ZADANIE OBLICZENIOWE – MES

4.2 Wibracje akustyczne warstwy materiału:

$$\begin{cases} -\dfrac{d^2u(x)}{dx^2} - u = \sin x \\ u(0) = 0 \\ \dfrac{du(2)}{dx} - u(2) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -u''(x) - u = \sin x \\ u(0) = 0 \\ u'(2) - u(2) = 0 \end{cases}$$

u – poszukiwana funkcja

$[0,2] \ni x \rightarrow u(x) \in \mathbb{R}$

Sformułowanie słabe:

$u(0) = 0$ – warunek brzegowy Dirichleta w $x=0$

$\dfrac{du(2)}{dx} - u(2) = 0$ – warunek brzegowy Rabina w $x = 2$

$\Omega = [0,2]$

Na lewym brzegu przedziału występuje warunek Dirichleta, ale jest on równy 0 więc nie trzeba wprowadzać przesunięcia.

$-u'' - u = \sin x \;/\cdot v \qquad , \; u'(2) - u(2) = 0 \Rightarrow u'(2) = u(2)$

$-u''v - uv = \sin x \cdot v \;/\int$

$$-\int_0^2 u''v\,dx - \int_0^2 uv\,dx = \int_0^2 \sin x \cdot v\,dv$$

$$\int_0^2 u''v\,dx = -\int_0^2 u'v'dx + u'(2)v(2) - u'(0)v(0) - \Big(-\int_0^2 u'v'dx + u'(2)v(2)$$

$$-u'(0)v(0)\Big) - \int_0^2 uv\,dx = \int_0^2 \sin x\, v\,dx$$

$$\int_0^2 u'v'dx - \int_0^2 uv\,dx - \underbrace{u'(2)}_{=u(2)}v(2) + \overset{u'(0)v(0)}{\cancel{u'(0)v(0)}} = \int_0^2 \sin x\, v\,dx$$

Skoro mamy warunek Dirichleta, to funkcja v na brzegu będzie się zerować.

$$v(0) = 0$$

$$\underbrace{\int_0^2 u'v'\,dx - \int_0^2 uv\,dx - u(2)v(2)}_{B(u,v)} = \underbrace{\int_0^2 \sin x\, v\,dx}_{L(v)}$$