5.23)$$

można połączyć równanie różniczkowe obwodu pośredniczącego z równaniem różniczkowym maszyny dołączonej do wyjścia falownika. Prędkość kątowa wirowania układu współrzędnych, która jednocześnie określa częstotliwość wyjściową falownika staje się wielkością sterującą. Drugą wielkością sterującą w modelu maszyny elektrycznej jest napięcie w obwodzie pośredniczącym prądu stałego.

Wysoka cena falownika prądu w porównaniu z falownikiem napięcia spowodował zaniechanie stosowania tego rozwiązania w praktyce. Powyższe rozważania mają obecnie jedynie znaczenie teoretyczne, jednak metoda związana z przyjęciem wirującego układu współrzędnych z osią  $x$  związaną z wektorem prądu wyjściowego znajduje również zastosowanie w opisie trójfazowego źródła prądu zrealizowanego za pomocą falownika napięcia.

### 5.3. Źródło prądu z falownikiem napięcia

#### 5.3.1. Struktura źródła prądu z falownikiem napięcia

Zastosowanie zamkniętego układu regulacji obejmującego falownik napięcia zasilający maszynę asynchroniczną umożliwia zrealizowanie źródła prądu trójfazowego. Wyjściowy obwód falownika rozpatrywany w małym przedziale czasu, nie większym od około 2 ms zawiera zastępczą indukcyjność rozproszenia maszyny i zastępczą siłę elektromotoryczną. Równanie różniczkowe opisujące krótkookresową dynamikę prądu wyjściowego falownika napięcia ma następującą postać:

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt} = \frac{1}{L}(\mathbf{u} + \mathbf{e}), \quad (5.24)$$

gdzie  $\mathbf{i}$  jest wektorem prądu wyjściowego falownika napięcia,  $\mathbf{u}$  jest wektorem napięcia wyjściowego falownika,  $\mathbf{e}$  jest wektorem siły elektromotorycznej generowanej przez maszynę,  $L$  jest zastępczą indukcyjnością rozproszenia maszyny.

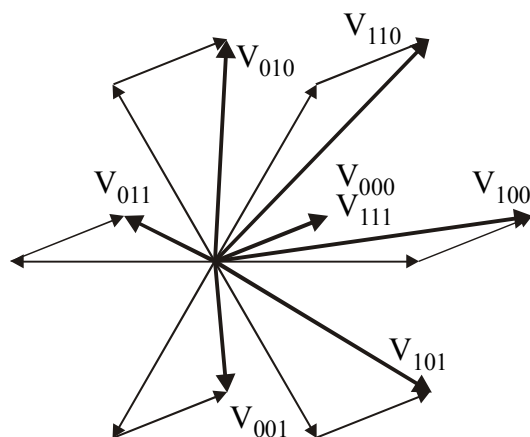
Spadek napięcia na rezystancji obwodu obciążenia jest włączony do zastępczej siły elektromotorycznej. W równaniu (5.24) przyjęto ten sam znak przy wektorze napięcia i siły elektromotorycznej w celu uproszczenia analizy przebiegów wektora błędu prądu.

Koniec wektora prądu wyjściowego falownika napięcia porusza się pod wpływem wektora wypadkowego, będącego sumą napięcia wyjściowego i siły elektromotorycznej. Można przyjąć, że w krótkim przedziale czasu zmiana położenia wektora prądu wyjściowego odbywa się pod wpływem średniej wartości wypadkowego wektora napięcia, co znacznie ułatwia analizę działania falownika. Wartości indukcyjności zastępczej rozproszenia maszyny asynchronicznej są tak małe, że całkowita zmiana wartości amplitudy wektora prądu wyjściowego falownika w czasie 1 ms może sięgać nawet 40 % znamionowej wartości prądu maszyny. Tak szybka zmiana prądu wyjściowego falownika powoduje, że zastosowanie odpowiednich algorytmów regulacji nadaje falownikowi napięcia charakter sterowanego źródła prądu trójfazowego. Szybkość zmian prądu jest ograniczona zgodnie z równaniem (5.24), co powoduje konieczność wprowadzenia dodatkowych elementów na wejściu układu sterowania prądem wyjściowym falownika napięcia.

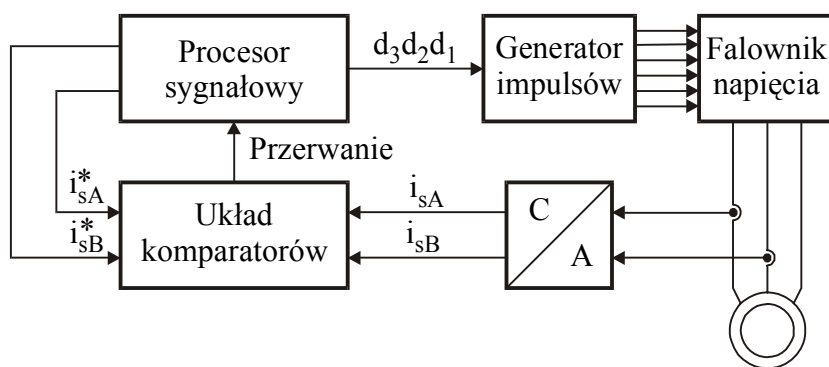
Praktyczne znaczenie w zaproponowanych przez autora układach sterowania prądem wyjściowym falownika napięcia zrealizowanych za pomocą techniki mikroprocesorowej znalazły dwa regulatory: histerezyowy regulator prądu i regulator z predykcją prądu wyjściowego. W pierwszej z nich okres przełączania zaworów falownika jest zmienny, w drugiej okres impulsowania jest stały. Wykorzystanie tych metod w układach technicznych związane jest z możliwością wyznaczania średniej wartości napięcia falownika i zależy od wymagań wynikających ze struktury układu regulacji maszyny asynchronicznej.

#### 5.3.2. Histerezyowy regulator prądu wyjściowego falownika napięcia

Działanie histerezyowego regulatora prądu wyjściowego falownika napięcia polega na załączaniu wektorów napięcia wyjściowego falownika w sposób zapewniający utrzymanie wektora błędu prądu wewnątrz przyjętej strefy histerezy. W układzie trójfazowym bez przewodu zerowego zmiana prądu w jednej fazie związana jest ze zmianami prądu w pozostałych fazach. Z tego względu proste przełączanie zaworów w jednej gałęzi falownika, jeżeli prąd w dołączonej do niej fazie przekracza granice strefy histerezy, może prowadzić, w zależności od kierunku siły elektromotorycznej, do niepożądanych stanów pracy. Wybór właściwego wektora napięcia na granicy strefy histerezy wymaga uwzględnienia aktualnej wartości siły elektromotorycznej, która powoduje, że na błąd wektora prądu działa wektor napięcia  $\mathbf{v}$  określony zależnością:



Rys. 5.14. Wektory napięcia wyjściowego falownika działające na wektor prądu



Rys. 5.15. Schemat histerezy regulatora prądu wyjściowego falownika

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} + \mathbf{e} . \quad (5.25)$$

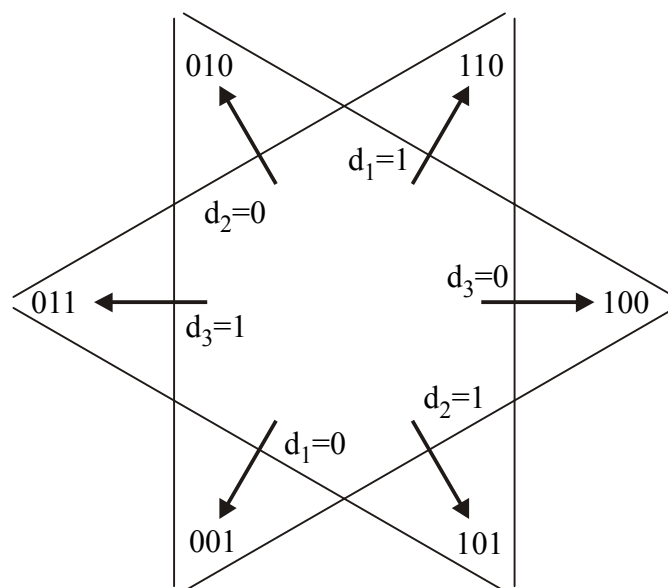
Wektory napięcia działające na wektor prądu pokazano na rys. 5.14. W dalszych rozważaniach wektory napięcia  $\mathbf{v}$  składające się z wektorów zerowych i siły elektromotorycznej nazywane będą wektorami pasywnymi, natomiast pozostałe wektory nazywane będą wektorami aktywnymi.

Wektor błędu prądu określony jest poniższą zależnością:

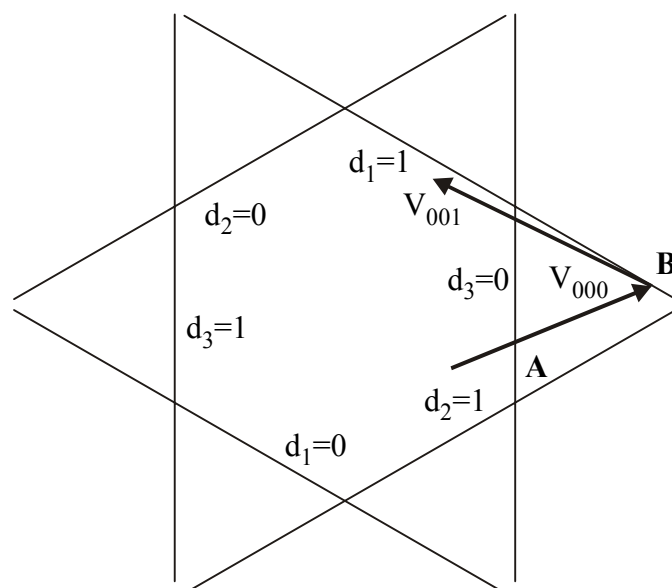
$$\Delta \mathbf{i} = \mathbf{i}_z - \mathbf{i} . \quad (5.26)$$

Algorytm wyboru wektorów napięcia wyjściowego falownika w histerezy regulatorze jest ściśle związany z techniką zastosowaną do przetwarzania sygnałów. Dobre rezultaty uzyskuje się na drodze połączenia układu sterowania logicznego z procesorem sygnałowym.

Ogólny schemat histerezy regulatora prądu wyjściowego falownika zrealizowanego za pomocą techniki mikroprocesorowej pokazano na rys. 5.15. Prądy wyjściowe falownika mierzone są w dwóch fazach, przetwarzane na postać cyfrową i przesyłane do buforów zrealizowanych w układzie logiki programowalnej. Dalsze przetwarzanie sygnałów odbywa się układowo i programowo. Układowo wykonywane są operacje związane ze sprawdzaniem czy wektor błędu prądu przekroczył granicę strefy histerezy. Jeżeli to nastąpi, to generowane jest przerwanie do procesora sygnałowego i wykonywane są te operacje programowe, które należy wykonać po przekroczeniu strefy histerezy przez wektor błędu w celu określenia który wektor napięcia wyjściowego falownika



Rys. 5.16. Przełączanie cyfr w liczbie binarnej określającej numer wektora wyjściowego falownika

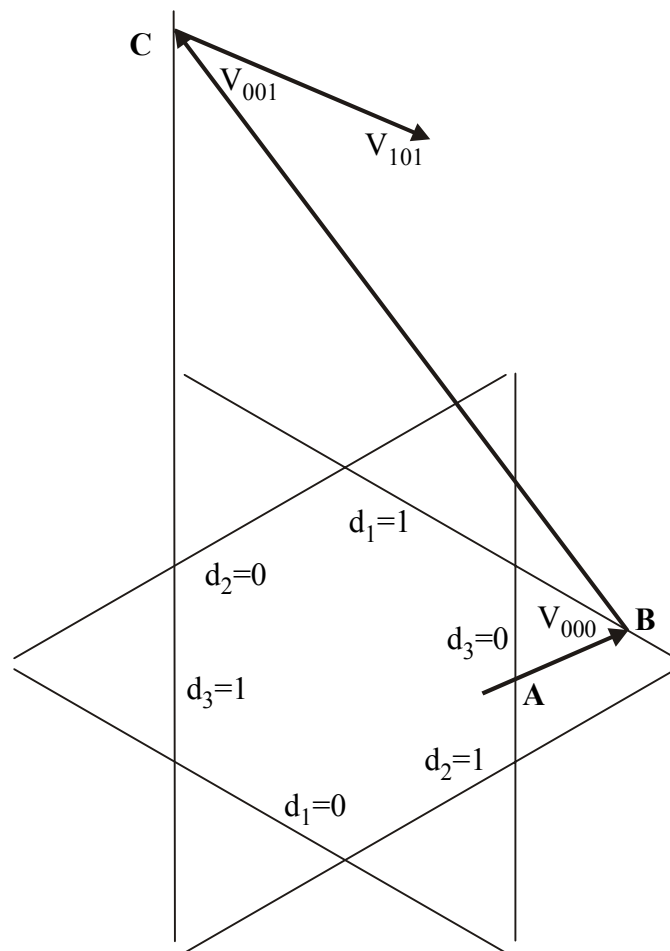


Rys. 5.17. Wyjście wektora błędu prądu poza granicę obszaru tolerancji dla małego wektora pasywnego

powinien być załączony. Szerokość strefy histerezy może być zmieniana w trakcie pracy układu sterowania.

Struktura układu cyfrowego umożliwia obliczenie nie mierzonej wartości prądu trzeciej fazy i porównanie zadanych wartości prądów fazowych z ich wartościami rzeczywistymi. Do tego celu wykorzystano cyfrowy komparator histerezy z sekwencyjnie przełączanymi wejściami. Jeżeli prąd w jednej z faz przekroczy strefę histerezy, to generowane jest przerwanie i dalsza część algorytmu wykonywana jest przez procesor sygnałowy. Algorytm sterowania opracowano z uwzględnieniem opisanych niżej przypadków.

W prostym algorytmie regulatora histerezy zdefiniowane są trzy pasy, a przecięcie tych pasów określa dozwolony obszar dla wektora błędu. Jeżeli koniec wektora błędu prądu



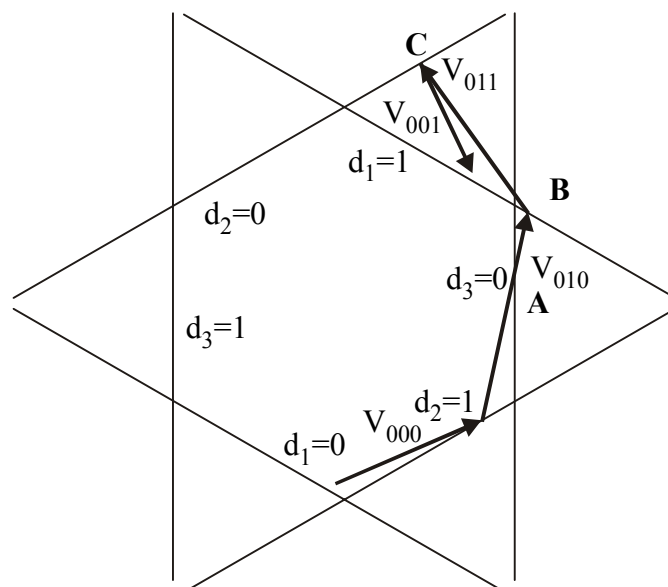
Rys. 5.18. Wyjście wektora błędu prądu poza granicę obszaru tolerancji dla dużego wektora pasywnego

osiąga granicę dozwolonego obszaru, regulator przełącza jedną cyfrę w liczbie binarnej oznaczonej  $d_3d_2d_1$ , jak pokazano na rys. 5.16. Jeżeli wektor błędu prądu osiąga dodatnią granicę strefy histerezy, to odpowiednia cyfra zmieniana jest na zero. Otrzymywana jest nowa liczba binarna i do obciążenia przykładany jest nowy wektor aktywny lub pasywny. W dalszym opisie granice stref histerezy ponumerowane są tak, jak odpowiednie wektory aktywne.

W prostym algorytmie histerezy pojawiają się wyjścia wektora błędu prądu poza strefę histerezy i serie szybkich przełączeń wektorów aktywnych. Algorytm taki może być ulepszony przez wprowadzenie wymagania minimalizacji częstotliwości łączeń. Może być to osiągnięte przez wybór najmniejszego wektora napięcia w chwilach przełączenia lub tego, który wymaga przełączenia tylko jednego.

Wyjścia poza strefę histerezy mogą pojawić się, gdy jej granica osiądana jest przez wektor pasywny lub aktywny, którego numer zawiera na odpowiedniej pozycji liczby binarnej taką samą wartość, jaka jest załączana na tym punkcie.

Jeżeli włączony jest wektor pasywny 000, to wyjście poza granicę strefy histerezy pojawia się, jeżeli koniec wektora błędu prądu osiągnie jedną z dodatnich granic oznaczonych przez 001, 010, 100. Na rys. 5.17 pokazano przykład, gdzie błąd prądu osiąga granicę 100 w punkcie A pod wpływem wektora pasywnego o małej wartości. Cyfra  $d_3$  przełączana jest w tym punkcie na zero, lecz otrzymywany jest wtedy ponownie wektor 000, czyli przełączenie nie następuje. Koniec wektora błędu przesuwa się w dalszym ciągu w tym samym kierunku aż



Rys. 5.19. Wyjście wektora błędu prądu poza granicę obszaru tolerancji dla dużego wektora aktywnego

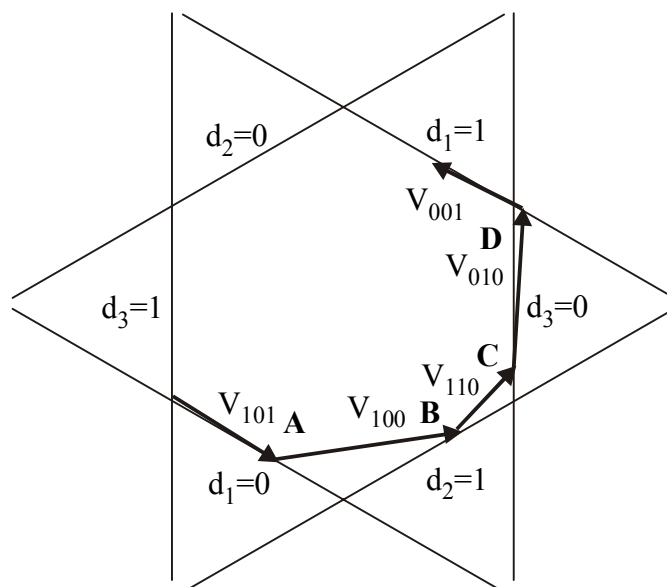
do osiągnięcia granicy 101 lub 110. Włączany jest wtedy aktywny wektor napięcia 010 lub 001 przy większej od dopuszczalnej amplitudzie wektora błędu prądu, tak jak w punkcie **B** na rys. 5.17. Podobna sytuacja pojawia się, jeżeli koniec wektora błędu prądu osiąga granicę obszaru tolerancji oznaczone przez 110, 101, 011 przy włączonym wektorze pasywnym równym jeden.

Inny problem pojawia się, jeżeli koniec wektora błędu prądu osiąga granicę strefy histerezy pod wpływem wektora pasywnego o dużej wartości jak pokazano na rys. 5.18. W punkcie **B** następuje przełączenie wyjścia falownika na wektor aktywny, który przesuwa koniec wektora błędu prądu w dalszym ciągu poza strefę histerezy. Powrót do strefy określonej sześciokątem rozpoczyna się dopiero po przełączeniu występującym w punkcie **C**.

Możliwość przekroczenia granicy strefy histerezy przy załączonym aktywnym wektorze pokazano na rys. 5.19, gdzie załączony jest wektor 010 gdy prąd osiąga granicę 100 w punkcie **A**. Cyfra  $d_3$  powinna być przełączona na granicy strefy histerezy na 0, lecz zero jest już załączone i wybrany zostaje ten sam wektor. Przełączenie napięcia wyjściowego falownika na nowy wektor aktywny następuje w punkcie **B**, jednak ten wektor powoduje oddalanie końca wektora błędu od strefy histerezy. Powrót do strefy określonej sześciokątem rozpoczyna się dopiero po przełączeniu występującym w punkcie **C**.

Przedstawione wyżej wysoki wektora błędu poza sześciokątną strefę histerezy mogą być wyeliminowane przez wprowadzenie dodatkowych funkcji. Najprostszym sposobem poprawy algorytmu sterowania jest włączanie na każdej granicy strefy histerezy wektora aktywnego o przeciwnym numerze, jeżeli ta granica jest osiągnięta pod wpływem wektora pasywnego. Przełączenie to może wymagać dwóch komutacji jednocześnie. W takim przypadku można uniknąć dwóch komutacji, jeżeli wybrany jest sąsiedni wektor aktywny. W ogólnym przypadku powinien być obliczony czas do następnego przełączenia dla każdego z wektorów i wybrany ten wektor, który zapewnia dłuższy czas do następnej komutacji. Funkcja ta może być uproszczona przez podzielenie każdego boku sześciokąta na dwie części i przełączanie tej cyfry w wektorze napięcia, która jest przełączana na sąsiedniej linii. Odpowiada to przełączeniom przy zmniejszeniu strefy histerezy o połowę. Jeżeli dostępna jest siła elektromotoryczna, to wybór wektora aktywnego może być poprzedzony





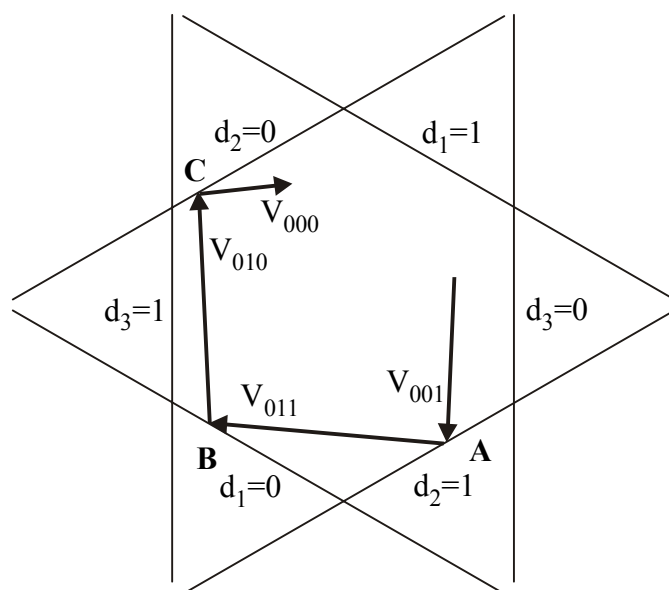
Rys. 5.20. Cykl „szybkich” wektorów aktywnych

obliczeniami umożliwiającymi określenie, czy przesuwamy koniec wektora błędu prądu w kierunku wnętrza strefy histerezy. W przypadkach pokazanych na rys. 5.17 i 5.18 załączenie wektora 001 powinno nastąpić w punkcie **A**, a nie w punkcie **B**.

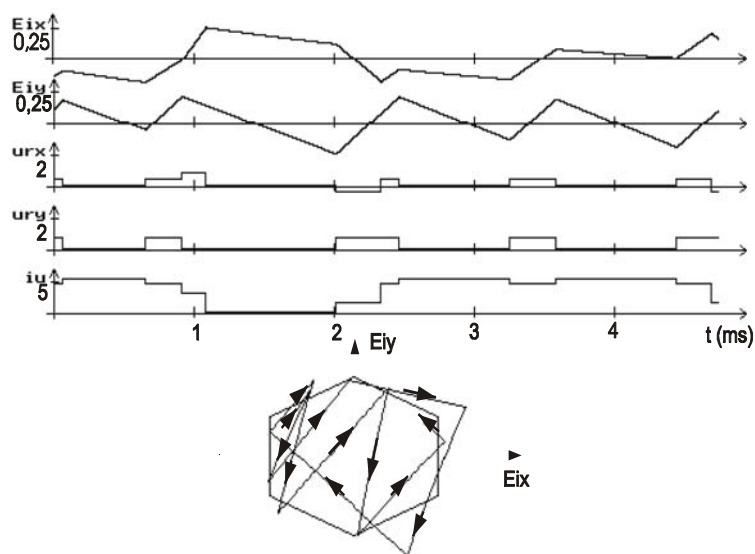
Wyjścia błędu prądu poza strefę histerezy dla dużego wektora pasywnego można uniknąć, jeżeli wprowadzi się operację analizy odpowiedniej cyfry w numerze wektora aktywnego i wyboru wektora o numerze przeciwnym do numeru granicy, na której przełączenie jest niemożliwe. W przykładzie z rys. 5.19 wektor 011 powinien być załączony w punkcie **A**, a nie w punkcie **B**. Wymaga to jednego przełączenia.

Przełączenia na granicach strefy histerezy dokonywane według prostej zasady mogą doprowadzić do cyklu „szybkich” wektorów. Cykl „szybkich” wektorów przesuwamy koniec wektora błędu prądu według zamkniętego, nie powtarzającego się wzoru. Każde normalne przełączenie na granicy tolerancji zmienia cyfrę w binarnym numerze wektora, lecz nie zawsze nowy numer otrzymany w taki sposób jest najkorzystniejszy. Na rys. 5.20 pokazano przykład, gdzie po przełączeniu w punkcie **A** wybrany został wektor 100. Jest oczywiste, że w tym punkcie lepszym rozwiązaniem jest wybór wektora pasywnego, ponieważ wektor aktywny 100 przesuwamy szybciej koniec wektora błędu w kierunku następnej granicy. Z punktu widzenia szybkości przesuwania wektora błędu prądu wektory aktywne mogą być podzielone na wektory szybkie i powolne. Występowanie szybkich wektorów w sekwencji przełączeń zwiększa częstotliwość łączeń zaworów falownika.

Minimalizacja częstotliwości łączeń może być osiągnięta przez załączenie przy każdym przełączeniu najkrótszego wektora, który najwolniej przesuwamy koniec wektora błędu prądu do wnętrza obszaru tolerancji. W przykładzie z rys. 5.14 wektory aktywne 011 i 001 są krótkie. Wystarczy w krótkim przedziale czasu używać tylko tych wektorów, łącznie z wektorem pasywnym, aby kontrolować wektor błędu. Nie jest to jednak zawsze wygodne, gdyż wektor pasywny wiruje względem wektorów napięcia wyjściowego falownika i w efekcie trajektoria końca wektora błędu prądu może przy takiej strategii przebiegać głównie w pewnej części obszaru histerezy. Rezultatem jest powstawanie subharmonicznych w prądzie wyjściowym falownika. Trajektoria końca wektora błędu prądu jest rozmieszczona bardziej równomiernie wewnątrz obszaru tolerancji, jeżeli dozwolony jest trzeci wektor aktywny. W przykładzie pokazanym na rys. 5.21 może być również użyty aktywny wektor 010. Kolejne przełączenie pojawia się wówczas w punkcie **C**. Można sformułować ogólną zasadę, że zawsze po



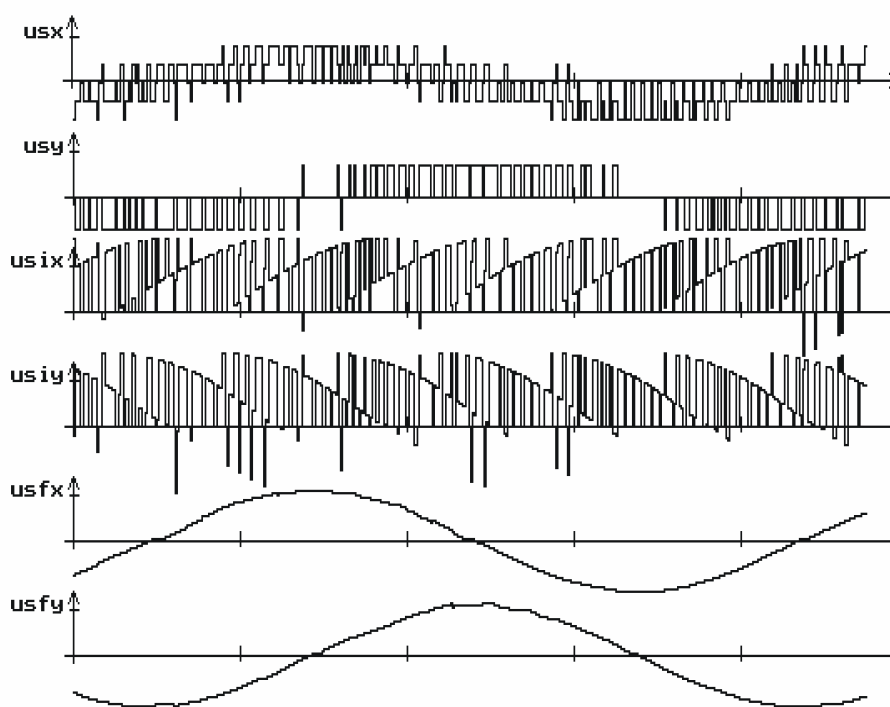
Rys. 5.21. Cykl przełączeń z czterema wektorami aktywnymi



Rys. 5.22. Przebiegi błędu prądu i napięć wyjściowych falownika

sekwencji trzech wektorów aktywnych załączany jest wektor pasywny, nawet jeżeli nie wynika to z przełączeń cyfr w numerze wektora.

Duża wartość wektora błędu prądu, pojawiająca się podczas startu algorytmu lub przy dużej skokowej zmianie wartości zadanej prądu, musi być zmniejszona najszybciej jak to jest możliwe. Pociąga to za sobą używanie poza granicą sześciokątnej strefy histerezy tylko wektorów aktywnych. Dla dużych wartości wektora błędu prądu jedyną modyfikacją prostego algorytmu przełączeń cyfr na granicach strefy histerezy jest wyeliminowanie wektorów pasywnych.



Rys. 5.23. Przebiegi napięcia wyjściowego falownika przed i po odfiltrowaniu

Przebiegi składowych wektora prądu i błędu wektora prądu otrzymane w wyniku działania algorytmu realizującego powyższe zasady pokazano na rys. 5.22.

W układzie sterowania silnikiem asynchronicznym, w którym zastosowano model lub obserwator zmiennych stanu niezbędne jest dysponowanie średnią wartością napięcia wyjściowego w określonym przedziale czasu. Umożliwia to przyjęcie stałego kroku całkowania i uproszczenie obliczeń. Rozważania dotyczące generowania napięcia wyjściowego falownika napięcia prowadzą do wniosku, że przedziały czasu, w których obliczane jest średnie napięcie powinny być wyznaczone przez środki okresów działania wektorów zerowych. W układzie sterowania histerezy momenty określające środki okresów działania wektorów zerowych są trudne do określenia, więc w przybliżeniu można zastąpić je przez początki lub końce okresów działania wektorów zerowych. Nieregularność procesu histerezy sterowania powoduje, że średnie wartości napięcia w poszczególnych okresach nie są stałe i dla celów wykorzystania w układzie regulacji powinny być filtrowane. Zastosowanie filtra dla składowych napięcia określonych w nieruchomym układzie współrzędnych wprowadza przesunięcie fazowe zależne od częstotliwości podstawowej harmonicznej zadanego prądu. Eliminację przesunięcia fazowego można uzyskać stosując filtrację składowych napięcia wyjściowego w wirującym układzie współrzędnych. Układ współrzędnych powinien być zorientowany tak, żeby oś  $x$  pokrywała się z kierunkiem zadanego wektora prądu. Wektor napięcia transformowany jest do wirującego układu współrzędnych. W stanie ustalonym składowe wektora napięcia zawierają składowe stałe, które łatwo filtrować i ekstrapolować. Po odfiltrowaniu składowych stałych transformowane są one do nieruchomego układu współrzędnych i wykorzystywane w układzie sterowania. Na

rys. 5.23 przedstawiono odfiltrowane w opisany sposób składowe napięcia wyjściowego falownika sterowanego za pomocą regulatora histerezy.

Histerezy regulator prądu wyjściowego falownika napięcia działa ze zmiennym okresem łączeń, a prąd wyjściowy jest nieregularny. Napięcie wyjściowe falownika po odfiltrowaniu nie odpowiada precyzyjnie wartości rzeczywistej. W efekcie właściwości falownika napięcia wyposażonego w histerezy regulator prądu spełniają wymagania układów, w których dokładny pomiar średniej wartości napięcia wyjściowego falownika w określonych przedziałach czasu nie jest konieczny. Wymagania takie występują w układach regulacji maszyny dwustronnie zasilanej z regulatorem kąta położenia wektora prądu wirnika w układzie współrzędnych związanym z wektorem napięcia [108].

### 5.3.3. Regulator prądu wyjściowego falownika napięcia z predykcją napięcia

Dokładne algorytmy sterowania maszyną asynchroniczną wymagają precyzyjnego określania średniej wartości napięcia w przyjętym okresie. Wskazany jest również stały okres impulsowania ze względu na uproszczenie algorytmów od strony teoretycznej. Powyższe wymagania spełnione są w układzie regulacji napięcia wyjściowego falownika z predykcją napięcia.

Regulator utrzymuje na zadanej wartości prąd wyjściowy falownika, który jest wymuszany przez napięcie wyjściowe działające w stałych okresach impulsowania. W celu określenia algorytmu działania regulatora można przyjąć, że w czasie okresu impulsowania na wektor prądu działa wektor napięcia o stałych składowych równych średnim wartościom składowych wektora napięcia wyjściowego falownika. Również składowe wektora siły elektromotorycznej zastępowane są ich średnimi wartościami za okres impulsowania.

Przyjęto, że na początku okresu impulsowania w chwili  $k$  wektor prądu przyjmuje wartość  $\mathbf{i}(k)$ , a na końcu okresu impulsowania wartość  $\mathbf{i}(k+1)$ . Napięcie wyjściowe falownika w okresie impulsowania pomiędzy chwilami  $k$  i  $k+1$  jest określone przez wektor  $\mathbf{u}(k/k+1)$ , a siła elektromotoryczna przez wektor  $\mathbf{e}(k/k+1)$ .

Przebieg rzeczywistego prądu wyjściowego falownika określony jest równaniem różniczkowym:

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt} = \frac{1}{L}(\mathbf{u} - \mathbf{e} - R\mathbf{i}), \quad (5.27)$$

gdzie  $R$  jest zastępczą rezystancją obwodu obciążenia, a  $L$  jest zastępczą indukcyjnością obwodu obciążenia.

Jeżeli wartość wektora prądu wyjściowego falownika byłaby równa wartości zadanej  $\mathbf{i}^Z$ , to na wyjściu falownika musiałby pojawić się wektor napięcia oznaczony przez  $\mathbf{u}^Z$ . Przebieg zadanego prądu  $\mathbf{i}^Z$  określony byłby następującym równaniem różniczkowym:

$$\frac{d\mathbf{i}^Z}{dt} = \frac{1}{L}(\mathbf{u}^Z - \mathbf{e} - R\mathbf{i}^Z). \quad (5.28)$$

Równania (5.27) i (5.28) zawierają siłę elektromotoryczną. Metoda regulacji prądu falownika z predykcją napięcia wyjściowego związana jest z wyeliminowaniem z równań różniczkowych siły elektromotorycznej. W tym celu odejmując stronami (5.27) i (5.28) otrzymuje się równanie:

$$\frac{d\Delta\mathbf{i}}{dt} = \frac{1}{L}(\Delta\mathbf{u} - R\Delta\mathbf{i}), \quad (5.29)$$

gdzie:

$$\Delta\mathbf{i} = \mathbf{i}^Z - \mathbf{i}, \quad (5.30)$$

$$\Delta\mathbf{u} = \mathbf{u}^Z - \mathbf{u}. \quad (5.31)$$

Równanie (5.29) jest równaniem stanu określającym dynamikę różnicy pomiędzy prądem zadanym a rzeczywistym.

Po przyjęciu oznaczeń:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} \end{bmatrix};$$

i uwzględnieniu, że składowe wektora napięcia wyjściowego falownika zastępowane są ich średnimi wartościami za okres impulsowania, rozwiązanie równania stanu (5.29) ma następującą postać:

$$\Delta \mathbf{i}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)} \Delta \mathbf{i}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B} \Delta \mathbf{u} d\tau \quad (5.32)$$

Czas początkowy w zakresie jednego okresu impulsowania jest równy  $t_0 = kT$ , a czas końcowy  $t = (k+1)T$ , stąd:

$$\Delta \mathbf{i}(k+1) = e^{\mathbf{A}T} \Delta \mathbf{i}(k) + \int_{kT}^{(k+1)T} e^{\mathbf{A}((k+1)T-\tau)} \mathbf{B} (\mathbf{u}^Z(\tau) - \mathbf{u}(\tau)) d\tau, \quad (5.33)$$

gdzie  $T$  jest okresem impulsowania.

Równanie (5.33) po przekształceniach z uwzględnieniem, że w czasie okresu impulsowania napięcie zadane i rzeczywiste są stałe, przyjmuje następującą postać:

$$\Delta \mathbf{i}(k+1) = \mathbf{P} \Delta \mathbf{i}(k) + \mathbf{Q} (\mathbf{u}^Z(k/k+1) - \mathbf{u}(k/k+1)). \quad (5.34)$$

gdzie

$$\mathbf{P} = e^{\mathbf{A}T} = \begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix}, \quad (5.35)$$

$$\mathbf{Q} = \frac{1 - e^{\mathbf{A}T}}{\mathbf{R}} \begin{bmatrix} q & 0 \\ 0 & q \end{bmatrix}. \quad (5.36)$$

Podobnie dla błędu prądu w chwili  $k$  można napisać następujące równanie:

$$\Delta \mathbf{i}(k) = \mathbf{P} \Delta \mathbf{i}(k-1) + \mathbf{Q} (\mathbf{u}^Z(k-1/k) - \mathbf{u}(k-1/k)). \quad (5.37)$$

Z równania (5.37) wynika zależność:

$$\mathbf{u}^Z(k-1/k) = \mathbf{u}(k-1/k) + \mathbf{Q}^{-1} (\Delta \mathbf{i}(k) - \mathbf{P} \Delta \mathbf{i}(k-1)). \quad (5.38)$$

Napięcia  $\mathbf{u}^Z(k/k+1)$  oraz  $\mathbf{u}(k/k+1)$  mogą być przewidziane na podstawie wartości napięć z kroku poprzedniego  $\mathbf{u}^Z(k-1/k)$  oraz  $\mathbf{u}(k-1/k)$  przez obrócenie ich o kąt  $\omega T$ :

$$\mathbf{u}^Z(k/k+1) = \mathbf{C} \mathbf{u}^Z(k-1/k), \quad (5.39)$$

$$\mathbf{u}(k/k+1) = \mathbf{C} \mathbf{u}(k-1/k), \quad (5.40)$$

gdzie macierz obrotu  $\mathbf{C}$  ma postać:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \cos(\omega T) & \sin(\omega T) \\ -\sin(\omega T) & \cos(\omega T) \end{bmatrix}, \quad (5.41)$$

a  $\omega$  jest prędkością kątową wektora napięcia zadanego.

Przyjęto następujące oznaczenie dla różnicy napięcia obróconego o kąt  $\omega T$  i rzeczywistego:

$$\Delta \mathbf{u}(k/k+1) = \mathbf{C} \mathbf{u}(k-1/k) - \mathbf{u}(k/k+1) \quad (5.42)$$

Z równania (5.34) wynika następująca zależność:

$$\Delta \mathbf{i}(k+1) - \mathbf{P} \Delta \mathbf{i}(k) = \mathbf{Q} (\mathbf{u}^Z(k/k+1) - \mathbf{u}(k/k+1)) \quad (5.43)$$

$$\Delta \mathbf{i}(k+1) - \mathbf{P} \Delta \mathbf{i}(k) = \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{u}^Z(k-1/k) - \mathbf{Q} \mathbf{u}(k/k+1). \quad (5.44)$$

Dla dalszych rozważań można przyjąć, że w stanie ustalonym amplituda napięcia zadanego jest stała, a kąt zmienia się o  $\omega T$ , stąd

$$\Delta \mathbf{u}^Z = \mathbf{0}. \quad (5.45)$$

Podstawiając (5.38) do (5.44) z uwzględnieniem (5.45) otrzymuje się:

$$\Delta \mathbf{i}(k+1) - \mathbf{P} \Delta \mathbf{i}(k) = \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{u}(k-1/k) + \mathbf{C} (\Delta \mathbf{i}(k) - \mathbf{P} \Delta \mathbf{i}(k-1)) - \mathbf{Q} \mathbf{u}(k/k+1). \quad (5.46)$$

Wyeliminowano w ten sposób napięcie zadane  $\mathbf{u}^z$  nie występujące w układzie rzeczywistym.

Uwzględniając (5.40) w (5.46) otrzymuje się:

$$\Delta \mathbf{i}(k+1) - \mathbf{P} \Delta \mathbf{i}(k) = \mathbf{Q} \Delta \mathbf{u}(k/k+1) + \mathbf{C}(\Delta \mathbf{i}(k) - \mathbf{P} \Delta \mathbf{i}(k-1)). \quad (5.47)$$

Dla dalszych rozważań zdefiniowano następujący wektor stanu  $\mathbf{x}(k)$ :

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \Delta i_x(k-1) \\ \Delta i_y(k-1) \\ \Delta i_x(k) \\ \Delta i_y(k) \end{bmatrix}. \quad (5.48)$$

Poniższe równanie określa dynamikę układu:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}(k), \quad (5.49)$$

gdzie

$$\Delta \mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_x(k) \\ \Delta u_y(k) \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

jest wektorem sterowań oraz  $\mathbf{A}$  - macierz  $(n \times n)$ ,  $\mathbf{B}$  - macierz  $(n \times m)$ ,  $n = 4$ ,  $m = 2$ .

Przyjęcie macierzy  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{B}$  w postaci:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -p\mathbf{C} & p\mathbf{I} + \mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad (5.51)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ q\mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad (5.52)$$

prowadzi do następującego równania:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{i}(k) \\ \Delta \mathbf{i}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -p\mathbf{C} & p\mathbf{I} + \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{i}(k-1) \\ \Delta \mathbf{i}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ q\mathbf{I} \end{bmatrix} [\Delta \mathbf{u}(k)]. \quad (5.53)$$

Przyjęto następującą postać wektora sterowań:

$$\Delta \mathbf{u}(k) = -\mathbf{G} \mathbf{x}(k), \quad (5.54)$$

gdzie macierz  $\mathbf{G}$  określona jest następująco:

$$\mathbf{G} = [\mathbf{G}_1 \quad \mathbf{G}_2]. \quad (5.55)$$

po zastosowaniu sterowania (5.54) równanie (5.49) przybiera postać:

$$\mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{G})\mathbf{x}(k). \quad (5.56)$$

Zachodzi zależność:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -p\mathbf{C} - q\mathbf{G}_1 & p\mathbf{I} + \mathbf{C} - q\mathbf{G}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ q\mathbf{I} \end{bmatrix} [\mathbf{G}_1 \quad \mathbf{G}_2]. \quad (5.57)$$

Jeśli przyjąć macierze składowe  $\mathbf{G}_1$  oraz  $\mathbf{G}_2$  w postaci:

$$\mathbf{G}_1 = -\frac{p}{q} \mathbf{C}, \quad (5.58)$$

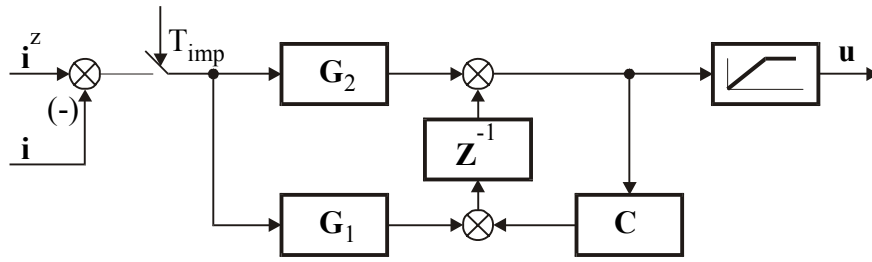
$$\mathbf{G}_2 = \frac{1}{q} (p\mathbf{I} + \mathbf{C}), \quad (5.59)$$

to macierz  $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{G}$  przyjmuje postać:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (5.60)$$

gdzie:

$\mathbf{0}$  - macierz zerowa  $(2 \times 2)$ ,



Rys. 5.24. Schemat regulatora prądu z predykcją napięcia

$\mathbf{I}$  - macierz jednostkowa ( $2 \times 2$ ),  
stąd równanie (5.56) przyjmuje postać:

$$\begin{bmatrix} \Delta i_x(k) \\ \Delta i_y(k) \\ \Delta i_x(k+1) \\ \Delta i_y(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_x(k-1) \\ \Delta i_y(k-1) \\ \Delta i_x(k) \\ \Delta i_y(k) \end{bmatrix}, \quad (5.61)$$

lub

$$\begin{bmatrix} \Delta i_x(k) \\ \Delta i_y(k) \\ \Delta i_x(k+1) \\ \Delta i_y(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta i_x(k) \\ \Delta i_y(k) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.62)$$

czyli

$$\Delta i_x(k+1) = 0, \quad (5.63)$$

$$\Delta i_y(k+1) = 0, \quad (5.64)$$

co oznacza, że w czasie jednego okresu impulsowania uchyb prądu powinien być wyregulowany do 0 w wyniku zastosowania wektora sterowania  $\Delta \mathbf{u}(k)$  w postaci określonej zależnością (5.54).

Ostatecznie z równań (5.45) i (5.53) można otrzymać zależność na wektor napięcia regulujący uchyb prądu do zera w kroku następnym:

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{C}\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{G}_1\Delta \mathbf{i}(k-1) + \mathbf{G}_2\Delta \mathbf{i}(k). \quad (5.65)$$

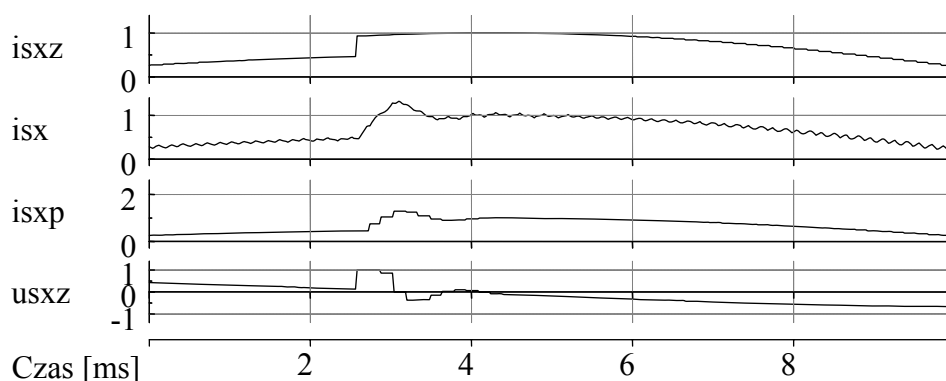
Schemat regulatora prądu opisanego zależnością (5.65) został przedstawiony na rys. 5.24.

Realizacja techniczna regulatora opisanego zależnością (5.65) z wykorzystaniem prądów mierzonych nie jest możliwa przy zastosowaniu techniki mikroprocesorowej. Powodem jest konieczność zapewnienia czasu na przetworzenie wielkości analogowych na cyfrowe i wykonaniu obliczeń wynikających z algorytmu. Napięcie  $\mathbf{u}(k/k+1)$  działające w przedziale czasu od  $kT$  do  $(k+1)T$  obliczane jest między innymi na podstawie uchybu pomiędzy zadaną i mierzoną wartością prądu w chwili  $kT$ . Wartość tego napięcia powinna być określona przed chwilą  $kT$ , żeby wysłać odpowiednie wielkości do układu sterowania falownikiem. Jest to oczywiście niemożliwe przed pomiarem prądu.

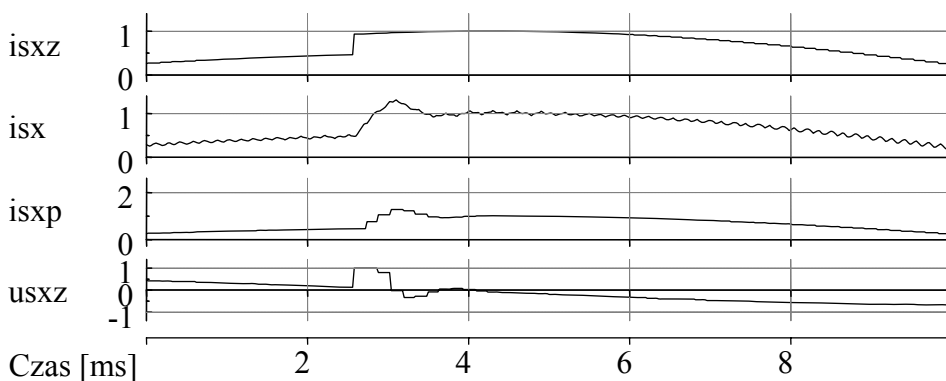
Wartość prądu wyjściowego falownika w chwili  $kT$  niezbędna do wyznaczenia napięcia w przedziale od  $kT$  do  $(k+1)T$  może być obliczona na podstawie wartości prądu i napięcia w przedziałach poprzednich. Należy w tym celu założyć, że prędkość kątowna i



amplituda siły elektromotorycznej występującej w (5.27) są stałe. Takie założenie jest dopuszczalne, jeżeli obciążeniem falownika jest maszyna asynchroniczna, klatkowa lub



Rys. 5.25. Przebiegi składowych w osi x prądu i napięcia wyjściowego falownika po skokowej zmianie wartości zadanej dla układu z założonym zerowym czasem obliczeń



Rys. 5.26. Przebiegi składowych w osi x prądu i napięcia wyjściowego falownika po skokowej zmianie wartości zadanej dla układu z predykcją prądu

dwustronnie zasilana, gdyż stała czasowa dla strumienia odpowiednio wirnika lub stojana jest duża, co powoduje, że amplituda siły elektromotorycznej zmienia się powoli. Kolejnym upraszczającym założeniem jest pominięcie rezystancji w równaniu (5.27). Założenie to umożliwia napisanie zależności dla wektora prądu w chwili  $kT$  w następującej postaci:

$$\mathbf{i}(k) = \mathbf{i}(k-1) + \frac{T}{L} (\mathbf{u}(k-1/k) - \mathbf{e}(k-1/k)), \quad (5.66)$$

Wektor prądu i średni wektor napięcia występujące w (5.65) są dostępne w układzie sterowania. Występujący w (5.66) wektor siły elektromotorycznej może być obliczony z poniższych zależności dla chwil poprzednich przy założeniu, że jego amplituda i prędkość kątowa są stałe.

Po przekształceniu (5.66) otrzymuje się:

$$\mathbf{e}(k-2/k-1) = \frac{L}{T} (\mathbf{i}(k-2) - \mathbf{i}(k-1)) + \mathbf{u}(k-2/k-1), \quad (5.67)$$

$$\mathbf{e}(k-3/k-2) = \frac{L}{T} (\mathbf{i}(k-3) - \mathbf{i}(k-2)) + \mathbf{u}(k-3/k-2). \quad (5.68)$$

Skalarny i wektorowy iloczyn wektorów siły elektromotorycznej określonych dla dwóch kolejnych okresów impulsowania są stałe dla założonej stałej prędkości kątowej, co prowadzi do następującego układu równań:

$$e_x(k-1/k)e_x(k-2/k-1) + e_y(k-1/k)e_y(k-2/k-1) =$$

$$= e_x(k-2/k-1)e_x(k-3/k-2) + e_y(k-2/k-1)e_y(k-3/k-2), \quad (5.69)$$

$$e_x(k-1/k)e_y(k-2/k-1) - e_y(k-1/k)e_x(k-2/k-1) =$$

$$= e_x(k-2/k-1)e_y(k-3/k-2) - e_y(k-2/k-1)e_x(k-3/k-2). \quad (5.70)$$

Rozwiązanie układu równań (5.69, 5.70) umożliwia obliczenia składowych wektora siły elektromotorycznej w przedziale od  $k-1$  do  $k$  z zależności:

$$e_x(k-1/k) = f_x(e_x(k-2/k-1), e_x(k-3/k-2), e_y(k-2/k-1), e_y(k-3/k-2)), \quad (5.71)$$

$$e_y(k-1/k) = f_y(e_x(k-2/k-1), e_x(k-3/k-2), e_y(k-2/k-1), e_y(k-3/k-2)). \quad (5.72)$$

Wykorzystując (5.71) i (5.72) można obliczyć przewidywane wartości składowych prądu w chwili  $kT$  potrzebne do wyznaczenia wektora napięcia  $\mathbf{u}(k/k+1)$  przed chwilą  $kT$ .

Zależność (5.45) wynikająca z założenia stałej prędkości kątowej wirowania zadanego wektora napięcia nie jest spełniona w stanach ustalonych. Również siła elektromotoryczna nie wiruje za stałą prędkością, co powoduje niedokładne wyliczenie prądu w chwili  $kT$ . W rezultacie błąd prądu nie jest sprowadzany do zera w chwili  $(k+1)T$  i w układzie mogą pojawić się tłumione oscylacje.

Przebiegi składowych prądu wyjściowego falownika napięcia po skokowej zmianie wartości zadanej dla układu z założonym zerowym czasem obliczeń pokazano na rys. 5.25. Wyniki badań symulacyjnych układu z predykcją wektora prądu dla chwili  $kT$  pokazano na rys. 5.26. Różnice pomiędzy przebiegami z rys 5.25 i 5.26 są pomijalne.

### 5.3.4. Regulator prądu wyjściowego falownika napięcia z predykcją siły elektromotorycznej

Zależności dla regulatora napięcia falownika z predykcją napięcia zostały wyprowadzone przy upraszczającym założeniu, co powoduje, że zadana wartość prądu wyjściowego nie jest osiągana w czasie jednego okresu impulsowania, lecz w układzie pojawiają się oscylacje trwające kilka okresów. Znacznie lepsze rezultaty otrzymuje się w układzie z predykcją siły elektromotorycznej.

Przekształcając równanie (5.66) otrzymuje się poniższe wyrażenie umożliwiające obliczenie wektora napięcia doprowadzającego do osiągnięcia przez prąd wyjściowy falownika zadanej wartości w chwili  $k+1$ :

$$\mathbf{u}(k/k+1) = \frac{L}{T} (\mathbf{i}^z(k+1) - \mathbf{i}(k)) + \mathbf{e}(k/k+1). \quad (5.73)$$

Wektor napięcia  $\mathbf{u}(k/k+1)$  powinien być obliczony przed chwilą  $k$ . Wartość wektora prądu w chwili  $k$  występująca w prawej stronie wyrażenia (5.73) obliczana jest zgodnie z procedurą opisaną w rozdziale 5.3.3. Zależności (5.67) do (5.72) umożliwiają z kolei obliczenie wektora siły elektromotorycznej działającej w przedziale czasu od  $(k-1)T$  do  $kT$ . Postępując podobnie otrzymuje się poniższe wyrażenia określające wartości składowych wektora siły elektromotorycznej w przedziale czasu od  $kT$  do  $(k+1)T$ .

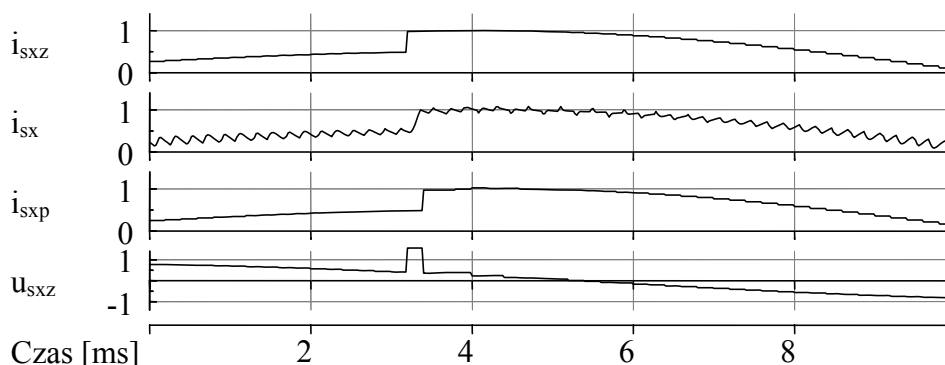
$$e_x(k/k+1) = f_{1x}(e_x(k-1/k), e_x(k-2/k-1)), \quad (5.74)$$

$$e_y(k/k+1) = f_{1y}(e_y(k-1/k), e_y(k-2/k-1)). \quad (5.75)$$

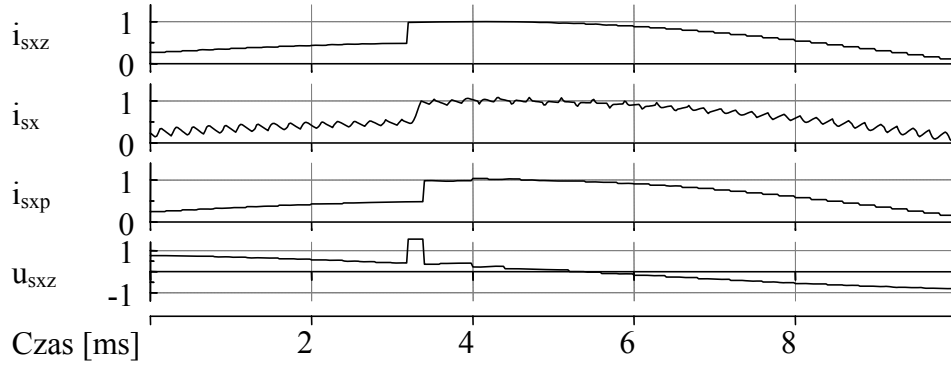
Na drodze badań symulacyjnych stwierdzono, że wyrażenie (5.73) nie jest wystarczająco dokładne w stanach przejściowych. Przyczyną jest założenie o stałości wektora siły elektromotorycznej. Założenie to nie zawsze jest prawdziwe, gdyż wektor siły elektromotorycznej nie ma stałej wartości i prędkości kątowej w stanach przejściowych, a ponadto włączono do niego szybko zmieniający się w stanach przejściowych wektor spadku napięcia na rezystancji obciążenia. Poprawę działania algorytmu regulacji prądu według (5.73) uzyskuje się przez wprowadzenie sprzężenia zwrotnego jak pokazano poniżej:

$$\mathbf{u}(k/k+1) = \frac{L}{T} (\mathbf{i}^z(k+1) - \mathbf{i}(k)) + \mathbf{e}(k/k+1) + k_1 T(\Delta\rho) (\mathbf{i}^z(k) - \mathbf{i}(k)) + k_2 T(2\Delta\rho) (\mathbf{i}^z(k-1) - \mathbf{i}(k-1)), \quad (5.76)$$

gdzie  $k_1$  i  $k_2$  są współczynnikami wzmocnienia określanymi metodą prób i błędów,  $T$  jest



Rys. 5.27. Przebiegi składowych w osi x prądu i napięcia wyjściowego falownika po skokowej zmianie wartości zadanej dla układu z predykcją siły elektromotorycznej i założonym zerowym czasem obliczeń



Rys. 5.28. Przebiegi składowych w osi x prądu i napięcia wyjściowego falownika po skokowej zmianie wartości zadanej dla układu z predykcją siły elektromotorycznej i prądu

macierzą obrotu o kąt  $\Delta\rho$  określoną następująco:

$$\mathbf{T}(\Delta\rho) = \begin{bmatrix} \cos\Delta\rho & \sin\Delta\rho \\ -\sin\Delta\rho & \cos\Delta\rho \end{bmatrix}. \quad (5.77)$$

Kąt  $\Delta\rho$  jest kątem pomiędzy wektorami siły elektromotorycznej działającymi w przedziałach czasu od  $(k-3)T$  do  $(k-2)T$  i od  $(k-2)T$  do  $(k-1)T$ .

Przebiegi przejściowe występujące w układzie z regulatorem prądu działającym według (5.76) przy założonym zerowym czasie obliczeń pokazano na rys. 5.27. Przebiegi przejściowe występujące w takim samym układzie z predykcją prądu pokazano na rys. 5.28. Różnice w przebiegach są niewielkie, co wskazuje na poprawność przedstawionego algorytmu.

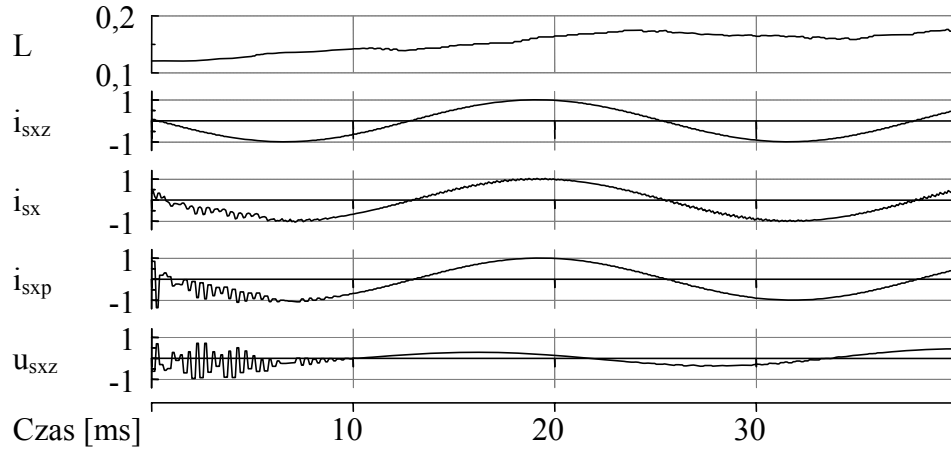
### 5.3.5. Identyfikacja zastępczej indukcyjności obciążenia

Zarówno regulator prądu wyjściowego falownika napięcia z predykcją napięcia jak i regulator a predykcją siły elektromotorycznej są wrażliwe na błąd określenia zastępczej indukcyjności występującej w algorytmie regulacji, jednak bardziej jest to widoczne w przypadku regulatora z predykcją siły elektromotorycznej. Konieczny jest zatem dokładny pomiar lub estymacja zastępczej indukcyjności obciążenia falownika.

Przedstawiony poniżej algorytm estymacji zastępczej indukcyjności obciążenia oparty jest na założeniu, że amplituda siły elektromotorycznej jest stała w dwóch kolejnych okresach impulsowania. Założenie to jest prawdziwe w stanie ustalonym.

Równania (5.67) i (5.68) umożliwiają wyznaczenie kwadratów amplitudy siły elektromotorycznej dla przedziałów czasu od  $(k-3)T$  do  $(k-2)T$  i od  $(k-2)T$  do  $(k-1)T$  w postaci:

$$\begin{aligned} e_x^2(k-2/k-1) + e_y^2(k-2/k-1) = & \frac{L^2}{T^2} \left( (i_x(k-2) - i_x(k-1))^2 + (i_y(k-2) - i_y(k-1))^2 \right) + \\ & + 2 \frac{L}{T} \left( (i_x(k-2) - i_x(k-1))u_x(k-2) + (i_y(k-2) - i_y(k-1))u_y(k-2) \right) + \\ & + u_x^2(k-2/k-1) + u_y^2(k-2/k-1), \end{aligned} \quad (5.78)$$



Rys. 5.29. Przebiegi przejściowe w układzie z predykcją siły elektromotorycznej i prądu podczas identyfikacji indukcyjności zastępczej

$$\begin{aligned}
 e_x^2(k-3/k-2) + e_y^2(k-3/k-2) = & L^2 \left( (i_x(k-3) - i_x(k-2))^2 + (i_y(k-3) - i_y(k-2))^2 \right) + \\
 & + 2L \left( (i_x(k-3) - i_x(k-2))u_x(k-3) + (i_y(k-3) - i_y(k-2))u_y(k-3) \right) + \\
 & + u_x^2(k-3/k-2) + u_y^2(k-3/k-2).
 \end{aligned}
 \tag{5.79}$$

Zgodnie z przyjętym założeniem o stałości amplitudy siły elektromotorycznej lewe strony równań (5.78) i (5.79) są równe. Po przekształceniach otrzymuje się równanie kwadratowe dla zmiennej  $L$  w postaci:

$$aL^2 + bL + C = 0, \tag{5.80}$$

gdzie współczynniki w (5.80) wynikają z (5.78) i (5.79).

Algorytm estymacji indukcyjności zastępczej polega na wyborze tego dodatniego pierwiastka równania (5.80), który mniej różni się od wartości dotychczas przyjętej indukcyjności zastępczej. Następnie obliczana jest różnica pomiędzy nową a dotychczasową wartością indukcyjności zastępczej i część tej różnicy dodawana jest do wartości dotychczasowej:

$$L_n = L_p + k(L_o - L_p), \tag{5.81}$$

gdzie  $L_p$  jest poprzednią wartością indukcyjności zastępczej,  $L_o$  jest obliczoną wartością indukcyjności zastępczej,  $L_n$  jest nową wartością indukcyjności zastępczej, a  $k$  jest współczynnikiem mniejszym od 1.

Algorytm może działać układzie stale lub do występowania różnic mniejszych od ustalonej wartości.

Proces identyfikowania indukcyjności zastępczej w układzie z predykcją siły elektromotorycznej i prądu pokazano na rys. 5.29. Początkową wartość indukcyjności zastępczej równą przyjęto 0,8 wartości występującej w obwodzie obciążenia. Wyraźnie widać dużą wrażliwość układu na dokładność określenia indukcyjności zastępczej. Proces identyfikacji trwa około 10 ms, przy czym czas ten zależy od wartości współczynnika  $k$ .

## 6. Modele matematyczne maszyn asynchronicznych

### 6.1. Podstawowe zależności

Maszyna asynchroniczna składa się ze sprzężonych magnetycznie uzwojeń umieszczonych na nieruchomym stojanie i wirującym wirniku. Konstrukcja stojana i wirnika tworzy obwód magnetyczny. W uzwojeniach stojana i wirnika płyną prądy, które określają wartości strumieni skojarzonych z tymi uzwojeniami, a oddziaływanie pól magnetycznych na przewody z prądem wywołuje efekt mechanicznego przesunięcia. W procesie konstruowania maszyny asynchronicznej uwzględniane są również inne zjawiska fizyczne, ale ze względu na złożoność opisu matematycznego nie są brane pod uwagę przy analizie procesów elektromagnetycznego przetwarzania energii.

Model matematyczny maszyny asynchronicznej wykorzystywany do syntezy układów regulacji otrzymywany jest na podstawie następujących założeń:

- uzwojenia fazowe są symetryczne,
- obwody magnetyczne są symetryczne,
- rozkład uzwojeń fazowych na obwodzie stojana i wirnika jest ciągły,
- powierzchnie stojana i wirnika są gładkie, bez zębów,
- szczelina powietrzna jest równomierna,
- rozkład pola magnetycznego w szczelinie powietrznej jest sinusoidalny,
- rozkład pola magnetycznego w szczelinie nie ulega zmianie przy nasyceniu ferromagnetyków,
- charakterystyka magnesowania obwodu głównego jest jednoznaczna,
- pomijane jest zjawisko wypierania prądu,
- pomijane są straty energii w obwodach magnetycznych,
- pomijane są pojemności między zwojami i fazami,
- nie występuje deformacja pola magnetycznego na brzegach obwodu magnetycznego i w szczelinach wentylacyjnych pakietów blach.

Zgodnie z powyższymi założeniami modelem matematycznym maszyny asynchronicznej są ogólne równania różniczkowe, które z zastosowaniem wprowadzonego przez Kovacsa i Racza pojęcia wektorów przestrzennych przybierają następującą postać [50]:

$$\mathbf{u}_s = R_s \mathbf{i}_s + \frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{d\tau} + j\omega_a \boldsymbol{\psi}_s, \quad (6.1)$$

$$\mathbf{u}_r = R_r \mathbf{i}_r + \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{d\tau} + j(\omega_a - \omega_r) \boldsymbol{\psi}_r, \quad (6.2)$$

$$J \frac{d\omega_r}{d\tau} = \text{Im} \left| \boldsymbol{\psi}_s^* \mathbf{i}_s \right| - m_0, \quad (6.3)$$

gdzie  $\mathbf{u}_s, \mathbf{i}_s, \mathbf{i}_r, \boldsymbol{\psi}_s, \boldsymbol{\psi}_r$  są przestrzennymi wektorami napięcia, prądu i strumienia skojarzonego odpowiednio stojana i wirnika,  $\boldsymbol{\psi}_s^*$  jest wektorem określonym przez liczbę sprzężoną z  $\boldsymbol{\psi}_s$ ,  $R_s, R_r$  są rezystancjami uzwojeń stojana i wirnika,  $\omega_a$  jest prędkością kątową układu współrzędnych,  $\omega_r$  jest prędkością kątową wirnika względem stojana,  $J$  jest momentem bezwładności, a  $m_0$  jest momentem obciążenia występującym na wale silnika.

Wielkości i parametry występujące w (6.1) – (6.3) określone są w jednostkach względnych. Przyjęto podany niżej układ wielkości odniesienia.

$U_b = \sqrt{3}U_N$  – napięcie odniesienia,

$I_b = \sqrt{3}I_N$  – prąd odniesienia,

$$Z_b = \frac{U_N}{I_N} = \frac{U_b}{I_b} - \text{impedancja odniesienia,}$$

$$m_b = \frac{U_b I_b p}{\omega_0} = \Psi_b I_b p - \text{moment odniesienia,}$$

$$\Psi_b = \frac{U_b}{\omega_0} - \text{strumień skojarzony odniesienia,}$$

$$\omega_b = \frac{\omega_0}{p} - \text{mechaniczna prędkość kątowa odniesienia,}$$

$$\tau = \omega_0 t - \text{czas względny,}$$

gdzie:  $\omega_0$  jest znamionową pulsacją napięcia zasilającego,  $p$  jest liczbą par biegunów silnika, a indeks  $N$  oznacza wielkość znamionową.

Zależności:

$$\mathbf{i}_s = \frac{1}{L_s} \Psi_s - \frac{L_m}{L_s} \mathbf{i}_r, \quad (6.4)$$

$$\mathbf{i}_r = \frac{1}{L_r} \Psi_r - \frac{L_m}{L_r} \mathbf{i}_s, \quad (6.5)$$

umożliwiają wyeliminowanie dwóch zmiennych wektorowych z równań (6.1) - (6.3). Równania różniczkowe dla składowych wektorów prądu stojana  $\mathbf{i}_s$  i strumienia wirnika  $\Psi_r$  przybierają następującą postać:

$$\frac{d\mathbf{i}_{sx}}{d\tau} = -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r w_\sigma} \mathbf{i}_{sx} + \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} \Psi_{rx} + \omega_a \mathbf{i}_{sy} + \omega_r \frac{L_m}{w_\sigma} \Psi_{ry} + \frac{L_r}{w_\sigma} u_{sx}, \quad (6.6)$$

$$\frac{d\mathbf{i}_{sy}}{d\tau} = -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r w_\sigma} \mathbf{i}_{sy} + \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} \Psi_{ry} - \omega_a \mathbf{i}_{sx} - \omega_r \frac{L_m}{w_\sigma} \Psi_{rx} + \frac{L_r}{w_\sigma} u_{sy}, \quad (6.7)$$

$$\frac{d\Psi_{rx}}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} \Psi_{rx} + (\omega_a - \omega_r) \Psi_{ry} + \frac{R_r L_m}{L_r} \mathbf{i}_{sx} + u_{rx}, \quad (6.8)$$

$$\frac{d\Psi_{ry}}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} \Psi_{ry} - (\omega_a - \omega_r) \Psi_{rx} + \frac{R_r L_m}{L_r} \mathbf{i}_{sy} + u_{ry}, \quad (6.9)$$

$$\frac{d\omega_r}{d\tau} = \frac{L_m}{J L_r} (\Psi_{rx} \mathbf{i}_{sy} - \Psi_{ry} \mathbf{i}_{sx}) - \frac{1}{J} m_0. \quad (6.10)$$

Indeksami  $x$  i  $y$  oznaczono składowe wektorów w układzie współrzędnych  $xy$  wirującym z dowolnie wybraną prędkością kątową  $\omega_a$ .

Przyjęto następujące oznaczenie upraszczające zapis równań:

$$w_\sigma = \sigma L_r L_s, \quad (6.11)$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}, \quad (6.12)$$

$$w_\sigma = L_s L_r - L_m^2$$

gdzie  $\sigma$  jest całkowitym współczynnikiem rozproszenia Blondella.

## 6.2. Multiskalarne modele maszyny asynchronicznej

### 6.2.1. Maszyna asynchroniczna klatkowa zasilana z falownika napięcia

Maszyna asynchroniczna jest obiektem nieliniowym, którego model w postaci ogólnych równań (6.6) - (6.10) nie jest wykorzystywany do syntezy układu regulacji, gdyż dla układu współrzędnych wirującego z dowolną prędkością kątową przebiegi zmiennych w stanach ustalonych są sinusoidalne. Teoria sterowania nie oferuje metod bezpośredniej syntezy sterowania dla układów o takich właściwościach.

Układy sterowania maszyną asynchroniczną oparte są na wybraniu układu współrzędnych w taki sposób, żeby zmienne określające jej dynamikę były stałe w stanie ustalonym. Rzeczywiste zmienne maszyny określone dla uzwojeń fazowych są poddawane transformacji w celu określenia ich w wybranym układzie współrzędnych. Transformacja jest złożeniem liniowego przekształcenia układu współrzędnych fazowych na układ ortogonalny i nieliniowego przekształcenia będącego obrotem ortogonalnego układu współrzędnych określonym następująco:

$$v_d = v_\alpha \cos \rho + v_\beta \sin \rho, \quad (6.13)$$

$$v_q = -v_\alpha \sin \rho + v_\beta \cos \rho, \quad (6.14)$$

gdzie  $v_\alpha, v_\beta$  są składowymi przekształcanego wektora w nieruchomym układzie współrzędnych,  $v_d, v_q$  są składowymi przekształcanego wektora w wirującym układzie współrzędnych,  $\rho$  jest chwilowym kątem położenia wirującego układu współrzędnych względem układu nieruchomego.

Składowa wektora  $\mathbf{v}$  w osi  $q$  jest równa zero w określonym powyżej wirującym układzie współrzędnych.

Kąt  $\rho$  w metodzie orientacji układu współrzędnych względem wektora strumienia wirnika przyjmowany jest w taki sposób, że kierunek osi  $d$  jest zgodny z kierunkiem wektora strumienia skojarzonego wirnika. Funkcje sinus i kosinus kąta  $\rho$  określone są takim przypadkiem następująco:

$$\cos \rho = \frac{\psi_\alpha}{\psi_r}, \quad (6.15)$$

$$\sin \rho = \frac{\psi_\beta}{\psi_r}, \quad (6.16)$$

gdzie  $\psi_\alpha, \psi_\beta$  i  $\psi_r$  są składowymi i modulem wektora strumienia wirnika określonego w nieruchomym układzie współrzędnych.

Przyjmując wektor prądu stojana w przekształceniu (6.13), (6.14) z uwzględnieniem (6.15), (6.16) otrzymuje się:

$$i_{sd} = i_{s\alpha} \frac{\psi_{r\alpha}}{\psi_r} + i_{s\beta} \frac{\psi_{r\beta}}{\psi_r}, \quad (6.17)$$

$$i_{sq} = -i_{s\alpha} \frac{\psi_{r\beta}}{\psi_r} + i_{s\beta} \frac{\psi_{r\alpha}}{\psi_r}. \quad (6.18)$$

Po pomnożeniu obydwu stron równań (6.17) i (6.18) przez  $\psi_r$  oraz uwzględnieniu, że  $\psi_r = \psi_{rd}$

otrzymuje się zależności:

$$i_{sd} \psi_{rd} = i_{s\alpha} \psi_{r\alpha} + i_{s\beta} \psi_{r\beta}, \quad (6.20)$$



$$\dot{i}_{sq} \Psi_{rd} = -\dot{i}_{s\alpha} \Psi_{r\beta} + \dot{i}_{s\beta} \Psi_{r\alpha} . \quad (6.21)$$

Wielkości określone prawymi i lewymi stronami równań (6.20) i (6.21) mogą być interpretowane jako skalarny i wektorowy iloczyn wektora prądu stojana i strumienia wirnika. Zależności (6.20) i (6.21) można wykorzystać do uogólnienia obrotu o kąt na nieliniową transformację składowych wektorów na zmienne skalarne. W wyniku zastosowania określonej w powyższy sposób nieliniowej transformacji powstaje nowy model maszyny asynchronicznej, który został nazwany *modelem multiskalarnym* w odróżnieniu od modelu wektorowego, w którym zmienne są składowymi wektorów.

Zmienne modelu multiskalarnego przy wektorze prądu stojana  $\mathbf{i}_s$  i strumienia skojarzonego wirnika  $\Psi_r$  wybranych jako wielkości wyjściowe przybierają postać:

$$x_{11} = \omega_r , \quad (6.22)$$

$$x_{12} = \Psi_{rx} i_{sy} - \Psi_{ry} i_{sx} , \quad (6.23)$$

$$x_{21} = \Psi_r^2 , \quad (6.24)$$

$$x_{22} = \Psi_{rx} i_{sx} + \Psi_{ry} i_{sy} . \quad (6.25)$$

Zależności (6.22) – (6.25) określają cztery nowe zmienne, natomiast równania (6.6) – (6.10) są modelem matematycznym maszyny asynchronicznej klatkowej, w którym występuje pięć zmiennych. Redukcja rzędu układu równań różniczkowych powstająca w wyniku przyjęcia nowych zmiennych jest taka jak przy przyjęciu wirującego układu współrzędnych, w którym składowa wektora wirnika w osi  $q$  jest równa zero. W przypadku przyjęcia wirującego układu współrzędnych związanego z wybranym wektorem można wprowadzić piątą zmienną, będącą kątem położenia wektora. Jest to istotne, jeżeli dokonuje się transformacji zmiennych wektorowych, gdyż postać równań różniczkowych silnika dla składowych wektorów zależy od wyboru układu współrzędnych.

W wyniku obliczenia pochodnych nowych zmiennych z uwzględnieniem równań (6.6) – (6.10) i zależności (6.22) – (6.25) otrzymuje się poniższe równania różniczkowe multiskalarnego modelu matematycznego maszyny asynchronicznej klatkowej:

$$\frac{dx_{11}}{d\tau} = \frac{L_m}{JL_r} x_{12} - \frac{1}{J} m_0 , \quad (6.26)$$

$$\frac{dx_{12}}{d\tau} = -\frac{1}{T_v} x_{12} - x_{11} (x_{22} + \frac{L_m}{w_\sigma} x_{21}) + \frac{L_r}{w_\sigma} u_1 , \quad (6.27)$$

$$\frac{dx_{21}}{d\tau} = -2 \frac{R_r}{L_r} x_{21} + 2R_r \frac{L_m}{L_r} x_{22} , \quad (6.28)$$

$$\frac{dx_{22}}{d\tau} = -\frac{1}{T_v} x_{22} + x_{11} x_{12} + \frac{R_r L_m}{w_\sigma L_r} x_{21} + R_r \frac{L_m}{L_r} \frac{x_{12}^2 + x_{22}^2}{x_{21}} + \frac{L_r}{w_\sigma} u_2 , \quad (6.29)$$

gdzie:

$$T_v = \frac{w_\sigma}{R_r L_s + R_s L_r} , \quad (6.30)$$

$$u_1 = \Psi_{rx} u_{sy} - \Psi_{ry} u_{sx} , \quad (6.31)$$

$$u_2 = \Psi_{rx} u_{sx} + \Psi_{ry} u_{sy} , \quad (6.32)$$

Zachodzi zależność:

$$\frac{x_{12}^2 + x_{22}^2}{x_{21}} = \frac{(\psi_{rx}i_{sy} - \psi_{ry}i_{sx})^2 + (\psi_{rx}i_{sx} + \psi_{ry}i_{sy})^2}{\psi_{rx}^2 + \psi_{ry}^2} = \frac{(\psi_{rx}^2 + \psi_{ry}^2)(i_{sx}^2 + i_{sy}^2)}{\psi_{rx}^2 + \psi_{ry}^2} = i_s^2 \quad (6.33)$$

Zmienne  $x_{12}$ ,  $x_{22}$  i  $x_{21}$  umożliwiają określenie wartości i wzajemnego położenia wektorów prądu stojana  $\mathbf{i}_s$  i strumienia wirnika  $\boldsymbol{\psi}_r$ . Zmienne sterujące  $u_1$  i  $u_2$  interpretowane jako wartość iloczynu wektorowego wektorów strumienia skojarzonego wirnika  $\boldsymbol{\psi}_r$  i napięcia stojana  $\mathbf{u}_s$  oraz iloczyn skalarny tych wektorów określają wartość i położenie wektora napięcia stojana  $\mathbf{u}_s$  względem wektora strumienia skojarzonego wirnika  $\boldsymbol{\psi}_r$ . **Zmienne stanu i zmienne sterujące modelu multiskalarnego są zatem zależne od wartości wektorów wybranych do opisu dynamiki maszyny asynchronicznej i kąta pomiędzy nimi, nie są natomiast związane z układem współrzędnych.** W szczególności nie zachodzi konieczność przekształcania zmiennych zmierzonych w określonym układzie współrzędnych na zmienne w układzie współrzędnych wybranym ze względu na opis dynamiki lub synteze układu regulacji, jak ma to miejsce w wektorowych metodach sterowania. Prędkość kątowna i kąt położenia układu współrzędnych nie występują w przekształconych zmiennych stanu i w równaniach różniczkowych multiskalarnego modelu maszyny asynchronicznej.

Multiskalarny model maszyny asynchronicznej może być zmodyfikowany przez wybór innej pary wektorów dla opisu dynamiki maszyny asynchronicznej. Dla wektora strumienia stojana  $\boldsymbol{\psi}_s$  i wektora strumienia wirnika  $\boldsymbol{\psi}_r$ , równania różniczkowe dla składowych wektorów przybierają postać:

$$\frac{d\psi_{sx}}{d\tau} = -\frac{R_s}{w_\sigma} (L_r \psi_{sx} - L_m \psi_{rx}) + \omega_a \psi_{sy} + u_{sx}, \quad (6.34)$$

$$\frac{d\psi_{sy}}{d\tau} = -\frac{R_s}{w_\sigma} (L_r \psi_{sy} - L_m \psi_{ry}) - \omega_a \psi_{sx} + u_{sy}, \quad (6.35)$$

$$\frac{d\psi_{rx}}{d\tau} = -\frac{R_s}{w_\sigma} (L_s \psi_{rx} - L_m \psi_{sx}) + (\omega_a - \omega_r) \psi_{ry}, \quad (6.36)$$

$$\frac{d\psi_{ry}}{d\tau} = -\frac{R_s}{w_\sigma} (L_s \psi_{ry} - L_m \psi_{sy}) - (\omega_a - \omega_r) \psi_{rx}, \quad (6.37)$$

$$\frac{d\omega_r}{d\tau} = \frac{L_m}{Jw_\sigma} (\psi_{sx} \psi_{ry} - \psi_{sy} \psi_{rx}) - \frac{1}{J} m_0. \quad (6.38)$$

Nowe zmienne modelu multiskalarnego są w tym przypadku następujące:

$$q_{11} = \omega_r, \quad (6.39)$$

$$q_{12} = \psi_{sx} \psi_{ry} - \psi_{sy} \psi_{rx}, \quad (6.40)$$

$$q_{21} = \psi_{rx}^2 + \psi_{ry}^2, \quad (6.41)$$

$$q_{22} = \psi_{sx} \psi_{rx} + \psi_{sy} \psi_{ry}. \quad (6.42)$$

Równania różniczkowe dla zdefiniowanych wyżej zmiennych przybierają postać:

$$\frac{dq_{11}}{d\tau} = \frac{L_m}{Jw_\sigma} q_{12} - \frac{1}{J} m_0, \quad (6.43)$$

$$\frac{dq_{12}}{d\tau} = -\frac{1}{T_v} q_{12} + q_{11} q_{22} + w_1, \quad (6.44)$$

$$\frac{dq_{21}}{d\tau} = -2 \frac{R_r L_s}{w_\sigma} q_{21} + 2 \frac{R_r L_m}{w_\sigma} q_{22}, \quad (6.45)$$

$$\frac{dq_{22}}{d\tau} = -\frac{1}{T_v} q_{22} + (R_r + R_s) \frac{L_m}{w_\sigma} q_{21} - q_{11} q_{12} + w_2, \quad (6.46)$$

gdzie:

$$w_1 = u_{sx} \psi_{ry} - u_{sy} \psi_{rx}, \quad (6.47)$$

$$w_2 = u_{sx} \psi_{rx} + u_{sy} \psi_{ry}. \quad (6.48)$$

Model matematyczny silnika asynchronicznego opisany równaniami (6.43) – (6.46) jest prostszy niż model opisany równaniami (6.26) – (6.29). Jego wykorzystanie wymaga jednak pomiaru lub odtwarzania strumieni stojana i wirnika, co może skomplikować układ regulacji.

Możliwy jest również wybór innej pary wektorów lub ich kombinacji do opisu dynamiki silnika i utworzenie modelu multiskalarnego maszyny asynchronicznej w zależności od wymagań dotyczących pomiaru zmiennych i uproszczeń struktury układu regulacji.

### 6.2.2. Multiskalarny model matematyczny maszyny asynchronicznej dwustronnie zasilanej

Maszyna asynchroniczna pierścieniowa zasilana z sieci prądu przemiennego od strony stojana i ze źródła napięcia lub prądu o regulowanej amplitudzie i częstotliwości od strony wirnika nazywana jest *maszyną dwustronnie zasilaną*. W układach regulacji z maszyną asynchroniczną dwustronnie zasilaną określone są dwie wielkości wyjściowe, którymi mogą być moment elektromagnetyczny i moc bierna po stronie stojana, moc czynna i moc bierna generowane po stronie stojana, napięcie i częstotliwość generowane po stronie stojana. Każdy z układów regulowany jest za pomocą regulatorów o odmiennej strukturze.

Ogólny model maszyny dwustronnie zasilanej określony jest równaniami (6.1) – (6.3).

Korzystną postać równań różniczkowych służących do opisu dynamiki otrzymuje się, jeżeli jako zmienne wybrane zostaną: wektor strumienia skojarzonego stojana  $\Psi_s$  i wektor prądu wirnika  $i_r$ . Równania różniczkowe dla składowych wybranych w ten sposób wektorów zapisane w układzie współrzędnych wirującym z dowolną prędkością kątową  $\omega_a$ , przybierają następującą postać:

$$\frac{d\psi_{sx}}{d\tau} = -\frac{R_s}{L_s}\psi_{sx} + R_s \frac{L_m}{L_s}i_{rx} + \omega_a\psi_{sy} + u_{sx}, \quad (6.49)$$

$$\frac{d\psi_{sy}}{d\tau} = -\frac{R_s}{L_s}\psi_{sy} + R_s \frac{L_m}{L_s}i_{ry} - \omega_a\psi_{sx} + u_{sy}, \quad (6.50)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{rx}}{d\tau} = & -\frac{L_s^2 R_r + L_m^2 R_s}{L_s w_\sigma} i_{rx} + \frac{R_s L_m}{L_s w_\sigma} \psi_{sx} + (\omega_a - \omega_r) i_{ry} - \frac{L_m}{w_\sigma} \omega_r \psi_{sy} + \\ & + \frac{L_s}{w_\sigma} u_{ry} - \frac{L_m}{w_\sigma} u_{sx}, \end{aligned} \quad (6.51)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{ry}}{d\tau} = & -\frac{L_s^2 R_r + L_m^2 R_s}{L_s w_\sigma} i_{ry} + \frac{R_s L_m}{L_s w_\sigma} \psi_{sy} - (\omega_a - \omega_r) i_{rx} + \frac{L_m}{w_\sigma} \omega_r \psi_{sx} + \\ & + \frac{L_s}{w_\sigma} u_{ry} - \frac{L_m}{w_\sigma} u_{sy}, \end{aligned} \quad (6.52)$$

$$\frac{d\omega_r}{d\tau} = \frac{L_m}{J L_s} (\psi_{sx} i_{ry} - \psi_{sy} i_{rx}) - \frac{1}{J} m_0, \quad (6.53)$$

Zmiennymi przyjętymi dla multiskalarnego modelu maszyny asynchronicznej dwustronnie zasilanej są:

$$z_{11} = \omega_r, \quad (6.54)$$

$$z_{12} = \psi_{sx} i_{ry} - \psi_{sy} i_{rx}, \quad (6.55)$$

$$z_{21} = \Psi_s^2, \quad (6.56)$$

$$z_{22} = \psi_{sx} i_{rx} + \psi_{sy} i_{ry}. \quad (6.57)$$

Równania różniczkowe dla zmiennych (6.54) – (6.57) są następujące:

$$\frac{dz_{11}}{d\tau} = \frac{L_m}{J L_s} z_{12} - \frac{1}{J} m_0, \quad (6.58)$$

$$\frac{dz_{12}}{d\tau} = -\frac{1}{T_v} z_{12} + z_{11} z_{22} + \frac{L_m}{w_\sigma} z_{11} z_{21} + \frac{L_s}{w_\sigma} u_{r1} - \frac{L_m}{w_\sigma} u_{sf1} + u_{sil}, \quad (6.59)$$

$$\frac{dz_{21}}{d\tau} = -2\frac{R_s}{L_s}z_{21} + 2\frac{R_s L_m}{L_s}z_{22} + 2u_{sf2}, \quad (6.60)$$

$$\frac{dz_{22}}{d\tau} = -\frac{1}{T_v}z_{22} + \frac{R_s L_m}{L_s w_\sigma}z_{21} + \frac{R_s L_m}{L_s} \frac{z_{12}^2 + z_{22}^2}{z_{21}} - z_{11}z_{12} + \frac{L_s}{w_\sigma}u_{r2} - \frac{L_m}{w_\sigma}u_{sf2} + u_{si2}, \quad (6.61)$$

gdzie:

$$u_{r1} = u_{ry}\psi_{sx} - u_{rx}\psi_{sy}, \quad (6.62)$$

$$u_{r2} = u_{rx}\psi_{sx} + u_{ry}\psi_{sy}, \quad (6.63)$$

$$u_{sf1} = u_{sy}\psi_{sx} - u_{sx}\psi_{sy}, \quad (6.64)$$

$$u_{sf2} = u_{sx}\psi_{sx} + u_{sy}\psi_{sy}, \quad (6.65)$$

$$u_{si1} = u_{sx}i_{ry} - u_{sy}i_{rx}, \quad (6.66)$$

$$u_{si2} = u_{sx}i_{rx} + u_{sy}i_{ry}. \quad (6.67)$$

Podobnie jak przy wektorowym opisie maszyny asynchronicznej zasilanej dwustronnie, zmienne modelu multiskalarnego otrzymywane są przy znanym położeniu wirnika względem stojana. Kąt pomiędzy wirnikiem a stojanem może być mierzony za pomocą czujnika położenia kąowego lub wyznaczany w układzie odtwarzania na podstawie zależności pomiędzy zmiennymi elektromagnetycznymi. Zmienne sterujące, występujące w prawych stronach równań multiskalarnego modelu silnika asynchronicznego przyjmują w stanach ustalonych wartości stałe, co ułatwia wyznaczanie statycznych zależności występujących w układzie sterowania.

### 6.2.3. Model multiskalarny maszyny asynchronicznej zasilanej z falownika prądu

Model matematyczny maszyny asynchronicznej zasilanej z falownika prądu posiada znaczenie wyłącznie teoretyczne. Powodem jest brak możliwości realizacji technicznej źródła prądu z modulacją szerokości impulsów o wystarczająco dużej częstotliwości. Mała częstotliwość łączeń z jaką pracuje falownik powoduje, że określanie pierwszej harmonicznej zmiennych występujących w modelu na podstawie zmierzonych wartości chwilowych jest obarczone dużym błędem. Badania układów napędowych z falownikiem prądu zasilającym maszynę asynchroniczną sterowanych na podstawie dokładnego modelu nie są prowadzone nie tylko ze względu na problemy teoretyczne, ale również ze względu na brak ekonomicznego uzasadnienia ich stosowania.

Założono, że falownik prądu jest bezstratnym, bezinercyjnym przekształtnikiem parametrów strumienia energii elektrycznej, na którego wyjściu generowany jest trójfazowy, symetryczny, prąd przemienny. Zastosowanie transformacji układu trójfazowego na ortogonalny z wykorzystaniem metody wektora przestrzennego prowadzi do ujednoczenia zapisu zmiennych wyjściowych falownika i zmiennych stanu silnika asynchronicznego. Przyjęcie układu współrzędnych, którego oś  $x$  związana jest z wektorem prądu stojana umożliwia przy tym zredukowanie do czterech liczby zmiennych służących do opisu dynamiki silnika asynchronicznego zasilanego z falownika prądu.

Zależność wektora prądu wyjściowego falownika  $\mathbf{i}_s$  od prądu w obwodzie pośredniczącym przybiera przy powyższych założeniach następującą postać:

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{K}_i \mathbf{i}_d, \quad (6.68)$$

gdzie  $\mathbf{i}_d$  jest prądem w obwodzie pośredniczącym, a  $\mathbf{K}_i$  jest wektorową funkcją komutacyjną o postaci:

$$\mathbf{K}_i = K_i \mathbf{e}^{j\omega_i}, \quad (6.69)$$

gdzie  $\omega_i$  jest prędkością kątową wirowania wektora prądu równą pulsacji wyjściowej falownika prądu.

Bez utraty ogólności rozważań można przyjąć, że zmienne obwodu pośredniczącego są sprowadzone do obwodu stojana silnika, skąd w dalszych rozważaniach

$$K_i = 1. \quad (6.70)$$

Wobec założenia o bezstratności falownika prądu chwilowa moc czynna po stronie prądu przemiennego jest równa mocy wejściowej po stronie prądu stałego, co można napisać w postaci następującego równania:

$$u_d i_d = u_{sx} i_{sx}, \quad (6.71)$$

gdzie  $u_d$  jest napięciem wejściowym falownika, a  $u_{sx}$  jest składową wektora napięcia stojana w kierunku wektora prądu. Uwzględnienie (6.68) i (6.70) prowadzi do warunku:

$$u_d = u_{sx}. \quad (6.72)$$

Dla obwodu pośredniczącego obowiązuje równanie:

$$E_d = i_d R_d + L_d \frac{di_d}{d\tau} + u_d, \quad (6.73)$$

gdzie  $E_d$  jest siłą elektromotoryczną w obwodzie pośredniczącym,  $R_d$  i  $L_d$  są rezystancją i indukcyjnością w obwodzie pośredniczącym.

Równania maszyny asynchronicznej zasilanej z falownika prądu, zapisane w układzie współrzędnych związanym z wektorem prądu stojana, przybierają z uwzględnieniem (6.68), (6.70), (6.72), (6.73) następującą postać:

$$\frac{di_{sx}}{d\tau} = -\frac{R_x}{L_x}i_{sx} + \frac{L_m R_r}{L_r^2 L_x}\psi_{rx} + \frac{L_m}{L_r L_x}\omega_r \psi_{ry} + \frac{1}{L_x}E_d, \quad (6.74)$$

$$\frac{d\psi_{rx}}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r}\psi_{rx} + \frac{R_r L_m}{L_r}i_{sx} + (\omega_i - \omega_r)\psi_{ry}, \quad (6.75)$$

$$\frac{d\psi_{ry}}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r}\psi_{ry} - (\omega_i - \omega_r)\psi_{rx}, \quad (6.76)$$

$$\frac{d\omega_r}{d\tau} = -\frac{L_m}{J L_r}\psi_{ry}i_{sx} - \frac{1}{J}m_0, \quad (6.77)$$

gdzie:

$$R_x = R_d + R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2}, \quad (6.78)$$

$$L_x = L_d + \sigma L_s. \quad (6.79)$$

Wielkościami sterującymi dla maszyny asynchronicznej zasilanej z falownika prądu są siła elektromotoryczna  $E_d$  w obwodzie pośredniczącym i pulsacja wyjściowa falownika  $\omega_i$ .

Podobnie jak przy zasilaniu z falownika napięcia, dla modelu multiskalarnego silnika asynchronicznego zasilanego z falownika prądu przyjęto następujące zmienne stanu:

$$x_{11} = \omega_r, \quad (6.80)$$

$$x_{12} = -\psi_{ry}i_{sx}, \quad (6.81)$$

$$x_{21} = \psi_r^2, \quad (6.82)$$

$$x_{22} = \psi_{rx}i_{sx}. \quad (6.83)$$

Wyznaczenie pochodnych nowych zmiennych stanu z uwzględnieniem (6.74) – (6.77) prowadzi do następujących równań modelu multiskalarnego maszyny asynchronicznej zasilanej z falownika prądu:

$$\frac{dx_{11}}{d\tau} = \frac{L_m}{J L_r}x_{12} - \frac{1}{J}m_0, \quad (6.84)$$

$$\frac{dx_{12}}{d\tau} = -\frac{1}{T_i}x_{12} + \frac{L_m R_r}{L_r^2 L_x} \frac{x_{12}x_{22}x_{21}}{x_{12}^2 + x_{22}^2} - \frac{L_m}{L_r L_x} \frac{x_{11}x_{12}^2x_{21}}{x_{12}^2 + x_{22}^2} + v_1, \quad (6.85)$$

$$\frac{dx_{21}}{d\tau} = -2\frac{R_r}{L_r}x_{21} + 2R_r \frac{L_m}{L_r}x_{22}, \quad (6.86)$$

$$\frac{dx_{22}}{d\tau} = -\frac{1}{T_i}x_{22} + \frac{L_m R_r}{L_r^2 L_x} \frac{x_{22}^2x_{21}}{x_{12}^2 + x_{22}^2} + \frac{R_r L_m}{L_r} \frac{x_{12}^2 + x_{22}^2}{x_{21}} + \frac{L_m}{L_r L_x} \frac{x_{11}x_{12}x_{22}x_{21}}{x_{12}^2 + x_{22}^2} + v_2, \quad (6.87)$$

gdzie:

$$\frac{1}{T_i} = \frac{R_x}{L_x} + \frac{R_r}{L_r}, \quad (6.88)$$

$$v_1 = -\frac{1}{L_x}\psi_{ry}E_d + i_{sx}\psi_{rx}s_i, \quad (6.89)$$

$$v_2 = \frac{1}{L_x}\psi_{rx}E_d + i_{sx}\psi_{ry}s_i. \quad (6.90)$$

Dla uproszczenia przyjęto, że zmienną sterującą jest różnica między prędkością wirowania wektora prądu  $\omega_i$  i prędkością wirowania wirnika  $\omega_r$ :

$$s_i = \omega_i - \omega_r. \quad (6.91)$$

Dalsze uproszczenie zapisu równań otrzymuje się po uwzględnieniu zależności (6.91).

Równania (6.84) – (6.87) przechodzą w równania modelu multiskalarnego dla silnika zasilanego z falownika napięcia, jeżeli  $L_d = 0$ ,  $R_d = 0$  oraz uwzględnione zostaną zależności:

$$E_d = u_{sx}, \quad (6.92)$$

$$s_i = \frac{L_r}{w_\sigma i_{sx}} u_{sy} + \frac{R_r L_m}{w_\sigma L_r} \frac{\psi_{ry}}{i_{sx}} - \omega_r + \omega_r \frac{L_m}{w_\psi} \frac{\psi_{rx}}{i_{sx}}, \quad (6.93)$$

przy czym równanie (6.93) otrzymuje się z (6.7) po uwzględnieniu, że

$$\omega_a = \omega_r + s_i, \quad (6.94)$$

$$i_{sy} = 0, \quad (6.95)$$

$$\frac{di_{sy}}{dt} = 0. \quad (6.96)$$

Odmienny pozostaje jedynie układ współrzędnych, w którym wyrażone są składowe wektorów napięcia stojana i strumienia skojarzonego wirnika.

Uwzględnienie obwodu pośredniczącego nie wymaga żadnych dodatkowych założeń upraszczających w multiskalarnym modelu matematycznym silnika asynchronicznego zasilanego z falownika prądu. Umożliwia to syntezę układu regulacji na podstawie układu równań różniczkowych dla czterech zmiennych stanu. Równoważny rezultat nie jest osiągalny, gdy zastosuje się metodę orientacji wektora prądu względem wektora pola.



#### 6.2.4. Model matematyczny maszyny asynchronicznej klatkowej zasilanej z falownika napięcia sterowanego prądowo

Sterowane źródło prądu utworzone z falownika napięcia z odpowiednim układem sterowania posiada znacznie lepsze właściwości dynamiczne niż falownik prądu. Prąd wyjściowy falownika napięcia nie może zmieniać się skokowo, gdyż do zacisków wyjściowych dołączone są indukcyjności. Ogranicza to pochodną prądu wyjściowego falownika. Zasilanie silnika asynchronicznego ze źródła prądu zrealizowanego na bazie falownika napięcia wymaga modyfikacji modelu matematycznego silnika asynchronicznego.

Składowe wektora prądu stojana wymuszane na wyjściu falownika napięcia sterowane prądowo nie mogą być wielkościami sterującymi silnikiem asynchronicznym ze względu na ograniczoną szybkość ich zmian. W układzie regulacji można ograniczyć pochodne prądów wyjściowych falownika napięcia wprowadzając dodatkowe elementy w torach wielkości zadanych, co prowadzi do zmiany modelu obiektu regulacji. Wprowadzenie ograniczenia pochodnej sygnału zadanych wartości składowych wektora prądu wyjściowego falownika w postaci elementów inercyjnych prowadzi do następującego modelu maszyny asynchronicznej:

$$\frac{di_s}{d\tau} = \frac{1}{T_e}(\mathbf{I}_s - \mathbf{i}_s), \quad (6.97)$$

$$\mathbf{0} = r_r \mathbf{i}_r + \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{d\tau} + j(\omega_a - \omega_r)\boldsymbol{\psi}_r, \quad (6.98)$$

$$J \frac{d\omega_r}{d\tau} = \text{Im}[\boldsymbol{\psi}_s^* \mathbf{i}_s] - m_0, \quad (6.99)$$

gdzie  $T_e$  jest stałą czasową elementów inercyjnych włączonych w tor zadawania składowych wektora prądu wyjściowego falownika, a  $\mathbf{I}_s$  jest zadany wektorem prądu wyjściowego falownika.

Wykorzystanie równań (6.97) – (6.99) do utworzenia multiskalarnego modelu silnika asynchronicznego prowadzi do prostszych zależności niż (6.26) – (6.29) bez zmiany ogólnej struktury układu, z tym zastrzeżeniem, że wielkościami sterującymi są składowe zadane wektora prądu na wejściach członów sterujących. Zmianę struktury układu otrzymuje się na drodze poniższych rozważań.

Wielkościami zadanymi dla prądowo sterowanego falownika napięcia zmieniającymi strukturę modelu silnika mogą być amplituda i częstotliwość prądu wyjściowego. Częstotliwość zadane prądu jest całkowana w celu otrzymania zadane kąta położenia wektora prądu i może zmieniać się skokowo. Zadany kąt położenia wektora prądu jest w wyniku całkowania częstotliwości funkcją ciągłą, zmieniającą się z ograniczoną szybkością.

Model maszyny asynchronicznej klatkowej z prądem stojana wymuszonym za pomocą falownika napięcia jest prosty, jeżeli wektory napięć, strumieni i prądów określone są w wirującym układzie współrzędnych zorientowanym względem wektora prądu stojana. Równania różniczkowe maszyny asynchronicznej z wymuszonym prądem stojana zapisane w wirującym układzie współrzędnym, którego oś x pokrywa się z kierunkiem wektora prądu stojana, przybierają postać:

$$\frac{di_{sx}}{dt} = \frac{1}{T_e}(-i_{sx} + I_s), \quad (6.100)$$

$$\frac{d\psi_{rx}}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r}\psi_{rx} + (\omega_i - \omega_r)\psi_{ry} + \frac{R_r L_m}{L_r}i_{sx}, \quad (6.101)$$

$$\frac{d\psi_{ry}}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r}\psi_{ry} - (\omega_i - \omega_r)\psi_{rx}, \quad (6.102)$$

$$\frac{d\omega_r}{d\tau} = \frac{L_m}{JL_r}(-\psi_{ry}i_{sx}) - \frac{1}{J}m_o, \quad (6.103)$$

gdzie  $\omega_i$  jest prędkością kątową wirowania wektora prądu, a  $I_s$  jest zadaną amplitudą prądu stojana.

Równanie (6.100) realizowane jest poza silnikiem w układzie sterowania.

Równania (6.100) – (6.103) są wektorowym modelem maszyny asynchronicznej, który można wykorzystać do utworzenia modelu multiskalarnego przyjmując zmienne o poniższej postaci:

$$x_{11} = \omega_r, \quad (6.104)$$

$$x_{12} = -\psi_{ry}i_{sx}, \quad (6.105)$$

$$x_{21} = \psi_r^2, \quad (6.106)$$

$$x_{22} = \psi_{rx}i_{sx}. \quad (6.107)$$

W wyniku obliczenia pochodnych zmiennych (6.104) – (6.107) z uwzględnieniem równań (6.100) – (6.103) otrzymuje się poniższe równania różniczkowe multiskalarnego modelu matematycznego maszyny asynchronicznej zasilanej z prądowo sterowanego falownika napięcia:

$$\frac{dx_{11}}{d\tau} = \frac{L_m}{JL_r}x_{12} - \frac{1}{J}m_o, \quad (6.108)$$

$$\frac{dx_{12}}{d\tau} = -\frac{1}{T_i}x_{12} + v_1, \quad (6.109)$$

$$\frac{dx_{21}}{d\tau} = -2\frac{R_r}{L_r}x_{21} - 2\frac{R_rL_m}{L_r}x_{22}, \quad (6.110)$$

$$\frac{dx_{22}}{d\tau} = -\frac{1}{T_i}x_{22} + \frac{R_rL_m}{L_r}i_{sx}^2 + v_2 \quad (6.111)$$

gdzie

$$\frac{1}{T_i} = \frac{1}{T} + \frac{R_r}{L_r}, \quad (6.112)$$

$$v_1 = -\frac{1}{T}I_s\psi_{ry} + i_{sx}\psi_{rx}s_i, \quad (6.113)$$

$$v_2 = \frac{1}{T}I_s\psi_{rx} + i_{sx}\psi_{ry}s_i. \quad (6.114)$$

Dla uproszczenia zapisu oznaczono:

$$s_i = \omega_i - \omega_r. \quad (6.115)$$

Zmienne  $v_1$  i  $v_2$  są wejściami w układzie (6.108) – (6.111).

### 6.2.5. Model matematyczny dwustronnie zasilanej maszyny asynchronicznej z falownikiem napięcia sterowanym prądowo

Zastosowanie falownika napięcia sterowanego prądowo do zasilania wirnika maszyny pierścieniowej prowadzi do zniknięcia równań różniczkowych dla składowych wektora prądu z modelu matematycznego. Składowe wektora prądu wirnika, podobnie jak składowe wektora prądu stojana maszyny klatkowej zasilanej z falownika napięcia sterowanego prądowo, nie mogą być w tym przypadku bezpośrednimi wielkościami sterującymi. Wprowadzenie dodatkowych członów inercyjnych w tory zadanych wartości prądu ogranicza ich pochodne i jest rozwiązaniem prowadzącym do modelu matematycznego zbliżonego do modelu maszyny sterowanej napięciowo. Odmienny model, podobnie jak w przypadku maszyny asynchronicznej klatkowej, powstaje w wyniku przyjęcia wirującego układu współrzędnych związanego z wektorem prądu wirnika i wprowadzenia członu inercyjnego do toru zadawania amplitudy wektora prądu wirnika. Prędkość kątową wirowania wektora prądu wirnika określona jest względem wirnika z powodu sterowania falownikiem w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem. Równania różniczkowe maszyny pierścieniowej mają przy powyższych założeniach następującą postać:

$$\frac{di_{rx}}{d\tau} = \frac{1}{T_e} (i_{rx}^* - i_{rx}), \quad (6.116)$$

$$\frac{d\psi_{sx}}{d\tau} = -\frac{R_s}{L_s} \psi_{sx} + \frac{R_s L_m}{L_s} i_{rx} + \omega_{ir} \psi_{sy} + u_{sx}, \quad (6.117)$$

$$\frac{d\psi_{sy}}{d\tau} = -\frac{R_s}{L_s} \psi_{sy} - \omega_{ir} \psi_{sx} + u_{sy}, \quad (6.118)$$

$$\frac{d\omega_r}{d\tau} = \frac{L_m}{J L_s} (-\psi_{sy} i_{rx}) - \frac{1}{J} m_0, \quad (6.119)$$

gdzie  $\omega_{ir}$  jest prędkością kątową wektora prądu wirnika określoną względem wirnika,  $i_{rx}^*$  jest wartością zadaną składowej prądu wirnika w osi x,  $T_e$  jest stałą czasową elementu inercyjnego włączonego w tor zadawania amplitudy prądu wirnika. Składowe wektorów  $i_{rx}$ ,  $\psi_{sx}$ ,  $\psi_{sy}$  określone są w układzie współrzędnych związanym z wektorem prądu wirnika wirującym względem wirnika.

Multiskalarny model dwustronnie zasilanej maszyny asynchronicznej powstaje po przyjęciu zaproponowanych niżej zmiennych:

$$z_{11} = \omega_r, \quad (6.120)$$

$$z_{12} = -\psi_{sy} i_{rx}, \quad (6.121)$$

$$z_{21} = \psi_s^2, \quad (6.122)$$

$$z_{22} = \psi_{sx} i_{rx}. \quad (6.123)$$

Równania różniczkowe dla zmiennych multiskalarnego modelu dwustronnie zasilanej maszyny asynchronicznej są następujące:

$$\frac{dz_{11}}{d\tau} = \frac{L_m}{J L_s} z_{12} - \frac{1}{J} m_0, \quad (6.124)$$

$$\frac{dz_{12}}{d\tau} = -\frac{1}{T} z_{12} + u_{si1} + v_1, \quad (6.125)$$

$$\frac{dz_{21}}{d\tau} = -2 \frac{R_s}{L_s} z_{21} + 2 \frac{R_s L_m}{L_s} z_{22} + 2 u_{sf2}, \quad (6.126)$$

$$\frac{dz_{22}}{d\tau} = -\frac{1}{T}z_{22} + \frac{R_s L_m}{L_s} i_{rx}^2 + u_{si2} + v_2, \quad (6.127)$$

gdzie

$$\frac{1}{T} = \frac{R_s}{L_s} + \frac{1}{T_e}, \quad (6.128)$$

$$u_{sf2} = u_{sx}\psi_{sx} + u_{sy}\psi_{sy}, \quad (6.129)$$

$$u_{si1} = -u_{sy}i_{rx}, \quad (6.130)$$

$$u_{si2} = u_{sx}i_{rx}, \quad (6.131)$$

$$v_1 = \omega_{ir}z_{22} - \frac{1}{T_e}\psi_{sy}i_{rx}, \quad (6.132)$$

$$v_2 = -\omega_{ir}z_{12} + \frac{1}{T_e}\psi_{sx}i_{rx}. \quad (6.133)$$

Zmienne  $v_1$  i  $v_2$  są wielkościami wejściowymi w układzie (6.124) – (6.127).

### 6.3. Amplitudowo kątowy model maszyny asynchronicznej klatkowej

Właściwości dynamiczne maszyny klatkowej określone są jednoznacznie przez wartości amplitud dwóch wybranych wektorów i kąta między nimi. Wielkości te wraz z prędkością kątową są czterema zmiennymi stanu, dla których można określić równania różniczkowe.

Składowe wektora w prostokątnym układzie współrzędnych związane są z amplitudą i kątem położenia względem osi  $x$  następującymi zależnościami:

$$v_x = v \cos \rho, \quad (6.134)$$

$$v_y = v \sin \rho, \quad (6.135)$$

gdzie  $v_x$ ,  $v_y$  są składowymi wektora,  $v$  jest amplitudą, a  $\rho$  jest kątem położenia wektora względem osi  $x$ .

Pochodne składowych wektora  $v$  mają postać:

$$\frac{dv_x}{d\tau} = \frac{dv}{d\tau} \cos \rho - v \sin \rho \frac{d\rho}{d\tau}, \quad (6.136)$$

$$\frac{dv_y}{d\tau} = \frac{dv}{d\tau} \sin \rho + v \cos \rho \frac{d\rho}{d\tau}. \quad (6.137)$$

Rozwiązując (6.136) i (6.137) względem pochodnych amplitudy i kąta otrzymuje się następujące równania:

$$\frac{dv}{d\tau} = \frac{dv_x}{d\tau} \cos \rho + \frac{dv_y}{d\tau} \sin \rho, \quad (6.138)$$

$$\frac{d\rho}{d\tau} = \frac{1}{v} \left( \frac{dv_y}{d\tau} \cos \rho - \frac{dv_x}{d\tau} \sin \rho \right). \quad (6.139)$$

Równanie (6.139) można przekształcić, biorąc pod uwagę (6.134) i (6.135), do następującej postaci:

$$\omega_v = \frac{v_x \frac{dv_y}{d\tau} - v_y \frac{dv_x}{d\tau}}{v^2}, \quad (6.140)$$

gdzie

$$\omega_v = \frac{d\rho}{d\tau}. \quad (6.141)$$

jest prędkością kątową wektora  $v$ .

Wybierając układ współrzędnych, którego oś  $x$  jest związana z wektorem strumienia wirnika oraz korzystając z powyższych zależności otrzymuje się następujące równania różniczkowe określające dynamikę maszyny klatkowej;

$$\frac{di_s}{d\tau} = -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r w_\sigma} i_s + \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} \psi_r \cos \varphi - \omega_r \frac{L_m}{w_\sigma} \psi_r \sin \varphi + \frac{L_r}{w_\sigma} u_s \cos \varphi_{ui}, \quad (6.142)$$

$$\frac{d\psi_r}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} \psi_r + \frac{R_r L_m}{L_r} i_s \cos \varphi, \quad (6.143)$$

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = -\omega_r - \frac{R_r L_m}{L_r} \frac{i_s}{\psi_r} + \frac{1}{i_s} \left( -\omega_r \frac{L_m}{w_\sigma} \psi_r \cos \varphi - \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} \psi_r \sin \varphi + \frac{L_r}{w_\sigma} u_s \sin \varphi_{ui} \right), \quad (6.144)$$

$$\frac{d\omega_r}{d\tau} = \frac{L_m}{J L_r} i_s \psi_r \sin \varphi - \frac{1}{J} m_0, \quad (6.145)$$

gdzie  $i_s$  jest amplitudą prądu stojana,  $\psi_r$  jest amplitudą strumienia wirnika,  $\varphi$  jest kątem pomiędzy wektorem strumienia wirnika i wektorem prądu stojana,  $u_s$  jest amplitudą wektora napięcia stojana,  $\varphi_{ui}$  jest kątem pomiędzy wektorem napięcia stojana i wektorem prądu stojana.

Wielkościami sterującymi w (6.142) i (6.144) są amplituda wektora napięcia stojana  $u_s$  i kąt pomiędzy wektorem napięcia stojana a wektorem prądu stojana  $\varphi_{ui}$ .

Równania (6.142) – (6.145) zostały otrzymane przy założeniu napięciowego sterowania maszyną. Poniższe równanie dla prędkości kątowej wektora prądu stojana, otrzymane przy uwzględnieniu podanych wyżej zależności, umożliwia określenie modelu amplitudowo-kątowego dla maszyny sterowanej prądowo.

$$\omega_{i_s} = \frac{1}{i_s} \left( -\omega_r \frac{L_m}{w_\sigma} \psi_r \cos \varphi - \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} \psi_r \sin \varphi + \frac{L_r}{w_\sigma} u_s \sin \varphi_{ui} \right), \quad (6.146)$$

gdzie  $\omega_{i_s}$  jest prędkością kątową wirowania wektora prądu stojana w nieruchomym układzie współrzędnych.

Równanie (6.144) z uwzględnieniem (6.146) przybiera postać:

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = -\omega_r - \frac{R_r L_m}{L_r} \frac{i_s}{\psi_r} + \omega_{i_s}. \quad (6.147)$$

Amplituda wymuszonego prądu stojana zmienia się zgodnie z zadaniem równaniem:

$$\frac{di_s}{d\tau} = \frac{1}{T_{i\varphi}} (-i_s + I_s) \quad (6.148)$$

gdzie  $I_s$  jest zadaną amplitudą prądu stojana, a  $T_{i\varphi}$  jest stałą czasową dodatkowego elementu inercyjnego włączonego w tor zadawania amplitudy prądu stojana.

Równania (6.143) i (6.145) pozostają w modelu amplitudowo – kątowym maszyny klatkowej sterowanej prądowo takie jak dla sterowania napięciowego.

## 7. Uwzględnianie nasycenia głównego obwodu magnetycznego maszyny asynchronicznej

### 7.1. Uwzględnianie nasycenia głównego obwodu magnetycznego metodą wektora strumienia wirtualnego

Maszyny asynchroniczne zasilane z falowników pracują w zakresie ograniczonych prądów zarówno w stanach przejściowych jak i w stanach ustalonych. Ograniczone są również strumienie rozproszenia i strumień główny. Strumienie rozproszenia zamykają się przez stosunkowo długą drogę w powietrzu, wobec czego nasycenie ich obwodów magnetycznych występuje przy dużych wartościach prądów stojana i wirnika. Ograniczenia nakładane na prądy stojana i wirnika w regulowanych napędach z falownikami w praktyce wykluczają występowanie nasycenia obwodów rozproszenia stojana i wirnika. Wartość głównego strumienia magnetycznego zamykającego się przez szczelinę powietrzną pomiędzy stojanem a wirnikiem dobierana jest pod kątem minimalizacji strat w stanie ustalonym lub zapewnienia szybkich zmian momentu elektromagnetycznego. Maksymalna wartość głównego strumienia magnetycznego, jaką przyjmuje się w obydwu przypadkach, znajduje się w nieliniowym zakresie jego zależności od prądu magnesującego. Sterowanie maszyną asynchroniczną musi zatem opierać się na modelu, w którym uwzględnione jest nasycenie głównego obwodu magnetycznego.

Metoda wektora przestrzennego zaproponowana przez Kovacs i Racza [50] do opisu dynamiki maszyn asynchronicznych nie nakłada żadnych ograniczeń na uwzględnianie nasycenia głównego obwodu magnetycznego. Jeżeli nasycenie głównego obwodu magnetycznego jest uwzględnione, to równania różniczkowe dla składowych wektorów przyjętych jako zmienne w modelu maszyny asynchronicznej są nieliniowe. Nieliniowość obwodu magnetycznego ma charakter statycznej zależności głównego strumienia magnetycznego lub indukcyjności wzajemnej od prądu magnesującego. Bezpośrednie wykorzystanie tych zależności w równaniach różniczkowych nie zawsze jest możliwe. Rozwiązywane numerycznie równania różniczkowe, w których występuje nieliniowa zależność parametrów od zmiennych, powinny mieć poniższą postać:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, p, u) \quad (7.1)$$

$$p = g(x), \quad (7.2)$$

gdzie  $x$  jest wektorem zmiennych stanu,  $p$  jest wektorem parametrów,  $u$  jest wektorem sterowań,  $f(\cdot)$  i  $g(\cdot)$  są nieliniowymi funkcjami.

Napięciowe równania różniczkowe maszyny asynchronicznej zapisane w formie wygodnej do rozwiązywania numerycznego mają następującą postać;

$$\frac{d\psi_s}{d\tau} = -R_s i_s - j\omega_a \psi_s + u_s, \quad (7.3)$$

$$\frac{d\psi_r}{d\tau} = -R_r i_r - j(\omega_a - \omega_r) \psi_r + u_r, \quad (7.4)$$

gdzie oznaczenia są zgodne z podanymi w rozdziale 6.

Strumienie stojana i wirnika zależą od prądów zgodnie z zależnościami:

$$\psi_s = L_{\sigma s} i_s + L_m (i_m) i_m, \quad (7.5)$$

$$\psi_r = L_{\sigma r} i_r + L_m (i_m) i_m, \quad (7.6)$$

$$i_m = i_s + i_r, \quad (7.7)$$

gdzie  $\mathbf{i}_m$  jest wektorem prądu magnesującego,  $i_m$  jest modulem wektora prądu magnesującego,  $L_{\sigma s}$ ,  $L_{\sigma r}$  są indukcyjnościami rozproszeń stojana i wirnika a  $L_m(i_m)$  jest indukcyjnością wzajemną zależną od modułu prądu magnesującego.

Wybór dwóch z czterech wektorów występujących w (7.3) – (7.4) do opisu dynamiki maszyny asynchronicznej prowadzi do równań różniczkowych w postaci (7.1), jeżeli nieliniowość obwodu magnetycznego jest określona jako funkcja zmiennych stanu. Nieliniową zależność indukcyjności wzajemnej od modułu prądu magnesującego:

$$L_m = L_m(i_m) \quad (7.8)$$

można wykorzystać, jeżeli jako dwoma wektorami wybranymi do określenia modelu maszyny asynchronicznej będą wektor prądu stojana i wektor prądu wirnika.

Jeżeli jako dwa wektory wybrane zostaną wektor strumienia stojana i wektor strumienia wirnika, to nieliniowość obwodu magnetycznego powinna być wyrażona w postaci:

$$L_m = L_m(\psi_m), \quad (7.9)$$

gdzie  $\psi_m$  jest modulem strumienia głównego określonego następująco:

$$\Psi_m = \Psi_s + \Psi_r. \quad (7.10)$$

Indukcyjność wzajemną można wykorzystać bezpośrednio jako parametr do określania nieliniowości obwodu magnetycznego jeżeli, jak pokazano wyżej, do opisu dynamiki maszyny wykorzystane zostaną dwa jednorodne wektory prądów lub strumieni. Mieszany wybór wektorów do modelu maszyny asynchronicznej, czyli jednego z wektorów prądów i jednego z wektorów strumieni wymaga odmiennego zdefiniowania parametru określającego nieliniowość obwodu magnetycznego. Parametr ten powinien być z jednej strony funkcją składowych dwóch wybranych wektorów, a z drugiej strony, dla uproszczenia równań, powinien być określony zależnością:

$$\Lambda = f_l(L_m(i_m), i_m), \quad (7.11)$$

gdzie  $\Lambda$  jest nowym parametrem określającym nieliniowość obwodu magnetycznego, a  $f_l(\cdot)$  jest funkcją nieliniową. Wymagania takie spełnia *metoda wektora strumienia wirtualnego*, która obejmuje wybór jednorodnych i mieszanych wektorów. W ogólnej postaci dwa wektory wybrane do opisu dynamiki maszyny mogą być określone następująco:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \Psi_s & \Psi_r & \mathbf{i}_s & \mathbf{i}_r \end{bmatrix}^T, \quad (7.12)$$

gdzie

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{bmatrix}. \quad (7.13)$$

Współczynniki macierzy (7.13) przybierają takie wartości, że zachodzi zależność:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_s & \mathbf{i}_r & \Psi_s & \Psi_r \end{bmatrix}^T = \mathbf{B} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}^T, \quad (7.14)$$

gdzie

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix}. \quad (7.15)$$

Współczynniki macierzy  $\mathbf{A}$  w przekształceniu (7.12) dla wektorów najczęściej stosowanych w modelu maszyny asynchronicznej podano w tablicy 7.1.

Biorąc pod uwagę (7.7), (7.8) i (7.12) zależność (7.11) może być określona w postaci:



$$\Lambda = f_x(|c_1 \mathbf{x}_1 + c_2 \mathbf{x}_2|), \quad (7.16)$$

gdzie  $\Lambda$  jest nowym parametrem określającym nieliniowość obwodu magnetycznego, a  $f_x(\cdot)$  jest funkcją nieliniową.

Zależność (7.16) prowadzi do nowej interpretacji nasycenia głównego obwodu magnetycznego. Nieliniowość głównego obwodu magnetycznego określona jest przez zależność heurystycznie wybranego parametru  $\Lambda$  od modułu liniowej kombinacji wektorów. W ogólnym przypadku parametr  $\Lambda$  może nie mieć prostej fizycznej interpretacji. Współczynniki  $c_1$  i  $c_2$  powinny być stałe, co jest możliwe dla dowolnej pary wektorów wybranych do opisu dynamiki maszyny i upraszcza równania różniczkowe maszyny.

Tablica 7.1. Współczynniki macierzy  $\mathbf{A}$

Wsp. Model	$b_{11}$	$b_{12}$	$b_{21}$	$b_{22}$	$b_{31}$	$b_{32}$	$b_{41}$	$b_{42}$
$\mathbf{i}_s, \psi_s$	1	0	$-\frac{L_s}{L_m}$	$\frac{1}{L_m}$	0	1	$-L_{\sigma r} - \frac{L_{\sigma s} L_r}{L_m}$	$\frac{L_r}{L_m}$
$\mathbf{i}_s, \psi_r$	1	0	$-\frac{L_m}{L_r}$	$\frac{1}{L_r}$	$L_{\sigma s} + \frac{L_{\sigma r} L_m}{L_s}$	$\frac{L_m}{L_s}$	0	1
$\mathbf{i}_r, \psi_s$	$-\frac{L_m}{L_s}$	$\frac{1}{L_s}$	1	0	0	1	$L_{\sigma r} + \frac{L_{\sigma s} L_m}{L_s}$	$\frac{L_m}{L_s}$
$\mathbf{i}_r, \psi_r$	$-\frac{L_r}{L_m}$	$\frac{1}{L_m}$	1	0	$-L_{\sigma s} - \frac{L_{\sigma r} L_s}{L_m}$	$\frac{L_s}{L_m}$	0	1

Liniowa kombinacja dwóch wektorów wykorzystana do określenia nieliniowości obwodu magnetycznego tworzy nowy *wektor strumienia wirtualnego*  $\psi_\Lambda$ .

$$\psi_\Lambda = c_1 \mathbf{x}_1 + c_2 \mathbf{x}_2. \quad (7.17)$$

Kierunek wektora wirtualnego strumienia powinien być zgodny z kierunkiem wektora prądu magnesującego. Wektory strumienia wirtualnego i parametry  $\Lambda$  dla wybranych par wektorów podano w tablicy 7.2. Odwrotność indukcyjności wygodnie jest przyjmować jako parametr  $\Lambda$  w modelach wykorzystywanych w układach sterowania z procesorem sygnałowym, gdyż występuje wtedy jako czynnik, a nie dzielna, co skraca czas obliczeń.

Tablica 7.2. Wektory strumienia wirtualnego i parametry  $\Lambda$

Model	$\psi_\Lambda$	$\Lambda$
$\mathbf{i}_s, \psi_s$	$\psi_s - L_{\sigma s} \mathbf{i}_s$	$\frac{1}{L_m}$ lub $L_m$
$\mathbf{i}_s, \psi_r$	$\psi_r + L_{\sigma r} \mathbf{i}_s$	$\frac{1}{L_r}$ lub $L_r$
$\mathbf{i}_r, \psi_s$	$\psi_s + L_{\sigma s} \mathbf{i}_r$	$\frac{1}{L_s}$ lub $L_s$
$\mathbf{i}_r, \psi_r$	$\psi_r - L_{\sigma r} \mathbf{i}_r$	$\frac{1}{L_m}$ lub $L_m$

## 7.2. Równania różniczkowe maszyny asynchronicznej z uwzględnieniem nasycenia głównego obwodu magnetycznego

Pochodne strumieni, które eliminowane są z (7.3) i (7.4) wyznaczone są z uwzględnieniem (7.14) z poniższych zależności:

$$\frac{d\psi_s}{d\tau} = \frac{db_{31}}{d\tau} x_1 + b_{31} \frac{dx_1}{d\tau} + \frac{db_{32}}{d\tau} x_2 + b_{32} \frac{dx_2}{d\tau}, \quad (7.18)$$

$$\frac{d\psi_r}{d\tau} = \frac{db_{41}}{d\tau} x_1 + b_{41} \frac{dx_1}{d\tau} + \frac{db_{42}}{d\tau} x_2 + b_{42} \frac{dx_2}{d\tau}, \quad (7.19)$$

gdzie

$$\frac{db_{31}}{d\tau} = \frac{db_{31}}{d\Lambda} \frac{d\Lambda}{d\tau} \quad (7.20)$$

i analogicznie dla  $b_{32}$ ,  $b_{41}$ ,  $b_{42}$ .

Pochodna  $\frac{d\Lambda}{d\tau}$  określana jest biorąc pod uwagę (7.16) i zależność strumieni  $\psi_s$  i  $\psi_r$  od czasu:

$$\frac{d\Lambda}{d\tau} = \Lambda_x \left[ (c_1 x_{1x} + c_2 x_{2x}) \left( c_1 \frac{dx_{1x}}{d\tau} + c_2 \frac{dx_{2x}}{d\tau} \right) + (c_1 x_{1y} + c_2 x_{2y}) \left( c_1 \frac{dx_{1y}}{d\tau} + c_2 \frac{dx_{2y}}{d\tau} \right) \right], \quad (7.21)$$

gdzie

$$\Lambda_x = \frac{1}{\psi_\Lambda} \frac{d\Lambda}{d\psi_\Lambda}. \quad (7.22)$$

Parametr  $\Lambda_x$  jest funkcją nieliniową modułu wektora strumienia wirtualnego, która może być wyznaczona na podstawie zależności parametru  $\Lambda$  od modułu wektora pozycyjnego.

Bezpośrednie pomiary biegu jałowego silnika umożliwiają określenie zależności modułu wektora strumienia w szczeliny powietrznej od modułu wektora prądu magnesującego. Zależność ta jest podstawą określania indukcyjności wzajemnej w funkcji prądu magnesującego. Parametr  $\Lambda$  i moduł wektora strumienia wirtualnego  $\psi_\Lambda$  zależą od indukcyjności wzajemnej będącej funkcją modułu wektora prądu magnesującego  $i_m$ :

$$\Lambda = \Lambda(L_m(i_m)), \quad (7.23)$$

$$\psi_\Lambda = \psi_\Lambda(L_m(i_m)). \quad (7.24)$$

Dokonując odpowiednich transformacji można wyznaczyć funkcję

$$\Lambda = \Lambda(\psi_\Lambda),$$

która jest podstawą do wyznaczenia zależności (7.22).

Rozkładając (7.3) i (7.4) na część rzeczywistą i urojoną po przekształceniach z wykorzystaniem powyższych zależności otrzymuje się następujące równania różniczkowe dla składowych wektorów  $x_1$  i  $x_2$ :

$$\begin{bmatrix} u_{sx} \\ u_{sy} \\ u_{rx} \\ u_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11}R_s & -b_{31}\omega_a & b_{12}R_s & -b_{32}\omega_a \\ b_{31}\omega_a & b_{11}R_s & b_{32}\omega_a & b_{12}R_s \\ b_{21}R_r & -b_{41}(\omega_a - \omega_r) & b_{22}R_r & -b_{42}(\omega_a - \omega_r) \\ b_{41}(\omega_a - \omega_r) & b_{21} & b_{42}(\omega_a - \omega_r) & b_{22}R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1x} \\ x_{1y} \\ x_{2x} \\ x_{2y} \end{bmatrix} + \\
+ \begin{bmatrix} b_{31} + c_1\Lambda_{1xx} & c_1 & b_{32} + c_2\Lambda_{1xx} & c_2 \\ c_1\Lambda_{1yx} & b_{31} + c_1\Lambda_{1yy} & c_2\Lambda_{1yx} & b_{32} + c_2\Lambda_{1yy} \\ b_{41} + c_1\Lambda_{2xx} & c_1\Lambda_{2xy} & b_{42} + c_2\Lambda_{2xx} & c_2\Lambda_{2xy} \\ c_1\Lambda_{2yx} & b_{41} + c_1\Lambda_{2yy} & c_2\Lambda_{2yx} & b_{42} + c_2\Lambda_{2yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{1x} \\ \dot{x}_{1y} \\ \dot{x}_{2x} \\ \dot{x}_{2y} \end{bmatrix} \quad (7.25)$$

gdzie

$$\Lambda_{ixx} = \Lambda_x A_{ix} \psi_{\Lambda x}, \quad (7.26)$$

$$\Lambda_{ixy} = \Lambda_x A_{ix} \psi_{\Lambda y}, \quad (7.27)$$

$$\Lambda_{iyx} = \Lambda_x A_{iy} \psi_{\Lambda x}, \quad (7.28)$$

$$\Lambda_{iyy} = \Lambda_x A_{iy} \psi_{\Lambda y}, \quad (7.29)$$

$$A_{ix} = \frac{db_{i1}}{d\Lambda} x_{1x} + \frac{db_{i2}}{d\Lambda} x_{2x}, \quad (7.30)$$

$$A_{iy} = \frac{db_{i1}}{d\Lambda} x_{1y} + \frac{db_{i2}}{d\Lambda} x_{2y}, \quad (7.31)$$

$$i = 1, 2. \quad (7.32)$$

Jeżeli  $A_{ix}$  i  $A_{iy}$  nie są równe zero dla wybranego układu współrzędnych, to w wyniku występowania nasycenia głównego obwodu magnetycznego pojawia się dodatkowy wpływ składowych wektorów w osi x na składowe wektorów w osi y i odwrotnie. Efekt ten nazwano *nasyceniem skrośnym*. Efekt nasycenia skrośnego może być wyeliminowany na drodze takiego wyboru współrzędnych, że oś x pokrywa się z kierunkiem wektora prądu magnesującego. Taki sam kierunek posiada wektor wirtualnego strumienia  $\psi_{\Lambda}$ . Innym sposobem eliminacji efektu nasycenia skrośnego jest odpowiedni wybór wektorów  $x_1$  i  $x_2$ . Łatwo sprawdzić, że jeżeli  $x_1 = \psi_s$  i  $x_2 = \psi_r$ , to  $A_{ix}$  i  $A_{iy}$  są równe zero i nasycenie skrośne nie występuje.

### 7.3. Uproszczony model maszyny asynchronicznej z uwzględnieniem nasycenia głównego obwodu magnetycznego

Pełne równania różniczkowe maszyny asynchronicznej z uwzględnieniem nasycenia obwodu magnetycznego w postaci (7.25) wykorzystywane do badań symulacyjnych muszą być przekształcone w taki sposób, by wektor pochodnych zmiennych stanu występował po lewej stronie równań różniczkowych. Bezpośrednie wykorzystanie (7.25) prowadzi do złożonej postaci prawych stron równań różniczkowych, co nie ma znaczenia w przypadku symulacji komputerowych. Tak złożone równania nie mogą być jednak wykorzystane jako model lub podstawa obserwatora zmiennych stanu maszyny asynchronicznej w układzie sterowania z procesorem sygnałowym ze względu na zbyt długi czas wykonywania obliczeń jednego kroku całkowania.

Możliwość uproszczenia równań (7.25) wynika z analizy współczynników przy pochodnych zmiennych stanu. Można sprawdzić, że dla każdej mieszanej pary wektorów każdy ze współczynników określonych zależnościami (7.26) – (7.29) zawiera czynnik będący indukcyjnością rozproszenia stojana lub wirnika. Czynnik ten jest mniejszy od 0,1 w wielkościach względnych, wobec czego **wpływ nasycenia skrośnego na wartości pochodnych zmiennych stanu może być w uproszczonym modelu maszyny asynchronicznej pominięty**. Możliwość ta jest widoczna zwłaszcza w równaniach otrzymanych po wyznaczeniu pochodnych składowych wektora prądu stojana lub wirnika. Dalsze rozważania przeprowadzone będą dla wektora prądu stojana i wektora strumienia wirnika wybranych dla opisu dynamiki silnika klatkowego.

Równania różniczkowe modelu silnika asynchronicznego przybierają postać wygodną do zastosowania w systemach sterowania z procesorami sygnałowymi, jeżeli jako parametr  $\Lambda$  przyjęta będzie odwrotność indukcyjności wirnika:

$$\Lambda = \frac{1}{L_r}, \quad (7.33)$$

co umożliwia uniknięcie operacji dzielenia przez parametr w równaniach różniczkowych modelu silnika asynchronicznego.

Wektor wirtualnego strumienia zgodnie z tablicą 7.2 przybiera postać:

$$\Psi_\Lambda = L_{\sigma r} \mathbf{i}_s + \Psi_r. \quad (7.34)$$

Zastosowanie parametru  $\Lambda$  określonego przez (7.33) prowadzi do następujących zależności umożliwiających wyeliminowanie wektorów prądu wirnika i strumienia stojana z równań różniczkowych:

$$\mathbf{i}_r = \Lambda_1 \mathbf{i}_s + \Lambda \Psi_r, \quad (7.35)$$

$$\Psi_s = \Lambda_2 \mathbf{i}_s + \Lambda_1 \Psi_r, \quad (7.36)$$

gdzie

$$\Lambda_1 = 1 - L_{\sigma r} \Lambda, \quad (7.37)$$

$$\Lambda_2 = L_{\sigma s} - L_{\sigma r} \Lambda. \quad (7.38)$$

Pochodna strumienia stojana otrzymana z uwzględnieniem (7.37) posiada następującą postać:

$$\frac{d\Psi_s}{d\tau} = -L_{\sigma r}^2 \frac{d\Lambda}{d\tau} \mathbf{i}_s + (L_{\sigma s} + L_{\sigma r} \Lambda_1) \frac{d\mathbf{i}_s}{d\tau} - L_{\sigma r} \frac{d\Lambda}{d\tau} \Psi_r + \Lambda_1 \frac{d\Psi_r}{d\tau} \quad (7.39)$$

Pochodna parametru  $\Lambda$  względem czasu otrzymana z wykorzystaniem składowych wektora  $\psi_\Lambda$  jest następująca:

$$\frac{d\Lambda}{d\tau} = \Lambda_\zeta \left( \psi_{\Lambda x} \frac{d\psi_{\Lambda x}}{d\tau} + \psi_{\Lambda y} \frac{d\psi_{\Lambda y}}{d\tau} \right), \quad (7.40)$$

gdzie

$$\Lambda_\zeta = \frac{1}{\psi_\Lambda} \frac{d\Lambda}{d\psi_\Lambda}. \quad (7.41)$$

Równania różniczkowe dla składowych wektorów prądu stojana i strumienia wirnika w układzie współrzędnych nieruchomym względem stojana otrzymane z uwzględnieniem powyższych oznaczeń mają następującą postać:

$$\begin{aligned} \frac{di_{sx}}{d\tau} = \frac{1}{w} \left\{ -R_s i_{sx} [\Lambda_2 + L_{\sigma r} (\Lambda_{yy} - \Lambda_{xy})] + (-\Lambda_2 (\Lambda_1 - \Lambda_{xx}) - L_{\sigma r} \Lambda_1 \Lambda_{yy}) \frac{d\psi_{rx}}{d\tau} + \right. \\ \left. + (\Lambda_2 + L_{\sigma r} \Lambda_1) \Lambda_{xy} \frac{d\psi_{ry}}{d\tau} + u_{sx} (\Lambda_2 + L_{\sigma r} \Lambda_{yy}) - L_{\sigma r} \Lambda_{xy} u_{sy} \right\}, \end{aligned} \quad (7.42)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{sy}}{d\tau} = \frac{1}{w} \left\{ -R_s i_{sy} [\Lambda_2 + L_{\sigma r} (\Lambda_{xx} - \Lambda_{xy})] + (-\Lambda_2 (\Lambda_1 - \Lambda_{yy}) - L_{\sigma r} \Lambda_1 \Lambda_{xx}) \frac{d\psi_{ry}}{d\tau} + \right. \\ \left. + (\Lambda_2 + L_{\sigma r} \Lambda_1) \Lambda_{xy} \frac{d\psi_{rx}}{d\tau} + u_{sy} (\Lambda_2 + L_{\sigma r} \Lambda_{xx}) - L_{\sigma r} \Lambda_{xy} u_{sx} \right\}, \end{aligned} \quad (7.43)$$

$$\frac{d\psi_{rx}}{d\tau} = R_r \Lambda_1 i_{sx} - R_r \Lambda \psi_{rx} - \omega_r \psi_{ry}, \quad (7.44)$$

$$\frac{d\psi_{ry}}{d\tau} = R_r \Lambda_1 i_{sy} - R_r \Lambda \psi_{ry} + \omega_r \psi_{rx}, \quad (7.45)$$

gdzie

$$\Lambda_{xx} = -L_{\sigma r} \Lambda_\zeta \psi_{\Lambda x}^2, \quad (7.46)$$

$$\Lambda_{xy} = -L_{\sigma r} \Lambda_\zeta \psi_{\Lambda x} \psi_{\Lambda y}, \quad (7.47)$$

$$\Lambda_{yy} = -L_{\sigma r} \Lambda_\zeta \psi_{\Lambda y}^2, \quad (7.48)$$

$$w = \Lambda_2 [\Lambda_2 + L_{\sigma r} (\Lambda_{xx} + \Lambda_{yy})] \quad (7.49)$$

Effekt nasycenia skrośnego jest wyraźnie widoczny w (7.42) w formie dodatkowych składników zawierających składowe y wektorów prądu stojana, strumienia wirnika i napięcia stojana występujących w prawej stronie równania różniczkowego. Podobne dodatkowe składniki występują w (7.43). Wszystkie te składniki zawierają czynnik  $L_{\sigma r}$ , przez który mnożone są zmienne  $\Lambda_{xx}$ ,  $\Lambda_{xy}$  i  $\Lambda_{yy}$ . Zmienne te również zawierają czynnik  $L_{\sigma r}$ . W rezultacie pochodne parametru  $\Lambda$  względem wektora pozycyjnego występujące w równaniach różniczkowych (7.42) i (7.43) mnożone są przez  $L_{\sigma r}^2$ . Jest to mała wartość, mniejsza niż 0,01 w wielkościach względnych, i może być pominięta w porównaniu z innymi składnikami występującymi w tych samych równaniach różniczkowych. Podobnie można pominąć sumę  $\Lambda_{xx} + \Lambda_{yy}$  w wyrażeniu (7.49).

Otrzymany w wyniku powyższych rozważań uproszczony model silnika asynchronicznego z uwzględnieniem nasycenia głównego obwodu magnetycznego bez efektu nasycenia skrośnego wraz z równaniem równowagi mechanicznej przybiera postać następujących równań różniczkowych:

$$\frac{di_{sx}}{d\tau} = \frac{1}{w_u} \left[ -R_s \Lambda_2 i_{sx} + \Lambda_1 \Lambda_2 (R_r \Lambda_1 i_{sx} + R_r \Lambda \psi_{rx} + \omega_r \psi_{ry}) + \Lambda_2 u_{sx} \right], \quad (7.50)$$

$$\frac{di_{sy}}{d\tau} = \frac{1}{w_u} \left[ -R_s \Lambda_2 i_{sy} + \Lambda_1 \Lambda_2 (-R_r \Lambda_1 i_{sy} + R_r \Lambda \psi_{ry} - \omega_r \psi_{rx}) + \Lambda_2 u_{sy} \right], \quad (7.51)$$

$$\frac{d\psi_{rx}}{d\tau} = R_r \Lambda_1 i_{sx} - R_r \Lambda \psi_{rx} - \omega_r \psi_{ry}, \quad (7.52)$$

$$\frac{d\psi_{ry}}{d\tau} = R_r \Lambda_1 i_{sy} - R_r \Lambda \psi_{ry} + \omega_r \psi_{rx}, \quad (7.53)$$

$$\frac{d\omega_r}{d\tau} = \frac{\Lambda_1}{J} (\psi_{rx} i_{sy} - \psi_{ry} i_{sx}) - \frac{1}{J} m_0 \quad (7.54)$$

gdzie

$$w_u = \Lambda_2^2. \quad (7.55)$$

Wykonując proste przekształcenia z równań (7.50) – (7.54) otrzymuje się równania (6.6) – (6.10). Uwzględnienie nasycenia w uproszczony sposób sprowadza się do wykorzystania równań (6.6) – (6.10) i (7.50) – (7.54) oraz odpowiednio nieliniowych zależności:

$$\Lambda = \Lambda(\psi_\Lambda) \quad (7.56)$$

lub

$$L_m = L_m(\psi_\Lambda). \quad (7.57)$$

Łatwiej wyznaczyć zależność (7.57), jednak równania różniczkowe z wykorzystaniem zależności (7.56) są prostsze, gdyż nie zawierają dzielenia przez parametr.

## 8. Sprężenia zwrotne linearyzujące układy z maszynami asynchronicznymi

### 8.1. Strukturalna metoda syntezy układów sterowania

Projektowanie układów sterowania wiąże się z przyjmowaniem kryteriów określających jakość przebiegów przejściowych zmiennych wyjściowych obiektu. Wybrane kryterium powinno umożliwiać określenie jakości przebiegów przejściowych niezależnie od punktu pracy zamkniętego układu regulacji, co dla układów liniowych jest osiągalne. Dynamika układów nieliniowych, analizowana dla małych zmian sygnałów, może w dużym stopniu zależeć od punktu pracy. Dobór regulatorów spełniających przyjęte kryteria będzie w takim przypadku nieoptymalny lub ich nastawy będą wymagały zmian według algorytmów adaptacyjnych.

Problem zachowania jakości przebiegów przejściowych w układzie regulacji obiektu nieliniowego może być rozwiązany przez zastosowanie linearyzujących sprzężeń zwrotnych. Metody geometrii różniczkowej umożliwiają zbadanie, czy układ nieliniowy może być zlinearyzowany przez zastosowanie nieliniowej transformacji zmiennych stanu i nieliniowych sterowań. Stosowanie tych metod wymaga znajomości twierdzeń znacznie wykraczających poza kurs matematyki wykładany na studiach technicznych i z tego powodu nie jest dostępne dla szerokiego ogółu inżynierów. Istnieje również prosta metoda, podana w kilku wariantach w pracy [13] jako metoda strukturalnej syntezy układów sterowania, umożliwiająca syntezę układu z nieliniowymi sprzężeniami zwrotnymi. Istota tej metody polega na znalezieniu tych najwyższych pochodnych zmiennych występujących w równaniach różniczkowych układu, które bezpośrednio zależą od sterowań, a następnie zastosowaniu algorytmu sterowania wymuszającego zmianę tych pochodnych według zadanego równania różniczkowego. W rezultacie otrzymuje się układ liniowy.

Metoda syntezy strukturalnej może być po zmodyfikowaniu zastosowana do klasy układów opisanych poniższymi równaniami:

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2, u), \quad (8.1)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2, Ez), \quad (8.2)$$

$$y = g(x_1, x_2), \quad (8.3)$$

gdzie

$$x^T = \begin{bmatrix} x_1^T & x_2^T \end{bmatrix}^T, \quad (8.4)$$

$x \in \mathbb{R}^n$  jest wektorem zmiennych stanu,  $y \in \mathbb{R}^m$  jest wektorem wielkości wyjściowych,  $u \in \mathbb{R}^r$  jest wektorem wielkości sterujących,  $z \in \mathbb{R}^l$  jest wektorem zakłóceń,  $E$  jest macierzą o wymiarach  $(\dim x_2 \times l)$ .

Wektor zmiennych stanu  $x$  jest w rozważanej klasie układów rozdzielony na wektor  $x_1$ , dla którego prawe strony równań różniczkowych zawierają zmienne sterujące i wektor  $x_2$ , dla którego prawe strony zawierają zakłócenia. Tego typu układami są maszyny elektryczne z napięciami lub prądami będącymi wielkościami sterującymi i momentem obciążenia będącym zakłóceniem.

Strukturalną syntezę układów sterowania przeprowadza się przy założeniu, że funkcje  $f_1$ ,  $f_2$  i  $g$  są ciągłe i różniczkowalne taką ilość razy, jaka będzie potrzebna w dalszym stosowaniu odpowiednich procedur.

Proponowaną modyfikacją metody strukturalnej jest wybór takich nowych zmiennych stanu, aby część równań różniczkowych opisujących dynamikę obiektu przybrała postać

liniową. Wyboru nowych zmiennych dokonuje się heurystycznie, analizując równania obiektu i przewidując formę nowych równań stanu. Formalną poprawność wyboru nowych zmiennych można sprawdzić stosując poniższą procedurę.

Wybierany jest wektor funkcji:

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}(\mathbf{x}), \quad \dim \mathbf{w} = p \quad (8.5)$$

spełniających zależność

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_1 \mathbf{w}, \quad (8.6)$$

gdzie  $\mathbf{C}_1$  jest macierzą o wymiarach  $(m \times p)$ .

Wektor  $\mathbf{w}$  jest różniczkowany z uwzględnieniem (8.1) i (8.2) zgodnie z założeniem, że jego składowe są różniczkowalne taką ilość razy, jaka będzie potrzebna w dalszym postępowaniu. Otrzymuje się następujące równanie różniczkowe:

$$\frac{d\mathbf{w}}{dt} = \left[ \frac{\partial \mathbf{w}_i}{\partial \mathbf{x}_{1j}} \right] \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u}) + \left[ \frac{\partial \mathbf{w}_i}{\partial \mathbf{x}_{2k}} \right] [\mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + \mathbf{E}\mathbf{z}]. \quad (8.7)$$

Równanie (8.7) może być zapisane w postaci:

$$\frac{d\mathbf{w}}{dt} = \mathbf{A}_1 \mathbf{w} + \mathbf{B}_1 \mathbf{u}_1 + \mathbf{E}_1 \mathbf{z} + \mathbf{D}_1 \mathbf{v} \quad (8.8)$$

gdzie

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x}_1), \quad \dim \mathbf{v} = t \quad (8.9)$$

$$\mathbf{u}^T = [\mathbf{u}_1^T \quad \mathbf{u}_2^T]^T. \quad (8.10)$$

Każdą ze zmiennych  $\mathbf{v}_i$  różniczkuje się  $s_i$  razy wykorzystując (8.1) tak, aby otrzymać równanie z prawą stroną zawierającą przynajmniej jedną zmienną sterującą:

$$\mathbf{v}_i^{(s_i)} = \mathbf{v}_i^{(s_i)}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u}), \quad (8.11)$$

gdzie  $s_i$  jest takim rzędem pochodnej funkcji  $\mathbf{v}_i$ , że równanie niższego rzędu nie zawiera sterowania:

$$\mathbf{v}_i^{(s_i-1)} = \mathbf{v}_i^{(s_i-1)}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2). \quad (8.12)$$

Należy następnie sprawdzić, czy zachodzi zależność:

$$p + \sum_{i=1}^t s_i = n. \quad (8.13)$$

Jeżeli zależność (8.13) nie zachodzi lub nie jest możliwe otrzymanie wyrażenia typu (8.12), to należy dokonać innego wyboru funkcji  $\mathbf{w}$  i  $\mathbf{v}$ .

Jeżeli warunek (8.13) jest spełniony, to można dokonać wyboru nowych zmiennych stanu w postaci:

$$\mathbf{q}^T = [\mathbf{q}_1^T \quad \mathbf{q}_2^T \quad \mathbf{q}_3^T]^T = [\mathbf{w}^T \quad \mathbf{v}_0^T \quad \mathbf{v}_s^T]^T, \quad (8.14)$$

gdzie

$$\mathbf{v}_s^T = \left[ \mathbf{v}_1^{(s_1-1)} \quad \dots \quad \mathbf{v}_t^{(s_t-1)} \right]^T, \quad (8.15)$$

$$\mathbf{v}_0^T = \left[ \mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_1^{(1)} \quad \dots \quad \mathbf{v}_1^{(s_1-2)} \quad \dots \quad \mathbf{v}_t \quad \mathbf{v}_t^{(1)} \quad \dots \quad \mathbf{v}_t^{(s_t-2)} \right]^T, \quad (8.16)$$

przy czym składowe wektora  $\mathbf{v}_0$  występują dla  $s_i > 1$ .



Wektor  $\mathbf{q}$  jest wektorową funkcją nieliniową wektora  $\mathbf{x}$  :

$$\mathbf{q} = \mathbf{h}(\mathbf{x}). \quad (8.17)$$

Dynamika analizowanego obiektu może być opisana równaniami różniczkowymi dla zmiennych  $\mathbf{q}$ . Opis ten jest równoważny opisowi za pomocą równań różniczkowych dla zmiennych  $\mathbf{x}$  wtedy, gdy zamiana zmiennych jest dokonana w sposób jednoznaczny, czyli gdy istnieje funkcja odwrotna do funkcji  $\mathbf{h}$ .

Nieliniowa zmiana zmiennych jest w ogólnym przypadku jednoznaczna jedynie lokalnie. Analizując układ należy zatem sprawdzić, czy przy realizacji zadanych celów sterowania stan obiektu będzie znajdował się w obszarze, w którym zachodzi jednoznaczność transformacji zmiennych stanu.

Dla nowych zmiennych stanu równania różniczkowe obiektu mogą być zapisane w następującej postaci:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{q}_1}{dt} \\ \frac{d\mathbf{q}_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{22} & \mathbf{A}_{23} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \\ \mathbf{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u}_1 + \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{z}, \quad (8.18)$$

$$\frac{d\mathbf{q}_3}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \mathbf{u}), \quad (8.19)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_1 \mathbf{q}, \quad (8.20)$$

gdzie

$$\mathbf{A}_{11} = \mathbf{A}_1, \quad (8.21)$$

$$\mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & \dots & \dots & d_{1t} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{p1} & 0 & \dots & \dots & d_{pt} & 0 & \dots \end{bmatrix} \quad (8.22)$$

jest macierzą o wymiarach  $\left( \sum_{i=1}^t s_i - t \right) \times p$ ,

$$\mathbf{A}_{13} = \mathbf{D}_1 \boldsymbol{\xi}, \quad (8.23)$$

przy czym  $\boldsymbol{\xi}$  jest wektorem określonym następująco:

$$\xi_i = \begin{cases} 0 & \text{gdy } s_i \neq 1 \\ 1 & \text{gdy } s_i = 1 \end{cases}, \quad (8.24)$$

$$\mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 & \dots & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{I}_i & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{I}_t \end{bmatrix}, \quad (8.25)$$

przy czym

$$\mathbf{I}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (8.26)$$

jest macierzą o wymiarach  $[(s_i - 1) \times (s_i - 1)]$ ,

$$\mathbf{A}_{23} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \dots & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{a}_i & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{a}_t \end{bmatrix}, \quad (8.27)$$

przy czym

$$\mathbf{a}_i^T = [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1]^T \quad (8.28)$$

jest wektorem o wymiarze  $s_i - 1$ .

Przedstawiony powyżej algorytm jest zbliżony do algorytmu podanego przez Timcenkę i Chodzickiego [103], którzy określili warunki konieczne i wystarczające dla istnienia równoważnego układu równań różniczkowych dla zmiennych wyjściowych. Przyjęli oni, że zmienne wyjściowe są określone w opisie obiektu. W przedstawionym powyżej algorytmie natomiast przyjęto, że w wyniku analizy równań różniczkowych obiektu sterowania jest możliwe przyjęcie jako zmiennych stanu takich wielkości, które będą bardziej dogodne do celów syntezy sterowania.

Zarówno warunki istnienia równoważnego układu równań różniczkowych podane w [103] jak i warunki podane wyżej obarczone są niedostatkami, polegającym na braku możliwości analitycznej oceny, na podstawie wyjściowych postaci równań, czy istnieje rozwiązanie problemu. Niewielki stopień złożoności równań różniczkowych opisujących dynamikę maszyn elektrycznych powoduje, że pożądany rezultat osiągany jest po kilku próbach przekształceń. W bardziej skomplikowanych przypadkach można posłużyć się twierdzeniem o istnieniu transformacji i sprzężeń linearyzujących układ podanym przez Respondka i Jakubczyka [34].

Według metody syntezy strukturalnej wyznacza się sterowanie, które wymusza przebiegi dynamiczne wybranych zmiennych stanu zgodnie z zadanymi równaniami różniczkowymi. Liniowość lub nieliniowość zadanych równań nie jest istotna. W prezentowanej modyfikacji tej metody określa się zadane linowe równania różniczkowe dla zmiennych zawartych w wektorze  $\mathbf{q}_3$  i wyznacza się sterowanie wymuszające przebiegi dynamiczne zgodne z tymi równaniami.

Zadane równania różniczkowe otrzymuje określając tzw. niepełne zadanie sterowania [13], [103]:

$$\mathbf{q}_3 = \boldsymbol{\varphi}_z, \quad (8.29)$$

gdzie  $\boldsymbol{\varphi}_z$  jest wektorem zadanych wielkości dla zmiennych  $\mathbf{q}$ .

Zadanie sterowania określone przez (8.29) nie jest pełne, gdyż nie dla wszystkich zmiennych stanu określone są zadane wartości.

Zgone z zasadami podanymi w [13] błąd realizacji zadania  $\mathbf{e}$  określony jest następująco:

$$\mathbf{e} = \boldsymbol{\varphi}_z - \mathbf{q}_3. \quad (8.30)$$

Przyjmuje się, że błąd realizacji zadania  $\mathbf{e}$  powinien zmieniać się zgodnie z poniższym równaniem różniczkowym:

$$\frac{d\mathbf{e}}{dt} = \mathbf{K}\mathbf{e}, \quad (8.31)$$

gdzie  $\mathbf{K}$  jest macierzą zadanych współczynników.

Pochodne zmiennych  $\mathbf{q}_3$  muszą spełniać jednocześnie równania różniczkowe obiektu oraz równanie (8.31). Jest to możliwe, jeżeli do obiektu zostanie zastosowane sterowanie  $\mathbf{u}_2^*$  wyznaczone z równań otrzymanych przez wstawienie (8.19) do (8.31). Otrzymuje się przy tym poniższe równanie:

$$\frac{d\boldsymbol{\varphi}_z}{dt} - \mathbf{f}(\mathbf{q}, \mathbf{u}_2^*) = \mathbf{K}(\boldsymbol{\varphi}_z - \mathbf{q}_3). \quad (8.32)$$

Jeżeli

$$\dim \mathbf{u}_2 = \dim \mathbf{q}_3 \quad (8.33)$$

i istnieje rozwiązanie równania (8.32) ze względu na sterowanie  $\mathbf{u}_2^*$ , to przybiera ono postać:

$$\mathbf{u}_2^* = \mathbf{g}_{1q}(\mathbf{q}) + \mathbf{g}_{2q}(\mathbf{q}) \left( \mathbf{K}\mathbf{q}_3 + \frac{d\boldsymbol{\varphi}_z}{dt} - \mathbf{K}\boldsymbol{\varphi}_z \right), \quad (8.34)$$

gdzie  $\mathbf{q}_{1q}$ ,  $\mathbf{q}_{2q}$  są funkcjami wektorowymi nieliniowymi.

Dla obszaru, w którym istnieje funkcja  $\mathbf{h}^{-1}$  sterowanie  $\mathbf{u}_2^*$  może być wyrażone w postaci:

$$\mathbf{u}_2^* = \mathbf{g}_{1x}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}_{2x}(\mathbf{x}) \left( \mathbf{K}\mathbf{q}_3 + \frac{d\boldsymbol{\varphi}_z}{dt} - \mathbf{K}\boldsymbol{\varphi}_z \right), \quad (8.35)$$

gdzie

$$\mathbf{g}_{nx}(\mathbf{x}) = \mathbf{g}_{nx}(\mathbf{h}^{-1}(\mathbf{q})) = \mathbf{g}_{nq}(\mathbf{q}). \quad (8.36)$$

Po zastosowaniu sterowania  $\mathbf{u}_2^*$  zachodzi zależność:

$$\frac{d\mathbf{q}_3}{dt} = \mathbf{K}\mathbf{q}_3 + \frac{d\boldsymbol{\varphi}_z}{dt} - \mathbf{K}\boldsymbol{\varphi}_z. \quad (8.37)$$

Równanie różniczkowe układu, do którego zastosowano sterowanie  $\mathbf{u}_2^*$  przybiera poniższą postać:

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{22} & \mathbf{A}_{23} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{33} \end{bmatrix} \mathbf{q} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u}_1 + \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{K} \end{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_z + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \frac{d\boldsymbol{\varphi}_z}{dt} \end{bmatrix}, \quad (8.38)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_1 \mathbf{q}_1, \quad (8.39)$$

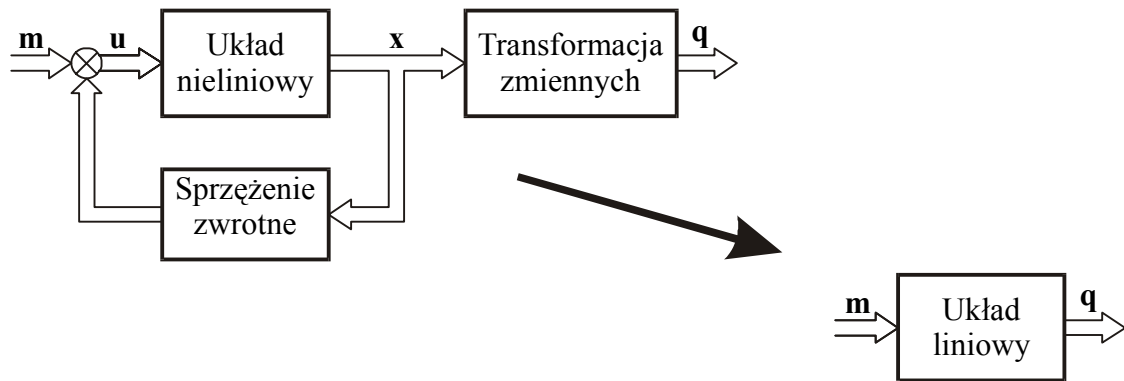
gdzie

$$\mathbf{A}_{33} = \mathbf{K}. \quad (8.40)$$

Występujące w (8.37) pochodne zadanych zmiennych  $\frac{d\boldsymbol{\varphi}_z}{dt}$  mogą stwarzać pewne trudności przy realizacji technicznej układu sterowania. Można zastosować różniczkowanie zadanej zmiennej  $\boldsymbol{\varphi}_z$  lub rozszerzenie układu o dodatkowe człony inercyjne, w których występuje pochodna  $\frac{d\boldsymbol{\varphi}_z}{dt}$ . Najwygodniej jest przyjąć nowe sterowanie w postaci:

$$\mathbf{m}_2 = -\mathbf{K}\boldsymbol{\varphi}_z + \frac{d\boldsymbol{\varphi}_z}{dt}. \quad (8.41)$$

Równania różniczkowe zlinearyzowanego układu przybierają po zastosowaniu (8.41) poniższą postać:



Rys. 8.1. Linearyzacja układu nieliniowego przez sprzężenie zwrotne i transformację zmiennych

$$\frac{dq}{dt} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ 0 & A_{22} & A_{23} \\ 0 & 0 & A_{33} \end{bmatrix} q + \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} z, \quad (8.42)$$

gdzie sterowanie  $u_2$  oznaczono jako  $m_2$ .

Na rys. 8.1. pokazano schemat układu nieliniowego ze sprzężeniem zwrotnym, które wraz ze zmianą zmiennych prowadzi do struktury układu liniowego. Układ (8.42) jest liniowy, co umożliwia stosowanie znanych metod doboru struktury i parametrów liniowych regulatorów.

## 8.2. Linearyzacja równań różniczkowych multiskalarnego modelu maszyny asynchronicznej przez wprowadzenie nieliniowych sprzężeń zwrotnych

### 8.2.1. Nieliniowe sterowanie maszyną asynchroniczną z orientacją układu współrzędnych względem wektora strumienia wirnika

Przyjęcie wirującego układu współrzędnych dq, którego oś d pokrywa się z wektorem strumienia wirnika, prowadzi do zredukowania liczby zmiennych stanu silnika, gdyż składowa wektora strumienia wirnika w osi q jest równa zero. Równanie różniczkowe określające pochodną składowej wektora strumienia wirnika przekształca się w równanie algebraiczne zawierające zmienne stanu silnika i prędkość kątową wirowania układu współrzędnych.

Równania silnika asynchronicznego dla zmiennych określonych w wirującym układzie współrzędnych d-q związanym z wektorem strumienia skojarzonego wirnika przybierają następującą postać:

$$\frac{di_{sd}}{d\tau} = -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r w_\sigma} i_{sd} + \omega_{\psi r} i_{sq} + \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} \psi_{rd} + \frac{L_r}{w_\sigma} u_{sd}, \quad (8.43)$$

$$\frac{di_{sq}}{d\tau} = -\frac{R_s L_r}{w_\sigma} i_{sq} - \omega_{\psi r} i_{sd} - \omega_{\psi r} \frac{L_m}{w_\sigma} \psi_{rd} + \frac{L_r}{w_\sigma} u_{sq}, \quad (8.44)$$

$$\frac{d\psi_{rd}}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} \psi_{rd} + R_r \frac{L_m}{L_r} i_{sd}, \quad (8.45)$$

$$\frac{d\omega_r}{d\tau} = \frac{L_m}{J L_r} i_{sq} \psi_{rd} - \frac{1}{J} m_0, \quad (8.46)$$

$$\text{gdzie: } \omega_{\psi r} = \frac{R_r L_m}{L_r} \frac{i_{sq}}{\psi_{rd}} + \omega_r. \quad (8.47)$$

Równanie (8.45) jest liniowe, pozostałe równania różniczkowe modelu silnika w układzie współrzędnych zorientowanym względem wektora strumienia wirnika są nieliniowe. Odpowiedni wybór układu współrzędnych jest zatem pierwszym krokiem linearyzacji równań różniczkowych silnika asynchronicznego. Pełne zlinearyzowanie równań (8.43), (8.44) i (8.46) może być przeprowadzone na drodze zmiany zmiennych i nieliniowych sprzężeń zwrotnych.

Niech zmienna  $x$ , zastępująca zmienną  $i_{sq}$  w zbiorze zmiennych stanu silnika, będzie określona następująco:

$$x = i_{sq} \psi_{rd}. \quad (8.48)$$

Równania różniczkowe dla nowych zmiennych  $i_{sd}$ ,  $x$ ,  $\psi_{rd}$ ,  $\omega_r$  przybierają postać:

$$\frac{di_{sd}}{d\tau} = -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r w_\sigma} i_{sd} + \omega_{\psi r} \frac{x}{\psi_{rd}} + \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} \psi_{rd} + \frac{L_r}{w_\sigma} u_{sd}, \quad (8.49)$$

$$\frac{dx}{d\tau} = -\left(\frac{R_r}{L_r} + R_s \frac{L_r}{w_\sigma}\right) x + R_r \frac{L_m}{L_r} \frac{x i_{sd}}{\psi_{rd}} - \omega_{\psi r} \psi_{rd} \left(i_{sd} + \frac{L_m}{w_\sigma} \psi_{rd}\right) + \frac{L_r}{w_\sigma} \psi_{rd} u_{sq}, \quad (8.50)$$

$$\frac{d\psi_{rd}}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} \psi_{rd} + R_r \frac{L_m}{L_r} i_{sd}, \quad (8.51)$$

$$\frac{d\omega_r}{d\tau} = \frac{L_m}{J L_r} x - \frac{1}{J} m_0, \quad (8.52)$$

Równanie algebraiczne określające prędkość kątową wirowania układu współrzędnych jest następujące:

$$\omega_{\psi r} = \frac{R_r L_m}{L_r} \frac{x}{\psi_{rd}^2} + \omega_r. \quad (8.53)$$

Kompensacja nieliniowych składników w równaniach (8.49) i (8.50) z zastosowaniem procedury przedstawionej w rozdziale 8.1 prowadzi do sterowań w postaci:

$$u_{sq} = \frac{w_\sigma}{L_r \psi_{rd}} \left( -R_r \frac{L_m}{L_r} \frac{x i_{sd}}{\psi_{rd}} + \omega_{\psi r} \psi_{rd} \left( i_{sd} + \frac{L_m}{w_\sigma} \psi_{rd} \right) + \left( \frac{R_r}{L_r} + R_s \frac{L_r}{w_\sigma} \right) v_1 \right), \quad (8.54)$$

$$u_{sd} = \frac{w_\sigma}{L_r} \left( -\omega_{\psi r} \frac{x}{\psi_{rd}} - \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} \psi_{rd} + \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r w_\sigma} v_2 \right), \quad (8.55)$$

które powodują linearyzację i dekompozycję układu opisanego równaniami (8.49) – (8.52) na dwa rozłączne podsystemy:

-podsystem mechaniczny

$$\frac{d\omega_r}{d\tau} = \frac{L_m}{J L_r} x - \frac{1}{J} m_0, \quad (8.56)$$

$$\frac{dx}{d\tau} = \left( \frac{R_r}{L_r} + R_s \frac{L_r}{w_\sigma} \right) (-x + v_1). \quad (8.57)$$

- podsystem elektromagnetyczny

$$\frac{d\psi_{rd}}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} \psi_{rd} + R_r \frac{L_m}{L_r} i_{sd}, \quad (8.58)$$

$$\frac{di_{sd}}{dt} = \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r w_\sigma} (-i_{sd} + v_2), \quad (8.59)$$

gdzie  $v_1$  i  $v_2$  są nowymi zmiennymi sterującymi.

Równania (8.56) – (8.59) są liniowymi równaniami różniczkowymi, które nie są dogodne do syntezy układów sterowania, gdyż występujące w nich zmienne określone są w układzie współrzędnych zorientowanym względem wektora strumienia wirnika. Położenie wektora strumienia wirnika określane jest na podstawie jego estymowanych składowych, co jest źródłem dodatkowych błędów w układzie sterowania. W równaniach (8.54) i (8.55) wielokrotnie występuje dzielenie przez składową wektora strumienia wirnika, co komplikuje obliczenia w układzie sterowania.

## 8.2.2. Linearyzacja układów napędowych z multiskalarnym modelem maszyny asynchronicznej za pomocą sprzężeń zwrotnych

### 8.2.2.1. Maszyna asynchroniczna klatkowa zasilana z falownika napięcia

Układy równań różniczkowych multiskalarnych modeli maszyny asynchronicznej zawierają dwa liniowe równania, w których nie występują zmienne sterujące oraz dwa nieliniowe równania ze zmiennymi sterującymi, a zatem pierwszy krok linearyzacji został wykonany. Postać linearyzujących sprzężeń zwrotnych zależy od układu zasilania silnika.

Kompensacja nieliniowych składników w równaniach (6.27) i (6.29) przez zastosowanie przekształceń określonych w rozdziale 8.1 prowadzi, po oznaczeniu nowych zmiennych sterujących przez  $m_1$  i  $m_2$ , do nieliniowych sterowań w postaci:

$$u_1 = \frac{w_\sigma}{L_r} \left( x_{11} \left( x_{22} + \frac{L_m}{w_\sigma} x_{21} \right) + \frac{1}{T_v} m_1 \right), \quad (8.60)$$

$$u_2 = \frac{w_\sigma}{L_r} \left( -x_{11} x_{12} - \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} x_{21} - \frac{R_r L_m}{L_r} \frac{x_{12}^2 + x_{22}^2}{x_{21}} + \frac{1}{T_v} m_2 \right). \quad (8.61)$$

Składowe wektora napięcia stojana w nieruchomym układzie współrzędnych wyznaczane są z zależności:

$$u_{s\alpha} = \frac{\psi_{rx} u_2 - \psi_{ry} u_1}{\psi_r^2}, \quad (8.62)$$

$$u_{s\beta} = \frac{\psi_{rx} u_1 + \psi_{ry} u_2}{\psi_r^2}. \quad (8.63)$$

Zastosowanie sterowań (8.60) i (8.61) powoduje dekompozycję systemu opisanego równaniami (6.26) – (6.29) na dwa niezależne liniowe podsystemy:

- podsystem mechaniczny

$$\frac{dx_{11}}{d\tau} = \frac{L_m}{J L_r} x_{12} - \frac{1}{J} m_0, \quad (8.64)$$

$$\frac{dx_{12}}{d\tau} = \frac{1}{T_v} (-x_{12} + m_1), \quad (8.65)$$

- podsystem elektromagnetyczny

$$\frac{dx_{21}}{d\tau} = -2 \frac{R_r}{L_r} x_{21} + 2 \frac{R_r L_m}{L_r} x_{22}, \quad (8.66)$$

$$\frac{dx_{22}}{d\tau} = \frac{1}{T_v} (-x_{22} + m_2). \quad (8.67)$$

Zmienne  $x_{12}$  i  $x_{22}$  występują w podsystemach mechanicznym i elektromagnetycznym na wyjściach elementów inercyjnych o jednakowych stałych czasowych.

#### 8.2.2.2. Maszyna asynchroniczna klatkowa zasilana z falownika prądu

Kompensacja nieliniowych składników w równaniach (6.85) i (6.87) przez zastosowanie przekształceń określonych w rozdziale 8.1 prowadzi po oznaczeniu nowych zmiennych sterujących przez  $m_1$  i  $m_2$  do nieliniowych sterowań w postaci:

$$v_1 = -\frac{R_r L_m}{L_r^2 L_x} \frac{x_{12} x_{22} x_{21}}{x_{12}^2 + x_{22}^2} + \frac{L_m}{L_r L_x} \frac{x_{12}^2 x_{21} x_{11}}{x_{12}^2 + x_{22}^2} + \frac{1}{T_i} m_1, \quad (8.68)$$

$$v_2 = -\frac{R_r L_m}{L_r} \frac{x_{12}^2 + x_{22}^2}{x_{21}} - \frac{R_r L_m}{L_r^2 L_x} \frac{x_{22}^2 x_{21}}{x_{12}^2 + x_{22}^2} - \frac{L_m}{L_r L_x} \frac{x_{11} x_{12} x_{22} x_{21}}{x_{12}^2 + x_{22}^2} + \frac{1}{T_i} m_2. \quad (8.69)$$

Siła elektromotoryczna w obwodzie pośredniczącym i poślizg wektora prądu stojana określone są zależnościami:

$$E_d = L_x \frac{\psi_{rx} v_2 - \psi_{ry} v_1}{\psi_r^2}, \quad (8.70)$$

$$s_i = \frac{\psi_{ry} v_2 + \psi_{rx} v_1}{i_{sx} \psi_r^2}. \quad (8.71)$$

Zastosowanie sterowań (8.68) i (8.69) powoduje dekompozycję systemu opisanego równaniami (6.84) – (6.87) na dwa niezależne podsystemy:

- podsystem mechaniczny

$$\frac{dx_{11}}{d\tau} = \frac{L_m}{J L_r} x_{12} - \frac{1}{J} m_0, \quad (8.72)$$

$$\frac{dx_{12}}{d\tau} = \frac{1}{T_i} (-x_{12} + m_1), \quad (8.73)$$

- podsystem elektromagnetyczny

$$\frac{dx_{21}}{d\tau} = -2 \frac{R_r}{L_r} x_{21} + 2 \frac{R_r L_m}{L_r} x_{22}, \quad (8.74)$$

$$\frac{dx_{22}}{d\tau} = \frac{1}{T_i} (-x_{22} + m_2). \quad (8.75)$$

Równania (8.72) – (8.75) mają identyczną postać jak (8.64) – (8.67). Jedynie stałe czasowe w elementach inercyjnych, na których wyjściach pojawiają się zmienne  $x_{12}$  i  $x_{22}$  posiadają różne wartości.

### 8.2.2.3. Maszyna asynchroniczna zasilana dwustronnie

Kompensacja nieliniowych składników w równaniach (6.59) i (6.61) przez zastosowanie przekształceń określonych w rozdziale 8.1 prowadzi po oznaczeniu nowych zmiennych sterujących przez  $m_1$  i  $m_2$  do nieliniowych sterowań w postaci:

$$u_{r1} = \frac{w_\sigma}{L_s} \left( -z_{11} \left( z_{22} + \frac{L_m}{w_\sigma} z_{21} \right) + \frac{L_m}{w_\sigma} u_{sf1} - u_{si1} + \frac{1}{T_v} m_1 \right), \quad (8.76)$$

$$u_{r2} = \frac{w_\sigma}{L_s} \left( -\frac{R_s L_m}{L_s w_\sigma} z_{21} - \frac{R_s L_m}{L_s} i_r^2 + z_{11} z_{12} + \frac{L_m}{w_\sigma} u_{sf2} - u_{si2} + \frac{1}{T_v} m_2 \right). \quad (8.77)$$

Składowe wektora napięcia wirnika wyznaczane są z zależności:

$$u_{rx} = \frac{u_{r1} \psi_{sy} + u_{r2} \psi_{sx}}{z_{21}}, \quad (8.78)$$

$$u_{ry} = \frac{u_{r2} \psi_{sy} - u_{r1} \psi_{sx}}{z_{21}}. \quad (8.79)$$

Zastosowanie sterowań w postaci (8.76) i (8.77) powoduje dekompozycję systemu opisanego równaniami (6.58) – (6.61) na dwa niezależne podsystemy:



- podsystem mechaniczny

$$\frac{dz_{11}}{d\tau} = \frac{L_m}{JL_s} z_{12} - \frac{1}{J} m_0, \quad (8.79)$$

$$\frac{dz_{12}}{d\tau} = \frac{1}{T_v} (-z_{12} + m_1), \quad (8.80)$$

- podsystem elektromagnetyczny

$$\frac{dz_{21}}{d\tau} = -2 \frac{R_s}{L_s} z_{21} + 2 \frac{R_s L_m}{L_s} z_{22} + 2 u_{sf2}, \quad (8.81)$$

$$\frac{dz_{22}}{d\tau} = \frac{1}{T_v} (-z_{22} + m_2). \quad (8.82)$$

Równanie (8.81) zawiera nie skompensowany składnik  $2u_{sf2}$ , który jest iloczynem skalarnym wektora napięcia stojana i wektora strumienia stojana. Jest to wartość mała, ponieważ kąt pomiędzy tymi wektorami jest bliski  $\pi/2$ . Pozostawienie w (8.81) nie skompensowanego składnika  $2u_{sf2}$  jest przyczyną występowania oscylacji strumienia stojana w zamkniętym układzie regulacji. Oscylacje te mają małą amplitudę i są słabo tłumione.

Zmienna  $u_{sf2}$  jest skalarnym iloczynem wektora strumienia stojana i wektora napięcia stojana. Z ogólnego punktu widzenia jest wielkością sterującą, gdyż wektor napięcia stojana występuje w równaniach różniczkowych modelu maszyny jako sterowanie. Jeżeli stojan maszyny dołączony jest do sieci, to stała amplituda i częstotliwość napięcia mogą być traktowane jako parametry. Składowe wektora napięcia stojana w układzie współrzędnych nieruchomym względem stojana są parametrami zależnymi od czasu. W takim przypadku składnik  $u_{sf2}$  jest zmienną będącą rezultatem transformacji zmiennych stanu.

Multiskalarny model dwustronnie zasilanej maszyny asynchronicznej, w którym nie występują nie skompensowane składniki, otrzymuje się w wyniku przyjęcia zamiast zmiennej  $z_{22}$  nowej zmiennej  $z_{22n}$  w postaci:

$$z_{22n} = z_{22} + \frac{L_s}{R_s L_m} u_{sf2}. \quad (8.83)$$

Równanie różniczkowe dla nowej zmiennej otrzymuje się obliczając pochodną wyrażenia (8.83) z uwzględnieniem, że w nieruchomym układzie współrzędnym zachodzą zależności:

$$\frac{du_{s\alpha}}{d\tau} = -\omega_s u_{s\beta}, \quad (8.84)$$

$$\frac{du_{s\beta}}{d\tau} = \omega_s u_{s\alpha}, \quad (8.85)$$

gdzie  $\omega_s$  jest pulsacją napięcia w sieci prądu przemiennego.

Elektromagnetyczny podsystem modelu multiskalarnego maszyny asynchronicznej z uwzględnieniem, że zastosowano odsprzęgające sterowanie (8.76) i (8.77) i przyjęto nową zmienną (8.83), ma postać następującą:

$$\frac{dz_{21}}{d\tau} = -2 \frac{R_s}{L_s} z_{21} + 2 \frac{R_s L_m}{L_s} z_{22n}, \quad (8.86)$$

$$\frac{dz_{22n}}{d\tau} = \frac{1}{T_v} (-z_{22} + m_2) + \omega_s \frac{1}{L_m} (-u_{sf1} + L_m u_{sil}). \quad (8.87)$$

Zastosowanie nieliniowego sterowania w postaci

$$m_2 = -\frac{L_s}{R_s L_m} u_{sf2} - \omega_s \frac{T_v}{L_m} (-u_{sf1} + L_m u_{sil}) + m_{2n} \quad (8.88)$$

proceedzi do następujących równań podsystemu elektromagnetycznego:

$$\frac{dz_{21}}{d\tau} = -2 \frac{R_s}{L_s} z_{21} + 2 \frac{R_s L_m}{L_s} z_{22n}, \quad (8.89)$$

$$\frac{dz_{22n}}{d\tau} = \frac{1}{T_v} (-z_{22n} + m_2). \quad (8.90)$$

Podsystem elektromagnetyczny (8.89) – (8.90) jest liniowy i ma postać identyczną z postacią podsystemu elektromagnetycznego otrzymanego dla maszyny klatkowej zasilanej z falownika napięcia.

#### 8.2.2.4. Maszyna asynchroniczna klatkowa zasilana z falownika napięcia sterowanego prądowo

Kompensacja nieliniowego składnika w równaniu (6.111) przez zastosowanie przekształceń określonych w rozdziale 8.1 prowadzi, po oznaczeniu nowych zmiennych sterujących przez  $m_1$  i  $m_2$ , do sterowań w postaci:

$$v_1 = \frac{1}{T_i} m_1, \quad (8.91)$$

$$v_2 = -\frac{R_r L_m}{L_r} i_{sx}^2 + \frac{1}{T_i} m_2. \quad (8.92)$$

Zastosowanie sterowań (8.91) i (8.92) powoduje dekompozycję systemu opisanego równaniami (6.108) – (6.111) na dwa niezależne liniowe podsystemy:

- podsystem mechaniczny

$$\frac{dx_{11}}{d\tau} = \frac{L_m}{J L_r} x_{12} - \frac{1}{J} m_0, \quad (8.93)$$

$$\frac{dx_{12}}{d\tau} = \frac{1}{T_i} (-x_{12} + m_1), \quad (8.94)$$

- podsystem elektromagnetyczny

$$\frac{dx_{21}}{d\tau} = -2 \frac{R_r}{L_r} x_{21} + 2 \frac{R_r L_m}{L_r} x_{22}, \quad (8.95)$$

$$\frac{dx_{22}}{d\tau} = \frac{1}{T_p} (-x_{22} + m_2). \quad (8.96)$$

Zlinearyzowane dzięki zastosowaniu nieliniowych sprzężeń zwrotnych podsystemy maszyny asynchronicznej zasilanej z falownika napięcia sterowanego prądowo mają postać identyczną z postacią podsystemów maszyny asynchronicznej zasilanej ze sterowanego źródła napięcia.

#### 8.2.2.5. Dwustronnie zasilana maszyna asynchroniczna z falownikiem napięcia sterowanym prądowo

Kompensacja nieliniowych składników w równaniach (6.124) – (6.127) przez zastosowanie przekształceń określonych w rozdziale 8.1 prowadzi, po oznaczeniu nowych zmiennych sterujących przez  $m_1$  i  $m_2$ , do nieliniowych sterowań w postaci:

$$v_1 = -u_{si1} + \frac{1}{T} m_1, \quad (8.97)$$

$$v_2 = -\frac{R_s L_m}{L_s} i_{rx}^2 - u_{si2} + \frac{1}{T} m_2. \quad (8.98)$$

Zastosowanie sterowań (8.90) i (8.91) powoduje dekompozycję systemu opisanego równaniami (6.27) i (6.29) na dwa niezależne podsystemy, z których jeden jest liniowy:

- podsystem mechaniczny

$$\frac{dz_{11}}{d\tau} = \frac{L_m}{J L_s} z_{12} - \frac{1}{J} m_0, \quad (8.99)$$

$$\frac{dz_{12}}{d\tau} = \frac{1}{T} (-z_{12} + m_1), \quad (8.100)$$

- podsystem elektromagnetyczny

$$\frac{dz_{21}}{d\tau} = -2\frac{R_s}{L_s}z_{21} + 2\frac{R_sL_m}{L_s}z_{22} + 2u_{sf2}, \quad (8.101)$$

$$\frac{dz_{22}}{d\tau} = \frac{1}{T}(-z_{22} + m_2). \quad (8.102)$$

Podobnie jak w przypadku zasilania maszyny od strony wirnika z napięciowo sterowanego falownika napięcia przyjęcie nowej zmiennej w postaci :

$$z_{22n} = z_{22} + \frac{L_s}{R_sL_m}u_{sf2} \quad (8.103)$$

i zastosowanie sterowania

$$m_2 = \frac{L_s}{R_sL_m}u_{sf2} - \omega_s \frac{T}{L_m}(-u_{sf1} + L_mu_{si1}) + m_{2n} \quad (8.104)$$

prowadzi do pełnej linearyzacji równań różniczkowych podsystemu elektromagnetycznego:

$$\frac{dz_{21}}{d\tau} = -2\frac{R_s}{L_s}z_{21} + 2\frac{R_sL_m}{L_s}z_{22n}, \quad (8.105)$$

$$\frac{dz_{22n}}{d\tau} = \frac{1}{T}(-z_{22n} + m_2). \quad (8.106)$$

Podsystem elektromagnetyczny maszyny zasilanej od strony wirnika z falownika sterowanego prądowo różni się od podsystemu elektromagnetycznego maszyny zasilanej od strony wirnika z falownika sterowanego napięciowo wartością stałej czasowej  $T$  w równaniu (8.106).

### 8.3. Tłumienie oscylacji w maszynie asynchronicznej dwustronnie zasilanej na drodze odsprężającego sterowania składowymi wektorów

#### 8.3.1. Właściwości maszyny asynchronicznej dwustronnie zasilanej

Nieliniowe sprzężenie zwrotne umożliwia niezależną stabilizację zmiennych  $z_{12}$  i  $z_{22}$  występujących w modelu multiskalarnym maszyny asynchronicznej. W podsystemie mechanicznym nie występują dodatkowe sprzężenia i nie pojawia się problem stabilności układu regulacji.

Wielkość  $u_{sf2}$  występująca w podsystemie elektromagnetycznym może być interpretowana jako zakłócenie lub jako przekształcona zmienna stanu. W tym drugim przypadku możliwe jest, jak pokazano w rozdziale 8.2.2.3, dokonanie zmiany zmiennych i wyeliminowanie wielkości  $u_{sf2}$  z układu odsprężonego, jeżeli napięcie zasilania ma stałą amplitudę i częstotliwość. Wielkość  $u_{sf2}$  interpretowana jest jako zakłócenie, jeżeli w przebiegu napięcia zasilającego stojan występują nieprzewidywalne przebiegi przejściowe. Zakłócenie to jest określone wzajemnym położeniem oraz amplitudami wektorów strumienia stojana  $\Psi_s$  i napięcia stojana  $u_s$  i może być wyrażone w zależności od kąta  $\rho$  będącego kątem między wektorem napięcia stojana  $u_s$  i wektorem strumienia stojana  $\Psi_s$ .

Równanie różniczkowe dla kąta  $\rho$  przybiera postać

$$\frac{d\rho}{d\tau} = \omega_0 - \omega_{\Psi_s}, \quad (8.107)$$

gdzie  $\omega_0$  jest prędkością kątową wektora napięcia stojana równą pulsacji sieci zasilającej.

Prędkość kątową wektora strumienia skojarzonego stojana  $\omega_{\Psi_s}$  określa poniższe wyrażenie, otrzymane w wyniku prostych przekształceń z równania (6.50) przez przyjęcie układu współrzędnych, w którym składowa wektora strumienia skojarzonego stojana  $\Psi_{sy}$  jest równa zero.

$$\omega_{\Psi_s} = \frac{R_s L_m}{L_s} \frac{z_{12}}{z_{21}} + \frac{u_{sf1}}{z_{21}}, \quad (8.108)$$

lub

$$\omega_{\Psi_s} = \frac{R_s L_m}{L_s} \frac{z_{12}}{z_{21}} + \frac{u_s}{\sqrt{z_{21}}} \sin \rho. \quad (8.109)$$

Biorąc pod uwagę (8.106) – (8.109) można napisać poniższe równania różniczkowe:

$$\frac{d\rho}{d\tau} = \omega_0 - \frac{R_s L_m}{L_s} \frac{z_{12}}{z_{21}} - \frac{u_{sf1}}{\sqrt{z_{21}}} \sin \rho, \quad (8.110)$$

$$\frac{dz_{21}}{d\tau} = -2 \frac{R_s}{L_s} z_{21} + 2 \frac{R_s L_m}{L_s} z_{22} + 2 u_s \sqrt{z_{21}} \cos \rho. \quad (8.111)$$

Jeżeli stabilizowane są tylko zmienne  $z_{12}$  i  $z_{22}$ , to równania (8.110) i (8.111) opisują właściwości dynamiczne pozostałej, niesterowanej części układu.

Części rzeczywiste pierwiastków równania charakterystycznego układu opisanego równaniami (8.110) i (8.111) linearyzowane wokół punktu pracy określone są następująco:

$$\operatorname{Re} \lambda_{1,2} = -\frac{R_s}{L_s}. \quad (8.112)$$

Rzeczywiste części pierwiastków równania charakterystycznego są ujemne i układ (8.110), (8.111) jest stabilny, jednak powstające w nim oscylacje zanikają z małym współczynnikiem tłumienia.

Podobny problem pojawia się w układach ze sterowaniem opartym na metodach wektorowych. W układach sterowania, w których układ współrzędnych związany jest z wektorem napięcia stojana, a składowe prądu wirnika są stabilizowane na wartościach otrzymanych z zależności statycznych, niesterowana część opisana jest następującymi równaniami:

$$\frac{d\psi_{sx}}{d\tau} = -\frac{R_s}{L_s}\psi_{sx} + \frac{R_s L_m}{L_s}i_{rx} + \omega_0\psi_{sy} + u_{sx}, \quad (8.113)$$

$$\frac{d\psi_{sy}}{d\tau} = -\frac{R_s}{L_s}\psi_{sy} + \frac{R_s L_m}{L_s}i_{ry} - \omega_0\psi_{sx}. \quad (8.114)$$

W układzie określonym równaniami (8.113) i (8.114) po szybkiej zmianie składowej wektora prądu wirnika  $i_{rx}$  lub  $i_{ry}$  powstają oscylacje tłumione ze stałą czasową  $\frac{L_s}{R_s}$ .

### 8.3.2. Tłumienie oscylacji w maszynie zasilanej od strony wirnika z falownika napięcia sterowanego prądowo

Słabo tłumione oscylacje amplitudy i kąta położenia strumienia stojana występujące w maszynie zasilanej od strony wirnika z falownika napięcia sterowanego prądowo mogą być tłumione na drodze sterowania od sprzęgającego za pomocą składowych wektora prądu wirnika. Oscylacje strumienia stojana widoczne są w układzie współrzędnych związanym z wektorem napięcia stojana. Jeżeli oscylacje są stłumione, to składowe wektora strumienia stojana są stałe. Podstawą tłumienia oscylacji wektora strumienia stojana jest bezpośrednie oddziaływanie na pochodne jego składowych za pomocą składowych wektora prądu wirnika. Równania różniczkowe (8.113) i (8.114) dla składowych wektora strumienia stojana w wirującym układzie współrzędnych związanym z wektorem napięcia stojana mają, przy uwzględnieniu zależności (6.4) i (6.5), następującą postać:

$$\frac{d\psi_{sx}}{d\tau} = -R_s i_{sx} + \omega_0 (L_s i_{sy} + L_m i_{ry}) + u_{sx}, \quad (8.115)$$

$$\frac{d\psi_{sy}}{d\tau} = -R_s i_{sy} - \omega_0 (L_s i_{sx} + L_m i_{rx}). \quad (8.116)$$

Zadane równania różniczkowe dla odsprężonych składowych strumienia stojana mogą mieć postać:

$$\frac{d\psi_{sx}}{d\tau} = -\frac{1}{T_\psi} \psi_{sx} + u_{\psi x}, \quad (8.117)$$

$$\frac{d\psi_{sy}}{d\tau} = -\frac{1}{T_\psi} \psi_{sy} + u_{\psi y}, \quad (8.118)$$

gdzie  $u_{\psi x}$  i  $u_{\psi y}$  są wielkościami sterującymi.

Sterowanie składowymi strumienia stojana odbywa się w taki sposób, że ich pochodne zmieniają się zgodnie z (8.117) i (8.118). Zadane składowe wektora prądu wirnika, wyznaczone na podstawie równości pochodnych występujących odpowiednio w (8.115) i (8.116) oraz (8.117) i (8.118) mają następującą postać:

$$i_{rx} = \left( \frac{T_\psi^2 + \omega_0^2}{L_m} \right) \left( \left( \frac{R_s T_\psi - L_s}{T_\psi^2} - \omega_0^2 L_s \right) i_{sx} - \omega_0 R_s i_{sy} - \frac{1}{T_\psi} u_{sx} + \frac{1}{T_\psi} u_{\psi x} - \omega_0 u_{\psi y} \right) \quad (8.119)$$

$$i_{ry} = \left( \frac{T_\psi^2 + \omega_0^2}{L_m} \right) \left( -\omega_0 R_s i_{sx} + \left( \frac{R_s T_\psi - L_s}{T_\psi^2} - \omega_0^2 L_s \right) i_{sy} - \omega_0 u_{sx} + \omega_0 u_{\psi x} + \frac{1}{T_\psi} u_{\psi y} \right) \quad (8.120)$$

Wartość stałej czasowej  $T_\psi$  ma wpływ na właściwości nadrzędnego układu regulacji zawierającego regulatory mocy czynnej i biernej, na których wyjściach otrzymywane są sygnały sterujące składowymi wektora strumienia stojana.

### 8.3.3. Tłumienie oscylacji w maszynie zasilanej od strony wirnika z falownika napięcia sterowanego napięciowo

Moce, czynna i bierna, po stronie stojana maszyny dwustronnie zasilanej zależą bezpośrednio od składowych prądu stojana określonych w układzie współrzędnych

zorientowanym względem wektora napięcia stojana. Moce te muszą być sterowane, jeżeli maszyna pracuje jako prądnica dołączona do systemu energetycznego, w którym pracują inne generatory. Możliwe jest w takim przypadku zastąpienie regulatorów mocy układami regulacji składowych wektora prądu stojana, na które bezpośrednio oddziałują składowe wektora napięcia wirnika, występujące w poniższych równaniach różniczkowych, otrzymanych z uwzględnieniem zależności dla prądów i strumieni maszyny asynchronicznej:

$$\frac{di_{sx}}{d\tau} = \frac{1}{w_{\sigma}} \left( -r_s L_r i_{sx} + r_r L_m i_{rx} + i_{sy} \left( \omega_a w_{\sigma} + \omega_r L_m^2 \right) + \omega_r L_r L_m i_{ry} + L_r u_{sx} - L_m u_{rx} \right) \quad (8.121)$$

$$\frac{di_{sy}}{d\tau} = \frac{1}{w_{\sigma}} \left( -r_s L_r i_{sy} + r_r L_m i_{ry} - i_{sx} \left( \omega_a w_{\sigma} + \omega_r L_m^2 \right) - \omega_r L_r L_m i_{rx} + L_r u_{sy} - L_m u_{ry} \right) \quad (8.122)$$

Przyjęcie układu współrzędnych, którego oś x pokrywa się z wektorem napięcia stojana prowadzi do warunku

$$u_{sy} = 0. \quad (8.123)$$

Składowe wektora prądu stojana w przyjętym układzie współrzędnych powinny zmieniać się zgodnie z zadanymi równaniami różniczkowymi, które mogą mieć następującą postać:

$$\frac{di_{sx}}{d\tau} = \frac{1}{T_{di}} (-i_{sx} + i_{sxx}), \quad (8.124)$$

$$\frac{di_{sy}}{d\tau} = \frac{1}{T_{di}} (-i_{sy} + i_{syz}). \quad (8.125)$$

Warunek równości pochodnych występujących w równaniach (8.121 i (8.124) oraz (8.122 i (8.125) umożliwia wyznaczenie składowych wektora napięcia wirnika w postaci:

$$u_{rx} = \frac{w_{\sigma} - r_s L_r T_{di}}{L_m T_{di}} i_{sx} - \frac{w_{\sigma}}{L_m T_{di}} i_{sxx} + r_r i_{rx} + \frac{\omega_a w_{\sigma} + \omega_r L_m^2}{L_m} i_{sy} + \omega_r L_r i_{ry} + \frac{L_r}{L_m} u_{sx} \quad (8.126)$$

$$u_{ry} = \frac{w_{\sigma} - r_s L_r T_{di}}{L_m T_{di}} i_{sy} - \frac{w_{\sigma}}{L_m T_{di}} i_{syz} + r_r i_{ry} - \frac{\omega_a w_{\sigma} + \omega_r L_m^2}{L_m} i_{sx} - \omega_r L_r i_{rx} + \frac{L_r}{L_m} u_{sy} \quad (8.127)$$

Zastosowanie sterowania w postaci (8.126) i (8.127) teoretycznie powinno umożliwiać szybkie zmiany składowych prądu stojana, jednak nie eliminuje oscylacji strumienia stojana i układ regulacji staje się niestabilny. Stabilizację układu zapewnia dodanie dodatkowych składników w postaci:

$$s_x = \psi_{rxz} - \psi_{rx}, \quad (8.128)$$

$$s_y = \psi_{ryz} - \psi_{ry}. \quad (8.129)$$

Wartości zadane dla składowych wektora strumienia wirnika obliczone są z równań stanu ustalonego i mogą mieć stałe wartości dla różnych punktów pracy. Jeżeli do regulacji składowych wektora prądu stojana będą zastosowane regulatory typu PI, to niewielkie błędy w określeniu zadanych składowych wektora strumienia wirnika nie mają znaczenia.

Wartości zadane składowych wektora prądu stojana otrzymywane są z sygnałów na wyjściach regulatorów mocy czynnej i biernej, można zatem oznaczyć:



$$v_x = -\frac{w_\sigma}{L_m T_{di}} i_{sxz} \quad (8.130)$$

$$v_y = -\frac{w_\sigma}{L_m T_{di}} i_{syz} \quad (8.131)$$

Równania (8.126) i (8.127) przy powyższych oznaczeniach i uwzględnieniu (8.123) przybierają postać:

$$u_{rx} = \frac{w_\sigma - r_s L_r T_{di}}{L_m T_{di}} i_{sx} + r_r i_{rx} + \frac{\omega_a w_\sigma + \omega_r L_m^2}{L_m} i_{sy} + \omega_r L_r i_{ry} + \frac{L_r}{L_m} u_{sx} + s_x + v_x \quad (8.132)$$

$$u_{ry} = \frac{w_{\sigma i} - r_s L_r T_{di}}{L_m T_{di}} i_{sy} + r_r i_{ry} - \frac{\omega_a w_\sigma + \omega_r L_m^2}{L_m} i_{sx} - \omega_r L_r i_{rx} + s_y + v_y \quad (8.133)$$

Sterowania (8.132) i (8.133) zapewniają odsprężenie układu sterowania maszyną dwustronnie zasilaną i tłumienie oscylacji strumienia.

## 9. Układy regulacji maszyn asynchronicznych z pętlą synchronizacji fazowej

### 9.1. Synchronizacja fazowa w układach trójfazowych

Zagadnieniem znanym w radiotechnice jest synchronizacja generatora odbiornika z generatorem nadajnika. Tworzony jest w tym celu układ regulacji, w którym wielkością regulowaną jest różnica faz sygnałów generatorów, wzorcowego i dostrajanego. Istotnym elementem struktury układu synchronizacji fazowej jest integrator, którego wielkością wejściową jest częstotliwość generatora odbiornika, a wyjściową kąt fazowy, narastający i cyklicznie co  $2\pi$  sprowadzany do zera. Do bezpośredniego pomiaru dostępny jest w układzie regulacji zarówno sygnał wyjściowy generatora wzorcowego jak i sygnał wyjściowy generatora nastrajanego. Synchronizowane sygnały mogą być sinusoidalne, prostokątne lub inne. Struktura układu regulacji zależy od sposobu pomiaru różnicy faz synchronizowanych sygnałów.

Jednofazowe generatory sygnałów sinusoidalnych mogą być synchronizowane w układzie przedstawionym na rys. 9.1, gdzie sinus kąta przesunięcia fazowego otrzymywany jest w rezultacie mnożenia sygnałów sinusoidalnych określonych następująco:

$$S_n = A_n \sin(\omega_n t), \quad (9.1)$$

$$S_o = A_o \sin(\omega_o t + \varphi), \quad (9.2)$$

gdzie  $S_n, S_o$  są sygnałami nadajnika i odbiornika,  $A_n, A_o$  są amplitudami sygnałów nadajnika i odbiornika,  $\omega_n, \omega_o$  są częstotliwościami nadajnika i odbiornika, a  $\varphi$  jest kątem przesunięcia fazowego sygnału odbiornika.

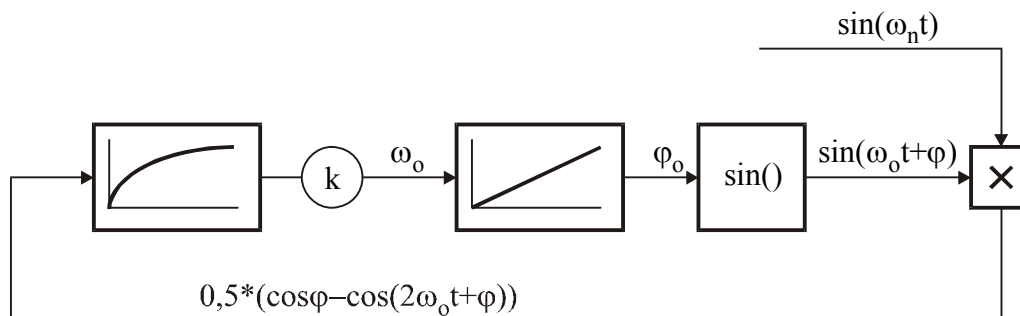
Iloczyn sygnałów nadajnika i odbiornika ma następującą postać:

$$I = A_n A_o \sin(\omega_n t) \sin(\omega_o t + \varphi) \quad (9.3)$$

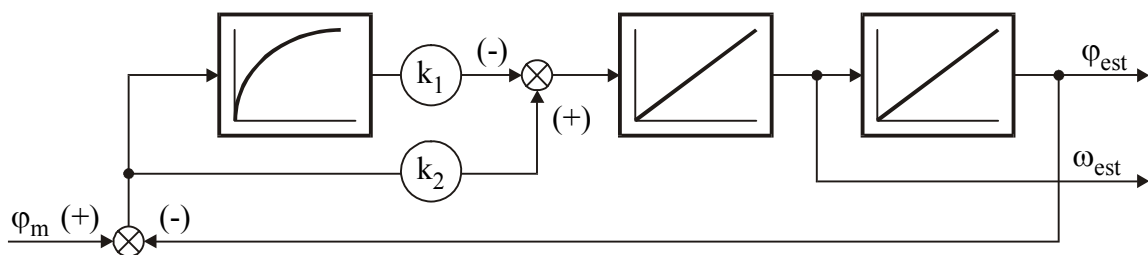
lub, zakładając, że różnica synchronizowanych częstotliwości jest pomijalna

$$I = 0,5 A_n A_o (\cos(\varphi) - \cos(2\omega_o t + \varphi)). \quad (9.4)$$

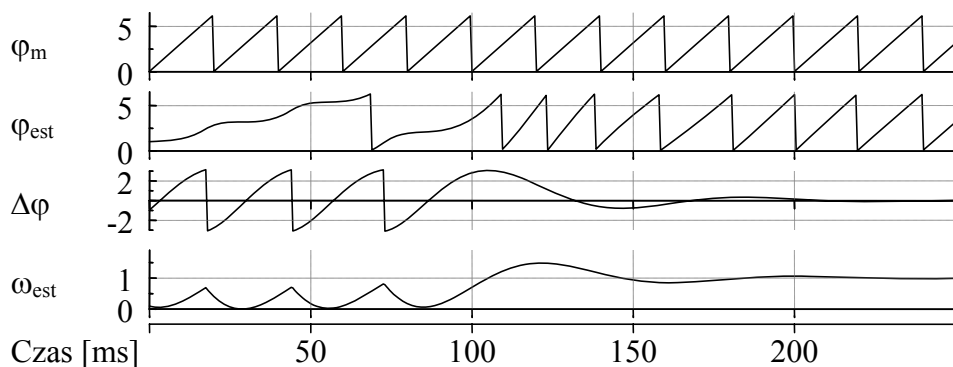
Zastosowanie filtra dolnoprzepustowego do sygnału  $I$  umożliwia otrzymanie sygnału  $I_f$ , zawierającego funkcję cosinus kąta  $\varphi$ . Jak pokazano na rys. 9.1 wzmocnienie sygnału wyjściowego filtra dolnoprzepustowego prowadzi do otrzymania częstotliwości generatora dostrajanego, która w rezultacie całkowania przekształcana jest na kąt fazowy, a następnie na sygnał sinusoidalny. Właściwości układu mogą być zmieniane przez dodawanie dodatkowych elementów. Filtr dolnoprzepustowy, konieczny do odfiltrowania sygnału o podwójnej częstotliwości będącego rezultatem mnożenia przebiegów sinusoidalnych, wpływa w istotny sposób na właściwości dynamiczne układu regulacji, jednak zastosowanie elementu mnożącego sygnały do detekcji fazy jest rozwiązaniem prostym w realizacji za pomocą techniki analogowej. W układach cyfrowych możliwe jest okresowe próbkowanie



Rys. 9.1. Schemat jednofazowego układu synchronizacji fazowej



Rys. 9.2. Schemat pętli synchronizacji fazowej realizowany w układzie trójfazowym



Rys. 9.3. Przebiegi podczas synchronizacji układu z rys. 9.2

synchronizowanych sygnałów i wyznaczenie kąta przesunięcia fazowego pomiędzy synchronizowanymi sygnałami przy wykorzystaniu zależności trygonometrycznych.

Układ synchronizacji fazowej przedstawiony na rys. 9.1 zawiera regulator kąta typu P w postaci wzmacniacza  $k$ , którego wielkość wyjściowa jest częstotliwością generatora dostrajanego. Utworzony w ten sposób obwód regulacji nazywany jest *pętlą synchronizacji fazowej*. Istnieje wiele odmian i zastosowań pętli synchronizacji fazowej, między innymi generowanie sygnałów o zwielokrotnionej częstotliwości. Stosowane są również regulatory PI zapewniające zerowy błąd kąta w stanie ustalonym.

Synchronizacja generatorów wielkości trójfazowych może być zrealizowana na zasadzie zbliżonej do synchronizacji wielkości jednofazowych. Pomiar kąta przesunięcia fazowego pomiędzy sygnałami generatorów jest prosty, zwłaszcza z wykorzystaniem pojęcia wektora przestrzennego. Trójfazowe wielkości wyjściowe generatorów po przekształceniu do układu ortogonalnego tworzą wektory przestrzenne określone w tym samym układzie współrzędnych. Przesunięcie fazowe pomiędzy generatorami wyznaczone jest na podstawie kąta pomiędzy wektorami przestrzennymi.

Kąt pomiędzy wektorami przestrzennymi może być wyznaczony na podstawie jego funkcji trygonometrycznych, które określone są na podstawie wektorowego i skalarnego iloczynu wektorów w następujący sposób:

$$\sin \varphi = \frac{a_x b_y - a_y b_x}{ab}, \quad (9.5)$$

$$\cos \varphi = \frac{a_x b_x + a_y b_y}{ab}, \quad (9.6)$$

gdzie  $a$ ,  $b$  są amplitudami,  $a_x, a_y, b_x, b_y$  składowymi wektorów  $\mathbf{a}$  i  $\mathbf{b}$  określonymi w układzie współrzędnych  $xy$ , a  $\varphi$  jest kątem pomiędzy wektorami  $\mathbf{a}$  i  $\mathbf{b}$ .

Układ synchronizacji generatorów trójfazowych pokazano na rys. 9.2. Pomiar kąta przesunięcia fazowego odbywa się bez opóźnień i nie wpływa na dynamikę układu. Umożliwia to zastosowanie równoległego połączenia elementu inercyjnego i proporcjonalnego, co tworzy rzeczywisty element różniczkujący kompensujący działanie dynamiczne szeregowo włączonego członu całkującego. Przyjęcie współczynnika  $k_2$  o wartości większej niż  $k_1$  zapewnia zerowy błąd kąta w stanie ustalonym. Przebiegi przejściowe podczas synchronizacji układu z rys. 9.2 pokazano na rys. 9.3.

Układ synchronizacji z rys. 9.2 może być wykorzystany do filtracji napięcia sieci zasilającej lub do estymacji prędkości kątowej wirnika maszyny dwustronnie zasilanej w układzie z odtwarzanym położeniem wirnika.

Charakterystyczną cechą układu synchronizacji fazowej jest istnienie integratora, na wejściu którego jest częstotliwość, a na wyjściu kąt fazowy synchronizowanej wielkości. Zbliżona struktura występuje w układach regulacji kąta w maszynach asynchronicznych. Stosuje się w tych układach regulator PI, na wyjściu którego pojawia się prędkość kątowa wirowania wektora przestrzennego. Po scałkowaniu prędkości kątowej w układzie regulacji powstaje kąt położenia wektora, będący wyjściem trójfazowego generatora. Nastawy regulatora dobierane są w zależności od właściwości dynamicznych obiektu, który znajduje się pomiędzy wyjściem sterowanego generatora trójfazowego a układem pomiaru kąta pomiędzy wektorami. W układach sterowania maszynami asynchronicznymi można określić wektor o stałej lub wolnozmienniej częstotliwości i synchronizować wektorową wielkość wymuszającą za pomocą regulatora kąta. Otrzymuje się w ten sposób układy regulacji o właściwościach pętli synchronizacji fazowej.

## 9.2. Układ regulacji silnika klatkowego z pętlą synchronizacji fazowej

Wektory przestrzenne określające stan silnika klatkowego wirują w stanie ustalonym ze stałą prędkością kątową. Zmiany prędkości kątowej poszczególnych wektorów są różne w stanach przejściowych. Najwolniej zmienia się prędkość kątowa wektora strumienia wirnika  $\omega_{\psi_r}$ , określona następująco:

$$\omega_{\psi_r} = \omega_r + \frac{R_r L_m}{L_r} \frac{x_{12}}{x_{21}}. \quad (9.7)$$

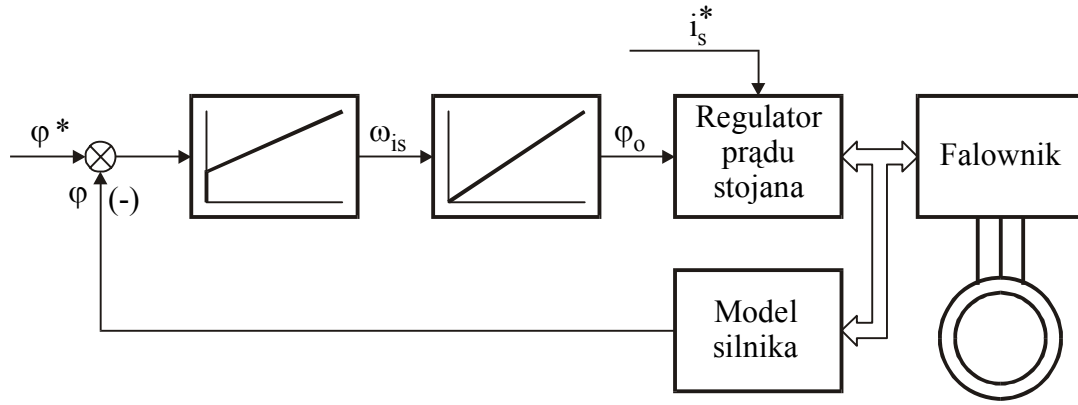
Wyrażenie (9.7) otrzymuje się z równań różniczkowych dla składowych wektora strumienia wirnika przyjmując układ współrzędnych, którego oś x ma kierunek wektora strumienia wirnika. Równanie różniczkowe dla składowej strumienia wirnika w osi y staje się równaniem algebraicznym, z którego po prostych przekształceniach otrzymuje się (9.7). W podobny sposób, przyjmując odpowiedni układ współrzędnych, otrzymuje się wyrażenie określające prędkość kątową wirowania wektora prądu stojana  $\omega_{i_s}$ :

$$\omega_{i_s} = \frac{1}{w_{\sigma} i_s^2} \left( \frac{R_r L_m}{L_r} x_{12} + \omega_r L_m x_{22} + L_r q \right), \quad (9.8)$$

gdzie  $q$  jest mocą bierną na zaciskach stojana.

Moc bierna jest iloczynem wektorowym wektora napięcia i wektora prądu stojana. Wektor napięcia może zmieniać się skokowo, co prowadzi do skokowych zmian prędkości kątowej prądu stojana. Podobnie szybko zmienia się prędkość kątowa wektora strumienia stojana, gdyż w prawych stronach równań różniczkowych dla składowych tych wektorów występują składowe wektora napięcia stojana.

Na podstawie powyższych rozważań można określić wirujący wektor strumienia wirnika jako wiodący i synchronizować z nim wektor prądu stojana przy zadanym kącie. Powstaje struktura pokazana na rys. 9.4. Właściwości dynamiczne układu regulacji kąta



Rys. 9.4. Układ regulacji silnika asynchronicznego z pętlą synchronizacji fazowej

między wektorem strumienia wirnika i wektorem prądu stojana określone są dynamiką obiektu regulacji oraz nastawami regulatora. Obiektem jest maszyna asynchroniczna opisana równaniami różniczkowymi otrzymanymi z (6.101) i 6.102) po przyjęciu jako zmiennych stanu amplitudy wektora strumienia wirnika  $\psi_r$  i kąta  $\varphi$  pomiędzy wektorem strumienia wirnika a wektorem prądu stojana, a jako zmiennych wejściowych amplitudy i prędkości kątowej wektora prądu stojana,  $i_s$  i  $\omega_i$ :

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = -\frac{R_r L_m}{L_r} i_s \sin \varphi - (\omega_i - \omega_r) \psi_r, \quad (9.9)$$

$$\frac{d\psi_r}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} \psi_r + \frac{R_r L_m}{L_r} i_s \cos \varphi. \quad (9.10)$$

Równania (9.9) i (9.10) są nieliniowe i wymagają analizy przed zastosowaniem do syntezy układu regulacji. Ponieważ amplituda prądu stojana jest zawsze dodatnia, to również funkcja kosinus kąta  $\varphi$  powinna być dodatnia, gdyż w przeciwnych wypadku pojawia się dodatnie sprzężenie zwrotne i układ regulacji strumienia wirnika staje się niestabilny. Konieczne zatem jest wprowadzenie poniższego ograniczenia na kąt  $\varphi$ , obowiązującego również w stanach przejściowych:

$$-\frac{\pi}{2} + \rho < \varphi < \frac{\pi}{2} - \rho, \quad (9.11)$$

gdzie  $\rho$  jest zapasem bezpieczeństwa.

Powyższe ograniczenie umożliwia wprowadzenie nowej zmiennej sterującej, będącej wartością zadaną amplitudy strumienia wirnika:

$$\psi_r^* = L_m i_s \cos \varphi. \quad (9.12)$$

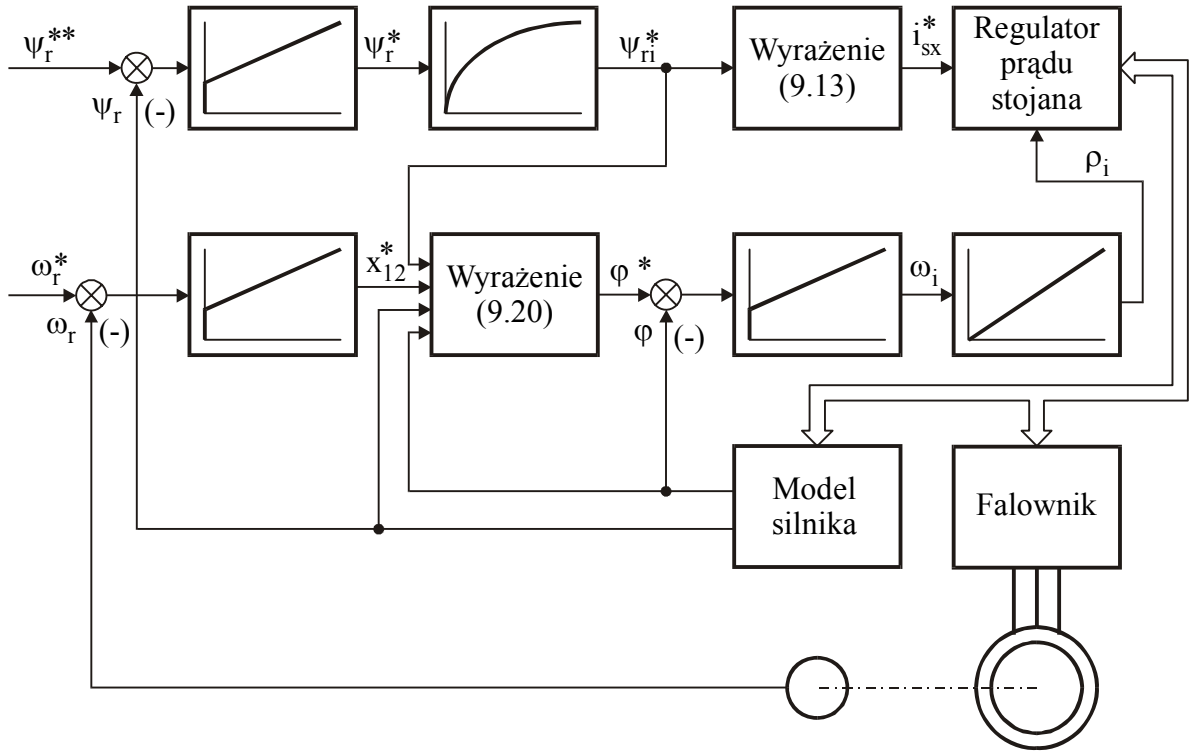
Zadana wartość amplitudy prądu stojana określona jest następująco:

$$i_s^* = \frac{\psi_r^*}{L_m \cos \varphi}. \quad (9.13)$$

Równanie (9.9) przyjmuje w wyniku zastosowania sterowania (9.13) następującą postać:

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = -\frac{R_r}{L_r} \frac{\psi_r^*}{\cos \varphi} \sin \varphi - (\omega_i - \omega_r) \psi_r. \quad (9.14)$$

Równanie (9.14) określa dynamikę zmian kąta  $\varphi$  pomiędzy wektorami strumienia wirnika i prądu stojana. Bezpośrednie zastosowanie do maszyny opisanej równaniem (9.14)



Rys. 9.5. Układ regulacji silnika asynchronicznego z pętlą synchronizacji fazowej i nieliniowymi sprzężeniami zwrotnymi

układu regulacji kąta  $\varphi$  prowadzi do nieliniowej struktury o właściwościach zależnych od punktu pracy. Poprawę właściwości układu otrzymuje się w rezultacie zastosowania nieliniowych sprzężeń zwrotnych o strukturze określonej poniżej.

Przyjmując zadane równanie różniczkowe dla kąta  $\varphi$  w postaci:

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{1}{T_\varphi} (-\varphi + \varphi^*), \quad (9.15)$$

zadaną prędkość kątową wektora prądu stojana można określić następująco:

$$\omega_i = \omega_r - \frac{R_r}{L_r} \frac{\psi_r^*}{\psi_r} \operatorname{tg} \varphi + \frac{1}{\psi_r T_\varphi} (\varphi - \varphi^*). \quad (9.16)$$

Zastosowanie nieliniowych sterowań (9.13) i (9.16) prowadzi do następujących równań określających właściwości dynamiczne układu regulacji z synchronizacją fazową kąta wektora prądu stojana z kątem wektora strumienia wirnika:

$$\frac{d\psi_r}{d\tau} = \frac{R_r}{L_r} (-\psi_r + \psi_r^*), \quad (9.17)$$

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{1}{T_\varphi} (-\varphi + \varphi^*). \quad (9.18)$$

Układ regulacji silnika asynchronicznego ze sterowaniami (9.13) i (9.16) przedstawiono na rys. 9.5. Zastosowano regulator prędkości, na którego wyjściu pojawia się zadana wartość zmiennej  $x_{12}$ , i regulator strumienia, na którego wyjściu pojawia się wartość zadana strumienia wirnika dla obliczenia amplitudy prądu stojana. Zadana amplituda prądu stojana nie powinna zmieniać się skokowo, gdyż jest to wielkość bezpośrednio sterująca falownikiem, wobec czego do wyjścia regulatora strumienia dołączony jest człon inercyjny,

którego wielkość wyjściowa  $\psi_{ri}^*$  może być wykorzystana w zależności (9.13). Zadana wartość kąta można wyznaczyć z zależności:

$$\varphi^* = \arcsin\left(\frac{x_{12}^*}{\psi_r i_s^*}\right) \quad (9.19)$$

lub, biorąc pod uwagę (9.13),

$$\varphi^* = \arcsin\left(\frac{L_m x_{12}^* \cos \varphi}{\psi_r \psi_{ri}^*}\right). \quad (9.20)$$

Odpowiednie ograniczenie wielkości wyjściowych regulatorów w układzie z rys. 9.5 umożliwia ograniczanie zadanych wartości amplitudy prądu stojana i kąta położenia wektora strumienia wirnika.

### 9.3. Układ regulacji maszyny dwustronnie zasilanej z pętlą synchronizacji fazowej

Maszyna dwustronnie zasilana może być rozważana jako układ, w którym występuje synchronizacja wektora prądu generowanego w wirniku z wektorem napięcia stojana. Częstotliwość napięcia stojana jest stała w układzie z maszyną dwustronnie zasilaną pracującą jako prądnica włączona do sieci prądu przemiennego, a wielkościami zadanymi są moce, czynna i bierna, generowane do sieci. Synchronizacja następuje przy kącie pomiędzy wektorem prądu stojana a wektorem napięcia stojana wynikającym z zadanej mocy czynnej i biernej. Drugą wielkością regulowaną w układzie z podporządkowaną pętlą jest amplituda prądu stojana.

Kąt pomiędzy wektorem prądu stojana a wektorem napięcia stojana  $\varphi_{i_s u_s}$  może być określony w następujący sposób:

$$\varphi_{i_s u_s} = \varphi_{i_s i_r} - \varphi_{u_s i_r}, \quad (9.21)$$

gdzie  $\varphi_{i_s i_r}$  jest kątem pomiędzy wektorem prądu stojana a wektorem prądu wirnika, a  $\varphi_{u_s i_r}$  jest kątem pomiędzy wektorem napięcia stojana a wektorem prądu wirnika.

Biorąc pod uwagę, że

$$\varphi_{u_s i_r} = \varphi_{u_s} - \varphi_{i_r}, \quad (9.22)$$

gdzie  $\varphi_{u_s}$  jest kątem położenia wektora napięcia stojana, a  $\varphi_{i_r}$  jest kątem położenia wektora prądu wirnika w układzie współrzędnych nieruchomym względem stojana, pochodną kąta  $\varphi_{i_s u_s}$  można określić następująco:

$$\frac{d\varphi_{i_s u_s}}{d\tau} = \frac{d\varphi_{i_s i_r}}{d\tau} - \omega_{u_s} + \omega_{i_r}. \quad (9.23)$$

Pochodną kąta  $\varphi_{i_s i_r}$  można określić po przekształceniu równań maszyny dwustronnie zasilanej zapisanych w układzie współrzędnych związanym z wektorem prądu wirnika. Równania te przebijają postać:

$$\frac{di_{sx}}{d\tau} = -\frac{R_s L_r}{w_\sigma} i_{sx} + \frac{L_m R_r}{w_\sigma} i_{rx} + \omega_{i_r} i_{sy} + \frac{L_m^2}{w_\sigma} \omega_r i_{sy} + \frac{L_r}{w_\sigma} u_{sx} - \frac{L_m}{w_\sigma} u_{rx}, \quad (9.24)$$

$$\frac{di_{sy}}{d\tau} = -\frac{R_s L_r}{w_\sigma} i_{sy} - \omega_{i_r} i_{sx} - \frac{L_m L_r}{w_\sigma} \omega_r i_{rx} - \frac{L_m^2}{w_\sigma} \omega_r i_{sx} + \frac{L_r}{w_\sigma} u_{sy} - \frac{L_m}{w_\sigma} u_{ry}, \quad (9.25)$$

$$\frac{di_{rx}}{d\tau} = -\frac{L_s R_r}{w_\sigma} i_{rx} + \frac{R_s L_m}{w_\sigma} i_{sx} - \frac{L_s L_m}{w_\sigma} \omega_r i_{sy} - \frac{L_m^2}{w_\sigma} \omega_r i_{ry} + \frac{L_s}{w_\sigma} u_{rx} - \frac{L_m}{w_\sigma} u_{sx}, \quad (9.26)$$

$$0 = \frac{R_s L_m}{w_\sigma} i_{sy} - (\omega_{i_r} - \omega_r) i_{rx} + \frac{L_s L_m}{w_\sigma} \omega_r i_{sx} + \frac{L_m^2}{w_\sigma} \omega_r i_{rx} + \frac{L_s}{w_\sigma} u_{ry} - \frac{L_m}{w_\sigma} u_{sy}, \quad (9.27)$$

gdzie składowa prądu wirnika  $i_{rx}$  jest równa jego amplitudzie, natomiast składowa prądu wirnika w osi y jest równa zeru.

Równania (9.26) i (9.27) obowiązują również dla maszyny dwustronnie zasilanej z wymuszonym prądem wirnika. Mogą być one wykorzystane do wyeliminowania składowych wektora napięcia wirnika z równań (9.24) i (9.25). Wyznaczając składowe wektora napięcia wirnika z równań (9.26) i (9.27) i wstawiając je do równań (9.24) i (9.25) otrzymuje się:



$$\frac{di_{sx}}{d\tau} = -\frac{R_s}{L_s} i_{sx} + \omega_{i_r} i_{sy} + u_{sx} - \frac{L_m}{L_s} \frac{di_{rx}}{d\tau}, \quad (9.28)$$

$$\frac{di_{sy}}{d\tau} = -\frac{R_s}{L_s} i_{sy} - \omega_{i_r} i_{sx} + u_{sy} - \frac{L_m}{L_s} (\omega_{i_r} - \omega_r) i_{rx}. \quad (9.29)$$

Korzystając z zależności:

$$\frac{di_{sx}}{d\tau} = \cos \varphi_{i_s i_r} \frac{di_s}{d\tau} - i_s \sin \varphi_{i_s i_r} \frac{d\varphi_{i_s i_r}}{d\tau}, \quad (9.30)$$

$$\frac{di_{sy}}{d\tau} = \sin \varphi_{i_s i_r} \frac{di_s}{d\tau} + i_s \cos \varphi_{i_s i_r} \frac{d\varphi_{i_s i_r}}{d\tau}, \quad (9.31)$$

otrzymuje się następujące równania różniczkowe;

$$\frac{di_s}{d\tau} = -\frac{R_s}{L_s} i_s + u_s - \frac{L_m}{L_s} \frac{di_{rx}}{d\tau} \cos \varphi_{i_s i_r} - \frac{L_m}{L_s} (\omega_{i_r} - \omega_r) i_{rx} \sin \varphi_{i_s i_r}, \quad (9.32)$$

$$\frac{d\varphi_{i_s i_r}}{d\tau} = -\omega_{i_r} + \frac{1}{i_s} \left( -\frac{L_m}{L_s} (\omega_{i_r} - \omega_r) i_{rx} \cos \varphi_{i_s i_r} + \frac{L_m}{L_s} \frac{di_{rx}}{d\tau} \sin \varphi_{i_s i_r} \right). \quad (9.33)$$

Biorąc pod uwagę (9.33) i (9.23) otrzymuje się:

$$\frac{d\varphi_{i_s u_s}}{d\tau} = \frac{1}{i_s} \left( -\frac{L_m}{L_s} (\omega_{i_r} - \omega_r) i_{rx} \cos \varphi_{i_s i_r} + \frac{L_m}{L_s} \frac{di_{rx}}{d\tau} \sin \varphi_{i_s i_r} \right) - \omega_{u_s}. \quad (9.34)$$

Jeżeli na wejściu układu sterowania prądem wirnika zostanie umieszczony człon inercyjny, to obowiązywać będzie równanie:

$$\frac{di_{rx}}{d\tau} = \frac{1}{T_{ir}} (-i_{rx} + i_{rx}^*). \quad (9.35)$$

Równania (9.32) i (9.34) przybiorą z uwzględnieniem (9.35) postać:

$$\frac{di_s}{d\tau} = -\frac{R_s}{L_s} i_s + u_s - \frac{L_m}{L_s} \frac{1}{T_{ir}} (-i_{rx} + i_{rx}^*) \cos \varphi_{i_s i_r} - \frac{L_m}{L_s} (\omega_{i_r} - \omega_r) i_{rx} \sin \varphi_{i_s i_r}, \quad (9.36)$$

$$\frac{d\varphi_{i_s u_s}}{d\tau} = \frac{1}{i_s} \left( -\frac{L_m}{L_s} (\omega_{i_r} - \omega_r) i_{rx} \cos \varphi_{i_s i_r} + \frac{L_m}{L_s} \frac{1}{T_{ir}} (-i_{rx} + i_{rx}^*) \sin \varphi_{i_s i_r} \right) - \omega_{u_s}. \quad (9.37)$$

Zadane równania różniczkowe dla amplitudy wektora prądu stojana i kąta pomiędzy wektorem prądu stojana a wektorem napięcia stojana można przyjąć w następującej postaci:

$$\frac{di_s}{d\tau} = \frac{1}{T_{is}} (-i_s + i_s^*), \quad (9.38)$$

$$\frac{d\varphi_{i_s u_s}}{d\tau} = \frac{1}{T_{\varphi i u}} (-\varphi_{i_s u_s} + \varphi_{i_s u_s}^*). \quad (9.39)$$

Przyrównując prawe strony równań (9.36) i (9.38) oraz (9.37) i (9.39) otrzymuje się dwa równania algebraiczne, których rozwiązanie umożliwia określenie nieliniowych sprzężeń zwrotnych w postaci:

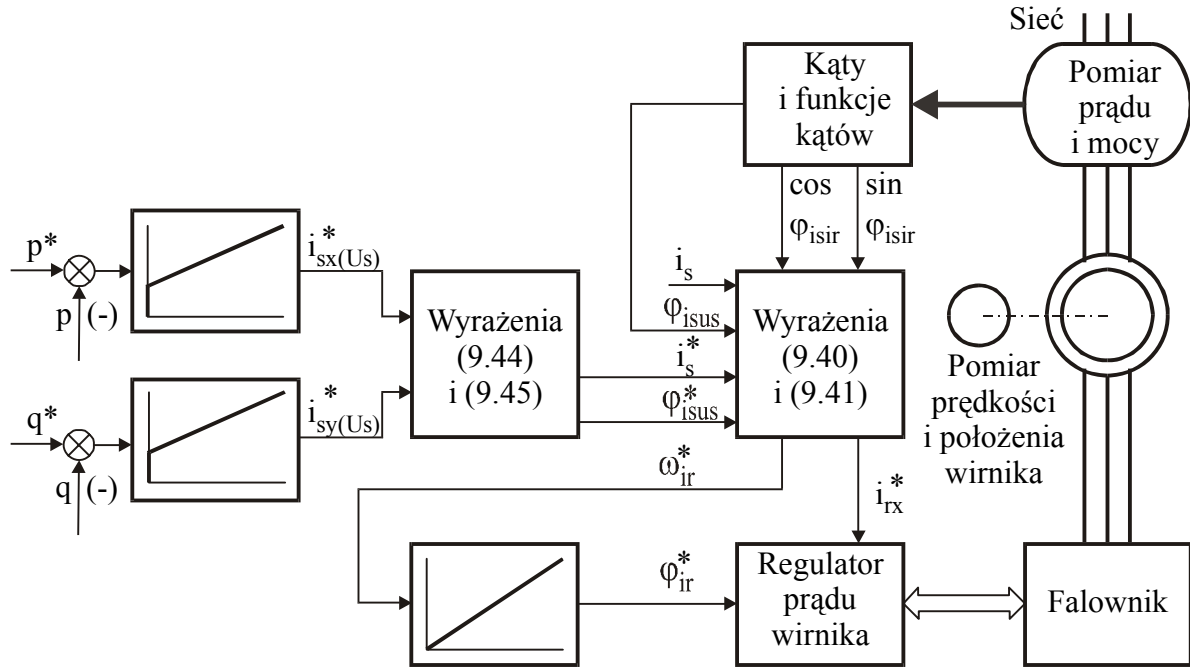
$$i_{rx}^* = T_{ir} U \cos \varphi_{i_s i_r} - T_{ir} \Omega \sin \varphi_{i_s i_r} + i_{rx}, \quad (9.40)$$

$$\omega_{i_r}^* = \frac{1}{i_{rx}} U \sin \varphi_{i_s i_r} + \frac{1}{i_{rx}} \Omega \cos \varphi_{i_s i_r} + \omega_r, \quad (9.41)$$

gdzie

$$U = \frac{L_s}{L_m} \left( -\frac{1}{T_{is}} (-i_s + i_s^*) - \frac{R_s}{L_s} i_s + u_s \right), \quad (9.42)$$

$$\Omega = -\frac{L_s}{L_m} \left( \frac{i_s}{T_{\phi i u}} (-\phi_{i_s u_s} + \phi_{i_s u_s}^*) + i_s \omega_{u_s} \right). \quad (9.43)$$



Rys. 9.6. Uproszczony schemat układu regulacji maszyny dwustronnie zasilanej z pętlą synchronizacji fazowej

Uproszczony układ regulacji maszyny dwustronnie zasilanej pracującej jako prądnica na sieć prądu przemiennego pokazano na rys. 9.6, gdzie pominięto część sygnałów wejściowych do bloku obliczeń wyrażeń (9.40) i (9.41). Moc czynna i bierna regulowana jest za pomocą regulatorów, przy czym na wyjściu regulatora mocy czynnej występuje zadana wartość składowej czynnej prądu stojana, a na wyjściu regulatora mocy biernej występuje zadana wartość składowej biernej prądu stojana, określonych w układzie współrzędnych związanym z wektorem napięcia stojana. Zadane wartości amplitudy i kąta położenia wektora prądu stojana można określić następująco:

$$i_s^* = \sqrt{i_{sx}^{*2} + i_{sy}^{*2}}, \quad (9.44)$$

$$\phi_{i_s u_s}^* = \arctg \left( \frac{i_{sx}^*}{i_{sy}^*} \right). \quad (9.45)$$

Układ regulacji pokazany na rys. 9.6 powinien zawierać ograniczenia niezbędne do prawidłowego działania.

Pętla synchronizacji fazowej zawiera regulator kąta, typu P, pomiędzy wektorem prądu stojana a wektorem prądu wirnika określonych w tym samym układzie współrzędnych. Na wyjściu regulatora pojawia się sygnał prędkości kątowej wirowania wektora prądu wirnika. Pomiędzy regulatorem kąta a integratorem znajduje się struktura nieliniowego odsprężenia, co znacznie komplikuje układ synchronizacji fazowej.

## 10. Estymacja niemierzalnych zmiennych stanu maszyny asynchronicznej w systemach z procesorami sygnałowymi

### 10.1. Odtwarzanie strumienia wirnika maszyny asynchronicznej klatkowej w obserwatorze Luenbergera

Metody syntezy układów sterowania zapewniające wysoką jakość procesów przejściowych wymagają pełnej dostępności zmiennych elektromagnetycznych występujących w przyjętym modelu matematycznym maszyny asynchronicznej klatkowej. Bezpośredni pomiar strumienia w szczelinie powietrznej maszyny nie jest w tym celu stosowany ze względu na trudności związane z instalowaniem odpowiednich czujników. Do wyznaczania chwilowych wartości zmiennych stosuje się metody pośrednie, z odtwarzaniem wektora strumienia wirnika z modelu matematycznego, z wykorzystaniem obserwatora zmiennych stanu lub filtru Kalmana. Metody te są czułe na błędy określenia parametrów silnika, zwłaszcza rezystancji wirnika, która zmienia się nawet o 50% pod wpływem temperatury i zjawiska naskórkowości.

Dodanie wzmocnionych błędów odtwarzanych zmiennych lub ich funkcji do odpowiednich wejść przekształca model maszyny klatkowej w obserwator zmiennych stanu. Podstawowa struktura obserwatora zostanie przedstawiona przy założeniu, że parametry maszyny są znane lub określane poza działaniem algorytmu odtwarzania zmiennych stanu. Obserwator w podstawowej, pełnej wersji, odtwarza składowe wektora strumienia wirnika i wektora prądu stojana. Założono, że prędkość kątowna wirnika i składowe wektora prądu stojana są mierzone.

Znacznie mniejsze czasy trwania procesów przejściowych dla zmiennych elektromagnetycznych niż dla prędkości kątowej wirnika umożliwiają oddzielenie rozpatrywania dynamiki układu elektromagnetycznego od przebiegów przejściowych zmiennych mechanicznych. Prowadzi to założenia, że w krótkim przedziale czasu prędkość kątowa wirnika jest stała.

Równanie stanu i równanie wyjścia elektromagnetycznej części modelu maszyny asynchronicznej mogą być zapisane w następującej postaci ogólnej:

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{A}(\omega_r)\mathbf{x}(\tau) + \mathbf{B}\mathbf{u}(\tau), \quad (10.1)$$

$$\mathbf{y}(\tau) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\tau), \quad (10.2)$$

$$\text{gdzie } \mathbf{x}(\tau) = [x_1(\tau) \ x_2(\tau) \ x_3(\tau) \ x_4(\tau)]^T = [i_{s\alpha}(\tau) \ i_{s\beta}(\tau) \ \psi_{r\alpha}(\tau) \ \psi_{r\beta}(\tau)]^T, \quad (10.3)$$

jest wektorem stanu,

$$\mathbf{u}(\tau) = [u_1(\tau) \ u_2(\tau)]^T = [u_{s\alpha}(\tau) \ u_{s\beta}(\tau)]^T, \quad (10.4)$$

jest wektorem wielkości sterujących.

$$\text{Macierz stanu ma postać: } \mathbf{A}(\omega_r) = [a_{jk}], \quad j, k = 1, 2, 3, 4, \quad (10.5)$$

gdzie elementami są:

$$a_{11} = a_{22} = -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{w_\sigma L_r}; \quad a_{12} = a_{21} = 0;$$

$$a_{13} = a_{24} = \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma}; \quad a_{14} = \frac{L_m}{w_\sigma} \omega_r; \quad a_{23} = -\frac{L_m}{w_\sigma} \omega_r;$$

$$a_{31} = a_{42} = \frac{R_r L_m}{L_r}; \quad a_{32} = a_{41} = 0;$$

$$a_{33} = a_{44} = -\frac{R_r}{L_r}; \quad a_{34} = -\omega_r; \quad a_{43} = \omega_r.$$

Macierz wejściowa ma postać

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{L_r}{w_\sigma} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_r}{w_\sigma} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (10.6)$$

Przyjęto, że wektorowe zmienne elektromagnetyczne określone są w nieruchomym układzie współrzędnych.

Składowe wektora prądu stojana  $\mathbf{i}_s$  są mierzone, a wektor wyjściowy przybiera postać:

$$\mathbf{y}(\tau) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\tau) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(\tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{s\alpha}(\tau) & \mathbf{i}_{s\beta}(\tau) \end{bmatrix}. \quad (10.7)$$

Analiza właściwości modelu maszyny asynchronicznej mająca na celu określenie struktury obserwatora niemierzalnych zmiennych stanu prowadzi do rozdzielenia modelu na dwie części. Biorąc pod uwagę stałe czasowe występujące w modelu maszyny równanie (10.1) może być zapisane w poniższej postaci:

$$\dot{\mathbf{x}}_1(\tau) = \mathbf{A}_{11}\mathbf{x}_1(\tau) + \mathbf{A}_{12}(\omega_r)\mathbf{x}_2(\tau) + \mathbf{B}\mathbf{u}(\tau), \quad (10.8)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2(\tau) = \mathbf{A}_{21}\mathbf{x}_1(\tau) + \mathbf{A}_{22}(\omega_r)\mathbf{x}_2(\tau), \quad (10.9)$$

gdzie:

$$\mathbf{x}_1(\tau) = \begin{bmatrix} x_1(\tau) & x_2(\tau) \end{bmatrix}, \quad (10.10)$$

$$\mathbf{x}_2(\tau) = \begin{bmatrix} x_3(\tau) & x_4(\tau) \end{bmatrix}. \quad (10.11)$$

Równanie (10.8) określa dynamiczne właściwości obwodu stojana, dla którego można przyjąć, że wektor  $\mathbf{x}_1$  reprezentuje zmienne stanu o krótkich czasach trwania procesów przejściowych, natomiast wektor  $\mathbf{x}_2$  jest wektorem wolnozmiennych zakłóceń. Równanie obserwatora dla tego układu przybiera postać:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_1(\tau) = \mathbf{A}_{11}\hat{\mathbf{x}}_1(\tau) + \hat{\mathbf{z}}(\tau) + \mathbf{B}\mathbf{u}(\tau) + \mathbf{K}_1(\mathbf{y}(\tau) - \hat{\mathbf{y}}(\tau)), \quad (10.12)$$

gdzie

$$\hat{\mathbf{y}}(\tau) = \hat{\mathbf{x}}_1(\tau), \quad (10.13)$$

a  $\hat{\mathbf{z}}(t)$  jest wektorem zakłóceń.

Błąd odtwarzania wektora zmiennych  $\mathbf{x}_1(\tau)$  w stanie ustalonym przy znanych wartościach elementów macierzy  $\mathbf{A}_{11}$  i  $\mathbf{B}_1$  jest równy zero, jeżeli

$$\hat{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_{12}(\omega_r)\mathbf{x}_2(t). \quad (10.14)$$

Wektor  $\mathbf{x}_2(t)$ , będący składowymi wektora strumienia wirnika, może być zastąpiony w powyższej zależności przez wektor  $\hat{\mathbf{x}}_2(t)$  składowych wektora strumienia wirnika odtwarzanych w układzie opisanym równaniem:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_2(t) = \mathbf{A}_{21}\hat{\mathbf{x}}_1(t) + \mathbf{A}_{22}(\omega_r)\hat{\mathbf{x}}_2(t) + \mathbf{K}_2(\omega_r)(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)). \quad (10.15)$$

Równania (10.12) i (10.15) tworzą łącznie pełny obserwator stanu, którego równania przybierają postać:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}(\omega_r)\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{K}(\omega_r)(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)), \quad (10.16)$$

gdzie:

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_1(t) \\ \hat{\mathbf{x}}_2(t) \end{bmatrix}, \quad (10.17)$$

$$\mathbf{K}(\omega_r) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 \\ \mathbf{K}_2(\omega_r) \end{bmatrix}. \quad (10.18)$$

Obserwator (10.16) odtwarza zmienne stanu z błędem, którego dynamika jest określona równaniem:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} - \mathbf{K}_1 & \mathbf{A}_{12}(\omega_r) \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22}(\omega_r) - \mathbf{K}_2(\omega_r) \end{bmatrix} \mathbf{x}(t), \quad (10.19)$$

gdzie

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t). \quad (10.20)$$

Elementy macierzy  $\mathbf{K}(\omega_r)$  są wybierane tak, żeby układ (10.19) był stabilny.

Jeżeli parametry macierzy  $\mathbf{A}(\omega_r)$  określone są z błędem, to równanie dynamiki dla błędu odtwarzania  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  przybiera postać:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}^*(\omega_r)\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{A}(\omega_r)\mathbf{x}(t) - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 \\ \mathbf{K}_2(\omega_r) \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(t), \quad (10.21)$$

gdzie  $\mathbf{A}^*(\omega_r)$  oznacza macierz określoną z błędem.

Przedstawione wyżej rozdzielenie pełnego obserwatora na obserwator prądu stojana  $\mathbf{i}_s$  i model zakłóceń  $\mathbf{z}$  pozwala na określenie warunków dla elementów macierzy wagowych  $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2(\omega_r)$  obserwatora umożliwiających wyznaczanie rezystancji i prędkości obrotowej wirnika.

Dla obserwatora rozdzielonego równania dynamiki błędów odtwarzania zmiennych są następujące:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 = \mathbf{A}_{11}^*\hat{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{A}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{12}^*(\omega_r^*)\hat{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{A}_{12}(\omega_r)\mathbf{x}_2 - \mathbf{K}_1\tilde{\mathbf{x}}_1, \quad (10.22)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_2 = \mathbf{A}_{21}^*\hat{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{A}_{21}\mathbf{x}_2 + \mathbf{A}_{22}^*(\omega_r^*)\hat{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{A}_{22}(\omega_r)\mathbf{x}_2 - \mathbf{K}_2(\omega_r)\tilde{\mathbf{x}}_1. \quad (10.23)$$

Z równań (10.22) i (10.23) otrzymuje się zależność

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 = \mathbf{A}_{11}^*\hat{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{A}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{12}^*(\omega_r^*)\hat{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{A}_{12}(\omega_r)\mathbf{x}_2 - \mathbf{K}_2^{-1}(\omega_r)\mathbf{K}_1(\tilde{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{A}_{21}^*\hat{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{A}_{21}\mathbf{x}_2 - \mathbf{A}_{22}^*(\omega_r^*)\mathbf{x}_2 + \mathbf{A}_{22}(\omega_r)) \quad (10.24)$$

Jeżeli elementy macierzy  $\mathbf{K}_2^{-1}$  są małe, to dla stanu ustalonego równanie (10.24) może zostać zastąpione poniższym równaniem przybliżonym:

$$\tilde{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A}_{11}^*\hat{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{A}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{12}^*(\omega_r^*)\hat{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{A}_{12}(\omega_r)\mathbf{x}_2. \quad (10.25)$$

Z drugiej strony z analizy równania (10.23) wynika, że przy dużych wartościach elementów macierzy  $\mathbf{K}_2(\omega_r)$  stan ustalony dla wektora błędu  $\tilde{\mathbf{x}}_2$  występuje przy małych wartościach wektora błędu  $\tilde{\mathbf{x}}_1$ , a zatem również przy małej jego pochodnej, skąd z (10.25) otrzymuje się

$$\mathbf{A}_{11}^*\hat{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{A}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{12}^*(\omega_r^*)\hat{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{A}_{12}(\omega_r)\mathbf{x}_2 \approx \mathbf{0}. \quad (10.26)$$

Z powyższej analizy wynika konieczność stosowania dużych wartości elementów macierzy  $\mathbf{K}_2(\omega_r)$ .

Dalsze wskazówki do wyboru współczynników wzmocnienia błędu odtwarzania wynikają z analizy przedstawionej niżej rozwiniętej postaci rozważanego obserwatora:

$$\frac{d\hat{i}_{sx}}{d\tau} = a_{11}\hat{i}_{sx} + a_{13}\hat{\psi}_{rx} + a_{14}\hat{\psi}_{ry} + b u_{sx} + k_i(i_{sx} - \hat{i}_{sx}), \quad (10.27)$$

$$\frac{d\hat{i}_{sy}}{d\tau} = a_{22}\hat{i}_{sy} + a_{23}\hat{\psi}_{rx} + a_{24}\hat{\psi}_{ry} + b u_{sy} + k_i(i_{sy} - \hat{i}_{sy}), \quad (10.28)$$

$$\frac{d\hat{\psi}_{rx}}{d\tau} = a_{31}\hat{i}_{sx} + a_{33}\hat{\psi}_{rx} + a_{34}\hat{\psi}_{ry} + k_{f1}(i_{sx} - \hat{i}_{sx}) - k_{f2}\omega_r(i_{sy} - \hat{i}_{sy}), \quad (10.29)$$

$$\frac{d\hat{\psi}_{ry}}{dt} = a_{42}\hat{i}_{sy} + a_{43}\hat{\psi}_{rx} + a_{44}\hat{\psi}_{ry} + k_{f2}\omega_r(i_{sx} - \hat{i}_{sx}) + k_{f1}(i_{sy} - \hat{i}_{sy}), \quad (10.30)$$

gdzie przyjęto:

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} k_i & 0 \\ 0 & k_i \end{bmatrix}, \quad (10.31)$$

$$\mathbf{K}_2(\omega_r) = \begin{bmatrix} k_{f1} & -k_{f2}\omega_r \\ k_{f2}\omega_r & k_{f1} \end{bmatrix}. \quad (10.32)$$

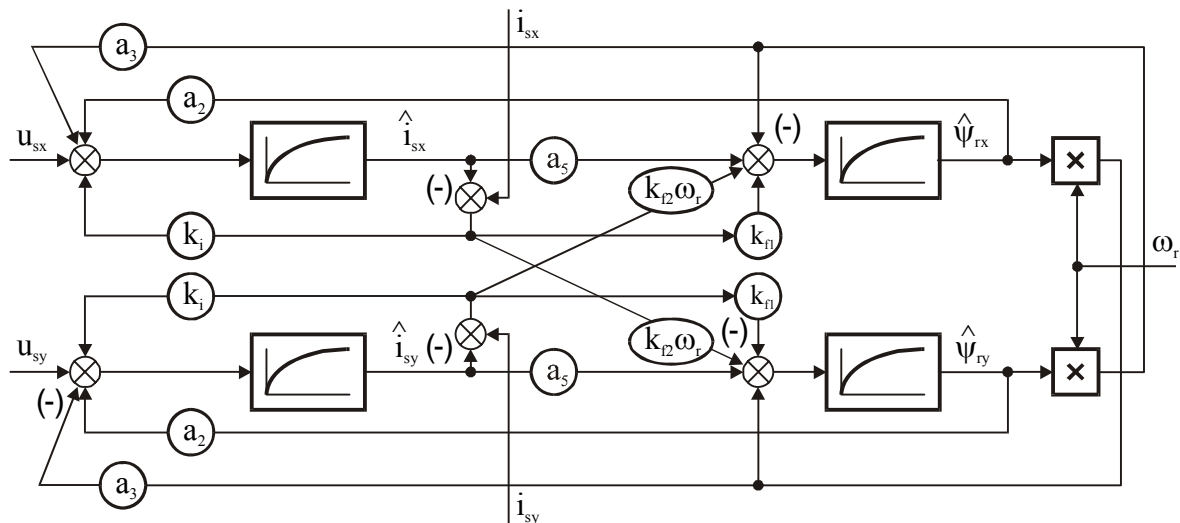
Błąd odtwarzania składowej prądu stojana  $i_{sx}$  może być zredukowany przez zmianę składowej  $x$  odtwarzanego strumienia wirnika  $\hat{\psi}_{rx}$  dla modułu prędkości kątowej  $\omega_r$  mniejszego od  $R_r / L_r$  lub przez zmianę składowej  $y$  odtwarzanego strumienia wirnika  $\hat{\psi}_{ry}$  dla modułu prędkości kątowej większego od  $R_r / L_r$ .

Biorąc pod uwagę wartość współczynnika  $a_{14}$  przy prędkości obrotowej równej zero zmiana składowej odtwarzanego strumienia wirnika  $\hat{\psi}_{ry}$  nie wpływa na wartość składowej odtwarzanego prądu stojana  $\hat{i}_{sx}$ . Wynika stąd, że uchyb odtwarzania składowej prądu stojana  $i_{sx} - \hat{i}_{sx}$  występujący w równaniu różniczkowym dla składowej odtwarzanego strumienia wirnika  $\hat{\psi}_{ry}$  powinien być mnożony przez współczynnik wzmocnienia zależny od prędkości obrotowej  $\omega_r$ . Podobne zależności występują dla błędu odtwarzania składowej prądu stojana w osi  $y$   $i_{sy} - \hat{i}_{sy}$ .

Celem działania układu opisanego równaniami (10.27) - (10.30) jest odtwarzanie zakłóceń występujących jako składowe odtwarzanego strumienia wirnika w równaniach (10.27) i (10.28). Uchyb odtwarzania jednej ze składowych prądu stojana powinien być zredukowany przez zmianę składowych odtwarzanego strumienia wirnika i nie może wpływać na wartość drugiej składowej odtwarzanego prądu stojana. Wynikają stąd zerowe wartości elementów macierzy  $\mathbf{K}_1$  poza główną przekątną. Wartości elementów znajdujących się na głównej przekątnej macierzy  $\mathbf{K}_1$  dobierane są ze względu na zapewnienie tłumienia procesów przejściowych błędów odtwarzania zmiennych w obserwatorze.

Powyższe wskazówki umożliwiają dobór wzmocnień obserwatora na drodze badań symulacyjnych lub eksperymentalnych. Wartości elementów macierzy  $\mathbf{K}_1$  i  $\mathbf{K}_2$  mogą być również obliczone analitycznie przy założonych pierwiastkach równania charakterystycznego zapewniających pożądane właściwości dynamiczne. W układzie realizowanym technicznie te wartości muszą być znacznie skorygowane ze względu na dyskretny charakter działania obserwatora i falownika zasilającego silnik.

W wyniku przedstawionych wyżej rozważań otrzymano obserwator pełnego rzędu dla elektromagnetycznych zmiennych silnika. Postać równań tego obserwatora wynika również bezpośrednio z definicji liniowego obserwatora pełnego rzędu typu Luenbergera. Pełny obserwator został zdekomponowany na układ odtwarzania szybkich zmiennych stanu, którymi są dostępne do pomiaru składowe wektora prądu stojana oraz model wolnozmiennych zakłóceń, którymi są składowe wektora strumienia skojarzonego wirnika. Dekompozycja obserwatora pełnego rzędu umożliwia odtwarzanie liniowych kombinacji składowych wektora strumienia skojarzonego wirnika z pomijalnym błędem również przy błędach w określeniu prędkości kątowej i rezystancji wirnika. Liniowe kombinacje składowych strumienia skojarzonego wirnika można także wyznaczyć bezpośrednio z równań (6.6) i (6.7) dla  $\omega_a = 0$ , lecz wymaga to pomiaru pochodnych składowych wektora prądu stojana. Błędy pomiarowe uniemożliwiają techniczne wykorzystanie tych zależności i stąd



Rys. 10.1. Schemat blokowy obserwatora strumienia wirnika maszyny asynchronicznej

pojawia się uzasadnienie zastosowania obserwatora składowych wektora prądu stojana, który służy do odtwarzania liniowych kombinacji składowych wektora strumienia skojarzonego wirnika interpretowanych jako zakłócenia. Przy takiej interpretacji zakłócenia mogą być odtwarzane za pomocą modelu układu, w którym powstają. Do modelu doprowadzany jest przy tym uchyb odtwarzania zmiennych stanu. Jeżeli wzmocnienie błędu odtwarzania zmiennych stanu doprowadzonego do modelu zakłóceń jest wystarczająco duże, to zakłócenia odtwarzane są w takim układzie z małym błędem również dla niedokładnie określonych parametrów modelu.

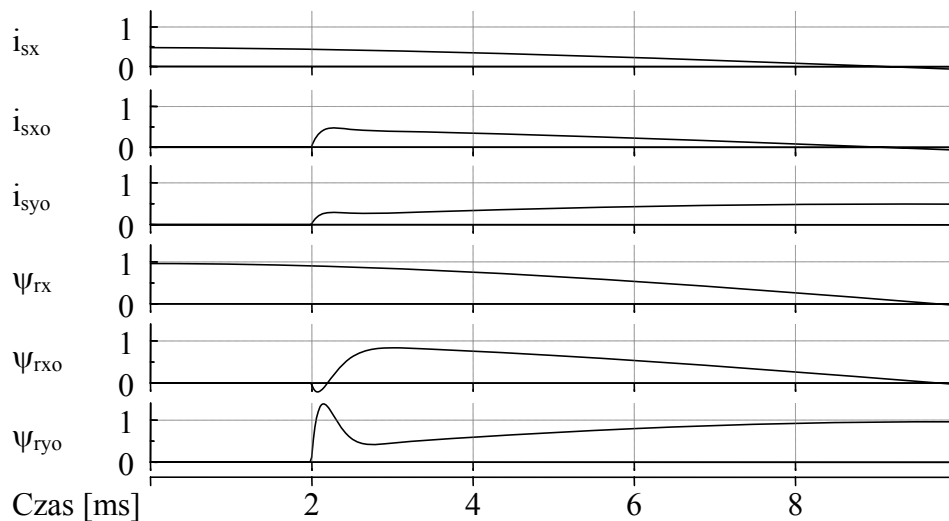
Wyniki badań symulacyjnych obserwatora zastosowanego w rzeczywistym układzie napędowym doprowadziły do wniosku, że korzystne jest zastosowanie zmiennych współczynników wzmocnienia. Duże wartości stałych współczynników wzmocnienia powodowałyby niestabilność obserwatora w układzie rzeczywistym, co wynika z konieczności stosowania stosunkowo dużego kroku całkowania równań różniczkowych w układzie cyfrowym zawierającym procesor sygnałowy. Z tego powodu dla małych błędów należy stosować większą wartość współczynnika wzmocnienia niż dla dużych błędów.

Schemat blokowy obserwatora strumienia wirnika maszyny asynchronicznej pokazano na rys. 10.1.

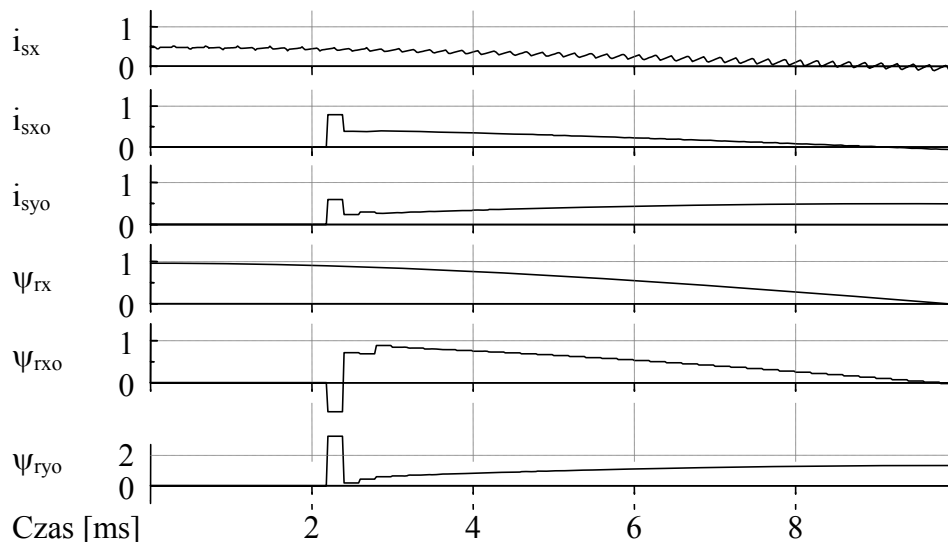
Przeprowadzono badania symulacyjne obserwatora dla silnika asynchronicznego klatkowego SZJb 34e o mocy 4 kW z następującymi parametrami względnymi:  $R_r = 0,045$ ,  $R_s = 0,045$ ,  $L_m = 1,85$ ,  $L_r = 1,927$ ,  $L_s = 1,927$ .

Wyniki badań symulacyjnych dla ciągłego układu obserwatora z zasilaniem silnika sinusoidalnym napięciem o stałej częstotliwości 25 Hz przedstawiono na rys. 10.2. Układ równań różniczkowych obserwatora całkowano metodą Runge-Kutta czwartego rzędu. Przyjęto następujące wartości parametrów macierzy wzmocnień obserwatora:  $k_i = 50$ ,  $k_{f1} = 40$ ,  $k_{f2} = 400$ . Dla przedstawionego przypadku zerowych warunków początkowych możliwe jest, przez dobór odpowiednio dużych wartości macierzy wzmocnień obserwatora, otrzymanie czasów trwania stanów przejściowych mniejszych od 1 ms. Przebiegi przejściowe są bardzo dobrze tłumione.

Wyniki badań symulacyjnych dla impulsowego działania układu obserwatora z zasilaniem silnika napięciem o częstotliwości 25 Hz generowanym z zastosowaniem wektorowej modulacji szerokości impulsów przedstawiono na rys. 10.3. Zastosowano okres impulsowania równy 200  $\mu s$  i metodę całkowania Runge-Kutta czwartego rzędu. Dla parametrów macierzy wzmocnień z przypadku układu ciągłego układ obserwatora o działaniu impulsowym jest niestabilny. Przyjęto zatem następujące wartości parametrów macierzy



Rys. 10.2. Przebiegi przejściowe w układzie obserwatora dla zerowych warunków początkowych i ciągłego działania



Rys. 10.3. Przebiegi przejściowe w układzie obserwatora dla zerowych warunków początkowych i impulsowego działania

wzmocnień obserwatora o działaniu impulsowym:  $k_i = 30$ ,  $k_{f1} = 20$ ,  $k_{f2} = 200$ , dla których uzyskano stabilną pracę układu. Pomimo zmniejszenia wzmocnień w układzie impulsowym występują znacznie większe przeregulowania w przebiegach błędów odtwarzanych składowych wektora prądu niż w układzie ciągłym. Zastosowanie obserwatora w układzie regulacji wymaga dalszego ograniczenia wzmocnień w celu wyeliminowania przeregulowań prowadzących do niestabilnej pracy układu zamkniętego opartego na odtwarzaniu zmiennych.



## 10.2. Obserwator prędkości kątowej maszyny asynchronicznej klatkowej

Układy regulacji maszyny klatkowej stosowane w napędach o wysokich wymaganiach dotyczących jakości przebiegów przejściowych i dokładności w stanie ustalonym konstruowane są zazwyczaj z wykorzystaniem czujnika prędkości kątowej wirnika. Użytkownicy układów napędowych preferują jednak rozwiązania bezczujnikowe, bardziej niezawodne i prostsze w eksploatacji. W układach tych prędkość kątowa wirnika odtwarzana jest z napięć i prądów maszyny, zmierzonych i przetworzonych według odpowiednich algorytmów.

Problem odtwarzania prędkości kątowej maszyny asynchronicznej z dużą dokładnością był rozwiązywany wieloma metodami. Prezentowane były wyniki badań wielu układów odtwarzania prędkości kątowej wirnika, jednak błędy występujące w stanach przejściowych były stosunkowo duże. Odtwarzanie bliskich zeru wartości prędkości kątowej wirnika uznawano za niemożliwe. Poniżej prezentowane jest odmienne od dotychczasowych rozwiązanie, w którym prędkość kątowa wirnika nie występuje jako parametr w modelu maszyny asynchronicznej, lecz pojawia się jako współczynnik w zakłóceniach. Jest to wynikiem rozszerzenia przedstawionej w poprzednim podrozdziale interpretacji zakłóceń odtwarzanych w obserwatorze zmiennych stanu maszyny asynchronicznej. W rezultacie zastosowania algebraicznych przekształceń odtwarzanych zmiennych i zakłóceń powstaje przedstawiona niżej struktura, w której odtwarzana jest prędkość kątowa wirnika.

Zmodyfikowany model maszyny asynchronicznej w układzie współrzędnych nieruchomym względem stojana może być przedstawiony w następującej postaci:

$$\dot{x}_1(\tau) = A_{11}x_1(\tau) + A_{12x}x_2(\tau) + A_{12\zeta}\zeta + Bu(\tau), \quad (10.33)$$

$$\dot{x}_2(\tau) = A_{21}x_1(\tau) + A_{22x}x_2(\tau) + A_{22\zeta}\zeta, \quad (10.34)$$

gdzie

$$A_{12x} = \begin{bmatrix} a_{13} & 0 \\ 0 & a_{24} \end{bmatrix}, \quad (10.35)$$

$$A_{12\zeta} = \begin{bmatrix} 0 & a_{15} \\ a_{25} & 0 \end{bmatrix}, \quad (10.36)$$

$$a_{15} = \frac{L_m}{w_\sigma}; \quad a_{25} = -\frac{L_m}{w_\sigma};$$

$$A_{22x} = \begin{bmatrix} a_{33} & 0 \\ 0 & a_{44} \end{bmatrix}, \quad (10.37)$$

$$A_{22\zeta} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (10.38)$$

$$\zeta = \begin{bmatrix} \zeta_\alpha \\ \zeta_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_r \psi_{r\alpha} \\ \omega_r \psi_{r\beta} \end{bmatrix}. \quad (10.39)$$

Wektor  $\zeta$  interpretowany jest jako zakłócenie. Pozostałe oznaczenia zdefiniowano w podrozdziale 10.1.

Wektor zakłóceń w postaci (10.39) został wybrany na podstawie analizy modelu maszyny asynchronicznej klatkowej dla małej prędkości. Iloczyny składowych strumienia wirnika i prędkości kątowej wirnika mają w tym przypadku niewielkie wartości i mogą być odtwarzane jako zakłócenia w dodatkowych integratorach, do których doprowadzane są błędy odtwarzanych składowych wektora prądu stojana. Dalej zostanie pokazane, że struktura otrzymana przy powyższym założeniu działa prawidłowo również dla dużej prędkości

kątowej wirnika. Równania różniczkowe modelu silnika dla każdej z osi układu współrzędnych stają się w takim przypadku całkowicie odsprężone i powstają dwa niezależne obserwatory ortogonalnych składowych wektorów prądu stojana i strumienia wirnika o następującej postaci:

- obserwator składowych wektorów i zakłóceń w osi  $\alpha$

$$\frac{d\hat{i}_{s\alpha}}{d\tau} = a_{11}\hat{i}_{s\alpha} + a_{13}\hat{\psi}_{r\alpha} + a_{15}\zeta_{\beta} + bu_{s\alpha}, \quad (10.40)$$

$$\frac{d\hat{\psi}_{r\alpha}}{d\tau} = a_{31}\hat{i}_{s\alpha} + a_{33}\hat{\psi}_{r\alpha} - \zeta_{\beta}, \quad (10.41)$$

$$\frac{d\zeta_{\beta}}{d\tau} = k_1(i_{s\alpha} - \hat{i}_{s\alpha}), \quad (10.42)$$

- obserwator składowych wektorów i zakłóceń w osi  $\beta$

$$\frac{d\hat{i}_{s\beta}}{d\tau} = a_{22}\hat{i}_{s\beta} + a_{24}\hat{\psi}_{r\beta} + a_{25}\zeta_{\alpha} + bu_{s\beta}, \quad (10.43)$$

$$\frac{d\hat{\psi}_{r\beta}}{d\tau} = a_{42}\hat{i}_{s\beta} + a_{44}\hat{\psi}_{r\beta} + \zeta_{\alpha}, \quad (10.44)$$

$$\frac{d\zeta_{\alpha}}{d\tau} = -k_1(i_{s\beta} - \hat{i}_{s\beta}). \quad (10.45)$$

Obydwa obserwatory ortogonalnych składowych wektorów odtwarzają zmienne stanu z pomijalnymi błędami w stanie ustalonym dla zerowej lub bardzo małej prędkości kątowej wirnika. Zmienne stanu są stałe lub zmieniają się powoli w takim przypadku. Większa prędkość kątowa wirnika powoduje, że zmienne odtwarzane w obserwatorach są okresowe. Wektor zakłóceń, różny od zera, odtwarzany jest w wyniku działania integratorów, na których wejściach musi pojawiać się okresowo zmienny błąd. Związek pomiędzy błędami składowych prądu a składowymi zakłóceń może być określony na podstawie poniższych równań różniczkowych dla składowych wektorów w układzie współrzędnych wirujących z prędkością kątową wirowania wektora odtwarzanego strumienia wirnika.

$$\frac{d\zeta_d}{d\tau} = \hat{\omega}_{\psi r}\zeta_q - k_1(i_q - \hat{i}_q), \quad (10.46)$$

$$\frac{d\zeta_q}{d\tau} = -\hat{\omega}_{\psi r}\zeta_d + k_1(i_d - \hat{i}_d), \quad (10.47)$$

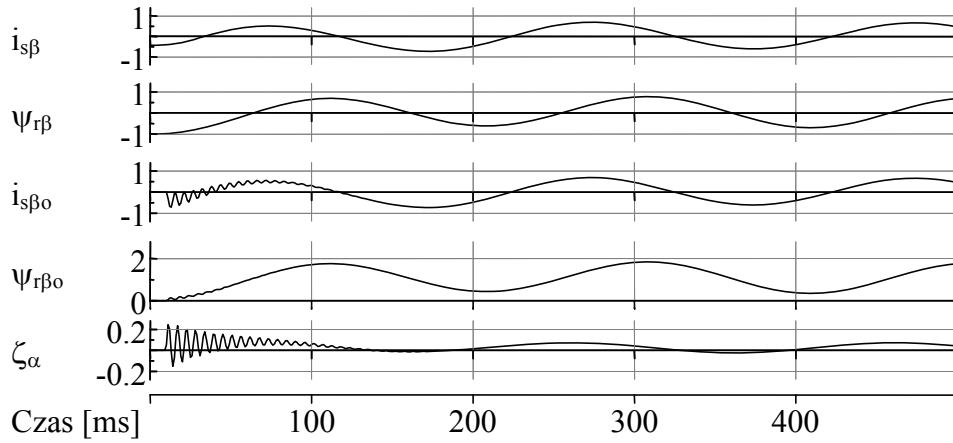
gdzie  $\hat{\omega}_{\psi r}$  jest prędkością kątową wektora odtwarzanego strumienia wirnika. W stanie ustalonym prędkości kątowe wszystkich wektorów występujących w modelu i w silniku są równe. Pochodne składowych wektorów w określonym wyżej układzie współrzędnych są równe zeru, skąd:

$$\zeta_q = \frac{k_1(i_q - \hat{i}_q)}{\hat{\omega}_{\psi r}}, \quad (10.48)$$

$$\zeta_d = \frac{k_1(i_d - \hat{i}_d)}{\hat{\omega}_{\psi r}}. \quad (10.49)$$

Z zależności (10.48) i (10.49) wynika, że w stanie ustalonym wektor zakłóceń posiada kierunek wektora błędu prądu, który nie może być równy zeru. W rezultacie składowe wektorów prądu stojana i strumienia wirnika odtwarzane są ze zmiennymi błędami zależnymi od wartości współczynnika  $k_1$ .

Obserwatory ortogonalnych składowych wektorów są układami, w których występują słabo tłumione oscylacje błędów. Ponadto składowe wektora strumienia wirnika, prądu



Rys. 10.4. Przebiegi w obserwatorze określonym równaniami (10.43) – (10.45)

stojana i zakłóceń przy zasilaniu silnika napięciem o częstotliwości różnej od zera odtwarzane są, jak pokazano na rys. 10.4, ze składową stałą. Obserwator badano przy zasilaniu silnika napięciem o stałej częstotliwości równej 0,1 i amplitudzie równej 0,1 określonych w wartościach względnych. Zredukowanie składowej stałej i zwiększenie tłumienia otrzymuje się w wyniku wprowadzenia do równań (10.41) i (10.44) dodatkowych sprzężeń zawierających błędy odtwarzanych składowych strumieni, a do równań (10.40) i (10.43) sprzężeń zawierających błędy odtwarzanych składowych wektora prądu. Wartości zadane dla składowych strumieni mogą być obliczone z zakłóceń występujących w obserwatorach ortogonalnych składowych:

$$\psi_{r\alpha}^* = \frac{\zeta_{\alpha}}{\omega_r}, \quad (10.50)$$

$$\psi_{r\beta}^* = \frac{\zeta_{\beta}}{\omega_r}. \quad (10.51)$$

Wyrażenia (10.50) i (10.51) zawierają dzielenie, które dla zerowej prędkości nie jest wykonalne. Dzielenie to może być wyeliminowane, jeżeli błędy składowych wektora strumienia wirnika zostaną zastąpione błędami odtwarzanych zakłóceń określonymi następująco:

$$\tilde{\zeta}_{\alpha} = \zeta_{\alpha} - \omega_r \hat{\psi}_{r\alpha}, \quad (10.52)$$

$$\tilde{\zeta}_{\beta} = \zeta_{\beta} - \omega_r \hat{\psi}_{r\beta}. \quad (10.53)$$

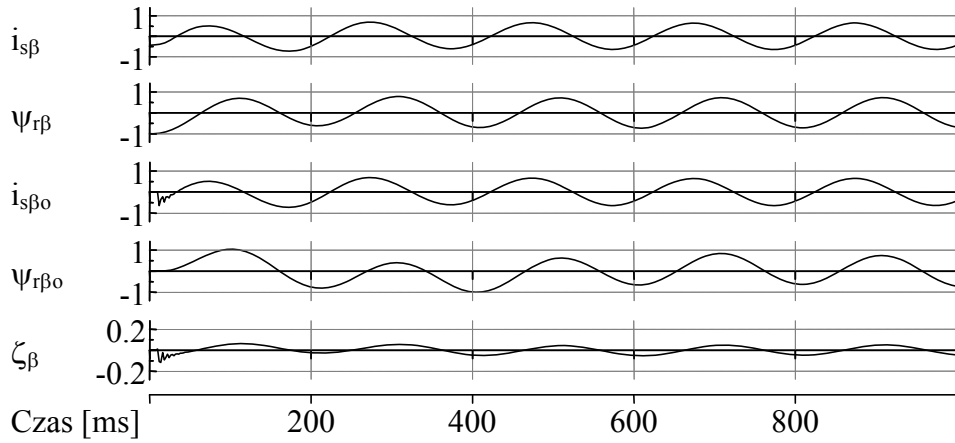
Wartości zadane dla odtwarzanych składowych wektora prądu stojana można określić z wykorzystaniem zależności (10.48) i (10.49) po przetransformowaniu do nieruchomego układu współrzędnych:

$$\hat{i}_{\alpha}^* = i_{\alpha} - \frac{1}{k_1} \hat{\omega}_{\psi r} \zeta_{\alpha}, \quad (10.54)$$

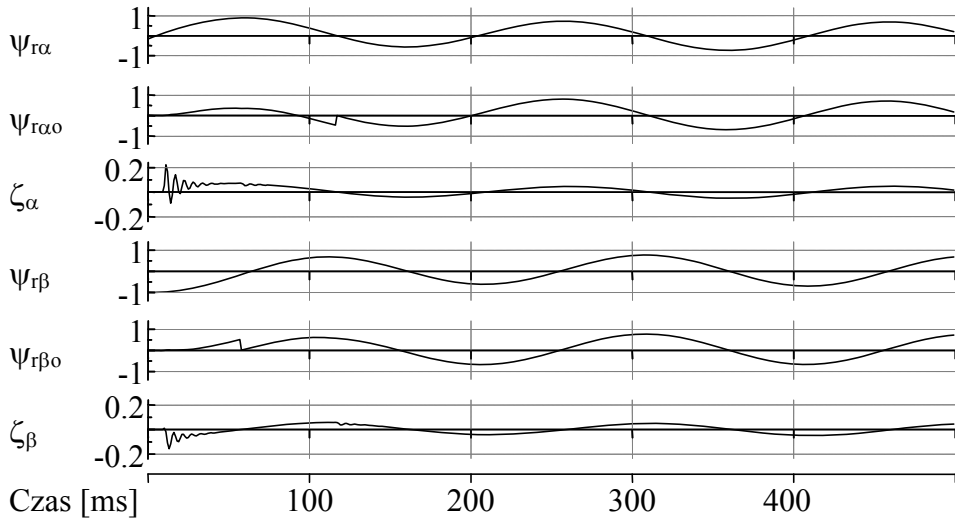
$$\hat{i}_{\beta}^* = i_{\beta} - \frac{1}{k_1} \hat{\omega}_{\psi r} \zeta_{\beta}. \quad (10.55)$$

Zastosowanie sprzężeń zwrotnych z wartościami zadanymi określonymi powyżej prowadzi do następujących równań różniczkowych obserwatorów składowych wektorów strumienia wirnika i zakłóceń:

$$\frac{d\hat{i}_{s\alpha}}{d\tau} = a_{11}\hat{i}_{s\alpha} + a_{13}\hat{\psi}_{r\alpha} + a_{15}\zeta_{\beta} + bu_{s\alpha} + k_3(k_1(i_{s\alpha} - \hat{i}_{s\alpha}) - \hat{\omega}_{\psi r}\zeta_{\alpha}), \quad (10.56)$$



Rys. 10.5. Przebiegi w obserwatorze określonym równaniami (10.58), (10.59) i (10.42)



Rys. 10.6. Przebiegi w obserwatorze określonym równaniami (10.58), (10.59) i (10.42) z zerowaniem integratorów odtwarzających składowe wektora strumienia wirnika

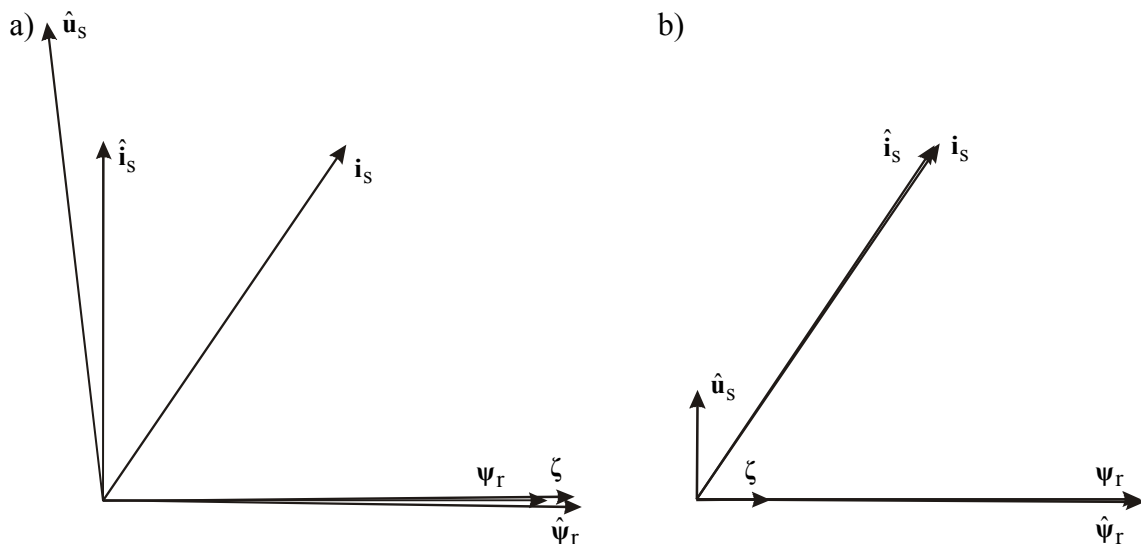
$$\frac{d\hat{\psi}_{r\alpha}}{d\tau} = a_{31}\hat{i}_{s\alpha} + a_{33}\hat{\psi}_{r\alpha} - \zeta_{\beta} - k_2(\omega_r\hat{\psi}_{r\beta} - \zeta_{\beta}), \quad (10.57)$$

$$\frac{d\hat{i}_{s\beta}}{d\tau} = a_{22}\hat{i}_{s\beta} + a_{24}\hat{\psi}_{r\beta} - a_{25}\zeta_{\alpha} + bu_{s\beta} + k_3(k_1(\hat{i}_{s\beta} - i_{s\beta}) - \hat{\omega}_{\psi r}\zeta_{\beta}), \quad (10.58)$$

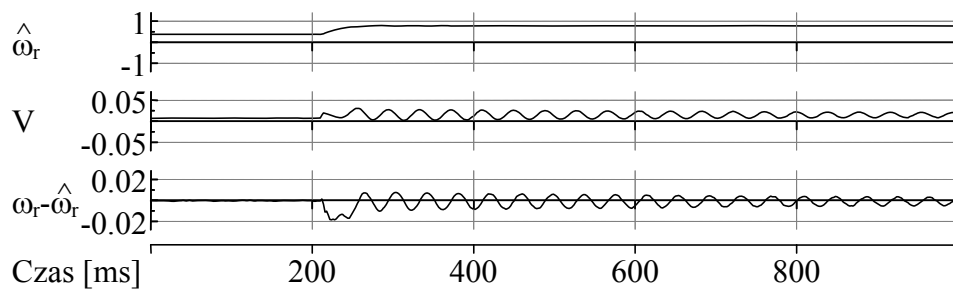
$$\frac{d\hat{\psi}_{r\beta}}{d\tau} = a_{42}\hat{i}_{s\beta} + a_{44}\hat{\psi}_{r\beta} + \zeta_{\alpha} + k_2(\omega_r\hat{\psi}_{r\alpha} - \zeta_{\alpha}). \quad (10.59)$$

Przebiegi przejściowe po załączeniu obserwatorów określonych równaniami (10.56) – (10.59), (10.42) i (10.45) pokazano na rys. 10.5. Występuje wystarczające tłumienie szybkozmiennych składowych przejściowych, natomiast składowe stałe zanikają stosunkowo powoli. Szybkość zaniku składowych stałych można przyspieszyć zerując integratory odtwarzające składowe wektora strumienia wirnika, co pokazano na rys. 10.6.

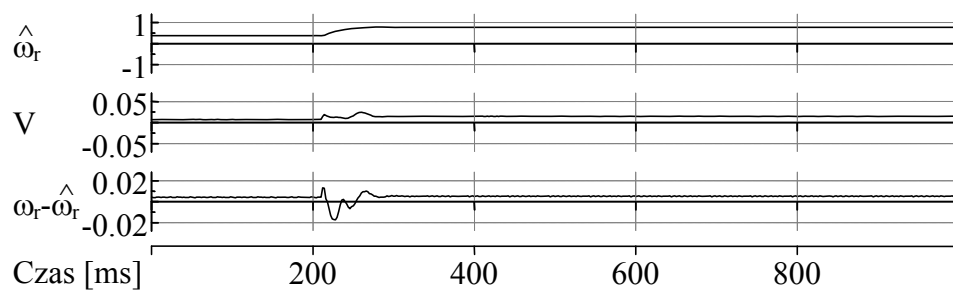
Łatwo zauważyć analizując przebiegi z rys. 10.6, że zmienne  $\hat{\psi}_{r\alpha}$  i  $\zeta_{\alpha}$  oraz  $\hat{\psi}_{r\beta}$  i  $\zeta_{\beta}$  są odpowiednio w fazie i równocześnie są prawie w fazie ze składowymi wektora strumienia wirnika. Położenie wektorów zmiennych maszyny i odtwarzanych pokazano na rys. 10.7.



Rys. 10.7. Położenie wektorów zmiennych maszyny i odtwarzanych w stanie ustalonym dla prędkości kątowej równej 1 (a) i 0,2 (b)



Rys. 10.8. Przebiegi przejściowe sygnału  $V$  i błędu prędkości odtwarzanej zgodnie z wyrażeniem (10.60)



Rys. 10.9. Przebiegi przejściowe sygnału  $V$  i błędu prędkości odtwarzanej w obserwatorze zgodnie z wyrażeniem (10.60) z dodanym sygnałem  $V$

Biorąc pod uwagę definicję zakłóceń (10.39) po przekształceniach otrzymuje się następujące wyrażenie określające odtwarzaną w obserwatorach prędkość kątową wirnika maszyny asynchronicznej:

$$\hat{\omega}_r = S \sqrt{\frac{\zeta_\alpha^2 + \zeta_\beta^2}{\hat{\psi}_{r\alpha}^2 + \hat{\psi}_{r\beta}^2}}, \quad (10.60)$$

gdzie S jest równe

$$S = \begin{cases} \text{sgn}(\hat{\psi}_{rx}\zeta_x) & \text{jeżeli } |\hat{\psi}_{rx}\zeta_x| > |\hat{\psi}_{ry}\zeta_y| \\ \text{sgn}(\hat{\psi}_{ry}\zeta_y) & \text{jeżeli } |\hat{\psi}_{rx}\zeta_x| < |\hat{\psi}_{ry}\zeta_y| \end{cases}, \quad (10.61)$$

Znak prędkości kątowej wirnika S określany jest zgodnie z powyższym wyrażeniem na podstawie składowych wektorów o większych wartościach bezwzględnych.

Zastąpienie w wyrażeniach (10.56) – (10.59) rzeczywistej prędkości kątowej wirnika prędkością odtworzoną prowadzi do otrzymania struktury obserwatora prędkości. Prędkość kątowa wirnika odtwarzana jest w obserwatorze prędkości z dużą dokładnością w stanie ustalonym, jednak przy bezpośrednim wykorzystaniu zależności (10.60) w przebiegach przejściowych odtworzonej prędkości występują, jak pokazano na rys. 10.7, słabo tłumione oscylacje. Stwierdzono, że w celu tłumienia oscylacji należy do prędkości odtworzonej w obserwatorze zgodnie z (10.60) dodać sygnał V, pokazany na rys. 10.7, zdefiniowany następująco:

$$V = S(\hat{\psi}_{r\alpha}\zeta_\beta - \hat{\psi}_{r\beta}\zeta_\alpha). \quad (10.62)$$

Przebiegi przejściowe odtworzonej prędkości, błędu prędkości oraz sygnału V w obserwatorze z prędkością odtwarzaną zgodnie z zależnością (10.60) z dodanym sygnałem V pokazano na rys. 10.9. Sygnał V zawiera w stanie ustalonym składową stałą różną od zera, której wartość zależy od prędkości. Wykorzystanie sygnału V do tłumienia oscylacji prędkości w obserwatorze wymaga wprowadzenia dodatkowego sygnału korygującego odtwarzaną prędkość w stanie ustalonym.

Rezultatem powyższych rozważań jest struktura obserwatora prędkości kątowej określona następującymi równaniami różniczkowymi:

$$\frac{d\hat{i}_{s\alpha}}{d\tau} = a_{11}\hat{i}_{s\alpha} + a_{13}\hat{\psi}_{r\alpha} + a_{15}\zeta_\beta + bu_{s\alpha} + k_3(k_1(\hat{i}_{s\alpha} - \hat{i}_{s\alpha}) - \hat{\omega}_r\zeta_\alpha), \quad (10.63)$$

$$\frac{d\hat{\psi}_{r\alpha}}{d\tau} = a_{31}\hat{i}_{s\alpha} + a_{33}\hat{\psi}_{r\alpha} - \zeta_\beta - k_2(\hat{\omega}_r\hat{\psi}_{r\beta} - \zeta_\beta), \quad (10.64)$$

$$\frac{d\zeta_\alpha}{d\tau} = -k_1(\hat{i}_{s\beta} - \hat{i}_{s\beta}), \quad (10.65)$$

$$\frac{d\hat{i}_{s\beta}}{d\tau} = a_{22}\hat{i}_{s\beta} + a_{24}\hat{\psi}_{r\beta} - a_{25}\zeta_\alpha + bu_{s\beta} + k_3(k_1(\hat{i}_{s\beta} - \hat{i}_{s\beta}) - \hat{\omega}_r\zeta_\beta), \quad (10.66)$$

$$\frac{d\hat{\psi}_{r\beta}}{d\tau} = a_{42}\hat{i}_{s\beta} + a_{44}\hat{\psi}_{r\beta} + \zeta_\alpha + k_2(\hat{\omega}_r\hat{\psi}_{r\alpha} - \zeta_\alpha). \quad (10.67)$$

$$\frac{d\zeta_\beta}{d\tau} = k_1(\hat{i}_{s\alpha} - \hat{i}_{s\alpha}), \quad (10.68)$$

$$\hat{\omega}_r = S \sqrt{\frac{\zeta_\alpha^2 + \zeta_\beta^2}{\hat{\psi}_{r\alpha}^2 + \hat{\psi}_{r\beta}^2}} + V, \quad (10.69)$$

Dla uproszczenia prędkość wirowania wektora odtworzonego strumienia wirnika zastąpiono odtworzoną prędkością wirnika.

Błędy pomiędzy rzeczywistymi składowymi wektora prądu stojana i odtwarzanymi wykorzystane są w obserwatorze prędkości jako wejścia dodatkowych integratorów.

Znaczenie sygnałów wyjściowych integratorów jest określone ich położeniem w prawych stronach równań różniczkowych maszyny asynchronicznej i są one zakłóceniami w podstawowej strukturze obserwatora. W stanie quasi-ustalonym wektor zakłóceń ma taką samą prędkość kątową jaką mają pozostałe wektory. Rząd pełnego układu, składającego się z nieliniowych równań różniczkowych maszyny asynchronicznej i obserwatora prędkości kątowej wirnika, jest równy jedenaście i jego analityczne rozwiązanie i analizowanie jest złożone. Układ był badany metodą symulacji i stwierdzono, że faza sygnału zakłóceń jest zawsze równa fazie estymowanego wektora strumienia wirnika, a amplituda jest proporcjonalna do amplitudy odtwarzanego strumienia. Właściwość ta umożliwia obliczanie prędkości kątowej wirnika z równania (10.69).

Tłumienie w oddzielnych obserwatorach jest bardzo słabe. Tą właściwość układu znacznie poprawiono przez zastosowanie tłumiącego sprzężenia zwrotnego.

Start obserwatora prędkości kątowej z warunków początkowych dalekich od punktu równowagi prowadzi do stanów przejściowych ze słabo tłumionymi oscylacjami. Te stany przejściowe ulegają znacznemu skróceniu po wyposażeniu obserwatora w dodatkowe układy zerujące integratory odtwarzające składowe wektora strumienia wirnika w chwilach przejścia przez zero składowych wektora zakłóceń w tych samych osiach.

Zakłócenia  $\zeta_\alpha$  i  $\zeta_\beta$  pojawiają się na wyjściach integratorów działających w układzie współrzędnych nieruchomym względem stojana. Wejściami do tych integratorów są jedynie wzmocnione błędy odtwarzanych składowych wektora prądu stojana, które są różne od zera w stanach ustalonych. Błędy odtwarzanych składowych wektora prądu stojana są kompensowane w (10.63) i (10.66) błędami składowych odtwarzanego wektora strumienia wirnika i wektora zakłóceń. Oznacza to, że w stanie ustalonym składowe wektora strumienia wirnika odtwarzane są z błędami, których amplituda zależy od prędkości kątowej wirnika.

Współczynniki wzmocnienia stosowane w obserwatorze prędkości są małe w porównaniu ze współczynnikami wzmocnienia w obserwatorze strumienia ze znaną prędkością kątową wirnika pokazanym w rozdziale 10.1. Jest to korzystne przy technicznej realizacji obserwatora, ponieważ ewentualne błędy pomiarowe nie są silnie wzmacniane.

Obserwator prędkości tworzy wraz z silnikiem układ nieliniowy, którego właściwości, zwłaszcza przy bardzo małej prędkości, zależą od zastosowanego układu regulacji. W rozdziale 12 pokazano strukturę zamkniętego układu regulacji działającego stabilnie w szerokim zakresie zmian prędkości z zerem włącznie.

### 10.3. Odtwarzanie kąta pomiędzy stojanem a wirnikiem maszyny asynchronicznej dwustronnie zasilanej

Konstrukcja dwustronnie zasilanej maszyny asynchronicznej umożliwia bezpośredni pomiar napięć i prądów po stronie stojana i po stronie wirnika. Wielkości mierzone po stronie stojana określone są w układzie współrzędnych nieruchomym względem stojana, natomiast wielkości mierzone po stronie wirnika określone są w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem. W układach sterowania maszyną asynchroniczną wykorzystywane są wielkości mierzone zarówno po stronie stojana jak i po stronie wirnika. Zachodzi przy tym konieczność transformacji zmiennych z jednego układu współrzędnych do drugiego z wykorzystaniem kąta położenia wirnika względem stojana. Kąt ten może być mierzony za pomocą przetwornika obrotowo-kodowego lub obrotowo-impulsowego, jednak ostatnio preferowane są układy bez czujnika pomiarowego, w których położenie wirnika względem stojana jest odtwarzane na podstawie pomiaru napięć i prądów.

Kąt pomiędzy stojanem a wirnikiem może być odtworzony kilkoma metodami. Wykorzystywana jest przy tym podstawowa zależność, jaka występuje w maszynie asynchronicznej:

$$\mathbf{i}_m = \mathbf{i}_s + \mathbf{i}_r, \quad (10.70)$$

gdzie  $\mathbf{i}_s$ ,  $\mathbf{i}_r$ ,  $\mathbf{i}_m$  są wektorami prądu stojana, wirnika i magnesującego.

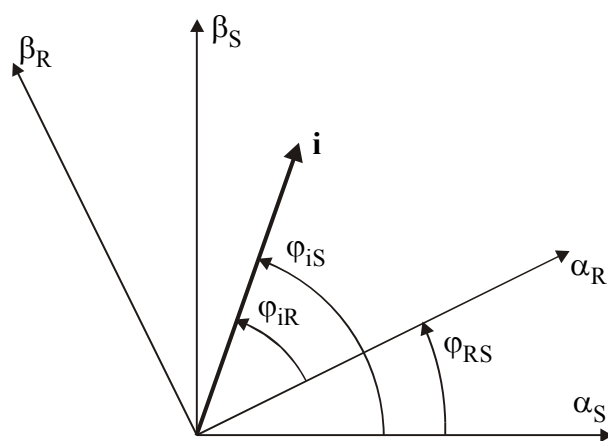
Wszystkie wektory występujące w zależności (10.70) określone są w tym samym układzie współrzędnych.

Metoda odtwarzania kąta położenia wirnika przy bezczujnikowym sterowaniu maszyną asynchroniczną dwustronnie zasilaną jest oparta na pomiarze wektora prądu w układzie współrzędnych związanym ze stojanem lub wirnikiem i obliczeniach tego samego wektora prądu w innym układzie współrzędnych. W obydwu układach określany jest wektor prądu, który ma taką samą amplitudę i różne kąty położenia związane następującą zależnością:

$$\varphi_{iS} = \varphi_{iR} + \varphi_{RS}, \quad (10.71)$$

gdzie  $\varphi_{iS}$  jest kątem położenia wektora prądu w układzie współrzędnych związanym ze stojanem,  $\varphi_{iR}$  jest kątem położenia wektora prądu w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem, a  $\varphi_{RS}$  jest kątem pomiędzy wirnikiem a stojanem. Sposób określenia kątów pokazano na rys. 10.10. Jeden z układów współrzędnych może być obrócony razem z wektorem o kąt  $\varphi_{RS}$  lub  $-\varphi_{RS}$  w celu zapisu wektorów we wspólnym układzie współrzędnych. Po takiej transformacji otrzymuje się dwa wektory tego samego prądu określone w tym samym układzie współrzędnych jak pokazano na rys. 10.11. Kąt pomiędzy tymi wektorami jest równy kątowi pomiędzy wirnikiem a stojanem.

Funkcje trygonometryczne kąta pomiędzy wirnikiem a stojanem, określonego na podstawie prądu wirnika, mogą być wyznaczone następująco:



Rys. 10.10. Wektor prądu w układach współrzędnych stojana i wirnika



$$\cos(\varphi_{RS}) = \frac{i_{r\alpha R} i_{r\alpha S} + i_{r\beta R} i_{r\beta S}}{i_r^2}, \quad (10.72)$$

$$\sin(\varphi_{RS}) = \frac{i_{r\alpha R} i_{r\beta S} - i_{r\beta R} i_{r\alpha S}}{i_r^2}, \quad (10.73)$$

gdzie indeks R oznacza składowe wektora określone w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem, a indeks S oznacza składowe wektora określone w układzie współrzędnych związanym ze stojanem. Indeksy  $\alpha$ ,  $\beta$  określają współrzędne wektorów w odpowiednim układzie.

Składowe wektorów występujące w wyrażeniach (10.72) i (10.73) są określone bezpośrednio w odpowiednich układach współrzędnych i nie ma potrzeby dokonywania ich transformacji. Składowe wektora prądu wirnika są mierzone w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem, a obliczane w układzie współrzędnych związanym ze stojanem.

Prąd wirnika w układzie współrzędnych związanym ze stojanem obliczany jest z następującej zależności, otrzymanej z (10.70):

$$\mathbf{i}_r = \mathbf{i}_m - \mathbf{i}_s. \quad (10.74)$$

Prąd magnesujący określony jest następująco:

$$\mathbf{i}_m = \frac{\Psi_m}{L_m}, \quad (10.75)$$

gdzie  $\Psi_m$  jest strumieniem głównym.

Strumień główny określony jest następująco:

$$\Psi_m = \Psi_s - L_{\sigma s} \mathbf{i}_s, \quad (10.76)$$

gdzie  $L_{\sigma s}$  jest indukcyjnością rozproszenia stojana.

Strumień stojana może być odtwarzany z wykorzystaniem poniższego równania różniczkowego:

$$\frac{d\Psi_s}{d\tau} = -R_s \mathbf{i}_s + \mathbf{u}_s. \quad (10.77)$$

Całkowanie prawych strony równań (10.77) z niewłaściwymi warunkami początkowymi prowadzi do pojawienia się składowych stałych w przebiegach składowych wektora strumienia stojana. Jeżeli ponadto w sygnałach prawych stron równań różniczkowych

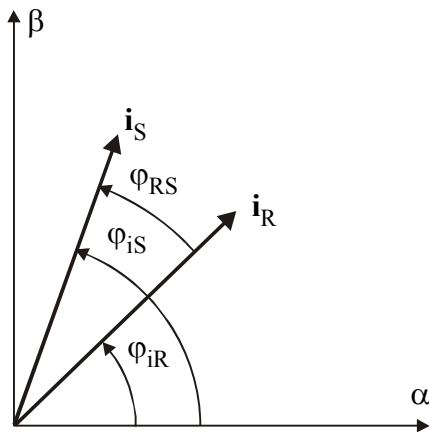
występują błędy o niezerowych wartościach średnich, to układ odtwarzania strumienia stojana określony przez (10.77) staje się niestabilny. Właściwości układu odtwarzania strumienia stojana można poprawić wprowadzając dodatkowy składnik do równania (10.77):

$$\frac{d\Psi_s}{d\tau} = -R_s \mathbf{i}_s + \mathbf{u}_s - k\Psi_s, \quad (10.78)$$

gdzie  $k$  jest stałą.

Układ całkujący zastępowany jest w ten sposób elementem inercyjnym, w którym pojawia się przesunięcie fazowe pomiędzy odtwarzanym i rzeczywistym strumieniem stojana. Przesunięcie to jest stałe, gdyż częstotliwość napięcia zasilającego stojan jest stała, i w prosty sposób może być skompensowane.

Prawidłowe odtwarzanie strumienia stojana może być również zrealizowane przez zastosowanie dwóch układów, które wykrywają minimum i maksimum jednej ze składowych strumienia i zerują integrator składowej ortogonalnej. Innym sposobem jest periodyczne całkowanie składowych wektora strumienia w czasie równym okresowi napięcia sieci



Rys. 10.11. Wektory prądu sprowadzone do wspólnego układu współrzędnych

zasilającej i odejmowanie otrzymanych stałych od wyjść integratorów odtwarzających strumień stojana.

Prąd wirnika może być również obliczany w uproszczony sposób. Uproszczenie polega na założeniu, że rezystancja stojana jest pomijalnie mała, co jest w pełni uzasadnione dla maszyn o dużej mocy. Równanie (10.77) przybiera w takim przypadku postać:

$$\frac{d\psi_s}{d\tau} = \mathbf{u}_s. \quad (10.79)$$

Składowe wektora strumienia stojana wyznaczone są z następujących zależności otrzymanych z (10.79) dla stanu ustalonego:

$$\psi_{s\alpha} = -\frac{u_{s\beta}}{\omega}, \quad (10.80)$$

$$\psi_{s\beta} = \frac{u_{s\alpha}}{\omega}, \quad (10.81)$$

gdzie  $\omega$  jest pulsacją sieci zasilającej.

Składowe wektora strumienia głównego obliczane są w stanie ustalonym następująco:

$$\psi_{m\alpha} = -\frac{1}{\omega} u_{s\beta} - L_{\sigma s} i_{s\alpha}, \quad (10.82)$$

$$\psi_{m\beta} = \frac{1}{\omega} u_{s\alpha} - L_{\sigma s} i_{s\beta}. \quad (10.83)$$

Biorąc pod uwagę (10.70), (10.75), (10.82) i (10.83) składowe wektora prądu wirnika w stanie ustalonym mogą być wyrażone następująco:

$$i_{r\alpha} = -\frac{1}{\omega L_m} u_{s\beta} - \frac{L_s}{L_m} i_{s\alpha}, \quad (10.84)$$

$$i_{r\beta} = \frac{1}{\omega L_m} u_{s\alpha} - \frac{L_s}{L_m} i_{s\beta} \quad (10.85)$$

lub, biorąc pod uwagę fakt, że zmienne określone są w układzie współrzędnych związanych ze stojanem:

$$i_{r\alpha S} = -\frac{1}{\omega L_m} u_{s\beta S} - \frac{L_s}{L_m} i_{s\alpha S}, \quad (10.86)$$

$$i_{r\beta S} = \frac{1}{\omega L_m} u_{s\alpha S} - \frac{L_s}{L_m} i_{s\beta S}. \quad (10.87)$$

Jeżeli uwzględniana jest rezystancja stojana, zależności (10.86) i (10.87) przybierają postać:

$$i_{r\alpha S} = -\frac{1}{\omega L_m} (u_{s\beta S} - R_s i_{s\beta S}) - \frac{L_s}{L_m} i_{s\alpha S}, \quad (10.88)$$

$$i_{s\beta S} = \frac{1}{\omega L_m} (u_{s\alpha S} - R_s i_{s\alpha S}) - \frac{L_s}{L_m} i_{s\beta S}. \quad (10.89)$$

Kąt pomiędzy wirnikiem a stojanem może być również określony na podstawie zmierzonych i obliczonych składowych wektora prądu stojana:

$$\cos(\varphi_{RS}) = \frac{i_{s\alpha R} i_{s\alpha S} + i_{s\beta R} i_{s\beta S}}{i_s^2}, \quad (10.90)$$

$$\sin(\varphi_{RS}) = \frac{i_{s\alpha R} i_{s\beta S} - i_{s\beta R} i_{s\alpha S}}{i_s^2}. \quad (10.91)$$

Składowe wektora prądu stojana są mierzone w tym przypadku w układzie współrzędnych związanym ze stojanem, a obliczane w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem.

Strumień główny obliczany jest następująco:

$$\Psi_m = \Psi_r - L_{\sigma r} \mathbf{i}_r. \quad (10.92)$$

Równanie różniczkowe opisujące dynamikę strumienia wirnika ma postać:

$$\frac{d\Psi_r}{d\tau} = -R_r \mathbf{i}_r + \mathbf{u}_r. \quad (10.93)$$

Strumień wirnika może być odtwarzany za pomocą integratorów w podobny sposób jak strumień stojana. Realizacja takiego odtwarzania strumienia wirnika jest jednak mało dokładna dla niskich częstotliwości strumienia wirnika, jakie występują w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem.

Uproszczona metoda odtwarzania strumienia wirnika polega na założeniu, że rezystancja wirnika jest pomijalnie mała. Równanie (10.93) przybiera w takim przypadku postać:

$$\frac{d\Psi_r}{d\tau} = \mathbf{u}_r \quad (10.94)$$

Zależności dla stanu ustalonego otrzymane z (10.94) są następujące:

$$\Psi_{r\alpha} = -\frac{u_{r\beta}}{\omega - \omega_r}, \quad (10.95)$$

$$\Psi_{r\beta} = \frac{u_{r\alpha}}{\omega - \omega_r}. \quad (10.96)$$

Przekształcenia podobne do obliczania prądu wirnika w układzie współrzędnych związanym ze stojanem prowadzą do poniższych zależności dla prądu stojana obliczanego w układzie współrzędnych związanym z wirnikiem:

$$i_{s\alpha R} = -\frac{1}{(\omega - \omega_r)L_m} u_{r\beta R} - \frac{L_s}{L_m} i_{r\alpha R}, \quad (10.97)$$

$$i_{s\beta R} = -\frac{1}{(\omega - \omega_r)L_m} u_{r\alpha R} - \frac{L_s}{L_m} i_{r\beta R} \quad (10.98)$$

lub, jeżeli rezystancja wirnika jest brana pod uwagę:

$$i_{s\alpha R} = -\frac{1}{(\omega - \omega_r)L_m} (u_{r\beta R} - R_r i_{r\beta R}) - \frac{L_s}{L_m} i_{r\alpha R}, \quad (10.99)$$

$$i_{s\beta R} = -\frac{1}{(\omega - \omega_r)L_m} (u_{r\alpha R} - R_r i_{r\alpha R}) - \frac{L_s}{L_m} i_{r\beta R}. \quad (10.100)$$

Wyrażenie  $\omega - \omega_r$  występujące w mianownikach zależności (10.97) – (10.100) może być bliskie lub równe zero, co uniemożliwia wykonanie obliczeń ze względu na dzielenie przez zero. Ogranicza to zakres zastosowań metody obliczania prądu stojana z równań stanu ustalonego do zakresu prędkości kątowych wirnika różniących się od pulsacji sieci zasilającej. Z drugiej strony wartości składowych wektora napięcia wirnika występujące w zależnościach (10.97) – (10.100) mogą być wyznaczone w prostszy sposób niż wartości składowych wektora napięcia stojana, gdyż wystarczy przyjąć do obliczeń wielkości zadane, a nie zmierzone.

#### 10.4. Wykorzystanie mocy chwilowych do odtwarzania zmiennych klatkowej maszyny asynchronicznej

Zmienne klatkowej maszyny asynchronicznej niedostępne do bezpośredniego pomiaru mogą być odtwarzane w sposób uproszczony z mocy chwilowych. Uproszczenie polega na przyjęciu równań stanu ustalonego do wyznaczania zmiennych multiskalarnego modelu silnika na podstawie ich zależności od mocy chwilowych.

Równania określające chwilową moc czynną i bierną mierzone na zaciskach stojana maszyny asynchronicznej mają postać:

$$p = u_{s\alpha} i_{s\alpha} + u_{s\beta} i_{s\beta}, \quad (10.101)$$

$$q = u_{s\alpha} i_{s\beta} - u_{s\beta} i_{s\alpha}, \quad (10.102)$$

gdzie  $p$  i  $q$  są wartościami chwilowych mocy, czynnej i biernej.

W stanie ustalonym pochodne składowych prądu stojana zapisanych w układzie współrzędnych wirującym z prędkością synchroniczną z wybranym wektorem są równe zeru, co prowadzi do następujących równań otrzymanych z (6.6) i (6.7):

$$0 = -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r w_\sigma} i_{sx} + \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} \Psi_{rx} + \omega_a i_{sy} + \omega_r \frac{L_m}{w_\sigma} \Psi_{ry} + \frac{L_r}{w_\sigma} u_{sx}, \quad (10.103)$$

$$0 = -\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r w_\sigma} i_{sy} + \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} \Psi_{ry} + \omega_a i_{sx} - \omega_r \frac{L_m}{w_\sigma} \Psi_{rx} + \frac{L_r}{w_\sigma} u_{sy}, \quad (10.104)$$

Po pomnożeniu każdego z równań (10.103) i (10.104) przez  $i_{sx}$  i  $i_{sy}$  i dodaniu oraz odjęciu tak otrzymanych wyrażeń a także uwzględnieniu definicji zmiennych modelu multiskalarnego otrzymuje się zależności:

$$-\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{w_\sigma L_r} i_s^2 + \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} x_{22m} - \omega_r \frac{L_m}{w_\sigma} x_{12m} + \frac{L_r}{w_\sigma} P = 0, \quad (10.105)$$

$$\frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} x_{12m} + \omega_s i_s^2 + \omega_r \frac{L_m}{w_\sigma} x_{22m} - \frac{L_r}{w_\sigma} Q = 0, \quad (10.106)$$

gdzie  $P$  i  $Q$  oznaczają moce czynną i bierną w stanie ustalonym,  $\omega_s$  jest prędkością synchroniczną, a i indeksem  $m$  oznaczono poniższe zmienne modelu multiskalarnego obliczane z wykorzystaniem mocy czynnej i biernej:

$$x_{12m} = \Psi_{rx} i_{sy} - \Psi_{ry} i_{sx}, \quad (10.107)$$

$$x_{22m} = \Psi_{rx} i_{sx} + \Psi_{ry} i_{sy}. \quad (10.106)$$

Z równań (10.105) i (10.106) otrzymuje się:

$$x_{12m} = \frac{1}{D_w} \left\{ \omega_r \left[ \frac{L_r}{L_m} P - \left( R_s \frac{L_r}{L_m} + R_r \frac{L_m}{L_r} \right) i_{sx}^2 \right] + \frac{R_r}{L_r} \left( \frac{L_r}{L_m} Q - \frac{w_\sigma}{L_m} \omega_s i_{sx}^2 \right) \right\}, \quad (10.109)$$

$$x_{22m} = \frac{1}{D_w} \left\{ \omega_r \left( \frac{L_r}{L_m} Q - \frac{w_\sigma}{L_m} \omega_s i_{sx}^2 \right) - \frac{R_r}{L_r} \left[ \frac{L_r}{L_m} P - \left( R_s \frac{L_r}{L_m} + R_r \frac{L_m}{L_r} \right) i_{sx}^2 \right] \right\}, \quad (10.110)$$

gdzie

$$D_w = \omega_r^2 + \frac{R_r}{L_r}. \quad (10.111)$$

Zastąpienie w wyrażeniach (10.109) i (10.110) mocy określonych dla stanu ustalonego mocami chwilowymi umożliwia ciągle określanie zmiennych modelu multiskalarnego z niewielkimi błędami w stanach przejściowych. Dokładnie zmienne modelu multiskalarnego można określić, jeżeli do wyprowadzenia równań (10.109) i (10.110) wykorzystane zostaną równania różniczkowe, a nie równania stanu ustalonego. W technicznej realizacji takiego układu pojawia się problem dokładnego pomiaru pochodnych prądu stojana.

Zmienne określone równaniami (10.109) i (10.110) zawierają szybkozmienne składowe i nie mogą być bezpośrednio wykorzystane w sprzężeniach zwrotnych. Zmienne te mogą być filtrowane za pomocą obserwatorów mających strukturę układu zamkniętego o następujących równaniach różniczkowych:

$$\frac{dx_{12o}}{d\tau} = \frac{1}{T_i}(-x_{12o} + m_1) + k_o(x_{12m} - x_{12o}), \quad (10.112)$$

$$\frac{dx_{22o}}{d\tau} = \frac{1}{T_i}(-x_{22o} + m_2) + k_o(x_{22m} - x_{22o}), \quad (10.113)$$

gdzie  $k_o$  jest wzmocnieniem obserwatorów.

Obserwatory (10.112) i (10.113) otrzymuje się z równań multiskalarnego modelu maszyny asynchronicznej po zastosowaniu od sprzęgającego sterowania. Obserwatory te przy zerowym współczynniku wzmocnienia mają taką strukturę jak układ zamknięty. Odpowiedni dobór współczynników wzmocnienia w obserwatorach zapewnia ich stabilne działanie.

Zmienne odfiltrowane w obserwatorze mogą być wykorzystane w układzie sterowania nieliniowego.

## **11. Identyfikacja parametrów maszyn asynchronicznych w cyfrowych systemach sterowania**

### **11.1. Zmienność parametrów maszyn asynchronicznych**

Większość algorytmów sterowania maszynami asynchronicznymi przedstawionych w poprzednich rozdziałach zapewnia otrzymanie założonych właściwości układu zamkniętego pod warunkiem użycia dokładnie określonych parametrów. Seryjnie produkowane maszyny charakteryzują się pewnym rozrzutem parametrów, przy czym producenci nie podają tych wielkości, które są niezbędne do syntezy układu sterowania. Wynika stąd, że jeżeli nawet układ sterowania jest zaprojektowany do określonego typu maszyny, to zainstalowanie napędu wymaga przeprowadzenia jej identyfikacji.

Dopuszczalne punkty pracy napędu z falownikiem znajdują się w takim obszarze, że część parametrów maszyny klatkowej jest praktycznie stała i wystarcza ich jednorazowa identyfikacja po włączeniu układu. Należą do nich indukcyjności rozproszenia stojana i wirnika oraz rezystancja stojana. Dotyczy to również rezystancji uzwojenia wirnika maszyny asynchronicznej zasilanej dwustronnie.

Struktura modelu matematycznego maszyny asynchronicznej jest bardziej złożona, jeżeli uwzględnione są straty w żelazie. Występuje w nim składowa prądu magnesującego reprezentująca straty w żelazie, która zmienia wartość amplitudy strumienia wirnika w modelu maszyny asynchronicznej nie więcej niż o 2-3%. Jest to na tyle mała wartość, że może być pominięta w układach sterowania ze sprzężeniem zwrotnym, co uzasadnia stosowanie modelu uproszczonego.

Parametrami maszyny klatkowej, których zmienność powinna być uwzględniona w strukturze układu regulacji, są indukcyjność wzajemna i rezystancja wirnika.

Indukcyjność wzajemna stojana i wirnika zależy w znacznym stopniu od prądu magnesującego maszyny asynchronicznej. Zależność ta dla wybranej maszyny jest funkcją, która może być określona na podstawie krzywej magnesowania. Dla celów syntezy układu sterowania można przy tym pominąć zjawisko histerezy. W rozdziale 7 pokazano, że najwygodniej jest określić zależność indukcyjności wzajemnej od amplitudy wektora strumienia wirtualnego. Dysponując taką zależnością w formie tablicy można uwzględnić ją w strukturze układu regulacji. Dalej będzie pokazane, że identyfikując na bieżąco indukcyjność wzajemną można aktualizować jej zależność od wektora strumienia wirtualnego.

Warunki zasilania i sterowania maszyną dwustronnie zasilaną w najczęstszych zastosowaniach ograniczają zmiany strumienia głównego. Maszyna jest zasilana od strony stojana z sieci o stałej amplitudzie i częstotliwości napięcia, co wymusza prawie stałą amplitudę wektora strumienia stojana, a zatem również wektora strumienia w szczelinie. W związku z powyższym zmienność indukcyjności wzajemnej ma ograniczone znaczenie w strukturze układu sterowania maszyną dwustronnie zasilaną.

Znaczny wpływ na jakość przebiegów przejściowych w regulowanym napędzie z klatkową maszyną asynchroniczną ma dokładne określenie wartości rezystancji wirnika. Zmienia się ona znacznie, dla nagrzanej maszyny może być większa nawet o 50% od rezystancji wirnika zimnego. Konieczna jest zatem stała identyfikacja rezystancji wirnika w pracującym układzie napędowym.

Identyfikacja parametrów maszyny asynchronicznej wymaga zwykle modyfikacji układu sterowania. Konieczne jest zabezpieczenie układu przed utratą stabilności spowodowaną nieprawidłowym działaniem sprzężeń zwrotnych wynikającym z niewłaściwych parametrów. Identyfikacja parametrów maszyny stwarza konieczność

dostosowania struktury układu regulacji do wymagań wynikających z potrzeby wprowadzania zmian współczynników.

Metody identyfikacji parametrów są ściśle powiązane ze strukturą układu regulacji. Prezentowana w rozdziale 11.5 metoda identyfikacji indukcyjności wzajemnej oparta jest na zastosowaniu obserwatora Luenbergera w układzie regulacji. Indukcyjność rozproszenia jest identyfikowana w układzie regulacji prądu stojana. Ogólną zasadą identyfikacji parametrów jest stosowanie więcej niż jednej zależności, w których dany parametr występuje. Duże możliwości daje tu model multiskalarny maszyny asynchronicznej łącznie z modelem wektorowym.

## 11.2. Identyfikacja indukcyjności rozproszenia stojana i wirnika

Dokładne wyznaczenie indukcyjności rozproszenia stojana i wirnika oddzielnie nie jest konieczne dla celów syntezy układów sterowania. Można przyjąć metodę uproszczoną, polegającą na założeniu, że sprowadzone do tego samego obwodu indukcyjności rozproszenia stojana i wirnika są jednakowe. Wystarczy w takim przypadku wyznaczyć dowolny zastępczy parametr, w którym występują obydwie indukcyjności rozproszenia i wykonać odpowiednie obliczenia. W podrozdziale 5.3.5 pokazano, że w układzie regulacji prądu wyjściowego falownika napięcia można określić zastępczą indukcyjność obwodu wyjściowego. Porównując równanie (5.27) określające model obwodu wyjściowego falownika i równanie (6.6) będące częścią modelu matematycznego maszyny asynchronicznej można określić następującą zależność:

$$L = \frac{w_{\sigma}}{L_r} . \quad (11.1)$$

Przyjmując, że  $L_{\sigma s} = L_{\sigma r}$  można (11.1) przekształcić następująco:

$$L = \frac{L_{\sigma r}^2 + 2L_{\sigma r}L_m}{L_{\sigma r} + L_r} . \quad (11.2)$$

Indukcyjność rozproszenia można wyznaczyć z następującego równania kwadratowego:

$$L_{\sigma r}^2 + (2L_m - L)L_{\sigma r} - L_m L = 0, \quad (11.3)$$

przyjmując jako rozwiązanie dodatni pierwiastek:

$$L_{\sigma r} = -L_m + 0,5L + \sqrt{L_m^2 + 0,25L} . \quad (11.4)$$

Indukcyjność rozproszenia wirnika i stojana należy wyznaczać dla takiego punktu pracy maszyny, w którym znana jest indukcyjność wzajemna.

## 11.3. Identyfikacja rezystancji wirnika maszyny asynchronicznej klatkowej

Zastosowanie procesorów sygnałowych do sterowania maszyną asynchroniczną umożliwia obliczanie żądanych wielkości według algorytmów złożonych nie tylko pod względem arytmetycznym, ale również logicznym. Takim złożonym algorytmem jest podany niżej sposób identyfikacji rezystancji wirnika klatkowej maszyny asynchronicznej, oparty na wyznaczaniu całek oznaczonych napięć i prądów stojana oraz strumienia stojana. Algorytmy identyfikacji rezystancji wirnika opracowano przy założeniu, że pozostałe parametry maszyny i prędkość kątowa wirnika są znane.

Równania różniczkowe dla składowych prądu stojana określonych w układzie współrzędnych związanym ze stojanem mają następującą postać, otrzymaną z (6.6) i (6.7):

$$\frac{di_{s\alpha}}{d\tau} = -\frac{R_s L_r + R_r L_s}{w_\sigma} i_{s\alpha} + \frac{R_r}{w_\sigma} \psi_{s\alpha} + \omega_r \frac{L_m}{w_\sigma} \psi_{r\beta} + \frac{L_r}{w_\sigma} u_{s\alpha}, \quad (11.5)$$

$$\frac{di_{s\beta}}{d\tau} = -\frac{R_s L_r + R_r L_s}{w_\sigma} i_{s\beta} + \frac{R_r}{w_\sigma} \psi_{s\beta} - \omega_r \frac{L_m}{w_\sigma} \psi_{r\alpha} + \frac{L_r}{w_\sigma} u_{s\beta}, \quad (11.6)$$

gdzie uwzględniono zależność:  $\psi_r = \frac{L_r}{L_m} \psi_s - \frac{w_\sigma}{L_m} i_s$ . (11.7)

Scałkowanie równań (11.5) i (11.6) w przedziale czasu od  $\tau_1$  do  $\tau_2$  prowadzi do następujących wyrażeń:

$$i_{s\alpha}(\tau_2) - i_{s\alpha}(\tau_1) = -\frac{R_s L_r + R_r L_s}{w_\sigma} \int i_{s\alpha} + \frac{R_r}{w_\sigma} \int \psi_{s\alpha} + \omega_r \frac{L_m}{w_\sigma} \int \psi_{r\beta} + \frac{L_r}{w_\sigma} \int u_{s\alpha} \quad (11.8)$$

$$i_{s\beta}(\tau_2) - i_{s\beta}(\tau_1) = -\frac{R_s L_r + R_r L_s}{w_\sigma} \int i_{s\beta} + \frac{R_r}{w_\sigma} \int \psi_{s\beta} - \omega_r \frac{L_m}{w_\sigma} \int \psi_{r\alpha} + \frac{L_r}{w_\sigma} \int u_{s\beta} \quad (11.9)$$

gdzie dla skrócenia zapisu przyjęto oznaczenie dla dowolnej zmiennej x:

$$\int x = \int_{\tau_1}^{\tau_2} x d\tau. \quad (11.10)$$

Całki składowych wektorów prądu i napięcia stojana wyznaczane są w przedziale czasu od  $\tau_1$  do  $\tau_2$ .

Składowe wektora strumienia stojana są otrzymywane w wyniku całkowania poniższych równań:

$$\frac{d\psi_\alpha}{d\tau} = -R_s i_{s\alpha} + u_{s\alpha}, \quad (11.11)$$

$$\frac{d\psi_\beta}{d\tau} = -R_s i_{s\beta} + u_{s\beta}. \quad (11.12)$$

Równania (11.11) i (11.12) są równaniami integratorów bez sprzężeń zwrotnych. Na ich wyjściach mogą pojawić się składowe stałe wynikające z nieprawidłowo określonych warunków początkowych i składowe narastające będące rezultatem całkowania błędów występujących w zmiennych znajdujących się w prawych stronach równań różniczkowych. Technika mikroprocesorowa umożliwia wyeliminowanie niepożądanych składowych kilkoma sposobami. Uwzględniając, że w stanie ustalonym przebiegi składowych wektora strumienia stojana są sinusoidalne, integratory można zerować, gdy drugi integrator osiąga maksimum lub minimum, można całkować składowe strumienia stojana za okres i odejmować otrzymaną składową stałą od wyjścia integratora. Można również zerować integrator gdy prawa strona równania drugiego integratora przechodzi przez zero.

Otrzymane składowe wektora strumienia stojana służą do wyznaczenia ich całek w przedziale od  $\tau_1$  do  $\tau_2$ . Stosując zależność (11.7) do całek oznaczonych składowych wektorów można wyznaczyć całki składowych wektora strumienia wirnika.

Poniższe wyrażenie określające rezystancję wirnika otrzymuje się po pomnożeniu (11.8) przez  $\int \psi_{r\gamma}$  i (11.9) przez  $\int \psi_{r\alpha}$  oraz wykonaniu algebraicznych przekształceń.

$$R_r = \frac{A}{B}, \quad (11.13)$$

Gdzie

$$A = w_\sigma \{ [i_{s\alpha}(\tau_2) - i_{s\alpha}(\tau_1)] \int \psi_{r\alpha} + [i_{s\beta}(\tau_2) - i_{s\beta}(\tau_1)] \int \psi_{r\beta} \} + \\ + R_s L_r \left( \int i_{s\alpha} \int \psi_{r\alpha} + \int i_{s\beta} \int \psi_{r\beta} \right) - L_r \left( \int u_{s\alpha} \int \psi_{r\alpha} + \int u_{s\beta} \int \psi_{r\beta} \right), \quad (11.14)$$

$$B = -L_s \left( \int i_{s\alpha} \int \psi_{r\alpha} + \int i_{s\beta} \int \psi_{r\beta} \right) + \int \psi_{s\alpha} \int \psi_{r\alpha} + \int \psi_{s\beta} \int \psi_{r\beta}. \quad (11.15)$$



Dokładną wartość rezystancji wirnika można otrzymać powtarzając wielokrotnie pomiary i uśredniając wyniki.

Obliczanie wielu całek zmiennych pochłania znaczną część mocy procesora sygnałowego. Jeżeli w układzie sterowania do odtwarzania strumienia wirnika zastosowany jest obserwator Luenbergera ze współczynnikami określonymi w podrozdziale 10.1, to rezystancje wirnika można estymować na podstawie przyrostów zmiennych.

W układzie odtwarzania strumienia skojarzonego wirnika opisanym równaniami (10.27) - (10.30) możliwe jest otrzymanie czasów trwania stanów przejściowych błędu odtwarzania składowych wektorów strumienia wirnika i prądu stojana mniejszych od stałej czasowej obwodu elektrycznego stojana. Stany przejściowe występują w wyniku przyjęcia dla zmiennych układu odtwarzania warunków początkowych niezgodnych z aktualnymi wartościami zmiennych maszyny lub po skokowej zmianie parametrów układu odtwarzania. Błąd odtwarzania występujący po zakończeniu stanów przejściowych zależy od parametrów układu odtwarzania. Błąd ten jest równy zero, jeżeli parametry układu odtwarzającego są równe parametrom maszyny. Przyjęcie dużych współczynników wzmocnienia  $k_{f1}$  i  $k_{f2}$  w modelu dla zmiennych wirnika powoduje, że również dla parametrów maszyny określonych z błędem, błąd odtwarzania wektora prądu stojana  $\tilde{i}_s$  po zakończeniu stanów przejściowych jest pomijalnie mały.

Podobnie jak w przypadku metody z wyznaczanymi całkami poniższe zależności wyprowadzono przy założeniu, że pozostałe parametry maszyny są znane.

Dla małego błędu odtwarzania składowych prądu stojana można przyjąć następujące zależności:

$$i_{s\alpha} \approx \hat{i}_{s\alpha}, \quad (11.16)$$

$$i_{s\beta} \approx \hat{i}_{s\beta}, \quad (11.17)$$

$$\frac{di_{s\alpha}}{d\tau} \approx \frac{d\hat{i}_{s\alpha}}{d\tau}, \quad (11.18)$$

$$\frac{di_{s\beta}}{d\tau} \approx \frac{d\hat{i}_{s\beta}}{d\tau}, \quad (11.19)$$

Odjęcie stronami równań różniczkowych dla odtwarzanego i rzeczywistego prądu stojana z uwzględnieniem (11.16) - (11.17) prowadzi do zależności:

$$-R_r L_m^2 i_{s\alpha} + R_r L_m \Psi_{r\alpha} + \omega_r w_\sigma \Psi_{r\beta} = -R_r^* L_m^2 \hat{i}_{s\alpha} + R_r^* L_m \hat{\Psi}_{r\alpha} + \omega_r^* w_\sigma \hat{\Psi}_{r\beta}, \quad (11.20)$$

$$-R_r L_m^2 i_{s\beta} + R_r L_m \Psi_{r\beta} - \omega_r w_\sigma \Psi_{r\alpha} = -R_r^* L_m^2 \hat{i}_{s\beta} + R_r^* L_m \hat{\Psi}_{r\beta} - \omega_r^* w_\sigma \hat{\Psi}_{r\alpha}, \quad (11.21)$$

gdzie znakiem \* oznaczono parametry układu odtwarzającego zmienne. W celu uproszczenia dalszego zapisu w (11.20) i (11.21) przyjęto znak równości w miejsce równości przybliżonej.

Prędkość kątowna wirnika zmienia się powoli i w układzie odtwarzania zmiennych elektromagnetycznych może być w czasie jednego okresu impulsowania traktowana jako parametr stały.

Zależności (11.20) i (11.21) obowiązują dla dowolnego czasu po zakończeniu stanu przejściowego w układzie odtwarzania zmiennych, w szczególności dla wybranych czasów  $\tau_1$  i  $\tau_2$ . Chwilowe wartości składowych wektora strumienia wirnika silnika  $\Psi_r$  są niedostępne do bezpośredniego pomiaru. Jak zostanie dalej pokazane, możliwe jest wyznaczenie różnicy wartości składowych strumienia wirnika silnika dla czasów  $\tau_1$  i  $\tau_2$ , co pozwala przy stałej prędkości kątowej  $\omega_r$  na wyznaczenie rezystancji wirnika z następujących równań:

$$R_r L_m (-L_m \Delta i_{s\alpha} + \Delta \Psi_{r\alpha}) + \omega_r w_\sigma \Delta \Psi_{r\beta} = \Delta z_\alpha, \quad (11.22)$$

$$R_r L_m (-L_m \Delta i_{s\beta} + \Delta \Psi_{r\beta}) - \omega_r w_\sigma \Delta \Psi_{r\alpha} = \Delta z_\beta, \quad (11.23)$$

gdzie:

$$\Delta i_{s\alpha} = i_{s\alpha}(\tau_2) - i_{s\alpha}(\tau_1), \quad (11.24)$$

$$\Delta i_{s\beta} = i_{s\beta}(\tau_2) - i_{s\beta}(\tau_1), \quad (11.25)$$

$$\Delta \psi_{r\alpha} = \psi_{r\alpha}(\tau_2) - \psi_{r\alpha}(\tau_1), \quad (11.26)$$

$$\Delta \Psi_{r\beta} = \Psi_{r\beta}(\tau_2) - \Psi_{r\beta}(\tau_1), \quad (11.27)$$

$$\Delta z_\alpha = -R_r^* L_m^2 (\hat{i}_{s\alpha}(\tau_2) - \hat{i}_{s\alpha}(\tau_1)) + R_r^* L_m (\hat{\psi}_{r\alpha}(\tau_2) - \hat{\psi}_{r\alpha}(\tau_1)) + \omega_r w_\sigma (\hat{\Psi}_{r\beta}(\tau_2) - \hat{\Psi}_{r\beta}(\tau_1)), \quad (11.28)$$

$$\Delta z_\beta = -R_r^* L_m^2 (\hat{i}_{s\beta}(\tau_2) - \hat{i}_{s\beta}(\tau_1)) + \hat{R}_r^* L_m (\hat{\psi}_{r\beta}(\tau_2) - \hat{\psi}_{r\beta}(\tau_1)) - \omega_r w_\sigma (\hat{\Psi}_{r\alpha}(\tau_2) - \hat{\Psi}_{r\alpha}(\tau_1)), \quad (11.29)$$

Zachodzą zależności:

$$\Delta \psi_{r\alpha} = \frac{L_r}{L_m} \Delta \psi_{s\alpha} - \frac{w_\sigma}{L_m} \Delta i_{s\alpha}, \quad (11.30)$$

$$\Delta \Psi_{r\beta} = \frac{L_r}{L_m} \Delta \Psi_{s\beta} - \frac{w_\sigma}{L_m} \Delta i_{s\beta}, \quad (11.31)$$

Wartości chwilowe składowych strumienia skojarzonego stojana silnika nie są dostępne do pomiaru. Różnica wartości strumienia skojarzonego stojana w czasach  $\tau_2$  i  $\tau_1$  może być wyznaczona przez scałkowanie obydwu stron równań:

$$\frac{d\psi_{s\alpha}}{d\tau} = -R_s i_{s\alpha} + u_{s\alpha}, \quad (11.32)$$

$$\frac{d\psi_{s\beta}}{d\tau} = -R_s i_{s\beta} + u_{s\beta}, \quad (11.33)$$

stąd:

$$\Delta \psi_{s\alpha} = \int_{\tau_1}^{\tau_2} (-R_s i_{s\alpha} + u_{s\alpha}) d\tau, \quad (11.34)$$

$$\Delta \Psi_{s\beta} = \int_{\tau_1}^{\tau_2} (-R_s i_{s\beta} + u_{s\beta}) d\tau, \quad (11.35)$$

Dwa dodatkowe integratory dołączone do układu odtwarzania zmiennych powinny być włączane na czas równy różnicy pomiędzy momentami określania początkowych i końcowych wartości zmiennych przy zerowych warunkach początkowych. Na wejścia integratorów doprowadzane są sygnały określone przez prawe strony równań (11.34) i (11.35). Na wyjściach integratorów odczytuje się w chwili  $\tau_2$  wartość przyrostów składowych strumienia skojarzonego stojana. Przyrosty te wraz ze zmierzonymi przyrostami składowych wektora prądu stojana umożliwiają określenie przyrostów składowych wektora strumienia skojarzonego wirnika.

Rezystancja obwodu wirnika może być wyznaczona z (11.28) i (11.29) w postaci:

$$R_r = \frac{\Delta z_\alpha \Delta \psi_{r\alpha} + \Delta z_\beta \Delta \Psi_{r\beta}}{L_m \left[ -L_m (\Delta i_{s\alpha} \Delta \psi_{r\alpha} + \Delta i_{s\beta} \Delta \Psi_{r\beta}) + \Delta \psi_{r\alpha}^2 + \Delta \Psi_{r\beta}^2 \right]}, \quad (11.36)$$

Układ odtwarzania rezystancji wirnika działa w dwóch fazach. W pierwszej fazie występuje stan przejściowy błędu odtwarzania i zadawanie zerowych warunków początkowych dla integratorów strumienia stojana. Na początku i na końcu drugiej fazy

dokonywane są pomiary zmiennych niezbędnych do wyznaczenia wartości rezystancji wirnika.

Zadawanie zerowych warunków początkowych dla integratorów strumienia stojana zapobiega ewentualnemu całkowaniu składowych stałych.

Zależność (11.36) została otrzymana z wyrażeń przybliżonych i umożliwia wyznaczenie rezystancji wirnika  $R_r$  z błędem zależnym od wartości rezystancji wirnika  $R_r^*$  występującej w układzie odtwarzania zmiennych. Ponadto w zależności (11.36) mogą wystąpić dzielenia przez zero lub przez małe wartości i w takich przypadkach rezystancja wirnika  $R_r$  wyznaczana jest ze znacznym błędem. Wynika to z okresowego charakteru zmiennych, których przyrosty są wyznaczane. W szczególnych przypadkach wartości zmiennej okresowej mierzone w różnym czasie mogą być równe i wtedy przyrost zmiennej jest równy zero. Jeżeli wyznaczona z zależności (11.36) rezystancja wirnika  $R_r$  przekracza zadane granice należy otrzymany wynik odrzucić.

Wpływ wyżej wymienionych błędów jest zmniejszany przez wyznaczanie rezystancji wirnika  $R_r$  ze średniej ważonej:

$$R_r = \alpha_1 R_{rp} + \alpha_2 R_{ra}, \quad (11.37)$$

gdzie współczynniki wagowe  $\alpha_1, \alpha_2$  spełniają zależność:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad (11.38)$$

$R_{rp}$  jest poprzednio wyznaczoną wartością rezystancji, a  $R_{ra}$  jest wyznaczane z (11.37).

Przedstawiony wyżej algorytm umożliwia wyznaczenie rezystancji wirnika  $R_r$  również przy zmieniającej się prędkości kątowej wirnika  $\omega_r$ , ponieważ wielkość ta nie występuje w zależności (11.36).

#### 11.4. Wyznaczanie rezystancji stojana maszyny asynchronicznej klatkowej

Uzwojenia stojana maszyny asynchronicznej klatkowej wykonywane są z miedzi i pracują przy znacznie mniejszych różnicach temperatur niż uzwojenie wirnika ze względu na lepsze warunki chłodzenia. Zmiany rezystancji stojana pod wpływem temperatury są z tego względu pomijalne. Rezystancję stojana maszyny asynchronicznej klatkowej można wyznaczać jednorazowo w procedurze identyfikacyjnej realizowanej przed włączeniem maszyny do pracy. W tym celu do uzwojenia stojana przy zatrzymanym wirniku przykładane jest stałe napięcie w wybranej osi układu współrzędnych. Zmierzenie stałego prądu płynącego pod wpływem stałego napięcia umożliwia wyznaczenie rezystancji stojana z poniższej zależności:

$$R_s = \frac{u_{s\alpha}}{i_{s\alpha}}, \quad (11.39)$$

w której wykorzystano składowe prądu i napięcia w osi  $\alpha$ .

Określona w powyższy sposób rezystancja stojana może być wykorzystana jako wartość początkowa w układach bezczujnikowych z identyfikacją parametrów na drodze adaptacji.

## 11.5. Identyfikacja indukcyjności wzajemnej maszyny asynchronicznej klatkowej

Zależność indukcyjności wzajemnej od prądu magnesującego maszyny asynchronicznej jest nieliniowa w znamionowym punkcie pracy, co wynika z zasad projektowania maszyny asynchronicznej. Identyfikacja pełnej zależności indukcyjności wzajemnej od modułu wektora prądu magnesującego lub od modułu wektora wirtualnego strumienia wymaga przeprowadzenia próby biegu jałowego w układzie z dodatkowym napędem kompensującym straty mechaniczne w maszynie asynchronicznej. Próba biegu jałowego jest niemożliwa do przeprowadzenia na maszynie dołączonej do obiektu technologicznego.

Indukcyjność wzajemna może być wyznaczona w czasie pracy silnika metodą przedstawioną w pracach [35, 36, 37, 38], opartą na wykorzystaniu obserwatora Luenbergera i zależności modelu multiskalarnego maszyny asynchronicznej. Metoda polega na iteracyjnym wyznaczaniu indukcyjności wzajemnej występującej w obserwatorze z wykorzystaniem poniższego równania stanu ustalonego otrzymanego z równania różniczkowego (6.28) dla zmiennej  $\hat{x}_{21}$ :

$$0 = -2 \frac{R_r}{\hat{L}_r} \hat{x}_{21} + 2 \frac{R_r \hat{L}_m}{\hat{L}_r} \hat{x}_{22}, \quad (11.40)$$

gdzie  $\hat{x}_{21}$  i  $\hat{x}_{22}$  są zmiennymi modelu multiskalarnego wyznaczonymi na podstawie składowych wektorów odtwarzanych w obserwatorze, a  $\hat{L}_m$  i  $\hat{L}_r$  są indukcyjnościami, wzajemną i wirnika, użytymi w obserwatorze.

Indukcyjność wzajemna  $\hat{L}_m$  użyta w obserwatorze może być określona z błędem. Zmienne  $\hat{x}_{21}$  i  $\hat{x}_{22}$  wyznaczone są również z błędami. W stanie ustalonym równanie (11.40) przybiera w takim przypadku postać:

$$0 = -\frac{R_r}{\hat{L}_r} \hat{x}_{21} + \frac{R_r \hat{L}_m}{\hat{L}_r} \hat{x}_{22} - k_{f1}(x_{22} - \hat{x}_{22}) - k_{f2}\omega_r(x_{12} - \hat{x}_{12}). \quad (11.41)$$

W pracy [35] pokazano, że jeżeli z zależności

$$\hat{L}_m = \frac{\hat{x}_{21}}{\hat{x}_{22}}, \quad (11.42)$$

otrzymanej z (11.40), wyznaczona zostanie w stanie ustalonym nowa wartość indukcyjności wzajemnej i użyta w obserwatorze, to w tym samym punkcie pracy błędy występujące w (11.41), wynikające z błędu indukcyjności wzajemnej, ulegną zmniejszeniu. Procedurę można powtarzać, a kolejne wartości indukcyjności wzajemnej otrzymywane z (11.42) są zbieżne do indukcyjności wzajemnej maszyny.

Proces iteracyjnego odtwarzania indukcyjności wzajemnej można przyspieszyć przez zastosowanie korygowania nowej wartości w postaci:

$$\hat{L}_m = \hat{L}_{mp} + k(\hat{L}_{ma} - \hat{L}_{mp}), \quad (11.43)$$

gdzie  $\hat{L}_{ma}$  jest wartością otrzymaną z (11.42), a  $\hat{L}_{mp}$  jest poprzednią wartością użytą w obserwatorze.

Uzależnienie współczynnika  $k$  w (11.43) od wartości zmiennych  $\hat{x}_{21}$  i  $\hat{x}_{22}$  umożliwia odtwarzanie indukcyjności wzajemnej również w stanach przejściowych. W pracach [37, 38] zastosowano w tym celu układ z logiką rozmytą.

## 12. Cyfrowe realizacje wybranych algorytmów sterowania maszynami asynchronicznymi

### 12.1. Układ sterowania maszyną asynchroniczną klatkową bazujący na modelu multiskalarnym

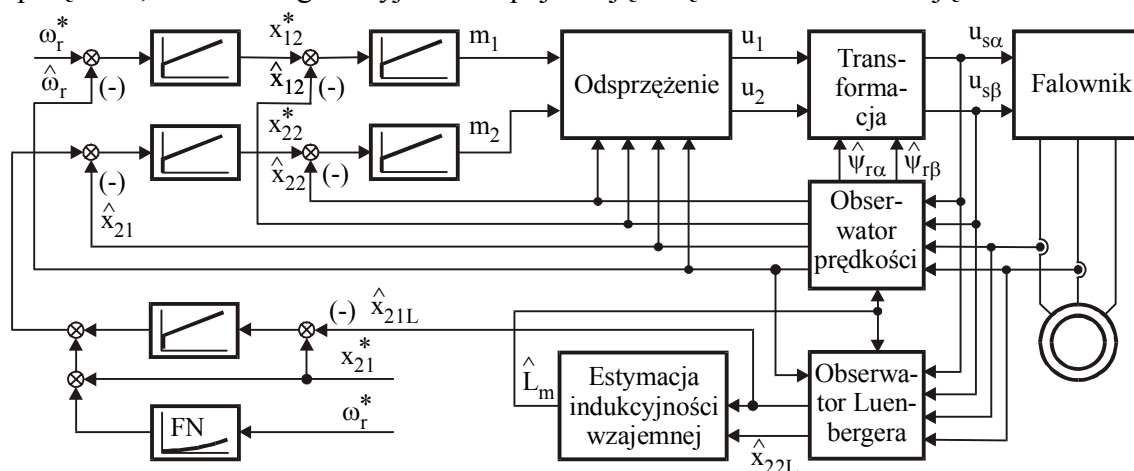
#### 12.1.1. Struktura układu sterowania

Przedstawione w poprzednich rozdziałach zasady realizacji źródła napięcia oraz obserwatorów zmiennych stanu niedostępnych do pomiaru, w tym zawierające układ odtwarzania prędkości kątowej wirnika, umożliwiają określenie struktury pełnego układu regulacji maszyny asynchronicznej klatkowej. Podstawowe elementy struktury układu regulacji pokazano na rys. 12.1. Rozdzielenie za pomocą nieliniowych sprzężeń zwrotnych układu napędowego na dwa niezależne podsystemy umożliwia zastosowanie kaskadowych struktur regulatorów, powszechnie stosowanych w technice napędowej ze względu na łatwość projektowania, uruchamiania oraz ograniczania wielkości regulowanych w pętłach podporządkowanych. Równania różniczkowe określające dynamikę podsystemów są liniowe dla liniowego zakresu charakterystyki magnesowania maszyny. W zakresie nieliniowości obwodu magnetycznego parametry równań różniczkowych ulegają zmianom, co może być uwzględniane w nastawach regulatorów.

Układ regulacji prędkości kątowej wirnika  $x_{11}$  składa się z kaskadowo połączonych regulatorów prędkości i zmiennej  $x_{12}$  która jest proporcjonalna do momentu elektromagnetycznego. Wielkość wyjściowa regulatora prędkości jest wartością zadaną dla regulatora zmiennej  $x_{12}$ . Wielkość wyjściowa regulatora momentu jest wielkością sterującą  $m_1$  w odsprężonym podsystemie mechanicznym.

Układ regulacji kwadratu strumienia wirnika składa się z kaskadowo połączonych regulatorów strumienia i zmiennej  $x_{22}$ . Wielkość wyjściowa regulatora kwadratu strumienia wirnika jest wartością zadaną dla regulatora zmiennej  $x_{22}$ . Wielkość wyjściowa regulatora zmiennej  $x_{22}$  jest wielkością sterującą  $m_2$  w odsprężonym podsystemie elektromagnetycznym.

Wielkości sterujące odsprężonymi podsystemami  $m_1$  i  $m_2$  doprowadzane są do bloku odsprężenia, na którego wyjściach pojawiają się wielkości sterujące nieliniowymi



Rys. 12.1. Schemat układu regulacji maszyny asynchronicznej

podsystemami  $u_1$  i  $u_2$ . Po transformacji na podstawie tych wielkości otrzymuje się składowe wektora napięcia wyjściowego falownika.

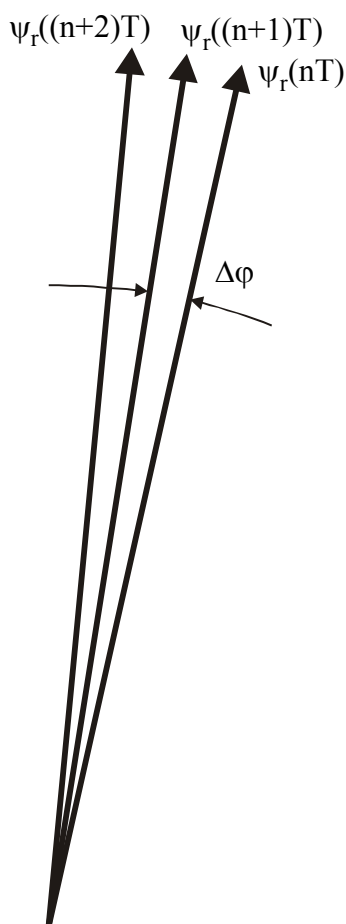
Maksymalna wartość napięcia wyjściowego falownika jest w rzeczywistym układzie napędowym ograniczona. To ograniczenie musi być respektowane w układzie sterowania przez ograniczanie wartości wyjściowych regulatorów zmiennych  $x_{12}$  i  $x_{22}$  na odpowiednim poziomie. Drugą wielkością, która jest ograniczana w napędzie z falownikiem napięcia zasilającym maszynę asynchroniczną jest amplituda prądu stojana. Ograniczenie amplitudy prądu stojana można zrealizować przez ograniczanie wartości zadanych zmiennych  $x_{12}$  i  $x_{22}$ .

Regulatory oraz układy odsprężenia i transformacji zmiennych posiadają wejścia, do których doprowadzone są zmienne będące przetworzonymi zmiennymi stanu maszyny. Zmienne te nie są bezpośrednio mierzalne w wymaganych chwilach i dotyczy to zarówno składowych wektora strumienia wirnika jak i wektora prądu stojana, który jest wprawdzie mierzony w systemie mikroprocesorowego sterowania, ale z opóźnieniem. Zachodzi w związku z tym konieczność zastosowania obserwatora do odtwarzania zmiennych stanu maszyny. W rozważanym układzie regulacji zastosowano obserwator, który odtwarza składowe wektora prądu stojana, strumienia wirnika oraz prędkość kątową wirnika. Dla prędkości różniących się znacznie od zera obserwator ten odtwarza składowe strumienia wirnika ze znacznymi błędami. Jak pokazano dalej układ regulacji działa stabilnie pomimo tych błędów. Do korygowania błędów w prezentowanym układzie zastosowano pełny obserwator Luenbergera pracujący z odtworzoną prędkością. Korekcja następuje przez zmianę wartości zadanej kwadratu strumienia wirnika dla regulatora strumienia pojawiającej się na wyjściu dodatkowego regulatora, który reguluje kwadrat strumienia wirnika odtwarzanego w obserwatorze Luenbergera. Dodatkową korzyścią wynikającą z zastosowania obserwatora Luenbergera jest możliwość identyfikacji krzywej magnesowania głównego obwodu magnetycznego i rezystancji wirnika podczas pracy maszyny.

### 12.1.2. Cyfrowa realizacja nieliniowych sprzężeń zwrotnych i transformacji

Nieliniowe sterowanie maszyną asynchroniczną przedstawione w rozdziale 8.2.2 zapewnia zlinearyzowanie układu napędowego i rozdzielenie go na dwa niezależne podsystemy. Wszystkie zależności wyprowadzono przy założeniu, że zmienne są ciągłe i w każdej chwili dostępne są ich wartości. W systemie mikroprocesorowym takie założenie nie jest realizowalne, gdyż zmienne mierzone są okresowo, a napięcia sterujące są generowane impulsowo z określeniem średniej wartości za okres. Algorytmy sterowania opracowane przy założeniu ciągłości zmiennych muszą być zatem zmodyfikowane tak, aby mogły być zrealizowane za pomocą systemu mikroprocesorowego.

Przetworniki analogowo-cyfrowe stosowane w układach napędowych umożliwiają przetwarzanie mierzonych zmiennych w czasie krótszym niż  $10\ \mu\text{s}$ . Jest to zaledwie 10% okresu impulsowania wynoszącego  $100\ \mu\text{s}$  i wynikające stąd opóźnienie może być pominięte przy analizie działania systemu sterowania mikroprocesorowego. Znacznie dłuższy, bo wynoszący około kilkudziesięciu mikrosekund jest czas wykonywania obliczeń koniecznych do realizacji kroku całkowania obserwatora i sterowania nieliniowego. Obliczenia te nie wnoszą jednak opóźnień do układu sterowania, ponieważ algorytmy nieliniowych sprzężeń zwrotnych i regulatorów działają na wielkościach odtworzonych za pomocą obserwatora. Wielkości występujące w układzie rzeczywistym mierzone są w chwili  $nT$  i wykorzystane w obserwatorze, który odtwarza wielkości dla chwili  $(n+1)T$  przed upływem czasu  $T$ . Sterowanie dla przedziału czasu od  $(n+1)T$  do  $(n+2)T$  obliczane jest zatem na podstawie zmiennych określonych za pomocą obserwatora dla chwili  $(n+1)T$  przed tym momentem i



Rys. 12.2. Położenia wektora strumienia wirnika w kolejnych momentach

opóźnienie w układzie regulacji zrealizowanym za pomocą systemu mikroprocesorowego spowodowane czasem obliczeń nie występuje. Przedstawione cechy układu z obserwatorem powodują, że można rozważać jedynie jego właściwości impulsowe z pominięciem opóźnień.

Okres impulsowania w układzie napędowym z silnikiem asynchronicznym zasilanym z falownika napięcia może wynosić od 50 do 500 μs. Zmienne modelu multiskalarnego zmieniają się nie więcej niż o ok. 5% w czasie jednego okresu impulsowania o takim czasie, co nie ma wpływu na dokładność realizacji algorytmów nieliniowego sterowania, gdyż może być skompensowane odpowiednim działaniem całkujących części regulatorów nadrzędnych. Istotny błąd wprowadza natomiast poniższa transformacja wielkości sterujących  $u_1$  i  $u_2$ , występujących w multiskalarnym modelu silnika, na składowe wektora napięcia stojana określone w nieruchomym układzie współrzędnych:

$$u_{s\alpha} = \frac{\psi_{r\alpha} u_2 - \psi_{r\beta} u_1}{\psi_r^2}, \quad (12.1)$$

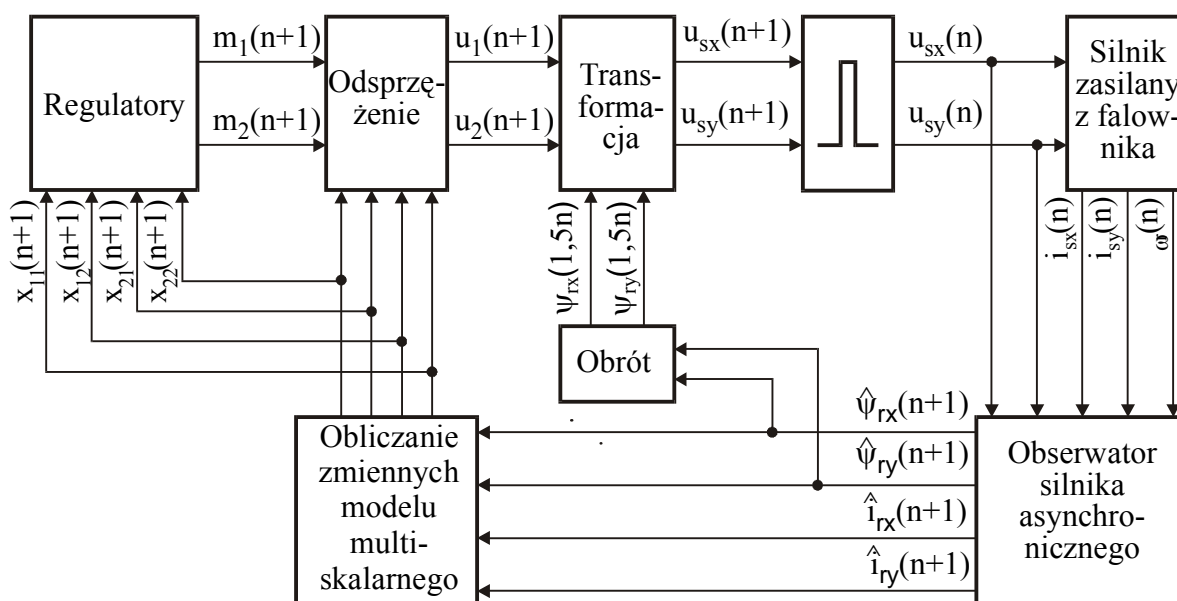
$$u_{s\beta} = \frac{\psi_{r\alpha} u_1 + \psi_{r\beta} u_2}{\psi_r^2}. \quad (12.2)$$

Zmienne występujące w (12.1) i (12.2) zostały określone w rozdziale 6. W układzie mikroprocesorowego sterowania wielkości  $u_1$  i  $u_2$  są stałe w czasie jednego okresu impulsowania. Wektor strumienia wirnika wiruje i na przykład przy prędkości kątowej wynoszącej 314 rad/s obraca się w czasie okresu impulsowania równego 200 μs o kąt 3,6 stopnia, jak pokazano na rys 12.2. Jest to wartość

na tyle duża, że nie można w wyrażeniach (12.1) i (12.2) zastosować wartości chwilowych określonych dla początku okresu impulsowania za pomocą obserwatora. Składowe wektora napięcia stojana obliczane są w układzie sterowania mikroprocesorowego jako wartości średnie za okres impulsowania. Konieczne jest z tego powodu wykorzystanie w transformacjach (12.1) i (12.2) wartości średnich składowych wektora strumienia wirnika za okres od  $(n+1)T$  do  $(n+2)T$ . Wartości te można określić w przybliżeniu mierząc kąt  $\Delta\phi$  pomiędzy wektorami strumienia wirnika wyznaczonymi dla momentów  $(n+1)T$  oraz  $nT$  i obracając wektor  $\psi_r((n+1)T)$  o kąt  $0,5\Delta\phi$ . Składowe tak obrócone wektora można wykorzystać w (12.1) i (12.2), które ostatecznie przyjmują postać:

$$u_{s\alpha}((n+1)T) = \frac{\Psi_{r\alpha}((n+1,5)T)u_2((n+1)T) - \Psi_{r\beta}((n+1,5)T)u_1((n+1)T)}{(\Psi_r((n+1,5)T))^2}, \quad (12.3)$$

$$u_{s\beta}((n+1)T) = \frac{\Psi_{r\alpha}((n+1,5)T)u_1((n+1)T) + \Psi_{r\beta}((n+1,5)T)u_2((n+1)T)}{(\Psi_r((n+1,5)T))^2}, \quad (12.4)$$



Rys. 12.3. Schemat układu impulsowego sterowania maszyną asynchroniczną z odtwarzaniem zmiennych za pomocą obserwatora

gdzie składowe wektora napięcia stojana  $u_{s\alpha}((n+1)T)$  i  $u_{s\beta}((n+1)T)$  oraz wielkości sterujące  $u_1((n+1)T)$  i  $u_2((n+1)T)$  określone są jako wartości średnie w przedziale czasu od  $(n+1)T$  do  $(n+2)T$ , natomiast składowe wektora strumienia wirnika  $\psi_{rx}((n+1,5)T)$  i  $\psi_{ry}((n+1,5)T)$  określone są jako wartości chwilowe dla czasu  $(n+1,5)T$ , które są równe w przybliżeniu wartościom średnim w przedziale czasu od  $(n+1)T$  do  $(n+2)T$ . Schemat układu impulsowego sterowania maszyną asynchroniczną działającego zgodnie z powyższymi zależnościami pokazano na rys. 12.3.

### 12.1.3. Ograniczanie napięcia wyjściowego falownika

Amplituda wektora napięcia wyjściowego falownika określonego w nieruchomym układzie współrzędnych ograniczona jest liniami sześciokąta opisanego na końcach wektorów aktywnych falownika. Maksymalna wartość amplitudy wektora napięcia falownika, będącego jednocześnie napięciem stojana maszyny asynchronicznej, oznaczona jest jako  $U_{s\max}$ .

Korzystając z zależności:

$$u_1^2 + u_2^2 = u_s^2 x_{21}, \quad (12.5)$$

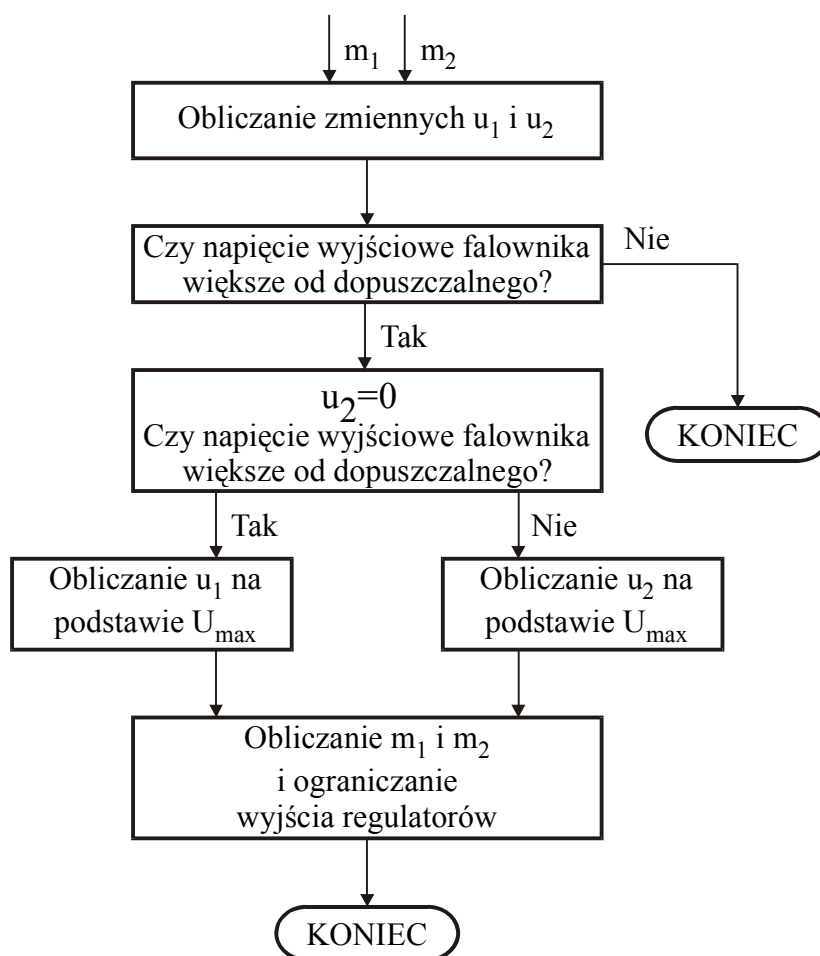
otrzymanej z (12.1) i (12.2), można dla bieżącej wartości kwadratu strumienia wirnika określić poniższy warunek na ograniczenie sumy kwadratów wielkości  $u_1$  i  $u_2$ :

$$u_1^2 + u_2^2 \leq U_{s\max}^2 x_{21}. \quad (12.6)$$

Spełnienie tego warunku przez zmienne sterujące zapewnia ograniczenie napięcia wyjściowego falownika. Można określić tylko jeden warunek (12.6) dla dwóch zmiennych  $u_1$  i  $u_2$ . Drugą zależność niezbędną do określenia maksymalnych wartości zmiennych sterujących otrzymuje się w wyniku przyjęcia odpowiedniej strategii sterowania.

Zakres zmian zmiennych maszyny asynchronicznej w stanach ustalonych powinien być tak określony, żeby zachowane zostały ograniczenia napięcia wyjściowego falownika. Strategia sterowania powinna zatem zapewnić ograniczenie zmiennych sterujących w stanach





Rys. 12.4. Schemat procedury ograniczania napięcia wyjściowego falownika

przejściowych. Poniższe rozważania prowadzą do prostych zależności umożliwiających ograniczenie napięcia wyjściowego falownika.

Szybkość zmian składowych wektora prądu stojana zależy od wartości napięcia zasilania prądu stałego. W prostokątnym układzie współrzędnych można, dysponując wektorem napięcia o ograniczonej amplitudzie, wymusić szybkie zmiany składowej prądu w jednej z osi ograniczając wartość składowej wektora napięcia w osi prostopadłej. Podobnie można wymusić szybkie zmiany zmiennej w jednym z podsystemów ograniczając wielkość sterującą w drugim podsystemie. Celem sterowania maszyną asynchroniczną jest stabilizacja prędkości kątowej wirnika lub zmienianie jej zgodnie z zadanymi zależnościami, co często wymaga szybkich zmian momentu elektromagnetycznego. Wybrany przy tym punkt pracy maszyny, określony wartością strumienia wirnika, powinien zapewnić jej ekonomiczną pracę. W większości przypadków wystarcza stabilizacja strumienia wirnika na zadanej wartości. Stała czasowa w podsystemie elektromagnetycznym jest duża, co oznacza, że zmiana kwadratu strumienia wirnika odbywa się powoli i zmiany wielkości sterującej trwające krótko nie wpływają w istotny sposób na jego wartość. Można zatem w stanach przejściowych momentu elektromagnetycznego wykorzystać w celu jego zmian pełną moc falownika, co wiąże się z redukowaniem zmiennej sterującej  $u_2$ . Wynika stąd strategia ograniczania wielkości sterujących pokazana na rys. 12.4. Ostateczne wartości zmiennych sterujących  $u_1$  i  $u_2$  wyznaczane są w zależności od konkretnego stanu dynamicznego.

Jeżeli zmienne  $u_1$  lub  $u_2$  zostały ograniczone w celu zapobieżenia przekroczenia maksymalnej wartości napięcia wyjściowego falownika, to należy wyznaczyć wartości zmiennych  $m_1$  i  $m_2$  sterujących odsprężonymi podsystemami w celu ustalenia wartości ograniczeń wielkości wyjściowych regulatorów zmiennych  $x_{12}$  i  $x_{22}$ . Wartości ograniczeń zmiennych  $m_1$  i  $m_2$  określają poniższe zależności otrzymane z (8.60) i (8.61):

$$m_{10} = \frac{L_r}{w_\sigma} u_{10} - x_{11}(x_{22} + \frac{L_m}{w_\sigma} x_{21}), \quad (12.7)$$

$$m_{20} = \frac{L_r}{w_\sigma} u_{20} + x_{11}x_{12} + \frac{R_r L_m}{L_r w_\sigma} x_{21} + \frac{R_r L_m}{L_r} \frac{x_{12}^2 + x_{22}^2}{x_{21}}, \quad (12.8)$$

gdzie  $u_{10}$  i  $u_{20}$  są ograniczonymi wartościami zmiennych sterujących nieodsprężonymi podsystemami, a  $m_{10}$  i  $m_{20}$  są ograniczonymi wartościami zmiennych sterujących odsprężonymi podsystemami.

Wielkości wyjściowe regulatorów momentu elektromagnetycznego i zmiennej  $x_{22}$  nie mogą przekroczyć, z uwzględnieniem znaku, wartości określonych przez (12.7) i (12.8).

#### 12.1.4. Ograniczanie prądu wyjściowego falownika

Moduł wektora prądu wyjściowego falownika napięcia, równy modułowi prądu stojana maszyny asynchronicznej, związany jest ze zmiennymi modelu multiskalarnego następującym wyrażeniem:

$$i_s^2 = \frac{x_{12}^2 + x_{22}^2}{x_{21}}. \quad (12.9)$$

Zmienne  $x_{12}$  i  $x_{22}$  zmieniają się znacznie szybciej niż zmienna  $x_{21}$ . Wystarczy wobec tego ograniczać zmienne  $x_{12}$  i  $x_{22}$  przy określonych wartościach zmiennej  $x_{21}$  i maksymalnego modułu wektora prądu stojana  $I_{s\max}$  zgodnie z warunkiem

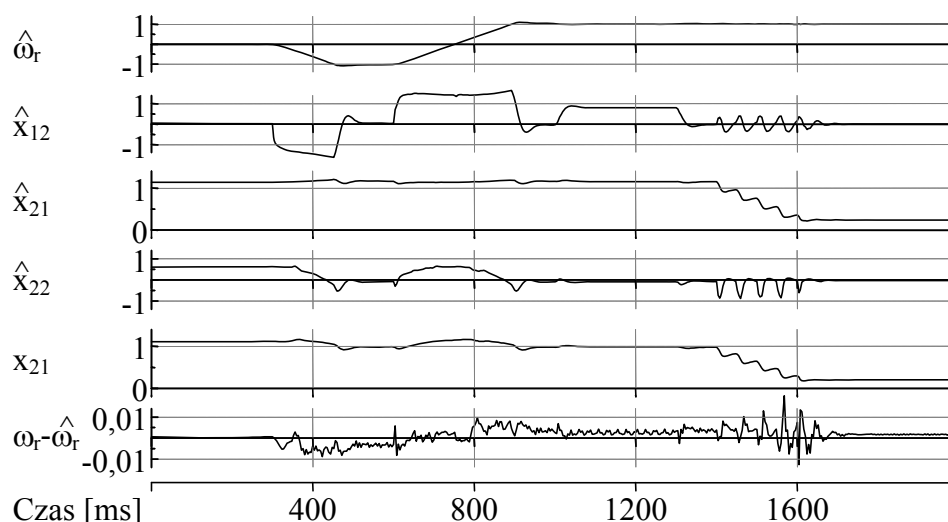
$$x_{12}^2 + x_{22}^2 \leq I_{s\max}^2 x_{21}. \quad (12.10)$$

Podobnie jak w przypadku ograniczania napięcia wyjściowego falownika można określić bezpośrednio tylko jedną nierówność, którą muszą spełniać zmienne modelu multiskalarnego. Ograniczanie zmiennych jest rezultatem przyjętej strategii sterowania. Zmienna  $x_{21}$  zmienia się powoli w porównaniu ze zmianami zmiennej  $x_{22}$ . Jeżeli strumień wirnika jest mały, to przed zwiększaniem momentu elektromagnetycznego należy przede wszystkim zwiększać zmienną  $x_{22}$ . Spowoduje to zwiększenie strumienia wirnika i przejście do pożądanego punktu pracy. Optymalne trajektorie zmiennych modelu multiskalarnego w stanach przejściowych nie zostały dotychczas opracowane. Można przyjąć prostą strategię polegającą na ograniczaniu zmiennych  $x_{12}$  i  $x_{22}$  na tych samych wartościach. Możliwa jest również strategia polegająca na zmniejszaniu zmiennej  $x_{22}$ , aby wygenerować krótki impuls momentu elektromagnetycznego kosztem chwilowego zmniejszenia amplitudy wektora strumienia wirnika.

Normalne warunki stosowania napędu asynchronicznego realizowane są przy stałej wartości modułu strumienia wirnika. Biorąc pod uwagę poniższą zależność:

$$x_{22} = \frac{x_{21}}{L_m}, \quad (12.11)$$

ograniczenie dla momentu elektromagnetycznego w stanie ustalonym można określić następująco:



Rys. 12.5. Przebiegi zmiennych w układzie regulacji z rys. 12.1 otrzymane metodą symulacji cyfrowej

$$x_{120}^2 \leq I_{s\max}^2 x_{21} - \frac{1}{L_m^2} x_{21}^2, \quad (12.12)$$

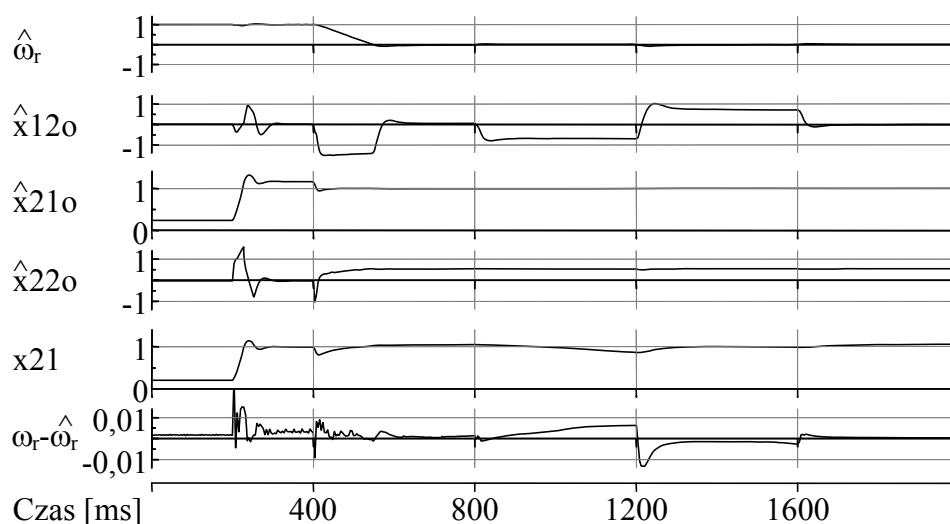
gdzie  $x_{120}$  jest ograniczeniem momentu elektromagnetycznego.

#### 12.1.5. Wyniki badań symulacyjnych układu nieliniowego sterowania maszyną asynchroniczną klatkową

Układ regulacji maszyny asynchronicznej klatkowej badano metodą symulacji cyfrowej. Maszynę zamodelowano w postaci układu równań różniczkowych, w których uwzględniono nasycenie głównego obwodu magnetycznego metodą podaną w rozdziale 7.2 przyjmując jako zmienne stanu składowe wektora prądu stojana i wektora strumienia wirnika. Falownik napięcia zasilający maszynę zamodelowano w postaci generatora przebiegów składowych wektora napięcia stojana działającego według metody opisanej w rozdziale 5.1.

Zastosowano dwa kaskadowe układy regulacji stabilizujące zmienne multiskalarnego modelu maszyny asynchronicznej zdefiniowane w rozdziale 6.2.1. Zastosowano regulatory typu PI z całkowaniem metodą trapezów. Wielkości wyjściowe regulatorów są ograniczane zgodnie z algorytmami podanymi w rozdziałach 12.3 i 12.4. Części całkujące regulatorów ograniczane są na tych samych poziomach jak ich wielkości wyjściowe. Nieliniowe sprzężenia zwrotne określone w rozdziale 8.2.2.1 umożliwiły odsprężenie obiektu regulacji na dwa niezależne linowe podukłady. Zmienne sterujące nieliniowym modelem multiskalarnym są transformowane na składowe wektora napięcia zgodnie z zasadą podaną w rozdziale 12.1.2. Zmienne maszyny asynchronicznej wykorzystywane w układzie regulacji otrzymywane są z obserwatora prędkości, którego strukturę określono w rozdziale 10.2.1.

Obserwator prędkości odtwarza z dużą dokładnością prędkość kątową wirnika, natomiast amplituda wektora strumienia wirnika odtwarzana jest ze znacznym błędem. Również wektor prądu stojana odtwarzany jest z błędem. Nie zmniejsza to możliwości zastosowania obserwatora prędkości do odtwarzania zmiennych, zwłaszcza że zastosowane są w nim małe, w porównaniu z obserwatorem Luenbergera, współczynniki wzmocnienia. Błąd amplitudy strumienia wirnika korygowany jest w układzie przedstawionym na rys. 12.1 przez zastosowanie dodatkowego regulatora zmiennej  $x_{21}$ , dla którego wielkością mierzoną jest zmienna  $x_{21L}$  odtworzona w obserwatorem Luenbergera. Wielkość wyjściowa dodatkowego



Rys. 12.6. Symulacja zmiennych w układzie regulacji z rys. 12.1

regulatora zmiennej  $x_{21}$  jest wielkością zadaną regulatora głównego. Dodatkowo zastosowano statyczną korektę sygnału zadanego regulatora głównego za pomocą funkcji zależnej od prędkości kątowej wirnika poprawiającą właściwości dynamiczne układu regulacji.

Obserwator Luenbergera, zastosowany do odtwarzania zmiennych stanu maszyny asynchronicznej wykorzystywanych do korekty wartości zadanej strumienia wirnika, służy również do identyfikacji indukcyjności wzajemnej oraz krzywej magnesowania według metody podanej w rozdziale 11.5.

Wyniki badań symulacyjnych układu regulacji maszyny asynchronicznej pokazano na rys. 12.5 i 12.6. Na rys. 12.5 zaprezentowano kolejno zmianę wartości zadanej prędkości z bliskiej zeru na  $-1$ , rewers prędkości, obciążenie momentem i stopniowe zmniejszanie zadanej wartości zmiennej  $x_{21}$  z  $1$  na  $0,1$ . Pokazano przebiegi odtwarzanych zmiennych modelu multiskalarnego, zmiennej  $x_{21}$  obliczanej na podstawie zmiennych modelu maszyny oraz błąd pomiędzy rzeczywistą a odtwarzaną prędkością. Wyraźnie widać, że wartość zmiennej  $\hat{x}_{22}$  w stanach ustalonych zależy od prędkości kątowej wirnika, co jest rezultatem błędów odtwarzania strumienia wirnika i prądu stojana. Powoduje to również sprzężenie pomiędzy zmianami  $\hat{x}_{22}$  a  $\hat{x}_{12}$  przy zmianach prędkości kątowej wirnika. Przy stałej prędkości zadanej i stałej zadanej zmiennej  $\hat{x}_{21}$  zmiana obciążenia, a więc i  $\hat{x}_{12}$  nie powoduje zmian  $\hat{x}_{22}$ . Układ jest w takim przypadku odsprężony. Zmiana zadanej wartości  $\hat{x}_{21}$  powoduje zmiany  $\hat{x}_{22}$ , które wpływają na zmienną  $\hat{x}_{12}$ , co jest widocznym sprzężeniem występującym w układzie.

Przebiegi błędu pomiędzy rzeczywistą a odtwarzaną prędkością pokazane na rys. 12.5 mieszczą się, poza chwilowymi niewielkimi wyskokami, w granicach między  $0,01$  a  $-0,01$  zarówno w stanach dynamicznych jak i w stanach przejściowych. Świadczą o bardzo dużej dokładności odtwarzania prędkości w obserwatorze.

Na rys 12.6 zaprezentowano kolejno zmianę wartości zadanej zmiennej  $\hat{x}_{21}$  z  $0,1$  na  $1$ , zmianę wartości zadanej prędkości z  $1$  na  $0$  i obciążenie maszyny momentem znamionowym przy zerowej prędkości. Również w tych przypadkach przebiegi błędu pomiędzy rzeczywistą a odtwarzaną prędkością mieszczą się, poza chwilowymi niewielkimi wyskokami, w granicach między  $0,01$  a  $-0,01$ .

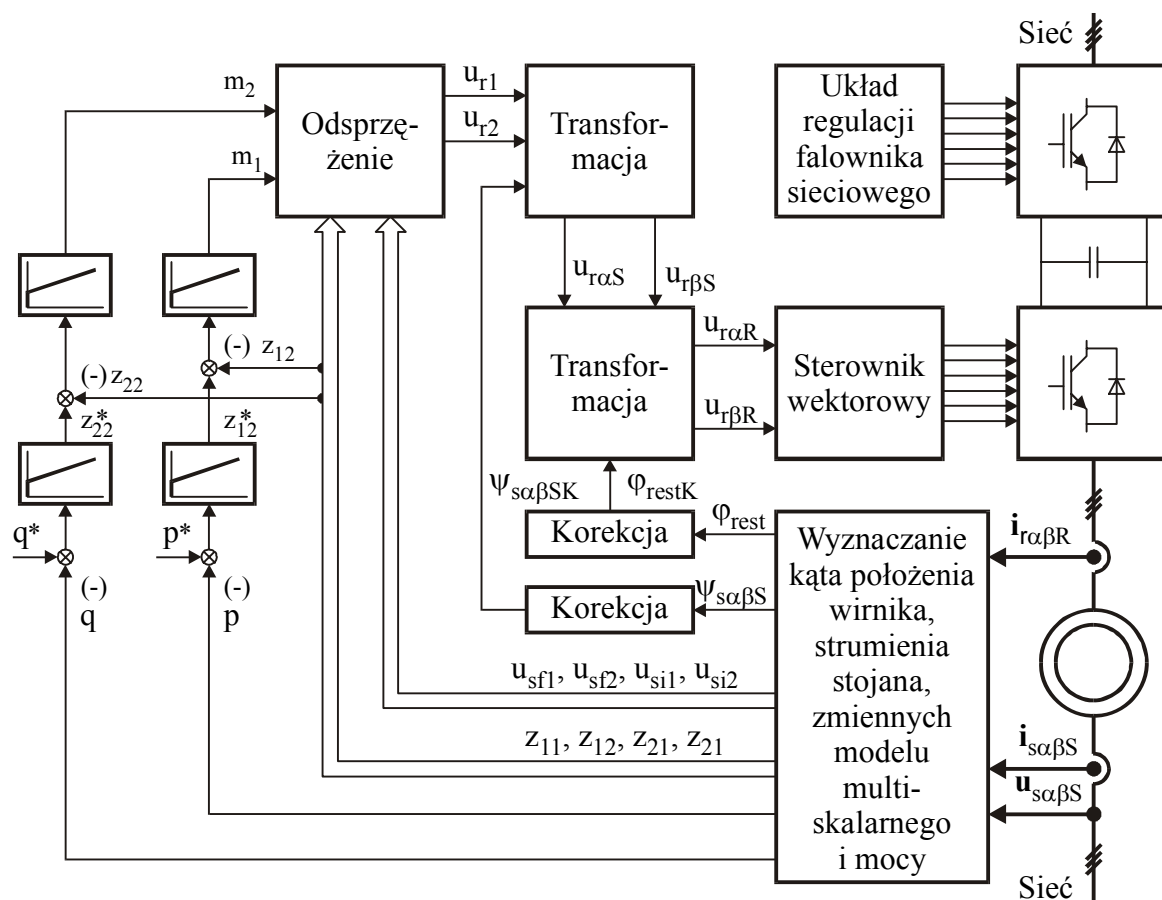
## 12.2. Układ sterowania maszyną asynchroniczną dwustronnie zasilaną bazujący na modelu multiskalarnym

### 12.2.1. Struktura układu sterowania

Maszyna dwustronnie zasilana znalazła zastosowanie w układach generowania energii elektrycznej, w których generator napędzany jest silnikiem o zmiennej prędkości kątowej. Tego rodzaju układami są na przykład generatory wiatrowe, generatory wałowe na statkach i układy bezprzewodowego zasilania z kołem zamachowym. Generator może pracować na sieć lub samodzielnie.

Poniżej przedstawiony zostanie układ regulacji generatora pracującego na sieć. Generator taki generuje zadaną moc czynną i bierną przy zachowaniu kształtu prądu i napięcia zapewniającego spełnienie wymagań dotyczących jakości energii.

Układ dwustronnego zasilania maszyny asynchronicznej zawiera dwa źródła napięcia, co umożliwia bezpośrednie pomiary napięć i prądów niezbędnych do wyznaczenia zmiennych, które występują w modelu zastosowanym do syntezy struktur regulatorów. Jedynym technicznym problemem jest to, że zmienne stojana i wirnika mierzone są w dwóch różnych układach współrzędnych, natomiast w układzie regulacji sprowadzone są do jednego z nich. Kąt położenia wirnika, wykorzystywany do transformacji zmiennych z układu związanego z wirnikiem do układu związanego ze stojanem, może być mierzony lub, jak pokazano w rozdz. 10.3, odtwarzany. Zastosowanie odtwarzanego kąta położenia wirnika zmienia właściwości układu z maszyną dwustronnie zasilaną, zwłaszcza tłumienie oscylacji



Rys. 12.7. Schemat struktury układu regulacji maszyny dwustronnie zasilanej opartego na modelu multiskalarnym

amplitudy strumienia. Niektóre struktury posiadają lepsze właściwości z odtwarzanym kątem położenia wirnika niż z mierzonym.

Strukturę układu regulacji opartą na modelu multiskalarnym maszyny dwustronnie zasilanej pokazano na rys.12.7. Maszyna asynchroniczna zasilana jest z sieci od strony stojana i z falownika napięcia od strony wirnika. Napięcie w obwodzie pośredniczącym falownika zasilającego wirnik stabilizowane jest za pomocą falownika sieciowego. Falownik napięcia sterowany jest za pomocą sterownika wektorowego, który generuje impulsy załączające tranzystory na podstawie czasów i numerów wektorów aktywnych tworzących zadane składowe wektora napięcia wirnika.

Układ regulacji zapewnia stabilizację chwilowej mocy czynnej  $p$  i biernej  $q$  stojana, określonych następująco:

$$p = u_{sx} i_{sx} + u_{sy} i_{sy}, \quad (12.13)$$

$$q = -u_{sx} i_{sy} + u_{sy} i_{sx}. \quad (12.14)$$

Generowana moc czynna zależy od momentu na wale, a więc również od zmiennej  $z_{12}$ , natomiast moc bierna zależy od wartości strumienia stojana, a więc od zmiennej  $z_{22}$ . Syntezy układzie regulacji oparto się na zależnościach mocy czynnej i biernej  $P$  i  $Q$  od zmiennych modelu multiskalarnego w stanie ustalonym, określone następująco:

$$P = \frac{1}{L_s} u_{sf2} - \frac{L_m}{L_s} \frac{u_{sf1} z_{12} + u_{sf2} z_{22}}{z_{21}}, \quad (12.15)$$

$$Q = \frac{1}{L_s} u_{sf1} - \frac{L_m}{L_s} \frac{u_{sf1} z_{22} - u_{sf2} z_{12}}{z_{21}}. \quad (12.16)$$

Równania (12.15) i (12.16) otrzymuje się z (6.49) i (6.50) dla stanu ustalonego przyjmując prędkość synchroniczną układu współrzędnych, mnożąc obustronnie przez  $u_{sx}$  i  $u_{sy}$  oraz dodając i odejmując stronami odpowiednie równania.

Łatwo sprawdzić, że wartość zmiennej  $u_{sf2}$  jest bliska 0, natomiast wartość zmiennej  $u_{sf1}$  jest bliska 1. Kwadrat strumienia stojana  $z_{21}$  jest w przybliżeniu równy 1, a zatem wyrażenia (12.15) i (12.16) przybierają postać:

$$P = -\frac{L_m}{L_s} z_{12}, \quad (12.17)$$

$$Q = \frac{1}{L_s} - \frac{L_m}{L_s} z_{22}. \quad (12.18)$$

Wielkości wyjściowe regulatorów mocy czynnej i biernej mogą być zgodnie z powyższymi zależnościami wielkościami zadanymi dla regulatorów zmiennych  $z_{12}$  i  $z_{22}$ . Wielkości wyjściowe regulatorów zmiennych  $z_{12}$  i  $z_{22}$  wchodzą na wejścia bloku odsprężenia działającego zgodnie z równaniami (8.76) i (8.77). Na wyjściach bloku odsprężenia pojawiają się zmienne  $u_{r1}$  i  $u_{r2}$ , które transformowane są zgodnie z równaniami (8.78) i (8.79). Składowe wektora strumienia stojana określone są w układzie współrzędnych związanym ze stojanem i w tym samym układzie otrzymywane są składowe wektora napięcia wirnika. W układzie zrealizowanym za pomocą procesora występuje opóźnienie wynoszące jeden takt impulsowania, które kompensowane jest przez obrót strumienia stojana o kąt, o jaki strumień obrócił się w poprzednim takcie. Odbywa się to w bloku korekcji pokazanym na schemacie. Składowe wektora napięcia wirnika transformowane są następnie z układu współrzędnych związanego ze stojanem do układu współrzędnych związanego z wirnikiem. W transformacji tej wykorzystany jest kąt położenia wirnika, który w mikroprocesorowym układzie korygowany jest o wartość zależną od kąta

obrotu wirnika w poprzednim takcie. W tym przypadku nie wystarcza zastosowanie poprzedniego przyrostu kąta, gdyż układ może stać się niestabilny ze względu na naturalne oscylacje występujące w maszynie dwustronnie zasilanej, które mogą być wzmacniane w wyniku opóźnień wprowadzanych przez układ impulsowy. Analiza układu jest złożona, w związku z tym wprowadzono eksperymentalnie dobraną korekcję kąta położenia wirnika w zależności od jego prędkości kątowej zapewniającą stabilną pracę układu.

Uwzględnianie impulsowego charakteru pracy układu regulacji maszyny dwustronnie zasilanej i opóźnień wynikających z realizacji mikroprocesorowej jest szczególnie istotne w przypadku generatorów dużej mocy. W falownikach dużej mocy stosuje się małą częstotliwość przełączania tranzystorów ze względu na konieczność ograniczania strat. Okres impulsowania jest zatem duży, może wynosić około 400  $\mu$ s, i w istotny sposób wpływa na właściwości układu regulacji.

### 12.2.2. Odtwarzanie zmiennych maszyny dwustronnie zasilanej

Układ pokazany na rys. 12.7 zawiera blok wyznaczania kąta położenia wirnika, strumienia stojana, zmiennych modelu multiskalarnego i mocy. Kąt położenia wirnika wyznaczany jest na podstawie jego funkcji trygonometrycznych określonych równaniami (10.90) i (10.91). Metoda wyznaczania kąta położenia wirnika jest obarczona błędem, jeżeli strumień stojana występujący w przekształceniach obliczany jest z błędem. Można zwiększyć dokładność wyznaczania strumienia stojana obliczając go z prądów mierzonych, przy czym prąd wirnika transformowany jest do układu współrzędnych związanego ze stojanem za pomocą obrotu o wyliczony kąt położenia wirnika. Tak wyznaczony strumień stojana służy do obliczenia pozostałych zmiennych modelu multiskalarnego.

Wykorzystanie równań stanu ustalonego do wyznaczania strumienia stojana wraz z przyjęciem rezystancji stojana równej zero prowadzi do pewnej modyfikacji układu sterowania maszyną dwustronnie zasilaną opartego na modelu multiskalarnym. Biorąc pod uwagę, że prędkość kątowa wektora napięcia zasilającego stojan jest równa 1, równania (10.80) i (10.81) można zapisać następująco:

$$\psi_{s\alpha R} = -u_{s\beta R}, \quad (12.19)$$

$$\psi_{s\beta R} = u_{s\alpha R}. \quad (12.20)$$

Wyrażenia (8.72) i (8.73) można, z uwzględnieniem (12.19) i (12.20), zapisać następująco:

$$u_{r\alpha} = u_{\psi 1} \cos \varphi_{UsR} - u_{\psi 2} \sin \varphi_{UsR}, \quad (12.21)$$

$$u_{r\beta} = u_{\psi 1} \sin \varphi_{UsR} + u_{\psi 2} \cos \varphi_{UsR}, \quad (12.22)$$

gdzie

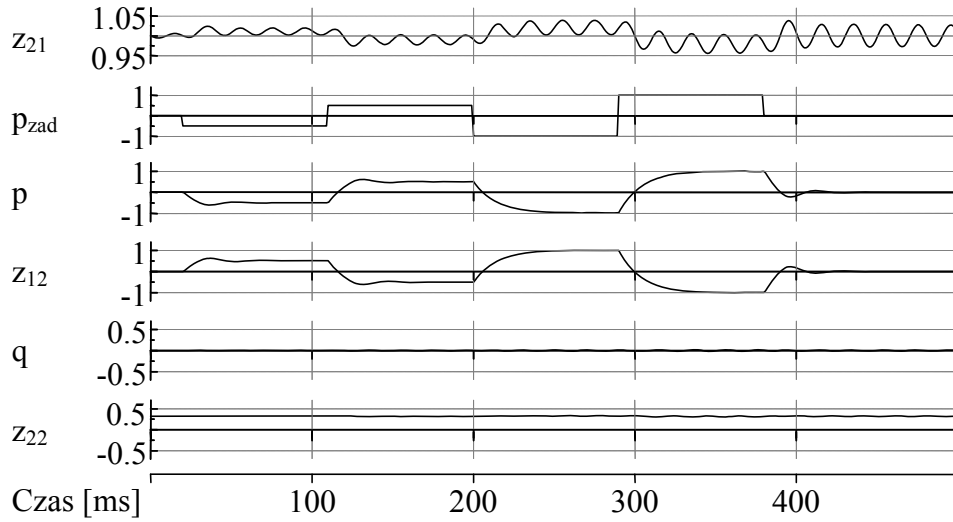
$$u_{\psi 1} = \frac{u_{r1}}{\psi_s}, \quad (12.23)$$

$$u_{\psi 2} = \frac{u_{r2}}{\psi_s}, \quad (12.24)$$

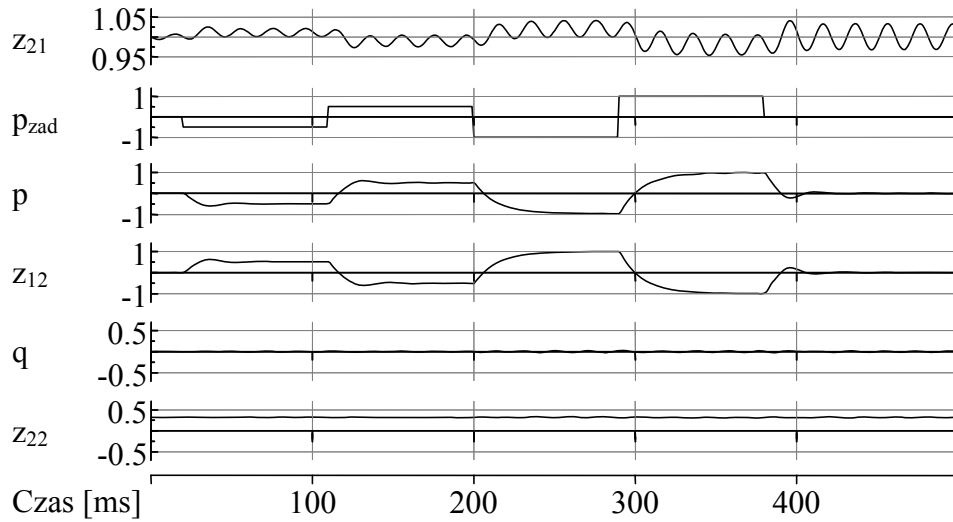
kąt  $\varphi_{UsR}$  – położenie wektora napięcia stojana w układzie współrzędnych związanych z wirnikiem.

Uwzględniając, że moduł wektora strumienia stojana  $\psi_s$  jest przy powyższych założeniach równy 1, otrzymuje się następujące zależności:

$$u_{\psi 1} = \frac{w_\sigma}{L_s} \left( -z_{11} \left( z_{\psi 22} + \frac{L_m}{w_\sigma} \right) - \frac{L_m}{w_\sigma} - u_{\psi s1} + \frac{1}{T_v} m_1 \right), \quad (12.25)$$



Rys. 12.8. Przebiegi w układzie z rys 12.7 działającym jako ciągły, z mierzonymi zmiennymi w układzie regulacji



Rys. 12.9. Przebiegi w układzie z rys 12.7 działającym jako impulsowy z opóźnieniem 200  $\mu$ s, z mierzonymi zmiennymi w układzie regulacji

$$u_{\psi 2} = \frac{w_{\sigma}}{L_s} \left( -\frac{R_s L_m}{L_s w_{\sigma}} - \frac{R_s L_m}{L_s} i_r^2 + z_{11} z_{\psi 12} - u_{\psi si 2} + \frac{1}{T_v} m_2 \right), \quad (12.26)$$

gdzie

$$z_{\psi 12} = -i_{rx} U_s, \quad (12.27)$$

$$z_{\psi 22} = i_{ry} U_s, \quad (12.28)$$

$$\psi_{s\alpha R} = -u_{s\beta R}, \quad (12.19)$$

$$\psi_{s\beta R} = u_{s\alpha R}. \quad (12.20)$$

$$u_{\psi si 1} = i_{ry} U_s, \quad (12.29)$$

$$u_{\psi si 2} = i_{rx} U_s. \quad (12.30)$$



Uwzględniono, że:

$$z_{21} = 1, \quad (12.31)$$

$$u_{\psi sf1} = -1, \quad (12.32)$$

$$u_{\psi sf2} = 0. \quad (12.33)$$

Dodatkowy indeks  $U_s$  oznacza układ współrzędnych związany z wektorem napięcia stojana.

Po przekształceniach wyrażenia (12.25) i (12.26) przybierają postać:

$$u_{\psi 1} = \frac{w_{\sigma}}{L_s} \left( (1 - z_{11}) \left( i_{ry} U_s + \frac{L_m}{w_{\sigma}} \right) + \frac{1}{T_v} m_1 \right), \quad (12.34)$$

$$u_{\psi 2} = \frac{w_{\sigma}}{L_s} \left( -\frac{R_s L_m}{L_s w_{\sigma}} - \frac{R_s L_m}{L_s} i_r^2 + (1 - z_{11}) i_{rx} U_s + \frac{1}{T_v} m_2 \right). \quad (12.35)$$

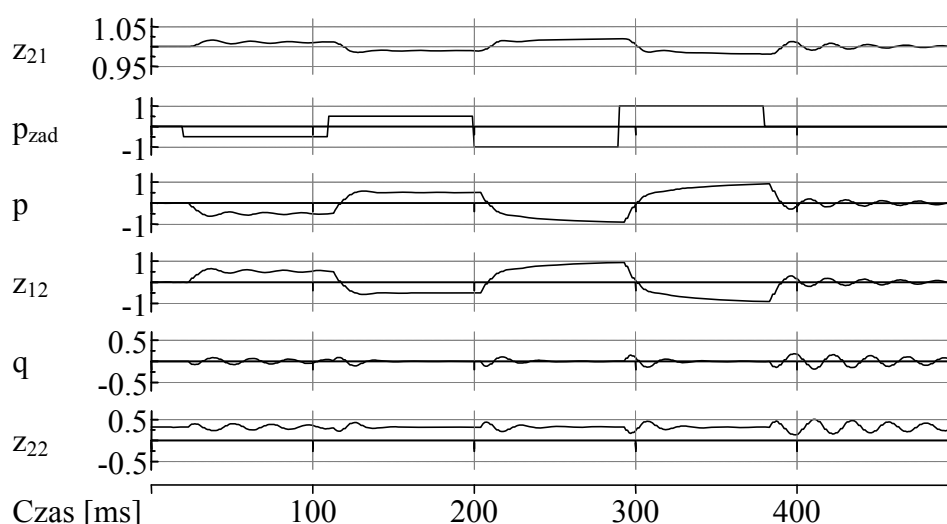
Zastosowanie wyrażeń (12.34) i (12.35) pozwala na pewne uproszczenie programu w układzie sterowania mikroprocesorowego.

### 12.2.3. Wyniki badań symulacyjnych układu sterowania nieliniowego maszyną dwustronnie zasilaną

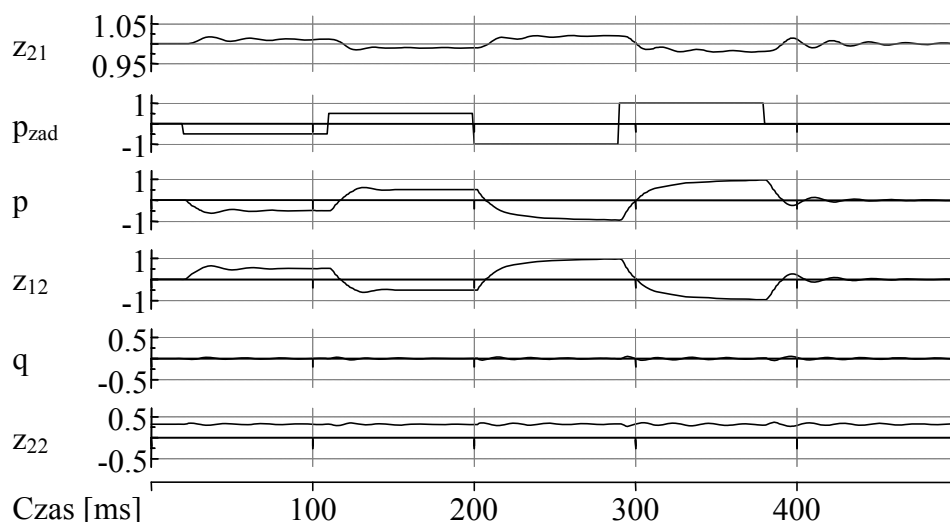
Układ regulacji dwustronnie zasilanej maszyny asynchronicznej z nieliniowym odsprężeniem pokazany na rys. 12.7 był badany metodą symulacji pod kątem możliwości zastosowania dużego okresu impulsowania. Jakość przebiegów przejściowych w impulsowym układzie z opóźnieniem można ocenić porównując je z przebiegami w układzie ciągłym. Na rys. 12.8 pokazano przebiegi w symulowanym układzie ciągłym, w którym założono dostępność pomiarową wszystkich zmiennych. Nastawy regulatorów dobrano tak, aby zapewnić stabilność układu w szerokim zakresie zmian punktów pracy. Przebiegi przejściowe pokazane na rys. 12.8 występują po zmianach wartości zadanej mocy czynnej zgodnie z sekwencją 0, -0,5, 0,5, -1, 1, 0. Odpowiedzi mocy czynnej na skok jednostkowy są różne dla różnych punktów pracy. Zwiększanie bezwzględnej wartości zadanej mocy czynnej zwiększa tłumienie w układzie. W przebiegu kwadratu strumienia stojana  $z_{21}$  występują bardzo słabo tłumione oscylacje. Wpływ zmian mocy czynnej na moc bierną jest pomijalny.

Zakładając dostępność pomiarową zmiennych stanu uwzględniono impulsowy charakter pracy układu i wprowadzono opóźnienie. Zachowano bez zmian nastawy regulatorów. Okres impulsowania zwiększano co 100  $\mu s$  aż do doprowadzenia do niestabilności układu. Stwierdzono, że układ pozostaje stabilny dla okresu impulsowania równego 200  $\mu s$ . Dla okresu impulsowania równego 300  $\mu s$  narastają oscylacje kwadratu strumienia wirnika, co początkowo nie wpływa na jakość przebiegów przejściowych mocy czynnej i biernej, ale po upływie pewnego czasu prowadzi do całkowitej niestabilności układu. Na rys. 12.9 pokazano przebiegi układu z okresem impulsowania i opóźnieniem wynoszącym 200  $\mu s$ . W porównaniu z rys. 12.8 można zauważyć niewielkie zmniejszenie tłumienia przebiegów przejściowych.

Przebiegi przejściowe w układzie impulsowym z opóźnieniem i odtwarzanymi zmiennymi pokazano na rys. 12.10. Kąt położenia wirnika jest odtwarzany, jak podano w rozdziale 12.1, a strumień stojana obliczany jest na podstawie prądu stojana i wirnika. Układ jest stabilny dla okresu impulsowania wynoszącego do 1400  $\mu s$ . Jak pokazano na rys. 12.10, tłumienie przebiegów przejściowych w układzie jest małe. Można jednak zauważyć, że odtwarzanie zmiennych maszyny dwustronnie zasilanej poprawia stabilność układu regulacji w porównaniu z układem, w którym wszystkie zmienne są mierzone. Dla mniejszego okresu impulsowania, wynoszącego 700  $\mu s$ , przebiegi przejściowe mocy czynnej w układzie z odtwarzaniem zmiennych są wystarczająco tłumione.

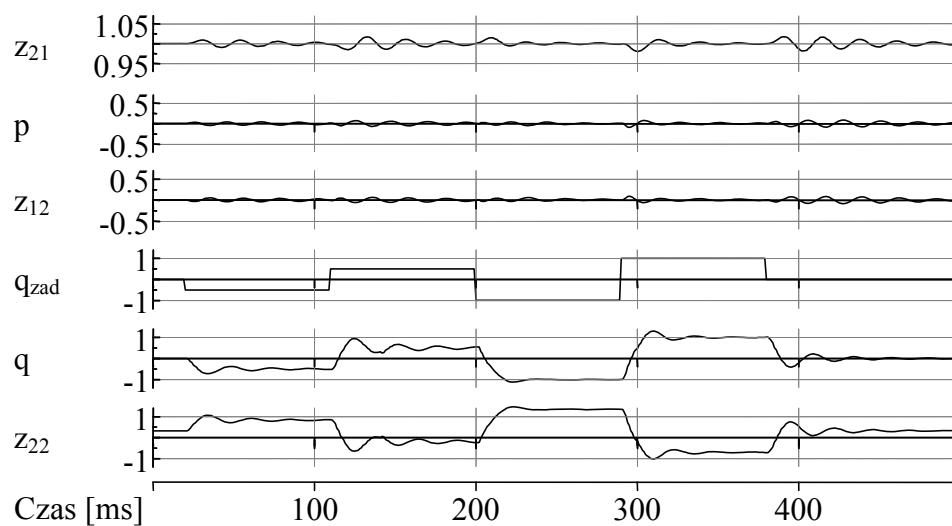


Rys. 12.10. Przebiegi w układzie z rys. 12.7 działającym jako impulsowy z opóźnieniem 1400  $\mu$ s, z odtwarzanymi zmiennymi w układzie regulacji



Rys. 12.11. Przebiegi w układzie z rys. 12.7 działającym jako impulsowy z opóźnieniem 700  $\mu$ s, z odtwarzanymi zmiennymi w układzie regulacji

Przebiegi przejściowe po zmianach wartości zadanej mocy biernej pokazano na rys. 12.12. Nastawy regulatorów mocy czynnej i biernej przyjęto jednakowe. Również jednakowe są nastawy zmiennych  $z_{12}$  i  $z_{22}$ . Tłumienie w obwodzie regulacji mocy czynnej jest mniejsze niż tłumienie w obwodzie regulacji mocy biernej. Podobnie jak w przypadku mocy czynnej tłumienie w obwodzie regulacji mocy biernej zależy od punktu pracy i jest większe dla większych wartości bezwzględnych zadanej mocy biernej. Ze względu na małe tłumienie w obwodzie regulacji mocy biernej wskazane jest stabilizowanie jej na stałej wartości. W pełnym układzie regulacji z przekształtnikiem sieciowym taka strategia jest możliwa bez pogorszenia właściwości układu, ponieważ całkowitą moc bierną pobieraną z sieci lub oddawaną można regulować przekształtnikiem sieciowym.



Rys. 12.12. Przebiegi w układzie z rys. 12.7 działającym jako impulsowy z opóźnieniem  $700 \mu s$ , z odtwarzanymi zmiennymi w układzie regulacji

### 13. Zakończenie

Zastosowanie szybkich procesorów do realizacji algorytmów sterowania maszynami asynchronicznymi prowadzi do kilku kierunków rozwoju prac badawczych. Pomijając proste przetwornice z otwartymi układami sterowania można określić podstawowe tendencje, jakie pojawiają się w publikacjach naukowych i rozwiązaniach komercyjnych. Badane i stosowane są rozwiązania oparte na uproszczonych modelach maszyny, układy sterowania opracowane z uwzględnieniem dokładnych modeli maszyny oraz układy regulacji oparte na sieciach neuronowych i logice rozmytej. Te ostatnie często nie wymagają znajomości modelu matematycznego maszyny. Wybór określonego rozwiązania jest podyktowany dostępnością, ceną i parametrami zastosowanego procesora.

Dążenie do obniżenia kosztów produkcji stwarza nacisk na stosowanie procesorów jednoukładowych, projektowanych z myślą o konkretnych zastosowaniach. Dotychczas możliwości takich procesorów są jednak ograniczone ze względu na stosowanie w nich procesorów stałoprzecinkowych jako jednostki centralnej. Pełne możliwości stosowania dokładnych modeli maszyn asynchronicznych daje procesor zmiennoprzecinkowy, którego zastosowanie eliminuje konieczność skalowania zmiennych i umożliwia szybką realizację jak też zmianę złożonych algorytmów. Procesory zmiennoprzecinkowe projektowane są jako uniwersalne, z przeznaczeniem do różnych zastosowań. Przewiduje się ich masową produkcję w celu obniżenia kosztów. Biorąc nawet pod uwagę konieczność stosowania dodatkowych układów peryferyjnych napędy ze zmiennoprzecinkowymi procesorami przy trafnym wyborze jednostki centralnej są rozwiązaniem w pełni uzasadnionym ekonomicznie.

Rozwiązania przedstawione w poprzednich rozdziałach opierają się na dokładnych modelach maszyn asynchronicznych, których stosowanie wymaga precyzyjnej identyfikacji parametrów. Podane metody sterowania są deterministyczne, opracowane z wykorzystaniem równań różniczkowych i zależności algebraicznych dla wybranych zmiennych stanu. Właściwości tak zaprojektowanych układów z maszynami asynchronicznymi mogą nie odpowiadać w pełni warunkom i wymaganiom stawianym przez producentów lub użytkowników. Będą w takich przypadkach poszukiwane inne zależności, być może dla innych zmiennych stanu. Dotychczasowe rozwiązania mogą być podstawą projektowania układów sterowania z wykorzystaniem metod opartych na logice rozmytej i sieciach neuronowych. Zwłaszcza odtwarzanie prędkości kątowej wirnika asynchronicznej maszyny klatkowej, pomimo uzyskanej dużej dokładności zaprezentowanego obserwatora w stanach ustalonych, może funkcjonować precyzyjniej w stanach przejściowych po dołączeniu korygującej sieci neuronowej.

Zastosowanie napędu z sterowaniem mikroprocesorowym wiąże się z wyposażeniem układu w oprogramowanie wstępnie identyfikujące parametry i stan maszyny. Procedura identyfikacji wymaga przykładania określonych napięć i wymuszania prądów w maszynie, a algorytmy obliczania parametrów tworzone są na podstawie odpowiednich modeli. Oddzielnie rozpatrywane są procedury startu układu, takie jak załączenie falownika na wirujący silnik, przyłączenie maszyny dwustronnie zasilanej do sieci lub przełączenie maszyny dwustronnie zasilanej z pracy generatorowej w sieci na pracę autonomiczną. Procedury te są ściśle związane z algorytmami regulacji, a ich opracowanie jest istotną częścią prac nad rozwojem układów napędowych.

Określanie parametrów maszyny, precyzowanie nieliniowych zależności korygujących, dobór nastaw regulatorów, zadawanie ograniczeń i wartości zadanych wymaga wyposażenia napędu w odpowiednie układy wejściowe i wyjściowe. Najprostszym rozwiązaniem jest zastosowanie ciekłokrystalicznego wyświetlacza i specjalizowanej klawiatury. Wyświetlacz i klawiatura mogą być umieszczane w oddzielnej, niewielkiej obudowie. Jedną z możliwości jest dołączanie do falownika przez sprzęg szeregowy komputera pełniącego rolę panelu

operatora oraz układu rejestrującego. Jeden komputer może sterować kilkoma napędami dołączonymi do lokalnej sieci przemysłowej. Pojawiają się również propozycje użycia internetu do zdalnego sterowania układami napędowymi, z czym wiążą się nowe problemy.

Wiele zagadnień dotyczących sterowania maszyną asynchroniczną zostało opracowanych dla układów opartych na modelu wektorowym. Multiskalarny model maszyny asynchronicznej zaprezentowany w niniejszej pracy jest uogólnieniem modelu wektorowego, posiadającym więcej zalet. Przeniesienie wybranych wyników otrzymanych dla modelu wektorowego na model multiskalarny może doprowadzić do nowych rozwiązań, trudnych do przewidzenia. Na podstawie dotychczasowych rezultatów można zaryzykować twierdzenie, że otworzą się dalsze obszary badań związane ze zwiększeniem wymagań dotyczących jakości przebiegów przejściowych i stanów ustalonych oraz rozwojem energoelektroniki i techniki mikroprocesorowej.

## LITERATURA

1. Abu-Rub H., Krzemiński Z.: Regulacja silnika asynchronicznego bez pomiaru prędkości kątovej wirnika. SENE, 1995.
2. Abu-Rub H.: Synteza układów regulacji silnika asynchronicznego z wyznaczaniem zmiennych z pomiarów mocy. Rozprawa doktorska. Gdańsk 1995.
3. Adria G.: Dell'Aquila, Salvatore L.: Effect of saturation on harmonic impedances of inverter-fed induction motors. International Conf. on Evolution and Modern Aspects of Induction Machines, Torino, July, 1986.
4. Arsudis D., Vollstedt W.: Sensorless power control of a DFM AC machine with nearly sinusoidal line current, EPE Conference, Aachen, Germany, 1990.
5. Balestrino A., Bruno O., Landi A.: Robust adaptive observers for induction motor drives. European Power Electronics Chapter Symposium, „Electric Drive Design and Applications”, Lausanne, Switzerland, 1994.
6. Bellini A., Figali G., Ulivi G.: A microprocesor-based state observer for the feedback control of induction motor drives. Conf. Rec. European Conference on Power Electronics and Application, Brussels, 1985.
7. Bellini A., Figalli G., Tosti F.: Linearized model of induction motor drives via nonlinear state feedback decoupling. 4th European Conf. on Power Electronics and Appl., Firenze. 1991.
8. Bellini, A.: An adaptive control for induction motor drives based on a fully linearized model. 5th European Conference on Power Electronics and Applications, Brighton, 1993.
9. Blaschke F.: Das Prinzip der Feldorientierung, die Grundlage für Transvector-regelung von Drehfeldmaschine. Siemens Z. Vol.45, 1971.
10. Bogalecka E.: Control System of an Induction Machine. EDPE, 1992.
11. Bogalecka E.: Power control of a DFM without speed or position sensor. EPE Conference, Brighton, 1993.
12. Bogalecka E., Krzemiński Z.: Development system for AC drives applications based on digital signal processor and programmable logic devices. 3th ISTC Unconventional Electromechanical and Electrical Systems, Alushta, The Crimea, Ukraine, 1997.
13. Bojčuk L. M.: Metod strukturnovo sinteza nieliniejnych sistem avtomatičeskovo upravlenija. Energija, Moskwa, 1971.
14. Boldea I., Nasar S. A.: A unified analysis of magnetic saturation in orthogonal axis models of electrical machines. Electr. Mach. a. Power Syst. 12, no. 3, 1987.
15. Boldea I., Nasar S. A.: Unified treatment of core losses and saturation in the orthogonal-axis model of electric machines. IEE Proc. B-134, no. 6, 1987.
16. Boldea I., Nasar S. A.: A general equivalent circuit (GEC) of electric machines including crosscoupling saturation and frequency effects. IEEE PES Winter Meeting, New York, USA, 1988.
17. Boyer M., Monmasson E., Hapiot J. C.: Contribution on the configurable logic circuits in electrical devices control. Power Conversion & Intelligent Motion, nr 6, 1994.
18. Brdys M. A.: Fuzzy logic supervision of adaptive generalized predictive control of induction motor. 6th European Conference on Power Electronics and Applications, EPE'95, Sevilla, 1995.
19. Brown J. E., Kovacs K. P., Vas P.: A method of including the effect of main flux path saturation in the generalized equations of A.C. machines, IEEE Trans. on PAS No 1, 1983.
20. Chiasson J., Chaudhari A.: Nonlinear controllers for the induction motor. Proceedings of IFAC Nonlinear Control Systems Design Symposium, NOLCOS'92, 1992.

21. Chen B., Ruan Y., Xu Y., and Gong S.: Nonlinear decoupling control strategy for variable frequency induction motor system fed by hysteresis-band current-controlled PWM inverter. Proceedings of the 5th European Conference on Power Electronics and Applications, EPE'93, Brighton, 1993.
22. Chen B., Ruan Y., Xu Y., Liang Q.: Nonlinear decoupling control of inverter-fed induction motor system with feedback linearization. IFAC 11th World Congress. Tallin. 1990.
23. De Luca A., Ulivi G.: Design of an exact nonlinear controller for induction motor. IEEE Transactions on Automatic Control No. 12, 1989.
24. Depenbrock, M., Foerth, Ch. and Koch, S.: Speed Sensorless Control of Induction Motors at Very Low Stator Frequencies. 8th European Conference on Power Electronics and Applications, Lausanne, 1999.
25. Dodds S. J., Vittek J., Utkin V. A.: Sensorless induction motor drive with independent speed and rotor magnetic flux control. J. Electrical Engineering, Vol. 49, No. 7-8, 1998.
26. De Luca A. and Ulivi G.: Design of an exact nonlinear controller for induction motor, IEEE Trans. on Automatic Control, No 12, 1989.
27. Du T., Vas P., Stronach A. F. and Brdys M. A.: Application of Kalman filters and extended Luenberger observers in induction motors drives. Int. Conf. PCIM'94, Nurnberg, 1994.
28. Fodor D., Katona Z., Szesztay E.: Field-oriented control of induction motors using DSP. Computing & Control Engineering Journal, April, 1994.
29. He G. Jiang J.: A research on using adaptive feedback linearization in induction motors. Proceedings of The Second International Power Electronics and Motion Control Conference, IPEMC'97, Hangzhou, China, 1997.
30. He Y. K., Lipo T. A.: Computer simulation of an induction machine with spatially dependent saturation. IEEE Trans. on Power Appar. a. Syst. PAS-103, no. 4, 1984.
31. Ho-Sun Yoo, In-Joong Ha, Sang-Hoon Lee, Sung-Jung Yoon, Yo Ko: A polar coordinate-oriented method of identifying rotor flux and speed of induction motors without rotational transducers. Proceedings of the IECON'94, 20th Int. Conf. on Industrial Electronics Control and Instrumentation, Bologna, Italy, 1994.
32. Hori Y., Cotter V., Kaya Y.: A novel induction machine flux observer and its application to a high performance AC drive system. Conf. Rec. IFAC 10<sup>th</sup> World Congress on Automatic Control, Munich, 1987.
33. Höverman, M., Orlik, B., Schumacher, U. and Schümann, U.: Operation of Speed Sensorless Induction Motors using Open Loop Control at Low Frequency. 8th European Conference on Power Electronics and Applications, Lausanne, 1999.
34. Jakubczyk B., Respondek W.: On linearization of control systems. Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. XXVIII, 1980.
35. Jäderko A.: Mutual inductance identification in nonlinear observer system of the induction motor. Int. Conf. on Electrical Drives and Power Electronics, Kosice, 1994.
36. Jäderko A. and Krzemiński Z.: Main magnetic path saturation effect in observer system of the induction motor. IEEE International Symposium on Industrial Electronics, ISIE'93, Budapest, 1993.
37. Jäderko A., Krzemiński Z.: Fuzzy-logic algorithm of the mutual inductance identification in nonlinear observer system of the induction motor. Proceedings of 7th Int. Conf. PEMC'96, Budapest, 1996.
38. Jäderko A., Lewicki A.: An Observer System of the Induction Motor Drive with the Mutual Inductance Identification Using Signal Processor. Proc. of ED&PE Int. Conf., High Tatras – Slovakia, 1999.

39. Jeziernik K., Volcanjk V.: VSC Robust Control of an IM Servodrive. IECON'94. Bolonia, Włochy, 1994.
40. Kadiyala R. R.: Indirect adaptive nonlinear control of induction motors. Proceedings of IFAC Nonlinear Control Systems Design Symposium, NOLCOS'92, 1992.
41. Kaźmierkowski M.: Review of Current Regulation Techniques for Three-Phase PWM Inverters. IECON'94, 1994.
42. Kaźmierkowski M. P.: Metody sterowania silników klatkowych zasilanych z falowników napięcia o modulowanej szerokości impulsów. IV Seminarium „NAPĘDY I STEROWANIA”, Gdańsk, 1998.
43. Kerkman R. J.: Steady and transient analysis of an induction machine with saturation of the magnetizing branch. IEEE Trans. on Ind. Appl. IA-21, no. 1, 1985.
44. Keyhani A., Tsai H.: IGSPICE simulation of induction machines with saturable inductances. IEEE Trans. on Energy Conversion 4, no. 1, 1989.
45. Kilgore L.A.: Effects of Saturation on machine reactance. AIEE Electrical Engineering, vol. 54, No 5, 1935.
46. Kim G. K., Ha I. J., Ko M. S., Kim D. I., Park J. W.: Speed and efficiency control of induction motors via asymptotic decoupling. 20th Ann. IEEE Power Electronics Specialist Conference. Milwaukee-Wisconsin. 1989.
47. Kim D. I., Ha I. J., Ko M. S.: Control of induction motors via feedback linearization with input-output decoupling. International Journal of Control, Vol. 50. 1990.
48. Kim G. K., Ha I. L., Ko M. S., Kim D. I., Park J. W.: Speed and efficiency control of induction motors via asymptotic decoupling. Conf. Rec. 20<sup>th</sup> Annual IEEE Power Specialist Conference, Milwaukee-Wisconsin, 1989.
49. Kim G. S., Ha I. J., and Ko M. S.: Control of induction motors for both high dynamics performance and high-power efficiency. IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 39, 1992.
50. Kovacs K., Racz I.: Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen. Verterag der Ungarischen Akademie der Wiesenschaften, Budapest, 1959.
51. Kovacs K. P.: Programmierung von Asynchronmotoren für Analogrechner unter Berücksichtigung der Sättigung. Arch. f. Elektrotech. 47, no. 4, 1962.
52. Kovacs K. P., Kiss L.: Genaue Simulirung eines Asynchronmotors mit veränderlicher Sättigung. Bull. Schweiz. Elektrotech. Ver. 72, no. 13, 1981.
53. Krzemiński Z.: Badania właściwości i synteza układu regulacji prędkości obrotowej silnika asynchronicznego zasilanego z falownika prądowego. Rozprawa doktorska, Łódź, 1983.
54. Krzemiński Z.: Nonlinear control of induction motor. Proceedings of the 10th IFAC World Congress, Munich, 1987.
55. Krzemiński Z.: Teaching of structural programming. The Second Int. Conf. of The Socialist Countries "Education in microelectronics", Warsaw, 1987.
56. Krzemiński Z.: Multiscalar model based control system for induction motor fed by current source inverter. Conf. Rec. The 2<sup>nd</sup> International Conference on Electrical Drives, Poiana Brasov, Romania, 1988.
57. Krzemiński Z.: Differential Equations of induction motor with nonlinear control synthesis with regard to saturation of main magnetic path. Rozprawy Elektrotechniczne, 34, z. 1, 1988.
58. Krzemiński Z.: Control system of doubly fed induction machine based on multiscalar model. Conf. Rec. IFAC 11<sup>th</sup> World Congress on Automatic Control, Tallin, 1990.
59. Krzemiński Z.: Observer system for the induction motor. Conf. Rec. International Conference on Electrical Drives and Power Electronics, The High Tatras, Czechoslovakia, 1990.



60. Krzemiński Z.: Struktury układów nieliniowego sterowania silnikiem asynchronicznym. WPC, Częstochowa 1991.
61. Krzemiński Z.: Speed and Rotor Resistance Estimation in Observer System of Induction Motor. 4th European Conf. on Power Electronics, EPE'91, Florence, September 3-6, 1991.
62. Krzemiński Z.: Output Current Control of Voltage Source Inverter. International Conference on Electrical Drives and Power Electronics, EDPE'92, Košice, Slovakia, 1992.
63. Krzemiński Z.: Nonlinear feedback and control strategy of the induction motor. Proceedings of the IFAC Nonlinear Control System Design Symposium, Bordeaux, France, 1992.
64. Krzemiński Z.: Układ sterowania silnikiem asynchronicznym z obserwatorami wykorzystującymi pomiar mocy. V Sympozjum Podstawowe Problemy Energoelektroniki, Gliwice-Ustroń, 1993.
65. Krzemiński Z. and Bielewicz Z.: Output voltage measurements in current controlled voltage source inverter. Proceedings of the International Conference and Exhibition, PCIM'93, Nurnberg, 1993.
66. Krzemiński Z., Bogalecka E.: Control system of DFM supplied by the current controlled voltage source inverter. Sixth Int. Conf. EMD, Oxford, 1993.
67. Krzemiński Z.: Observer system of induction motor based on signal processor. Int. Conf. on Electrical Drives and Power Electronics, EDPE'94, The High Tatras, Slovakia, 1994.
68. Krzemiński Z.: Precise speed control of the induction motor with variable rotor flux. Proceedings of the International Conference and Exhibition, PCIM'94, Nurnberg. 1994.
69. Krzemiński Z.: Application of observer system to nonlinearly controlled induction motor fed by voltage source inverter. Proceedings of International Conference IECON'94, Bologna. 1994.
70. Krzemiński Z.: Estimation of induction motor speed in fuzzy logic system. 6th European Conference EPE'95, Sevilla, 1995.
71. Krzemiński Z., Guziński J.: Dokładne algorytmy modulacji szerokości impulsów w falowniku napięcia. Prace IX Sympozjum Symulacja Procesów Dynamicznych, SPD-9, Polana Chochołwska, 1996.
72. Krzemiński Z.: A DSP and FPGA based nonlinear control of induction motor. The Second International Power Electronics and Motion Control Conference, IPEMC'97, Hangzhou, China, 1997.
73. Krzemiński Z., Guziński J.: Controller of output current of voltage source inverter with prediction of electromotive force. Int. Conference on Electrical Drives and Power Electronics, ED&PE'99, Slovakia, 1999.
74. Krzemiński Z.: A new speed observer for control system of induction motor. IEEE Int. Conference on Power Electronics and Drive Systems, PESC'99, Hong Kong, 1999.
75. Krzemiński Z.: Obserwator prędkości silnika asynchronicznego, SENE'99, Łódź, 1999.
76. Krzemiński Z.: Sensorless control of induction motor based on new observer. Int. Conf. on Intelligent Motion and Power Conversion, PCIM'2000, Nuremberg, 2000.
77. Kubota H., Matsuse K. and Nakano T.: DSP-based speed adaptive flux observer of induction motor. IEEE Trans. on Ind. Appl. , vol. 29, 1993.
78. Kubota H., Matsuse K.: Speed Sensorless Field Oriented Control of Induction Machines Using Flux Observer. IEEE Transactions on Industrial Applications, Vol. 30, No. 5, 1994.

79. Levi E., Krzemiński Z.: Main flux-saturation modelling in d-q axis models of induction machines using mixed current-flux state-space models. *European Transactions on Electrical Power*, vol. 6, no. 3, 1996.
80. Lipo T. A., Consoli A.: Modelling and simulation of induction motors with saturable leakage inductances. *IEEE Trans. on Ind. Appl.* IA-20 no. 1, 1984.
81. Maes, J., Melkebeek, J.: Adaptive Flux Observer for Sensorless Induction Motor Drives with Enhanced Dynamic Performance. 8th European Conference on Power Electronics and Applications, Lausanne, 1999.
82. Marino R., Pereseda S., Valigi P.: Adaptive partial feedback linearization of induction motors. XXIX IEEE Conf. on Decision and Control, Honolulu, 1990.
83. Marino R., Pereseda S., Valigi P.: Adaptive input-output linearizing control of induction motors. *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 38, 1993.
84. Melkebeek J. A. A.: Magnetising-field saturation and dynamic behaviour of induction machines. *IEE Proceedings B*, Vol. 130, Part B, 1983.
85. Morici R., Rossi C. Tonielli A.: Discrete-time nonlinear controller for induction motor. *IECON'93*, Hawaii, 1993.
86. Nagy I.: Control Algorithm of a Three Phase Voltage Sourced Reversible Rectifier. Conf. Rec. 4th European Conference on Power Electronics and Application, Florence, 1991.
87. Nagy I.: Current controlled PWM-IM drives - link with the theory of chaos. Int. Conf. on Electrical Drives and Power Electronics, EDPE'94, the High Tatras, Slovakia, 1994.
88. Nielsen P. E., Thomsen E. Ch., Nielsen M. T.: Digital voltage vector control with adaptive parameter tuning. Conf. Rec. 3<sup>rd</sup> European Conference on Power Electronics and Applications, Aachen, 1989.
89. Nowacki Z.: *Modulacja szerokości impulsów w napędach przekształtnikowych prądu przemiennego*. PWN, Warszawa, 1991.
90. Oh D.S., Cho Y.K., Youn M.J.: A Discretized Current Control Technique with Delayed Input Voltage-Fed PWM Inverter. *IEEE Trans. on Power Electronics*, vol. 7, no. 2, April, 1992.
91. Orłowska-Kowalska T.: Application of extended Luenberger observer for flux and rotor time-constant estimation in induction motor drives. *IEE Proceedings*, vol. 136, Pt. D., No 6. 1989.
92. Orłowska-Kowalska T.: Induction motor flux reconstruction via new reduced order state observer. *Electric Machines and Power Systems*, vol. 17, 1989.
93. Orłowska-Kowalska T., Kowalski Cz.: Microprocessor-based state observer of the induction motor. Int. Conf. ED&PE'94, The High Tatras, Slovakia, 1994.
94. Orłowska-Kowalska T. and Wojsznis P.: Comparative study of rotor flux estimators sensitivity in the speed sensorless induction motor drive. *Proc. of IEEE Int. Conf. ISIE'96*, Warsaw, 1996.
95. Pietrov L. P.: Nieliniyjnaja model dla issliedowanija dinamiki asinchronnych elektroprivodov. *Elektricesstvo*, No 8, 1973.
96. Popenda A.: Decoupling control of the doubly fed induction machine without rotor position measurement. *PCIM'95*, Norymberga, 1995.
97. Purwoadi M. A.: Réglage non-linéaire du variateur de vitesse asynchrone sans capteur mécanique. *Rozprawa doktorska*. Tuluza, Francja, 1996.
98. Purwoadi M., Kummetz J., Pietrzak-David M., De Fornel B.: Nonlinear decoupling control for PWM fed induction motor using  $H_{\infty}$  optimisation techniques. 6th European Conference on Power Electronics and Applications, EPE'95, Sevilla, 1995.

99. Salama, S. and Lennon, S.: Overshoot and Limit Cycle Free Current Control Method for PWM Inverters." Conf. Rec. 4th European Conference on Power Electronics and Application, Florence, 1991.
100. Scheteling H.: Die Berechnung der magnetischen Flüsse in Drehstrom-Asynchronmaschinen mit Kafiglaufer. Dissertation, Cottbus, 1969.
101. Sobczuk D. L., Kaźmierkowski M. P.: High performance nonlinear induction motor control. II Konferencja „Sterowanie w Energoelektronice i Napędzie Elektrycznym”, SENE’95, Łódź, 1995.
102. Sullivan C. R., Sanders S. R.: Modelling the effects of magnetic saturation on electrical machine control systems. Proceedings of IFAC Nonlinear Control Systems Design Symposium, NOLCOS’92, 1992.
103. Timčenko A. A., Chidzickij A. G.: Sintez mnogosviaznykh sistem upravlenija obratnym metodom. Avtomatika, Nr 3, 1979.
104. Valouch V., Skramlik J.: DSP - based discrete real time models of induction motor. Int. Conf. on Electrical Drives and Power Electronics, EDPE’94, The High Tatras, Slovakia, 1994.
105. Vas P.: Generalized analysis of saturated AC machines. Arch. f. Elektrotech. 64, no. 1-2, 1981.
106. Von Raumer T., Dion J. M., Dugard L.: Combined nonlinear controller and full order observer design for induction motor. Proceedings of the IECON’94, 20th Int. Conf. on Industrial Electronis Control and Instrumentation, Bologna, Italy, 1994.
107. Werdoni J.: Realizacja praktyczna wybranych układów odtwarzania składowych strumienia w silniku indukcyjnym. II Konferencja „Sterowanie w Energoelektronice i Napędzie Elektrycznym”, SENE’95, Łódź, 1995.
108. Wierzejski, M., Krzemiński, Z., Bogalecka, E.: Control System of Double-Fed Machine Working as a Generator." Conf. Rec. Power Conversion and Intelligent Motion, Nurnberg, 1991.
109. Woodward D. R., Levy D. C., Harley R. G.: An FPGA based I/O coprocessor for real-time AC drive control applications. Int. Conf. Power Electronics, Motion Control, PEMC’94, Warszawa, 1994.
110. Yan W., Dianguo X., Yongjun D., Jingqi L.: Nonlinear feedback decoupling control of induction motor servosystem. Conf. Rec. The 2<sup>nd</sup> International Conference on Electrical Drives, Poiana Brasov, Romania, 1988.
111. Zajączkowski A. M.: A new method of synthesis of decoupling control for a voltage - controlled induction motor. Proceedings of the 5x5 Seminar on Power Systems and Machines. University of Strathclyde, Glasgow, 1989.