Teoria Współbieżności:

Zadanie domowe - Teoria Śladów

Autor: Krzysztof Solecki

1. Podstawowe niepodzielne zadania obliczeniowe:

- $A_{i,j} - dzielenie \frac{M_{i,j}}{M_{i,i}} \rightarrow M_{i,j} - w\ celu\ ustawienie\ M_{i,i} = 1$
- $B_{i,j,k}$ – *mnożenie* $M_{i,j} * M_{k,i} \rightarrow v_{i,j,k}$ – *w celu wyliczenie elementów wektora, który odejmiemy w operacji C*
- $C_{i,j,k} - odejmowanie\ M_{k,j} - v_{i,j,k} \rightarrow M_{k,j}$ – *odejmowanie w celu wyzerowanie elementu* $M_{k,i}$

2. Algorytm sekwencyjny:

n – rozmiar macierzy (wektor wyrazów wolnych będzie liczony jako dodatkowa kolumna o indeksie n+1)
Pętle zaczynają się domyślnie od indeksu 1, i są lewo i prawostronnie domknięte

```
for i in range(n):
   for j in range(i, n+1):
      A_{i,j}
   for k in range(i+1, n):
      for j in range(i, n+1):
         B_{i,j,k}
         C_{i,j,k}
```

3. Alfabet w sensie teorii śladów:

$$\Sigma = \{A_{i,j} \mid i \in \{1,2, \dots n\}, j \in \{i, i+1, \dots n+1\}\}$$
$$\cup$$
$$\{B_{i,j,k} \mid i \in \{1,2, \dots n-1\}, j \in \{i, i+1, \dots n+1\}, k \in \{i+1, i+2, \dots n\}\}$$
$$\cup$$
$$\{C_{i,j,k} \mid i \in \{1,2, \dots n-1\}, j \in \{i, i+1, \dots n+1\}, k \in \{i+1, i+2, \dots n\}\}$$

4. Relacja zależności:

$$D = Sym(\left\{\begin{matrix} (A_{i,j}, B_{i,j,k}), (B_{i,j,k}, C_{i,j,k}), \\ (C_{i_c,j_c,k}, A_{i_a,j_a} \mid k = I_a \wedge (J_a = J_c \vee I_a = J_c)), \\ (C_{i_c,j_c,k}, B_{i_b,j_b k} \mid I_b = J_c), \\ (C_{i_{c1},j,k}, C_{i_{c2},j,k}) \mid \end{matrix}\right\}^{+})$$

I = $\Sigma^2 - D$

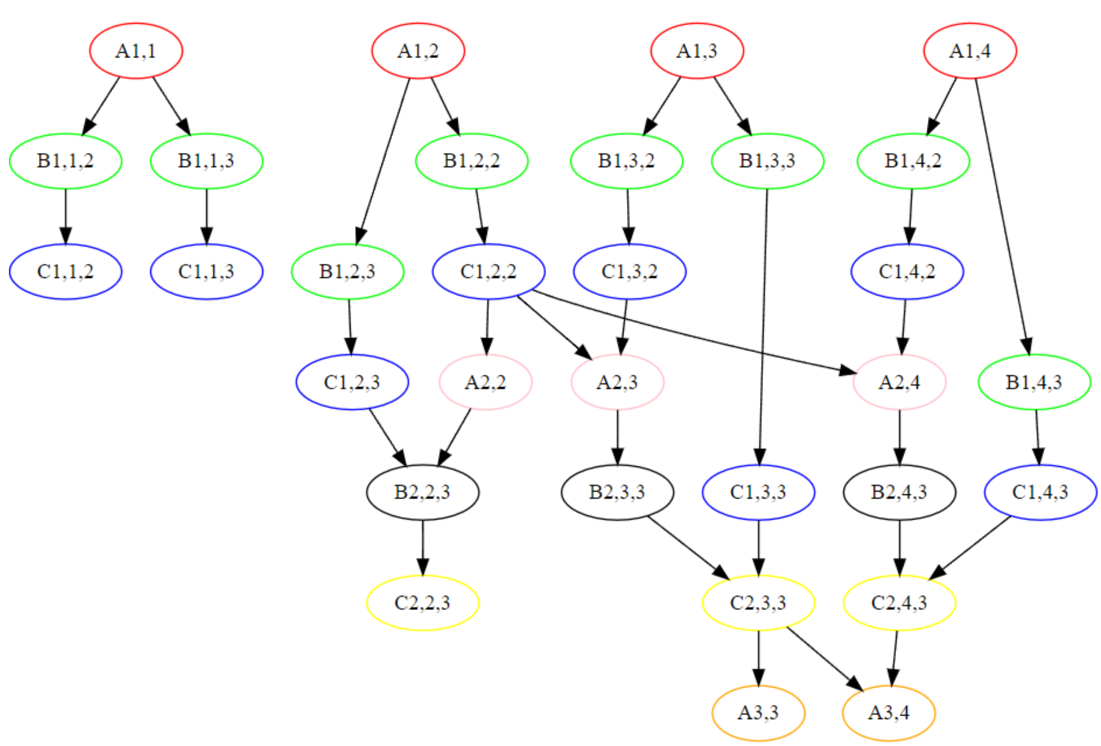
5. Graf Diekerta (Przykład dla macierzy 3x3)

Mając zbiór niepodzielnych zadań obliczeniowych oraz relacje między nimi w prosty sposób otrzymujemy graf Diekerta.
Zbiór wierzchołków *V,* to zbiór niepodzielnych zadań obliczeniowych.

$V = \Sigma$

Zbiór krawędzi *E* odpowiada zależnościom bezpośrednim (bez przechodniości) ze zbioru D. Skierowane są zgodnie ze schematem działania algorytmu, a więc wyznaczają one krawędzie grafu.

Przykładowy graf Diekerta dla *n=3:*



6. Klasy Foaty:

$F_{A_k} = \{ A_{k,x} \ | \ \mathrm{k} \le \mathrm{x} \le n+1, \mathrm{k} \le n, x \le n+1 \}$
$F_{B_k} = \{ B_{k,x,j} \ | \ k \le x \le n, \ k < j \le n+1, \ \mathrm{k} < n, x \le n, \ j \le n+1\}$
$F_{C_k} = \{ C_{k,x,j} \ | \ k \le x \le n+1, k < j \le n+1, k < n, \ x \le n, \ j \le n+1\}$

,dla k $\in \{ 1, 2, 3, \ldots, n\}$

Wtedy klasy Foaty we właściwym porządku:
FNF = $[F_{A_1}][F_{B_1}][F_{C_1}][F_{A_2}][F_{B_2}][F_{C_2}] \ldots [F_{A_{n-1}}][F_{B_{n-1}}][F_{C_{n-1}}]$
$[F_{A_k}][F_{B_k}][F_{C_k}]$ możemy traktować jako zerowanie kolumny o numerze k.