

WŁAŚCIWOŚCI FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH

fale akustyczne można ogólnie podzielić ze względu na częstotliwość fali na trzy grupy:

= **infradźwięki** < 16 Hz
 = **dźwięki słyszalne** 16 Hz – 20 kHz
 = **ultradźwięki** > 20 kHz

w zasadzie nie istnieje górna granica częstotliwości ultradźwięków; niektóre opracowania wyróżniają dodatkowo grupę tzw. hiperdźwięków o częstotliwościach rzędu GHz;

w medycynie wykorzystywane są ultradźwięki o częstotliwościach do ok. 20 MHz; jedynie mikroskopia ultradźwiękowa wykorzystuje ultradźwięki o częstotliwościach ok. 2 GHz;

charakterystyczną cechą ultradźwięków jest **krótkofalowość**;

fale słyszalne	ok. kilku m	(w powietrzu)
ultradźwięki		
przy $f = 100 \text{ kHz}$	ok. kilku mm	
przy $f = 1 \text{ MHz}$	< 1 mm	

RÓŻNICE POMIĘDZY TECHNIKĄ ULTRADŹWIĘKOWĄ A KLASYCZNĄ AKUSTYKĄ

w ogólnym przypadku rozchodzenie się ultradźwięków opiera się na tych samych prawach fizycznych, jakie opisują rozchodzenie się dźwięków słyszalnych; różnice dotyczą obserwowanych rezultatów działania ultradźwięków oraz mierzalnych parametrów pola ultradźwiękowego;

w klasycznej akustyce zakłada się, że amplitudy wychyleń cząstki są zanedbywalnie małe w porównaniu z długością fali dźwiękowej; w technice ultradźwiękowej występują **amplitudy wychyleń cząstki porównywalne z długością fali** ultradźwiękowej; z tego powodu liniowe równania stosowane w klasycznej akustyce nie zawsze mają zastosowanie w technice ultradźwiękowej;

w klasycznej akustyce zakłada się występowanie zjawisk liniowych; w technice ultradźwiękowej występują **zjawiska nieliniowe**;

! w praktyce nieliniowość zjawisk uwzględnia się tylko w części przypadków i stosuje do ich wyjaśnienia metody doświadczalne

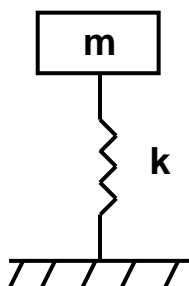
w technice ultradźwiękowej występują relatywnie **duże natężenia** dźwięku w porównaniu do natężeń uzyskiwanych w klasycznej akustyce;

klasyczna akustyka (przy 1kHz):		technika ultradźwiękowa:	
próg słyszalności	10^{-16} W/cm^2	małe	< 1 W/cm^2
próg bólu	10^{-4} W/cm^2	średnie	1 – 10 W/cm^2
w wielkich głośnikach	10^{-2} W/cm^2	duże	10 – 100 W/cm^2

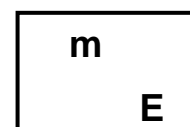
uzyskanie w powietrzu natężeń dźwięku porównywalnych do natężeń ultradźwięków nie jest możliwe ze względu na brak odpowiednich źródeł; mimo dużych natężeń ultradźwięki uważa się za nieszkodliwe, ponieważ oddziałują na struktury biologiczne ciała, a nie ośrodek słuchu;

w klasycznej akustyce schemat zastępczy zakłada, że sprężystość k jest „zewnętrzna” właściwością masy m ; w technice ultradźwiękowej **rozkład sprężystości** E (moduł Younga) jest „wewnętrzna” cechą masy m ;

klasyczna akustyka:



technika ultradźwiękowa:



OPIS FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH

równanie falowe fali akustycznej

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{k}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \right)$$

gdzie: ξ - wychylenie cząstki
 k - sprężystość ośrodka
 ρ - gęstość ośrodka

wychylenie cząstki

$$\xi = \xi \sin(\omega t - \beta x)$$

gdzie: ξ - amplituda wychylenia cząstki
 β - liczba falowa

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

prędkość cząstki (ale nie prędkość dźwięku!)

$$\dot{\xi} = \frac{\delta \xi}{\delta t} = \omega \xi \cos(\omega t - \beta x)$$

przyśpieszenie cząstki

$$\ddot{\xi} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\omega^2 \xi \sin(\omega t - \beta x)$$

ciśnienie akustyczne

$$p = \rho_0 c \dot{\xi} = R_w \omega \xi \cos(\omega t - \beta x)$$

gdzie: R_w - rezystancja akustyczna właściwa

$$R_w = \rho_0 c$$

energia fali na jedną długość fali

$$w_\lambda = \frac{1}{2} \rho_0 \lambda \dot{\xi}^2$$

gdzie: $\dot{\xi}$ - amplituda prędkości cząstki

gęstość energii (energia fali na jednostkę objętości)

$$w = \frac{w_\lambda}{\lambda} = \frac{1}{2} \rho_0 \dot{\xi}^2 = \frac{1}{2} \rho_0 \omega \xi^2$$

PODSTAWY ZASTOSOWAŃ ULTRADŹWIEKÓW
1. WŁAŚCIWOŚCI FAL ULTRADŹWIEKOWYCH

natężenie akustyczne dźwięku

ilość energii (fali) przepływająca w jednostce czasu przez jednostkowy przekrój:

$$I = wc = R_w \dot{\xi}^2 = \frac{p^2}{R_w} \quad \left[\frac{W}{cm^2} \right]$$

poziom natężenia dźwięku stosowany w klasycznej akustyce

$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad [dB] \quad \text{gdzie:} \quad I_0 = 10^{-9} \frac{W}{cm^2}$$

PRZYKŁADOWE PARAMETRY DŹWIEKÓW W RÓŻNYCH OŚRODKACH

OŚRODEK	POWIETRZE	WODA	TKANKA MIĘŚNIOWA	STAL
CZĘSTOTLIWOŚĆ	1 kHz	20 kHz	1 MHz	1 MHz
WYCHYLENIE CZĄSTKI $\xi [\mu m]$	0,76	0,76	0,76	0,76
PRĘDKOŚĆ CZĄSTKI $\dot{\xi} [m/s]$	$4,8 \cdot 10^{-3}$	$9,6 \cdot 10^{-2}$	4,8	4,8
PRZYŚPIESZENIE CZĄSTKI $\ddot{\xi} [m/s^2]$	30	$1,2 \cdot 10^4$	$30 \cdot 10^6$	$30 \cdot 10^6$
CIŚNIENIE $p [Pa]$	2	$1,42 \cdot 10^5$	$81,5 \cdot 10^5$	$2200 \cdot 10^5$
NATEŻENIE $I [W/cm^2]$	$0,96 \cdot 10^{-6}$	1,35	3800	$11 \cdot 10^{-4}$

RODZAJE FAL ULTRADŹWIEKOWYCH

w ogólnym przypadku fale ultradźwiękowe dzieli się ze względu na:

= rodzaj wychylenia cząstki

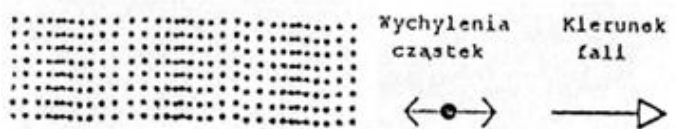
= kształt czoła fali (związany z kształtem źródła fali);

PODZIAŁ FAL ZE WZGLĘDU NA RODZAJ WYCHYLENIA CZĄSTEK

częściowy – ze względu na sposób przemieszczanie się cząstek można wyróżnić co najmniej kilkanaście rodzajów fal;

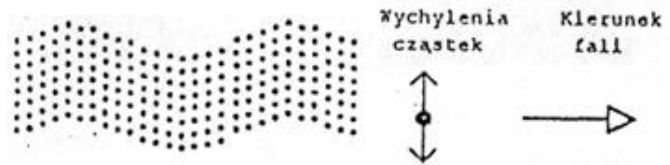
fala podłużna (ang. longitudinal, stąd L)

rodzaj fali, w której cząsteczki drgają zgodnie z kierunkiem rozchodzenia się fali; na kierunku rozchodzenia się fali powstają zagęszczenia i rozrzedzenia ośrodka; fale podłużne rozchodzą się w ośrodkach o sprężystości objętościowej (ciecze, gazy, ciała stałe);



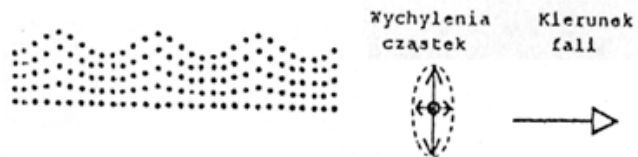
fala poprzeczna (ang. transverse, stąd T)

rodzaj fali, w której cząsteczki drgają prostopadłe do kierunku rozchodzenia się fali; nie powstają zmiany gęstości ośrodka; fale poprzeczne rozchodzą się w ośrodkach o sprężystości postaciowej (ciała stałe); prędkość fali poprzecznej jest ok. 2 razy mniejsza od prędkości fali podłużnej;



fala powierzchniowa (Rayleigha)

rodzaj fali, będącej superpozycją fali podłużnej i poprzecznej, w której cząsteczki drgają po elipsie; fale Rayleigha powstają w ośrodkach ograniczonych w wyniku ukośnego padania na granicę dwóch ośrodków pod szczególnym kątem; wychylenia cząstek zanikają bardzo szybko z głębokością – fala wnika na głębokość ok. jednej długości fali; prędkość fali Rayleigha jest mniejsza od prędkości fali poprzecznej;



fala płytowa

rodzaj fali nieco zbliżony do fali Rayleigha, w której cząsteczki również drgają po elipsie; fale płytowe powstają w ośrodkach ograniczonych dwoma równoległymi powierzchniami (czyli w płytach) w wyniku ukośnego padania na granicę dwóch ośrodków pod szczególnym kątem;

PODZIAŁ FAL ZE WZGLĘDU NA KSZTAŁT CZOŁA FALI

fala płaska

rodzaj fali powstający w wyniku drgań sinusoidalnie zmiennych płaskiego tłoka o bardzo dużych rozmiarach (teoretycznie nieskończenie); falę płaską opisuje równanie:

$$\xi = \xi \sin(\omega t - \beta x)$$

co oznacza, że amplituda fali nie zmienia się wraz z odległością, jeżeli nie występuje tłumienie; fale płaskie stanowią ok. 95% fal ultradźwiękowych wykorzystywanych w medycynie;

w dostatecznie dużej odległości od źródła czoło fali cylindrycznej lub kulistej staje się w przybliżeniu płaskie i w praktyce falę traktuje się jako falę płaską;

fala cylindryczna

rodzaj fali powstający w wyniku drgań długiego i bardzo cienkiego (teoretycznie nieograniczenie) cylindra o zmieniającym się okresowo promieniu; fala cylindryczna rozchodzi się we wszystkich kierunkach prostopadłych do osi cylindra; falę cylindryczną opisuje równanie:

PODSTAWY ZASTOSOWAŃ ULTRADŹWIĘKÓW
1. WŁAŚCIWOŚCI FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH

$$\xi = \frac{\xi}{\sqrt{r}} \sin(\omega t - \beta x), \quad \text{gdzie } r - \text{odległość czoła fali od osi cylindra}$$

co oznacza, że amplituda fali maleje odwrotnie proporcjonalnie do \sqrt{r} ;
obecnie trwają badania nad wykorzystaniem fal cylindrycznych w medycynie;

fala kulista

rodzaj fali powstający w wyniku drgań źródła punkowego; falę kulistą opisuje równanie:

$$\xi = \frac{\xi}{r} \sin(\omega t - \beta x)$$

co oznacza, że amplituda fali maleje odwrotnie proporcjonalnie do r ;
w medycynie praktycznie nie wykorzystuje się fal kulistych - są one stosowane przy rejestracji za pomocą mikrofonu ultradźwiękowego;

PRĘDKOŚĆ FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH

w ogólnym przypadku wyróżnia się trzy rodzaje prędkości fal ultradźwiękowych:

= **prędkość fazową** (związaną z propagacją fali ciągłej sinusoidalnej w środowisku jednorodnym o nieograniczonych rozmiarach)

= **prędkość grupową** (związaną z propagacją paczek, inaczej grup, drgań w przypadku fali impulsowej)

= **prędkość czoła fali;**

w tabelach jako c podawana jest prędkość fazowa ($c=c_f$);

dla wszystkich ośrodków **prędkość fazową** można opisać równaniem:

$$c_f = \sqrt{\frac{k}{\rho}}$$

gdzie: k - uogólniony moduł sprężystości ośrodka

ρ - gęstość ośrodka

(co oznacza, że prędkość fali zależy od właściwości sprężystych i gęstości ośrodka)

a **zależność prędkości grupowej od prędkości fazowej** równaniem:

$$c_g = c_f - \lambda \frac{dc_f}{d\lambda}$$

co oznacza, że prędkość fazowa i grupowa są sobie równe, jeżeli nie zachodzi tzw. dyspersja fal dźwiękowych (prędkość fazowa nie zmienia się wraz z częstotliwością);

PRĘDKOŚĆ FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH W CIECZACH

ciecze posiadają wyłącznie sprężystość objętościową, dlatego rozchodzą się w nich tylko fale podłużne; prędkość fali ultradźwiękowej w cieczach opisuje równanie:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho \beta_{ad}}}$$

PODSTAWY ZASTOSOWAŃ ULTRADŹWIĘKÓW
1. WŁAŚCIWOŚCI FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH

gdzie: β_{ad} - ściśliwość adiabatyczna cieczy

prędkość fali ultradźwiękowej w cieczech nie jest stała i zależy od szeregu czynników, m.in.:

= **temperatury**

dla większości cieczy zależność prędkości fali od temperatury jest liniowa; dla wody jest to zależność paraboliczna z maksimum w ok. 74°C;

= **ciśnienia**

= **stężenia poszczególnych składników roztworu**

= **koncentracji i rozmiaru cząstek zawiesiny**

= **zawartości soli** (w przypadku wody morskiej)

PRĘDKOŚĆ FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH W GAZACH

gazy posiadają wyłącznie sprężystość objętościową, dlatego rozchodzą się w nich tylko fale podłużne; prędkość fali ultradźwiękowej w gazach opisuje równanie:

$$c = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}$$

gdzie: κ - stosunek ciepła właściwego w stałym ciśnieniu
do ciepła właściwego w stałej objętości (c_p/c_v)
 p - ciśnienie gazu

prędkość fali ultradźwiękowej w gazach nie jest stała i zależy od szeregu czynników, m.in.:

= **temperatury**

= **ciśnienia atmosferycznego**

= **zawartości domieszek**, np. pary wodnej, dwutlenku węgla

PRĘDKOŚĆ FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH W CIAŁACH STAŁYCH

ciała posiadają zarówno sprężystość objętościową, jak i postaciową, dlatego rozchodzą się w nich wszystkie rodzaje fal; każdy rodzaj fal, np. podłużne, poprzeczne, Rayleigha, giętne, dylatacyjne, Lamba, posiada własną prędkość;

prędkość fali podłużnej w ośrodku nieograniczonym opisuje równanie:

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1-\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}} = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}$$

gdzie: E - moduł Younga (wsp. sprężystości wzdłużnej)
 σ - liczba Poissona
 λ, μ - stałe sprężystości Lamego

prędkość fali poprzecznej w ośrodku nieograniczonym opisuje równanie:

$$c_T = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1}{2(1+\sigma)}} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

prędkość fali powierzchniowej (Rayleigha) opisuje równanie:

$$c_R \approx \frac{0,87+1,12\sigma}{1-\sigma} \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \sim$$

w ogólnym przypadku dla tych prędkości zachodzi zależność:

PODSTAWY ZASTOSOWAŃ ULTRADŹWIĘKÓW
1. WŁAŚCIWOŚCI FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH

$$c_L > c_T > c_R$$

przy czym zwykle $c_L \approx 2c_T$;

PRĘDKOŚĆ FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH W OŚRODKACH BIOLOGICZNYCH

ze względu na rodzaj rozchodzących się fal ultradźwiękowych ośrodki biologiczne można traktować jako ciecz – rozchodzą się w nich wyłącznie fale podłużne; wyjątkiem jest kość, w której rozchodzą się także inne rodzaje fal, np. fale poprzeczne;

przykładowe wartości prędkości fali w ośrodkach biologicznych

OŚRODEK	GĘSTOŚĆ ρ [g/cm ³]	PRĘDKOŚĆ FALI PODŁUŻNEJ c_L [m/s]
TKANKA MIĘKKA	1,06	1540
TKANKA TŁUSZCZOWA	0,92	1450
MIĘŚNIE	1,07	1580 – 1630
OKO (średnio)	–	1564
CIAŁO SZKLISTE OKA	1,00	1520
KOŚĆ CZASZKI	1,38 – 1,81	4000

tkanka tłuszczowa jest jedyną tkanką o mniejszej gęstości niż woda;

mięśnie wzdłuż i w poprzek włókien posiadają różne prędkości dźwięku, stąd podczas terapii ultradźwiękowej ma znaczenie kierunek przyłożenia głowicy;

oko posiada określoną średnią prędkość dźwięku, ale każdy z budujących je elementów posiada różne wartości prędkości dźwięku i gęstości (a przez to inną wartość impedancji akustycznej);

kość czaszki posiada dużą wartość prędkości dźwięku i gęstości, a przez to bardzo dużą wartość impedancji akustycznej, co uniemożliwia badanie mózgu poprzez kości czaszki za pomocą ultradźwięków;

ośrodki biologiczne wykazują pewien zakres zmian prędkości fal ultradźwiękowych, np. zrogowaciała skóra ma większą prędkość dźwięku niż skóra delikatna, a piersi kobiet różne prędkości dźwięku w zależności od fazy cyklu miesięczkowego czy występowania menopauzy;

PRZYKŁADOWE WARTOŚCI PRĘDKOŚCI FALI W INNYCH OŚRODKACH

OŚRODEK	GĘSTOŚĆ ρ [g/cm ³]	PRĘDKOŚĆ FALI PODŁUŻNEJ c_L [m/s]
WODA	1,00	1490
PLEKSIGLAS	1,18	2700
ALUMINIUM	2,70	6300
POWIETRZE	0,0012	330

PRZECHODZENIE FAŁI ULTRADŹWIEKOWEJ PRZEZ GRANICĘ OŚRODKÓW

UKOŚNE PADANIE FAŁI NA GRANICĘ OŚRODKÓW

w rozważanym przypadku fala ultradźwiękowa pada na granicę ośrodków o różnych impedancjach akustycznych pod kątem różnym od 0° i częściowo odbija się, a częściowo załamuje;

dla kątów padania i załamania ma zastosowanie **prawo Snelliusa**:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

gdzie: θ_1 - kąt padania (równy kątowi odbicia)
 θ_2 - kąt załamania
 c - prędkość fali ultradźwiękowej

natężenie fali odbitej I_r opisuje **wzór Rayleigha**:

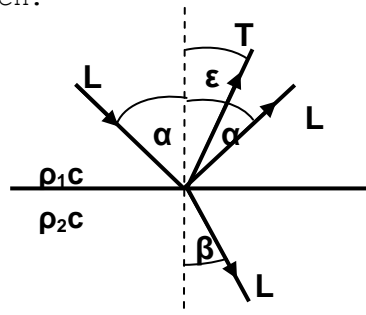
$$I_r = I_e \frac{\left(1 - m \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1}\right)^2}{\left(1 + m \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1}\right)^2}$$

gdzie: I_e - natężenie fali padającej
 m - stosunek impedancji akustycznych

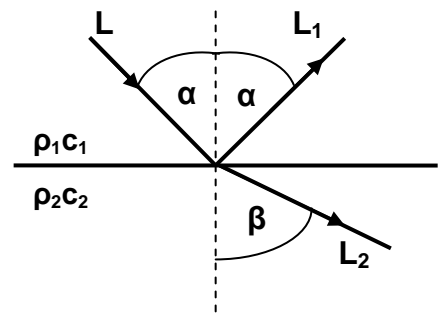
$$m = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$$

w zależności od fazy ośrodków, na granicę których pada fala ultradźwiękowa, można wyróżnić różne przypadki ukośnego padania; w medycynie wykorzystywane są przede wszystkim trzy z nich:

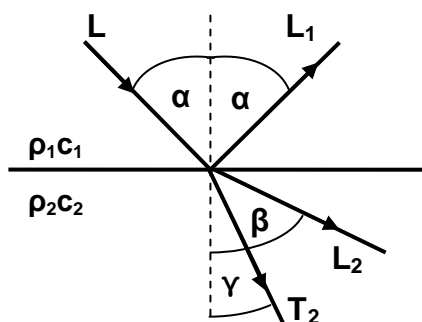
padanie fali podłużnej na granicę ośrodków płynnych



padanie fali podłużnej z ośrodka płynnego na granicę z ośrodkiem stałym



padanie fali podłużnej z ośrodka stałego na granicę z ośrodkiem płynnym



dla wszystkich przypadków ukośnego padania spełnione jest prawo Snelliusa:

$$\frac{\sin \alpha}{c_{L1}} = \frac{\sin \beta}{c_{L2}} = \frac{\sin \varepsilon}{c_{T1}} = \frac{\sin \gamma}{c_{T2}}$$

gdzie: c_{L1} , c_{T1} – prędkości fali podłużnej i podłużnej w ośrodku 1
 c_{L2} , c_{T2} – prędkości fali podłużnej i podłużnej w ośrodku 2

przy czym, ponieważ dla danego środowiska prędkość fali podłużnej jest zawsze większa od prędkości fali poprzecznej, zachodzą zależności:

$$\gamma < \beta \qquad \varepsilon < \alpha$$

warunki przenikania fali do drugiego ośrodka określają tzw. **kąty krytyczne**;

pierwszy kąt krytyczny odpowiada przypadkowi, w którym w ośrodku 2 zanika fala podłużna L2 (kąt załamania $\beta=90^\circ$) i jest opisany zależnością:

$$\sin \alpha_{kr1} = \frac{c_{L1}}{c_{L2}}$$

drugi kąt krytyczny odpowiada przypadkowi, w którym w ośrodku 2 zanika fala poprzeczna T2 (kąta załamania $\gamma=90^\circ$) i jest opisany zależnością:

$$\sin \alpha_{kr2} = \frac{c_{L1}}{c_{T2}}$$

trzeci kąt krytyczny (Rayleigha) odpowiada przypadkowi, w którym fala powierzchniowa Rayleigha osiąga maksimum amplitudy i jest opisany zależnością:

$$\sin \alpha_R = \frac{c_{L1}}{c_R}$$

PRZENIKANIE FALI PRZEZ GRANICĘ OŚRODKÓW

ultradźwiękowa diagnostyka medyczna polega w ogólnym przypadku na badaniu stosunków impedancji akustycznej ośrodków, np. tkanek zdrowych do zmian patologicznych; w tym celu wyznacza się **współczynniki odbicia i przenikania**;

energetyczny współczynnik odbicia R i energetyczny współczynnik przenikania D opisują równania:

$$R = \frac{I_r}{I_e} \qquad D = \frac{I_d}{I_e}$$

gdzie: I_r – natężenie dźwięku fali odbitej
 I_d – natężenie dźwięku fali przenikającej
 I_e – natężenie dźwięku fali padającej

na granicy ośrodków nie występują straty, dlatego zachodzi zależność:

$I_e = I_r + I_d$, stąd $D = 1 - R$ w przypadku **prostopadłego padania na granicę ośrodków** (kąt padania $\alpha=0^\circ$ i kąt załamania $\beta=0^\circ$) **wzór Rayleigha** przyjmuje postać:

PODSTAWY ZASTOSOWAŃ ULTRADŹWIEKÓW
1. WŁAŚCIWOŚCI FAL ULTRADŹWIEKOWYCH

$$R = \left(\frac{1-m}{1+m} \right)^2, \quad \text{stad} \quad D = \frac{4m}{(1+m)^2}$$

w przypadku rozpatrywania przenikania fali ciśnienia lub fali prędkości przez granicę ośrodków określa się **ciśnieniowe** (R' , D') i **prędkościowe** (R'' , D'') **współczynniki odbicia i przenikania**, opisane równaniami:

$$R' = \frac{P_r}{P_e} = \frac{1-m}{1+m} \quad R'' = \frac{V_r}{V_e} = -\frac{1-m}{1+m}$$

$$D' = \frac{P_d}{P_e} = \frac{2}{1+m} \quad R' = \frac{V_r}{V_e} = \frac{2m}{1+m}$$

gdzie: p_r - ciśnienie fali odbitej $p_r = P_r \sin(\omega t + \beta_1 l) = -\rho_1 c_1 v_r$
 p_d - ciśnienie fali przenikającej $p_d = P_d \sin(\omega t - \beta_2 l) = \rho_2 c_2 v_d$
 p_e - ciśnienie fali padającej $p_e = P_e \sin(\omega t - \beta_1 l) = \rho_1 c_1 v_e$

gdzie: P_r , P_d , P_e - amplitudy fal
 v_r , v_d , v_e - wartości chwilowe prędkości cząstek
 l - droga fali ultradźwiękowej (od granicy ośrodków)

przy czym na granicy ośrodków nie występują straty, stad zachodzą zależności:

$$P_d = P_e + P_r \quad v_d = v_e + v_r$$

$$D' = 1 + R' \quad D'' = 1 + R''$$

zależność współczynników energetycznych od ciśnieniowych i prędkościowych jest opisana równaniem:

$$R = R' R'' \quad D = D' D''$$

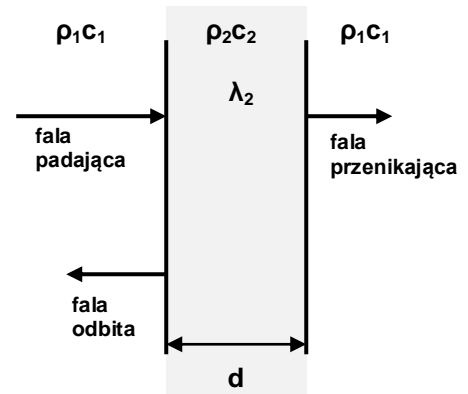
przykładowe wartości energetycznych współczynników odbicia na granicy ośrodków

GRANICA OŚRODKÓW	WSPÓŁCZYNNIK ODBICIA R
krę - nerka	0,001%
nerki - wątroba	0,008%
soczewka oka - woda	1,15%
kość czaszki - mózg	44%

duży współczynnik odbicia na granicy kość czaszki - mózg jest powodem, dla którego diagnostyka mózgu przez kości czaszki za pomocą ultradźwięków jest niemożliwa;

PRZENIKANIE FALI PRZEZ OŚRODKI WARSTWOWE

jeżeli w ośrodku o impedancji akustycznej $\rho_1 c_1$ zostanie umieszczona warstwa materiału o impedancji akustycznej $\rho_2 c_2$ (np. płytkę płasko-równoległą umieszczoną w zbiorniku z wodą), na granicy środowisk zajdzie częściowe odbicie i przenikanie, natomiast wewnątrz płytki wielokrotne odbicie i interferencja fal; rozkład maksimum i minimum współczynnika przenikania jest zależny od długości fali w płytce i grubości płytki;



współczynnik odbicia z wzoru Rayleigha jest opisany równaniem:

$$R = \frac{(m^2 - 1)^2}{4m^2 \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{2\pi d}{\lambda_2} \right) + (m^2 + 1)^2}$$

gdzie: d - grubość warstwy o impedancji $\rho_2 c_2$
 m - stosunek impedancji akustycznych ($\rho_1 c_1 / \rho_2 c_2$)

współczynnik odbicia jest maksymalny ($R=R_{\max}$) przypadku, gdy:

$$\operatorname{ctg} \left(\frac{2\pi d}{\lambda_2} \right) = 0, \text{ czyli dla } d = (2n+1) \frac{\lambda_2}{4} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

współczynnik przenikania jest maksymalny ($D=D_{\max}$) w przypadku, gdy:

$$\operatorname{ctg} \left(\frac{2\pi d}{\lambda_2} \right) = \pm \infty, \text{ czyli dla } d = n \frac{\lambda_2}{2} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

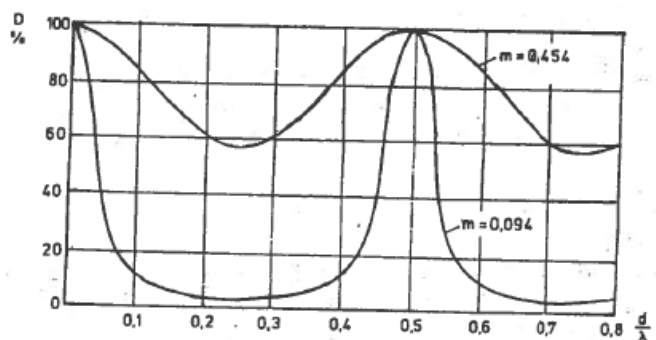
wartość współczynników odbicia i przenikania zależy przede wszystkim od grubości umieszczonej w ośrodku warstwy (czy też od stosunku grubości warstwy do długości rozchodzącej się w niej fali);

wykres zależności współczynnika przenikania od stosunku grubości warstwy do długości fali osiąga maksima i minima w tych samych miejscach niezależnie od stosunku impedancji akustycznych (a więc niezależnie od materiału warstwy i ośrodka) - różni się jedynie wartość współczynnika przenikania w tych punktach; w obu przypadkach prawdą jest, że:

= dla bardzo małego d/λ , D jest bardzo duże

= dla $d/\lambda = 0,25$, $D = D_{\min}$, $R = R_{\max}$

= dla $d/\lambda = 0,5$, $D = D_{\max}$

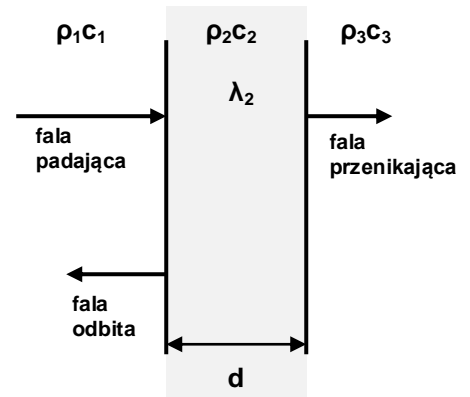


Przebieg współczynnika przenikania D w funkcji stosunku d/λ dla płytki aluminiowej ($m = 0,094$) i szkła organicznego ($m = 0,454$) w wodzie

PODSTAWY ZASTOSOWAŃ ULTRADŹWIEKÓW
1. WŁAŚCIWOŚCI FAL ULTRADŹWIEKOWYCH

analogiczna sytuacja zachodzi jeżeli warstwa materiału o impedancji akustycznej $\rho_2 c_2$ rozdziela ośrodki o impedancjach akustycznych $\rho_1 c_1$ i $\rho_3 c_3$; na granicach środowisk zajdzie częściowe odbicie i przenikanie, natomiast wewnątrz płytki wielokrotne odbicie i interferencja fal; rozkład maksimum i minimum współczynnika przenikania jest zależny od wzajemnych stosunków impedancji akustycznych wszystkich trzech środowisk;

współczynnik przenikania jest opisany równaniem:



$$D = \frac{8}{4 + (m_{12} + m_{21})(m_{23} + m_{32}) + (m_{12} - m_{21})(m_{23} - m_{32}) \cos\left(\frac{4\pi d}{\lambda_2}\right)}$$

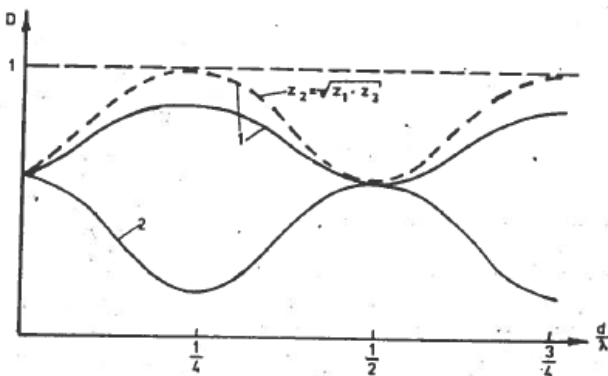
gdzie: d – grubość warstwy o impedancji $\rho_2 c_2$
 m_{ik} – stosunek impedancji akustycznych ($\rho_i c_i / \rho_k c_k$)

jeżeli **warstwa 2 ma impedancję akustyczną o wartości pośredniej** względem impedancji ośrodków 1 i 3, **współczynnik przenikania jest maksymalny**, gdy:

$$d = (2n+1) \frac{\lambda_2}{4} \quad \text{dla } \rho_1 c_1 > \rho_2 c_2 > \rho_3 c_3 \text{ lub } \rho_1 c_1 < \rho_2 c_2 < \rho_3 c_3$$

jeżeli warstwa 2 ma impedancję akustyczną większą lub mniejszą od impedancji ośrodków 1 i 3, współczynnik przenikania jest maksymalny, gdy:

$$d = n \frac{\lambda_2}{2} \quad \text{dla } \rho_1 c_1 < \rho_2 c_2 > \rho_3 c_3 \text{ lub } \rho_1 c_1 > \rho_2 c_2 < \rho_3 c_3$$



Przebieg współczynnika przenikania D dla warstwy Z_2 umieszczonej między środowiskami Z_1 i Z_3 . 1) $Z_1 > Z_2 > Z_3$ lub $Z_1 < Z_2 < Z_3$
2) $Z_1 < Z_2 > Z_3$ lub $Z_1 > Z_2 < Z_3$

w zależności od wykorzystanych ośrodków można uzyskać albo wzmocnienie, albo osłabienie przenikania przy przejściu przez warstwę pośrednią;

TŁUMIENIE FALI ULTRADŹWIEKOWEJ

tłumienie w ogólnym przypadku polega na osłabieniu energii fali ultradźwiękowej podczas przechodzenia przez ośrodek rzeczywisty; powodem osłabienia energii fali są przede wszystkim dwa zjawiska:

= **pochłanianie energii** związane z zamianą energii mechaniczną na energię cieplną na skutek tarcia wewnętrznego drgających cząstek i przewodnictwa cieplnego

= **odbicie, załamanie, dyfrakcja i rozproszenie** fali związane z niejednorodnością ośrodka;

w zależności od rozważanego przypadku za miarę tłumienia przyjmuje się kilka różnych współczynników tłumienia, związanych np. ze stosunkiem ciśnień czy natężeń; **współczynnik tłumienia związany ze stosunkiem ciśnień** jest określony równaniem:

$$\alpha = \frac{1}{x_2 - x_1} \ln \frac{P(x_1)}{P(x_2)}$$

gdzie: $P(x_1)$, $P(x_2)$ – amplituda ciśnienia w odległościach x_1 , x_2 od źródła fali

ciśnienie w funkcji odległości x jest określone równaniem:

$$P_x = P_0 e^{-\alpha x}$$

gdzie: P_0 – ciśnienie początkowe

natężenie fali w funkcji odległości x jest określone równaniem:

$$I_x = I_0 e^{-2\alpha x}$$

gdzie: I_0 – natężenie początkowe

współczynnik tłumienia α ma wymiar [1/m] lub neper/metr [Np/m];
współczynnik α można wyrazić w decybelach [dB] ze wzoru:

$$\alpha [dB] = 20 \log \frac{P_x}{P_0}$$

przy czym $1 \text{ dB} = 8,68 \text{ Np}$;

dobroć mechaniczna Q określa stosunek energii przenoszonej fali do energii strat wynikających z tłumienia na odległości $\lambda/2\pi$ i jest opisana równaniem:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda \alpha}$$

TŁUMIENIE W CIAŁACH STAŁYCH

tłumienie w ciałach stałych jest wynikiem **tarcia wewnętrznego, histerezy sprężystej, procesów relaksacyjnych i zjawisk cieplnych**; w ogólnym przypadku współczynnik tłumienia można opisać równaniem:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

gdzie: α_1 – współczynnik pochłaniania
 α_2 – współczynnik rozpraszania

przy małych częstotliwościach przeważa tłumienie przez pochłanianie, przy dużych – tłumienie przez rozpraszanie;

TŁUMIENIE W CIECZACH I GAZACH

tłumienie w cieczech i gazach jest wynikiem przede wszystkim tarcia wewnętrznego, równoznacznego z **lepkością**, oraz **przewodnością cieplną** występującą w przemianach nie-adiabatycznych; w ogólnym przypadku współczynnik tłumienia można opisać równaniem:

$$\alpha = \alpha_r + \alpha_l$$

gdzie: α_r – współczynnik związany z lepkością
 α_l – współczynnik związany z przewodnością cieplną

tłumienie w cieczech i gaz jest (teoretycznie) proporcjonalne do kwadratu częstotliwości; w cieczech (poza wodą) współczynnik tłumienia rośnie wraz ze wzrostem temperatury;

TŁUMIENIE W OŚRODKACH BIOLOGICZNYCH

mimo że tkanki miękkie składają się w przeważającej części z wody, występujące w ich przypadku zależności nie odpowiadają zależnościom występującym dla wody: tłumienie ośrodków biologicznych zwiększa się liniowo wraz ze wzrostem częstotliwości i rośnie wraz ze wzrostem temperatury; w ogólnym przypadku tłumienie w ośrodkach biologicznych jest znacznie większe niż w wodzie i ciałach stałych; szczególnie duże tłumienie wykazuje tkanka kostna ze względu na jej niejednorodną, porowatą strukturę;

PRZYKŁADOWE WARTOŚCI TŁUMIENIA W RÓŻNYCH OŚRODKACH PRZY $f = 1 \text{ MHz}$

OŚRODEK	WSPÓŁCZYNNIK TŁUMIENIA α [dB/cm]
tkanka miękka (średnio)	0,7 (ogółem zakres zmian 0,2 – 1)
mięśnie (wzdłuż włókien)	1,4
mięśnie (w poprzek włókien)	3,3
tkanka tłuszczowa	0,6
ciałko szkliste oka	0,1
kość czaszki	10,0
woda	0,0022
powietrze	16,0

POLE ULTRADŹWIEKOWE

DRGANIA BRYŁ

z fizycznego punktu widzenia każdy przetwornik ultradźwiękowy jest **bryłą drgającą**; w medycynie stosuje się przede wszystkim dwa rodzaje przetworników:

= **pręty**

= **płyty**

czyli regularne ośrodki ograniczone; warunkiem uzyskania pożądaných („skutecznych”) drgań przetwornika jest **wytworzenie fali stojącej**;

każda bryła może być traktowana jako **układ punktów materialnych** połączonych siłami sprężystości; punkty materialne tworzące bryłę mogą mieć różną liczbę stopni swobody;

wyprowadzenie jednego punktu układu ze stanu równowagi powoduje wyprowadzenie ze stanu równowagi także punktów sąsiednich; pobudzenie jest takiego samego typu (np. sinusoidalne) w punkcie pierwotnie pobudzonych i punktach sąsiednich, ale charakteryzuje się innymi wartościami amplitudy; drgania występują przy każdym rodzaju pobudzenia, ale różnią się właściwościami;

drgania własne układu materialnego o 2 stopniach swobody

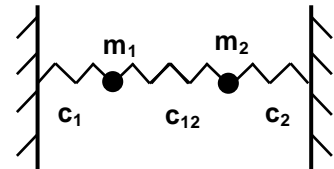
przyjmuje się **model układu złożonego z dwóch punktów materialnych 1 i 2**, gdzie:

m_1, m_2 – masa

C_1, C_2 – podatność własna (odwrotność sprężystości)

x_1, x_2 – przesunięcie

z pominięciem sił tarcia;



wartości **siły bezwładności** punktów układu są opisane wzorami:

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} \qquad m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2}$$

w **stanie równowagi** spełniony jest układ równań:

$$\begin{cases} m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -\frac{1}{C_1} x_1 + \frac{1}{C_{12}} x_2 \\ m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -\frac{1}{C_2} x_2 + \frac{1}{C_{12}} x_1 \end{cases}$$

po wyprowadzeniu ze stanu równowagi spełniony jest układ równań:

$$\begin{cases} \frac{d^2 x_1}{dt^2} + \omega_1^2 x_1 - \omega_{12}^2 x_2 = 0, & \text{gdzie } x_2' = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} x_2 \\ \frac{d^2 x_2}{dt^2} + \omega_2^2 x_2 - \omega_{12}^2 x_1 = 0 \end{cases}$$

gdzie **częstotliwości drgań własnych** ω_1, ω_2 określają pulsację, z jaką drgałby punkt materialny, gdyby drugi punkt w układzie był unieruchomiony:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{C_1 m_1} \qquad \omega_2^2 = \frac{1}{C_2 m_2} \qquad \omega_{12}^2 = \frac{1}{C_{12} \sqrt{m_1 m_2}}$$

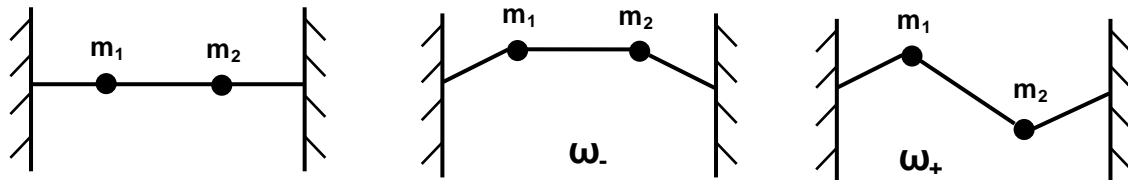
jeżeli w tym samym układzie przyjąć, że **punkt 2 jest unieruchomiony** ($x_2=0$), to drgania własne punktu 1 opisuje równanie:

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} + \omega_1^2 x_1 = 0$$

w rzeczywistości ze względu na połączenie punktu ze sobą siłami sprężystości cały układ drga z częstotliwością opisaną wzorem:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\omega_{12}^4}} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{C_1 m_1} + \frac{1}{C_2 m_2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{1}{C_1 m_1} - \frac{1}{C_2 m_2}\right)^2 + \frac{4}{C_{12}^2 m_1 m_2}}\right]}$$

układ posiada **dwie częstotliwości** ω_+ i ω_- , z których żadna nie jest częstotliwością drgań własnych żadnego z punktów, z których składa się układ;



drgania wymuszone układu materialnego o 2 stopniach swobody

przyjmuje się ten sam układ dwóch punktów materialnych, do którego przyłożona zostaje **zewnętrzna siła wymuszająca** drgania; spełniony jest układ równań:

$$\begin{cases} \frac{d^2 x_1}{dt^2} + \omega_1^2 x_1 = \omega_{12}^2 x_2 + F e^{j\omega t} \\ \frac{d^2 x_2}{dt^2} + \omega_2^2 x_2 = \omega_{12}^2 x_1 \end{cases} \quad \text{gdzie} \quad \begin{aligned} x_1 &= \frac{\omega_2^2 - \omega^2}{(\omega_1^2 - \omega^2)(\omega_2^2 - \omega^2) - \omega_{12}^4} F e^{j\omega t} \\ x_2 &= \frac{\omega_{12}^2}{(\omega_1^2 - \omega^2)(\omega_2^2 - \omega^2) - \omega_{12}^4} \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} F e^{j\omega t} \end{aligned}$$

podobnie jak w poprzednim przypadku, z układu równań można wyznaczyć **dwie częstotliwości** ω_+ i ω_- ;

układ pobudzony do drgań siłą wymuszającą o częstotliwości wymuszającej ω po pewnym czasie będzie drgał z częstotliwością wymuszającą; amplituda wychyleń punktów 1 i 2 zależy od częstotliwości drgań własnych tych punktów oraz od częstotliwości wymuszającej;

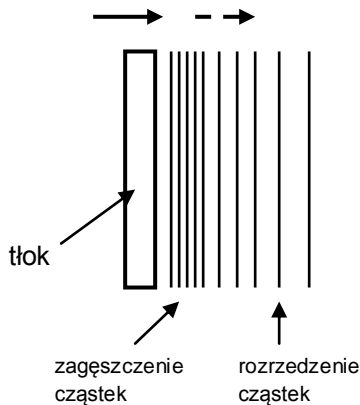
jeżeli częstotliwość wymuszająca ma wartość ω_+ lub ω_- , teoretyczne wychylenia punktów układu dążą do nieskończoności; w rzeczywistości jest to niemożliwe ze względu na występowanie sił tarcia;

PROMIENIOWANIE ŹRÓDEŁ DŹWIĘKU

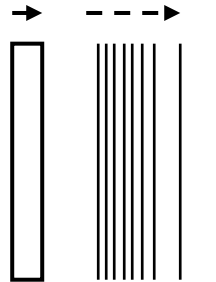
każda bryła wprawiona w drgania jest źródłem dźwięku; w przypadku **tłoka drgającego sinusoidalnie w ośrodku** można rozpatrywać etapy ruchu tłoka i wywołanego nim ruchu cząstek:

————> kierunek ruchu tłoka - - - -> kierunek ruchu cząstek

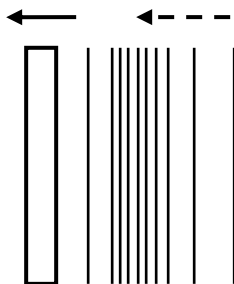
1. ruch tłoka
niesymetryczny ruch cząstek



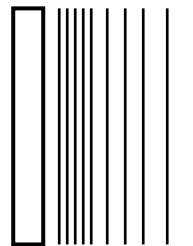
2. zatrzymanie tłoka



3. ruch tłoka w kierunku przeciwnym



4. zatrzymanie tłoka



część energii oddanej początkowo przez źródło do środowiska, która zostaje później zwrócona do źródła, jest zużytkowana na wprawienie w ruch cząstek bezpośrednio stykających się ze źródłem i jest nazywana **energią współdrżającego środowiska**; pozostała część energii, która nie zostaje zwrócona do źródła, zostaje wypromieniowana do środowiska w postaci fali akustycznej i jest nazywana **energią wypromieniowaną**; energia wypromieniowana w miarę rozchodzenia się w środowiska jest zamieniana na energię cieplną;

energii wypromieniowanej odpowiada składowa rzeczywista impedancji promieniowania (rezystancja promieniowania), a energii współdrżającego środowiska składowa urojona impedancji promieniowania (reaktancja promieniowania);

przetwornik mechanoakustyczny jest równoważny transformatorowi idealnemu o przekładni równej powierzchni czynnej źródła dźwięku;

PODSTAWY ZASTOSOWAŃ ULTRADŹWIĘKÓW

1. WŁAŚCIWOŚCI FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH

POLE ULTRADŹWIĘKOWE

charakterystyka pola ultradźwiękowego (kształt i rozkład ciśnienia) zależy od:
 = rodzaju źródła ultradźwięków
 = częstotliwości;

modelem przetwornika ultradźwiękowego jest **płaski tłok drgający w nieskończenie wielkiej odgradzie**; powierzchnia takiego tłoka składa się z nieskończonej ilości punktowych źródeł dźwięku, rozłożonych równomiernie i promieniujących wszechkierunkowo (generujących falę kulistą);

ciśnienie fali generowanej przez pojedynczy punkt na powierzchni tłoka w funkcji odległości jest opisane równaniem:

$$p = \frac{P_0}{r\lambda} e^{j(\omega t - \beta r)}$$

gdzie: P_0 - ciśnienie początkowe
 r - odległość od źródła fali

ciśnienie fali generowanej przez całkowitą powierzchnię tłoka jest opisane równaniem:

$$p = 2P_0 \sin \left[\frac{\pi}{\lambda} \left(\sqrt{a^2 + r^2} - r \right) \right]$$

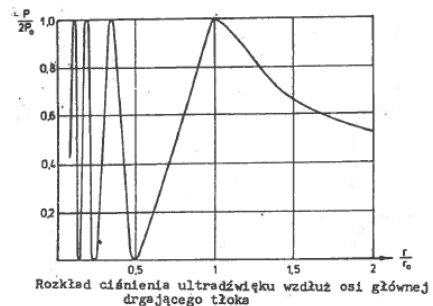
gdzie: a - promień tłoka
 r - odległość na osi tłoka

ciśnienie na osi tłoka wykazuje rozkład, w którym występują maksima i minima; **maksima ciśnienia** występują w odległościach od osi tłoka opisanych warunkiem:

$$r_{n \max} = \frac{4a^2 - \lambda^2(2n+1)}{4\lambda(2n+1)} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

minima ciśnienia występują w odległościach od osi tłoka opisanych warunkiem:

$$r_{n \min} = \frac{a^2 - \lambda^2 n^2}{2n\lambda} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$



wraz ze wzrostem liczby n maksima i minima zagęszczają się i zbliżają do powierzchni przetwornika; **ostatnie maksimum przypada dla $n=0$** w odległości opisanej równaniem:

$$r_0 = \frac{4a^2 - \lambda^2}{4\lambda}$$

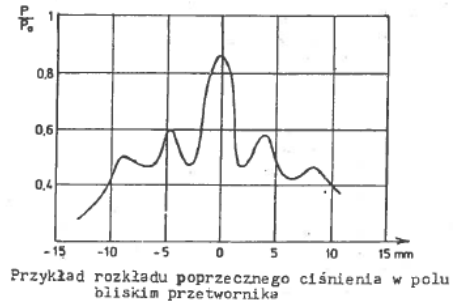
w technice ultradźwiękowej średnica przetwornika jest znacznie większa od długości fali ($a^2 \gg \lambda^2$), dlatego stosuje się **przybliżony wzór na odległość ostatniego maksimum**:

$$r_0 \approx \frac{a^2}{\lambda}$$

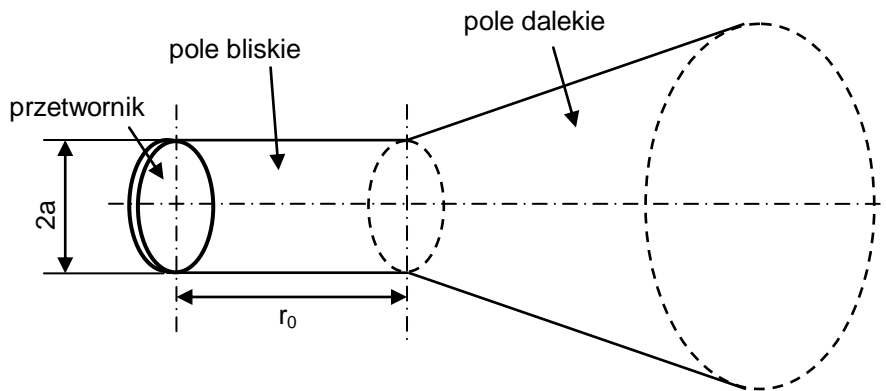
PODSTAWY ZASTOSOWAŃ ULTRADŹWIEKÓW

1. WŁAŚCIWOŚCI FAL ULTRADŹWIEKOWYCH

odległość, w której występuje ostatnie maksimum, określa **zakres pola bliskiego** (strefy Fresnela); w polu bliskim występuje nierównomierny rozkład ciśnienia zarówno wzdłuż osi drgającego tłoka, jak i w kierunku poprzecznym od osi; nierównomierny rozkład ciśnienia wynika z interferencji elementarnych fal kulistych pochodzących od punktowych źródeł na powierzchni tłoka; pole bliskie ma w przybliżeniu **kształt cylindryczny**;



w odległości większej od odległości ostatniego maksimum występuje **pole dalekie** (strefa Fraunhofer); w polu dalekim efekty interferencji fal są pomijalne ze względu na bardzo niewielkie różnice faz fal elementarnych; pole dalekie ma w przybliżeniu **kształt ściętego stożka**;



CHARAKTERYSTYKA KIERUNKOWOŚCI

w zakresie **pola dalekiego** kształt i rozkład ciśnienia w polu ultradźwiękowym jest określony charakterystyką kierunkowości; **charakterystyka kierunkowości** jest krzywą wykreśloną w układzie współrzędnych biegunowych w ten sposób, że **na współrzędnej r** prowadzonej **pod kątem θ** odkłada się **stosunek amplitudy** (np. ciśnienia) fali wysyłanej przez źródło w danym kierunku do amplitudy fali wysyłanej pod kątem $\theta = 0$;

ciśnienie fali wysyłanej **pod kątem θ** (od osi tłoka) jest opisane równaniem:

$$p = \frac{P}{r\lambda} \frac{I_1(\beta a_0 \sin \theta)}{\beta a_0 \sin \theta} e^{j(\omega t - \beta r)}$$

ciśnienie fali wysyłanej **pod kątem $\theta=0$** (na osi tłoka) jest opisane równaniem:

$$p_0 = \frac{P}{2r\lambda} e^{j(\omega t - \beta r)}$$

charakterystyka kierunkowości jest opisana równaniem:

$$K(\theta) = \frac{p}{p_0} = \frac{2I_1(\beta a_0 \sin \theta)}{\beta a_0 \sin \theta} = \frac{2I_1(x)}{x}$$

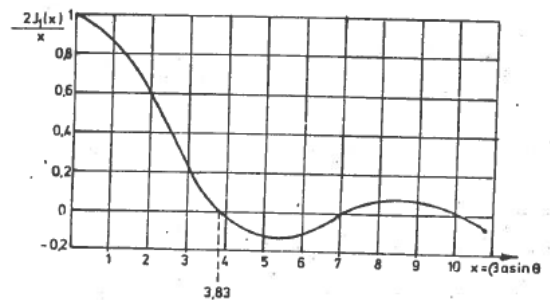
gdzie: a_0 - promień tłoka (źródła dźwięku)
 I_1 - funkcja Bessela pierwszego rzędu pierwszego rodzaju

PODSTAWY ZASTOSOWAŃ ULTRADŹWIEKÓW 1. WŁAŚCIWOŚCI FAŁ ULTRADŹWIEKOWYCH

kąt rozbieżności charakterystyki kierunkowości 2α jest miarą właściwości źródła i jest określony takimi **wartościami kątów** θ i $-\theta$, dla których **funkcja** $K(\theta)$ w układzie współrzędnych prostokątnych osiąga **pierwsze zero**;

pierwsze zero funkcji $K(\theta)$ przypada w miejscu określonym równaniem:

$$x = \beta a_0 \sin \theta = 3,832$$



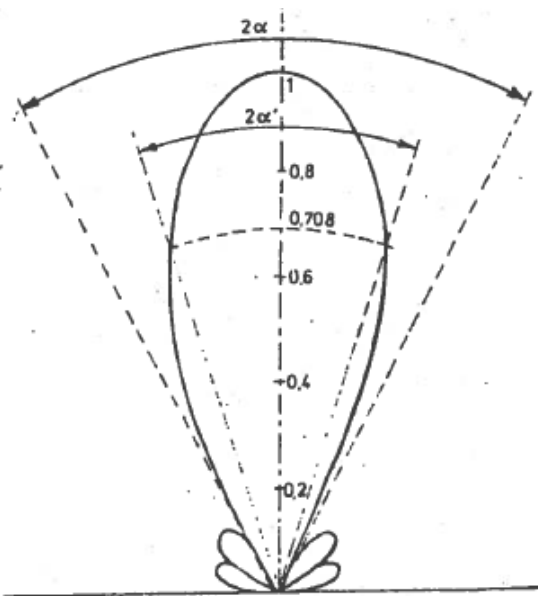
Przebieg charakterystyki kierunkowości w układzie współrzędnych prostokątnych

kąt rozbieżności charakterystyki 2α jest określony równaniem:

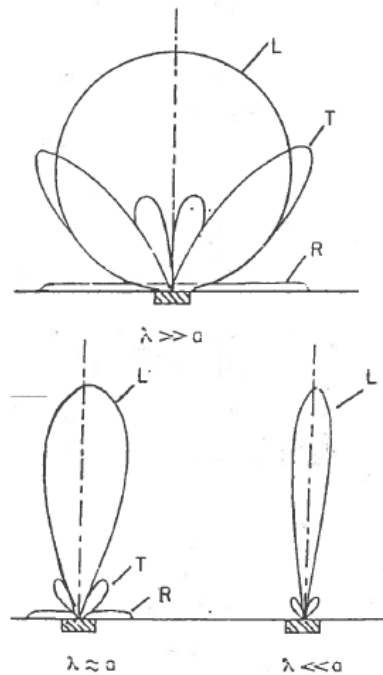
$$\sin \alpha = 0,61 \frac{\lambda}{a_0}$$

kąt rozbieżności charakterystyki może być także określany dla punktów odpowiadających spadkowi amplitudy o 3 dB (do wartości 0,708 wartości maksymalnej); **kąt rozbieżności charakterystyki** $2\alpha'$ jest określony równaniem:

$$\sin \alpha' = 0,60 \frac{\lambda}{a_0}$$



Przykład charakterystyki kierunkowości przetwornika



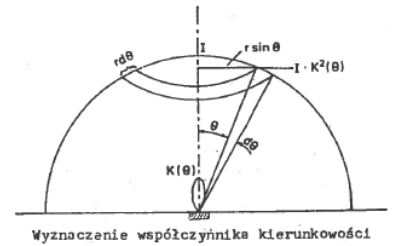
Przybliżone charakterystyki kierunkowości przetwornika kwadratowego o cięciu x wytwarzającego fale ultradźwiękową w środowisku stałym: L - fale podłużne, T - fale poprzeczne, R - fale powierzchniowe

kąt rozbieżności maleje (co odpowiada „zweżaniu” charakterystyki, czyli wzrostowi kierunkowości źródła) wraz ze wzrostem częstotliwości i zwiększaniem powierzchni promieniającego źródła; w medycynie wykorzystywane są przede wszystkim przetworniki o „ostrych” charakterystykach kierunkowości;

PODSTAWY ZASTOSOWAŃ ULTRADŹWIEKÓW

1. WŁAŚCIWOŚCI FAŁ ULTRADŹWIEKOWYCH

współczynnik kierunkowości jest **stosunkiem natężenia dźwięku na osi źródła w odległości r do średniego natężenia dźwięku na powierzchni kuli o promieniu r , w środku której znajduje się źródło**; współczynnik kierunkowości jest liczbą bezwymiarową, wskazującą, ile razy większe jest natężenie dźwięku na osi przetwornika kierunkowego od natężenia dźwięku przetwornika wszechkierunkowego (źródła punktowego) przy tej samej mocy zasilającej i w tej samej odległości;



natężenie dźwięku w odległości r **na osi źródła** wynosi $I(r)$;

natężenie dźwięku w odległości r **pod kątem θ od osi** wynosi $I(r) \cdot K^2(\theta)$;

moc wypromieniowana przez elementarny wycinek kuli jest opisana równaniem:

$$\Delta P_a = dS \cdot I(r) \cdot K^2(\theta)$$

całkowita moc wypromieniowana przez źródło jest opisana równaniem:

$$P_a = 2\pi r^2 \cdot I(r) \cdot \int_0^\pi K^2(\theta) \sin \theta d\theta$$

współczynnik kierunkowości jest określony równaniem:

$$\Omega = \frac{I(r)}{\frac{P_a}{4\pi r^2}} = \frac{2}{\int_0^\pi K^2(\theta) \sin \theta d\theta}$$

stąd **natężenie** dźwięku w odległości r **na osi źródła** wynosi:

$$I(r) = \frac{P_a}{4\pi r^2} \Omega;$$

a **natężenie** dźwięku w dowolnym punkcie pola:

$$I(r, \theta) = \frac{P_a}{4\pi r^2} \Omega \cdot K^2(\theta)$$

dla źródeł, których nie można przedstawić jako tłoków, współczynnik kierunkowości jest opisywany bardziej skomplikowanymi zależnościami; dla **źródła liniowego** (którego długość L jest znacznie większa od długości fali) współczynnik kierunkowości jest opisany szeregiem:

$$\Omega_L = \beta L \left(\pi - \frac{2}{\beta L} - \frac{2 \sin \beta L}{\beta L} + \frac{4 \cos \beta L}{(\beta L)^3} - \dots \right)$$

zysk kierunkowości określa współczynnik kierunkowości w mierze logarytmicznej i jest opisany równaniem:

$$G = 10 \log \Omega \text{ [dB]}$$

CIŚNIENIE PROMIENIOWANIA

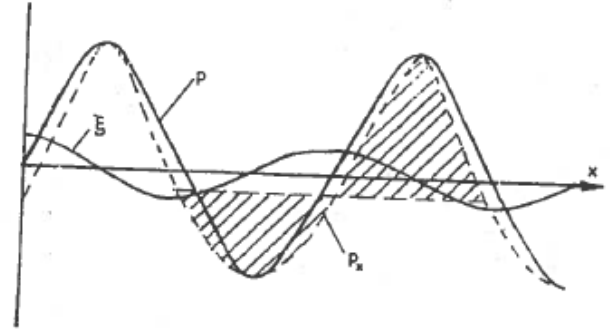
występowanie ciśnienia promieniowania jest jednym ze zjawisk wynikających z występowania **skończonych przesunięć cząstek fali ultradźwiękowej** w technice ultradźwiękowej w odróżnieniu od nieskończenie małych przesunięć zakładanych w klasycznej akustyce;

teoretyczny rozkład ciśnienia wzdłuż biegnącej fali podłużnej dla nieskończenie małych wychyleń cząstek różni się od rozkładu ciśnienia dla wychyleń skończonych;

krzywa ξ określa **przebieg wychyleń cząstki** w funkcji x (w kierunku rozchodzenia się fali);

krzywa p określa **przebieg ciśnienia** w funkcji x dla **nieskończenie małych wychyleń cząstki** (w układzie Lagrange'a);

krzywa p_x określa **przebieg ciśnienia** w funkcji x dla **skończonych wychyleń cząstki** (w układzie Eulera);



Rozkład ciśnienia dźwięku wzdłuż biegnącej fali podłużnej o skończonej amplitudzie

przy uśrednieniu po czasie ciśnienie zmienne redukuje się, stąd ciśnienie całkowite powinno być równe ciśnieniu statycznemu; w rzeczywistości przy skończonych wychyleniach cząstek występuje dodatkowo stałe ciśnienie, nazywane **ciśnieniem promieniowania**;

ciśnienie promieniowania jest liczbowo równe gęstości energii fali ultradźwiękowej i opisane wzorem:

$$p_r = \frac{I}{c} = w$$

gdzie: I - natężenie dźwięku
 c - prędkość fali w danym ośrodku
 w - gęstość energii fali

w ogólnym przypadku **ciśnienie promieniowania fali padającej na granicę ośrodków** o różnych prędkościach dźwięku c_1 i c_2 o **współczynniku odbicia R pod kątem α** jest opisane równaniem:

$$p_r = I \left[\frac{(1+R)\cos^2 \alpha}{c_1} - \frac{1-R}{c_2} \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \frac{c_2^2}{c_1^2}} \cos \alpha \right]$$

w praktyce wykorzystuje się szczególne przypadki - przy padaniu na **powierzchnię całkowicie odbijającą ($R=1$)**, np. granicę ciecz-powietrze:

$$p_r = \frac{2I}{c_1} \cos^2 \alpha$$

oraz przy **prostopadłym padaniu na powierzchnię całkowicie przepuszczającą ($\alpha=0$ i $R=0$)**:

$$p_r = \frac{I}{c_1}$$

SYSTEMATYKA ZJAWISK ULTRADŹWIĘKOWYCH

wszystkie zjawiska ultradźwiękowe można podzielić na **zjawiska pierwotne** i **zjawiska wtórne**; z **fizycznego punktu widzenia** (wg Spenglera) zjawiska ultradźwiękowe dzielą się na:

= zjawiska pierwotne

= zjawiska wtórne, zachodzące w wyniku zjawisk pierwotnych;

zjawiska **pierwotne** mają w przeważającej części (poza jednym) charakter **mechaniczny**, zjawiska **wtórne** charakter **mechaniczny, termiczny, elektryczny czy chemiczny**;

z **medycznego punktu widzenia** wszystkie zjawiska ultradźwiękowe są zjawiskami pierwotnymi, a zjawiskiem wtórnym są różnego rodzaju reakcje organizmu;

inny podział zakłada wyróżnienie zjawisk związanych z różnymi wielkościami pola ultradźwiękowego:

= **kinematycznymi** (ciśnieniem akustycznym, wychyleniem cząstki, prędkością cząstki, względnym zgęszczeniem), którym odpowiada 14 zjawisk wtórnych

= **energetycznymi** (gęstością energii, ciśnieniem promieniowania, strumieniem energii, natężeniem fali), którym odpowiadają ok. 4 zjawiska wtórne

= **absorpcją**, której odpowiadają 2 zjawiska wtórne;

KAWITACJA ULTRADŹWIĘKOWA

zjawisko kawitacji polega w uproszczeniu na rozrywaniu cieczy pod wpływem dużych sił dynamicznych; kawitacja ultradźwiękowa jest wywołana **zmiennym ciśnieniem fali ultradźwiękowej**;

ze względu na bardzo duże (rzędu tysięcy atmosfer) ciśnienie potrzebne do pokonania sił spójności cieczy jednorodnej (odgazowanej), warunkiem zajścia zjawiska kawitacji jest występowanie w cieczy **miejsz o zmniejszonej spójności**, np. pęcherzyków gazu, które stanowią **zarodniki kawitacji**; zakres promieni pęcherzyków biorących udział w zjawisku kawitacji mieści się w zakresie od **promienia krytycznego** do **promienia rezonansowego**; pęcherzyki o promieniach większych od promienia rezonansowego są łatwo wydzielane na powierzchnię cieczy w zjawisku **pseudokawitacji**;

promień krytyczny jest opisany równaniem:

$$R_{kr}^3 + \frac{2\sigma}{p_0} R_{kr}^2 - \frac{32\sigma^3}{27p_0(p_0 - p)^2} = 0$$

gdzie: p_0 - ciśnienie statyczne w cieczy
 p - amplituda ciśnienia akustycznego
 σ - napięcie powierzchniowe

promień rezonansowy jest opisany równaniem:

$$f = \frac{1}{2\pi R_{rez}} \sqrt{\frac{3\kappa}{\rho} \left(p_0 + \frac{2\sigma}{R_{rez}} \right)}$$

gdzie: f - częstotliwość rezonansowa pęcherzyka
 ρ - gęstość cieczy
 κ - wskaźnik adiabaty w pęcherzyku (c_p/c_v)

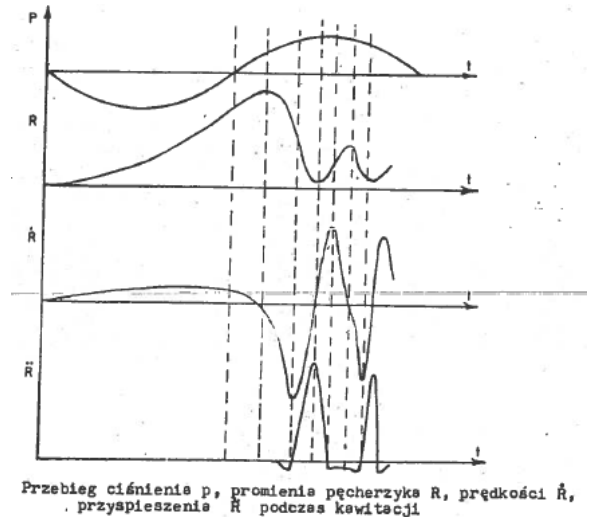
zakres promieni pęcherzyków, które mogą stać się zarodnikami kawitacji, zwiększa się wraz ze wzrostem ciśnienia fali ultradźwiękowej i spadkiem częstotliwości;

PODSTAWY ZASTOSOWAŃ ULTRADŹWIEKÓW

1. WŁAŚCIWOŚCI FAL ULTRADŹWIEKOWYCH

proces kawitacji przebiega w kilku fazach; **pierwsza faza** zaczyna się, gdy pęcherzyk o promieniu krytycznym znajduje się w obrębie pola ultradźwiękowego o dostatecznie silnym natężeniu dźwięku; taki pęcherzyk jest poddawany kolejno **ściskaniu i rozszerzaniu w takt częstotliwości ultradźwiękowej**; w fazie rozszerzania do pęcherzyka przedostają się pary cieczy i dyfundują rozpuszczone w cieczy gazy, przez co **z okresu na okres pęcherzyk zwiększa swój rozmiar** aż do promienia rezonansowego; faza pierwsza trwa **kilkadziesiąt do kilkuset okresów drgań**;

w **fazie drugiej** pęcherzyk osiąga maksymalny rozmiar, a ciśnienie maksymalną wartość; ściskanie i rozszerzanie pęcherzyka **nie jest synchroniczne ze zmianami ciśnienia** fali ultradźwiękowej - rozszerzanie trwa znacznie dłużej niż ściskanie;



gwałtowna implozja pęcherzyków powoduje powstanie bardzo wysokiego ciśnienia i wyzwolenie dużych sił, niszczących wszystko, co znajduje się w pobliżu obszaru kawitacji;

po zaniku pęcherzyka następuje jego ponowny wzrost, ale do mniejszych rozmiarów, tzw. **wtórne rozszerzanie**;

maksymalne ciśnienie w fazie zaniku pęcherzyka jest opisane równaniem:

$$p_{\max} = \frac{3}{2} \dot{R}_{\max}^2 \rho \kappa^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

gdzie: \dot{R}_{\max} - maksymalna prędkość w fazie zaniku pęcherzyka

temperatura w końcowej fazie zaniku pęcherzyka jest opisana równaniem:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

gdzie: T_1 - temperatura na początku fazy zaniku
 p_1, p_2 - ciśnienie na początku i na końcu fazy zaniku

warunkiem wystąpienia zjawiska kawitacji jest także przekroczenie minimalnej wartości natężenia dźwięku, nazywanej **progiem kawitacji**; wartość progu kawitacji zależy od:

- = rodzaju cieczy
- = czystości cieczy
- = ciśnienia hydrostatycznego
- = ciśnienia akustycznego
- = czasu nadźwiękawiania
- = częstotliwości;

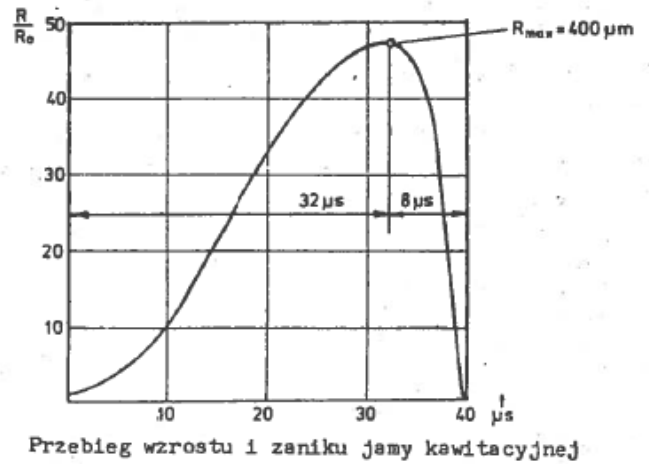
decydujący wpływ na próg kawitacji ma **częstotliwość**;

CZĘSTOTLIWOŚĆ f	PRÓG KAWITACJI I [W/cm ²]
20 kHz	1
200 kHz	10
500 kHz	200
3 MHz	50 000

PODSTAWY ZASTOSOWAŃ ULTRADŹWIEKÓW
1. WŁAŚCIWOŚCI FAL ULTRADŹWIEKOWYCH

przykładowe parametry przebiegu zjawiska kawitacji

CZĘSTOTLIWOŚĆ f	20 kHz
CIŚNIENIE STATYCZNE p_0	0,1 MPa
AMPLITUDA CIŚNIENIA AKUSTYCZNEGO p	1 MPa
CZAS WZROSTU PĘCHERZYKA t_1	32 μ s
CZAS ZANIKU PĘCHERZYKA t_2	8 μ s
PRĘDKOŚĆ WZROSTU PĘCHERZYKA v_1	23,5 m/s
PRĘDKOŚĆ ZANIKU PĘCHERZYKA v_2	250 m/s
MAKSYMALNY PROMIĘŃ PĘCHERZYKA R_{max}	400 μ m
MAKSYMALNE CIŚNIENIE p_{max}	300 MPa
TEMPERATURA W FAZIE ZANIKU T_2	6000 K



PRZETWORNIKI ULTRADŹWIEKOWE

w technice ultradźwiękowej stosowane są przede wszystkim przetworniki z **materiałów elektromechanicznie aktywnych**, w których występują zjawiska **magnetostrykcji** (zamiany energii elektrycznej na energię mechaniczną drgań za pośrednictwem pola magnetycznego) lub **elektrostrykcji** (zamiany energii elektrycznej na energię mechaniczną drgań za pośrednictwem pola elektrycznego); zjawiska zachodzące w materiałach elektromechanicznie aktywnych są **odwracalne**, dzięki czemu wykonane z tych materiałów przetworniki mogą pełnić funkcję zarówno źródła, jak i odbiornika ultradźwięków;

wśród **materiałów magnetostrykcyjnych** wyróżnia się:

- = **materiały piezomagnetyczne**, dla których zachodzi zjawisko liniowe
- = **polikrystaliczne ferromagnetyki**, dla których zachodzi zjawisko kwadratowe, np. nikiel, kobalt;

wśród **materiałów elektrostrykcyjnych** wyróżnia się:

- = **materiały piezoelektryczne**, dla których zachodzi zjawisko liniowe
- = **polikrystaliczne ferroelektryki**, dla których zachodzi zjawisko kwadratowe, np. tytaniany ziem rzadkich

materiały magnetostrykcyjne są stosowane rzadziej, mimo że wymagają zastosowania mniej skomplikowanych układów elektronicznych do przetwarzania sygnałów;

materiały piezoelektryczne dzieli się na trzy podstawowe grupy:

- = kryształy piezoelektryczne naturalne, np. kwarc, turmalin
- = kryształy piezoelektryczne syntetyczne, np. sól Seignetta
- = ceramikę polikrystaliczną

obecnie w medycynie wykorzystywana jest praktycznie wyłącznie ceramika polikrystaliczna, przede wszystkim **tytanian cyrkonian ołowiu (PZT)** oraz **niobian ołowiu**;

ANALIZA PRACY PRZETWORNIKA PIEZOELEKTRYCZNEGO

rozpatrywany jest przetwornik piezoelektryczny drgający grubościowo, czyli względnie cienka płyta o grubości d i polu powierzchni A , zaopatrzona w elektrody; przetwornik jest traktowany jako układ posiadający:

- = 1 wejście elektryczne
- = 2 wyjścia mechaniczne;

do opisu stosuje się dwie grupy wielkości:

= **elektryczne**: natężenie pola elektrycznego E i indukcję elektryczną D

= **mechaniczne**: naprężenie T , odkształcenie S i wychylenie ξ ;

przy czym zachodzą zależności:

$$D = f_1(E, S) \quad T = f_2(E, S)$$

równania stanu materiału piezoelektrycznego mają postać macierzową:

$$\begin{aligned} [D] &= [\varepsilon][E] + [e][S] \\ [T] &= -[e][E] + [c^E][S] \end{aligned}$$

gdzie: $[\varepsilon]$ - stała przenikalności dielektrycznej
 $[e]$ - stała piezoelektryczna
 $[c^E]$ - stała sprężystości przy $E = \text{const}$ lub $E = 0$

przy czym macierze w równaniach stanu mają postać macierzy kolumnowych o 3 składowych: o 6 składowych:

$$[D] = \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} \quad [E] = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad [T] = \begin{bmatrix} T_1 \\ \dots \\ T_6 \end{bmatrix} \quad [S] = \begin{bmatrix} S_1 \\ \dots \\ S_6 \end{bmatrix}$$

przy założeniu **drgań grubościowych** przesunięcia cząstek zachodzą jedynie na kierunku x (kierunku odpowiadającym wymiarowi grubości przetwornika); drgania na kierunku x są opisywane układem równań w postaci:

$$\begin{aligned} D_x &= \varepsilon_x E_x + e_{x1} S_1 \\ T_1 &= c_{11} S_1 - e_{x1} E_x \end{aligned}$$

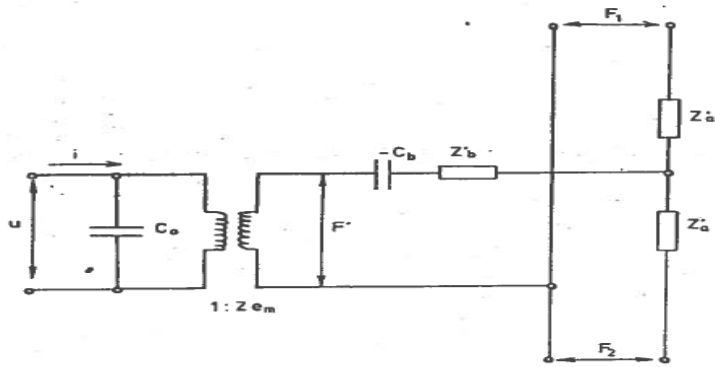
$$\text{gdzie:} \quad \varepsilon_x = \frac{\partial D_x}{\partial E} \quad e_{x1} = \frac{\partial D_x}{\partial S_1} = -\frac{\partial T_1}{\partial E_x} \quad c_{11}^E = \frac{\partial T_1}{\partial S_1}$$

materiał piezoelektryczny na **odbiór** charakteryzuje **ciśnieniowa stała piezoelektryczna**, opisana równaniem:

$$g_{ik} = \frac{U_p}{l \cdot p} \quad \left[\frac{V}{m \cdot Pa} \right]$$

gdzie: U_p - napięcie polaryzacji
 l - grubość przetwornika
 p - ciśnienie

PODSTAWY ZASTOSOWAŃ ULTRADŹWIEKÓW
1. WŁAŚCIWOŚCI FAL ULTRADŹWIEKOWYCH



Układ zastępczy przetwornika piezoelektrycznego

materiał
piezoelektryczny na
nadawanie
charakteryzuje
odkształceniowa stała
piezoelektryczna,
opisana równaniem:

$$h_{ik} = \frac{U_p}{\Delta l} = c_{ik} g_{ik} = \frac{e_{ik}}{\epsilon_{ik}} \quad \left[\frac{V}{m} \right]$$

zdolność przetwornika przetwarzania energii mechanicznej na energię elektryczną określa **współczynnik sprzężenia elektromechanicznego**, opisany równaniem:

$$k_{1x} = \frac{e_{x1}}{\sqrt{\epsilon_x c_{11}^E}}$$

siły wyjściowe na okładkach materiału piezoelektrycznego są opisane równaniami:

$$F_1 = Z_{em} U - \left(Z_b' - \frac{1}{j\omega C_b} \right) (\dot{\xi}_1 + \dot{\xi}_2) - Z_a' \dot{\xi}_1$$

$$F_2 = Z_{em} U - \left(Z_b' - \frac{1}{j\omega C_b} \right) (\dot{\xi}_1 + \dot{\xi}_2) - Z_a' \dot{\xi}_2$$

gdzie: $Z_a' = jZ_0' \operatorname{tg} \frac{\beta' d}{2}$ $Z_b' = Z_0' \frac{1}{j \sin \beta' d}$

Z_{em} - impedancja sprzęgająca $Z_{em} = e_{x1} \frac{A}{d}$

C_b - podatność $C_b = \frac{\epsilon_x d}{e_{x1}^2 A} = \frac{C_0}{Z_{em}^2}$

gdzie: Z_0' - impedancja falowa przetwornika
 C_0 - pojemność statyczna przetwornika

na tej podstawie wyznacza się **układ zastępczy przetwornika piezoelektrycznego** w postaci:

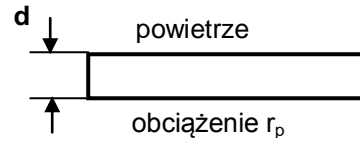
TRYBY PRACY PRZETWORNIKA PIEZOELEKTRYCZNEGO

przetwornik piezoelektryczny może pracować w czterech trybach:

przy jednostronnym obciążeniu

po jednej stronie przetwornika znajduje się materiał obciążający (np. ośrodek biologiczny), a po drugiej powietrze (w przypadku idealnym próżnia); tryb stosowany w terapii ultradźwiękowej;

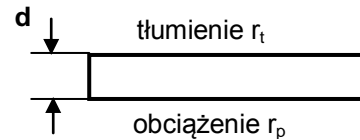
$$r_p = \rho_0 c A \quad d = (2n-1) \frac{\lambda}{2}$$



przy jednostronnym obciążeniem z tłumieniem

po jednej stronie przetwornika znajduje się materiał obciążający, a po drugiej materiał tłumiący; tryb stosowany w diagnostyce ultradźwiękowej;

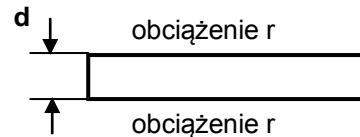
$$r_p = \rho_0 c A \quad r_t = \rho_1 c_1 A \quad d = (2n-1) \frac{\lambda}{2}$$



przy dwustronnym obciążeniu

po obu stronach przetwornika znajduje się materiał o takiej samej impedancji; tryb niekorzystny, odpowiada sytuacji, w której przetwornik ulega uszkodzeniu;

$$r = \rho c \quad d = (2n-1) \frac{\lambda}{2}$$



przy jednostronnym zamocowaniu

po jednej stronie przetwornik jest zamocowany na sztywno - w przypadku uszkodzenia mocowania po odłączeniu przechodzi w przetwornik półfalowy i emituje promieniowanie od dwukrotnie większej częstotliwości niż w warunkach prawidłowych;

$$d = (2n-1) \frac{\lambda}{4}$$

