

OBLICZENIA NAUKOWE  
Lista nr 4 (laboratorium)

**zad. 1** Napisać funkcję obliczającą ilorazy różnicowe.

```
function ilorazyRoznicowe (x::Vector{Float64}, f::Vector{Float64})
```

**Dane:**

- x** – wektor długości  $n + 1$  zawierający węzły  $x_0, \dots, x_n$   
 $\mathbf{x}[1]=x_0, \dots, \mathbf{x}[n+1]=x_n$
- f** – wektor długości  $n + 1$  zawierający wartości interpolowanej  
funkcji w węzłach  $f(x_0), \dots, f(x_n)$

**Wyniki:**

- fx** – wektor długości  $n + 1$  zawierający obliczone ilorazy różnicowe  
 $\mathbf{fx}[1]=f[x_0],$   
 $\mathbf{fx}[2]=f[x_0, x_1], \dots, \mathbf{fx}[n]=f[x_0, \dots, x_{n-1}], \mathbf{fx}[n+1]=f[x_0, \dots, x_n].$

Zaprogramować funkcję bez użycia tablicy dwuwymiarowej (macierzy).

**zad. 2** Napisać funkcję obliczającą wartość wielomianu interpolacyjnego stopnia  $n$  w postaci Newtona  $N_n(x)$  w punkcie  $x = t$  za pomocą uogólnionego algorytmu Hornera, w czasie  $O(n)$ , (implementacja algorytmu z zadania 8 lista nr 4 – ćwiczenia).

```
function warNewton (x::Vector{Float64}, fx::Vector{Float64}, t::Float64)
```

**Dane:**

- x** – wektor długości  $n + 1$  zawierający węzły  $x_0, \dots, x_n$   
 $\mathbf{x}[1]=x_0, \dots, \mathbf{x}[n+1]=x_n$
- fx** – wektor długości  $n + 1$  zawierający ilorazy różnicowe  
 $\mathbf{fx}[1]=f[x_0],$   
 $\mathbf{fx}[2]=f[x_0, x_1], \dots, \mathbf{fx}[n]=f[x_0, \dots, x_{n-1}], \mathbf{fx}[n+1]=f[x_0, \dots, x_n]$
- t** – punkt, w którym należy obliczyć wartość wielomianu

**Wyniki:**

- nt** – wartość wielomianu w punkcie  $t$ .

**zad. 3** Znając współczynniki wielomianu interpolacyjnego w postaci Newtona  $c_0 = f[x_0]$ ,  $c_1 = f[x_0, x_1]$ ,  $c_2 = f[x_0, x_1, x_2]$ ,  $\dots$ ,  $c_n = f[x_0, \dots, x_n]$  (ilorazy różnicowe) oraz węzły  $x_0, x_2, \dots, x_n$  napisać funkcję obliczającą, w czasie  $O(n^2)$ , współczynniki jego postaci naturalnej  $a_0, \dots, a_n$  tzn.  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  (implementacja algorytmu z zadania 9 lista nr 4 – ćwiczenia).

```
function naturalna (x::Vector{Float64}, fx::Vector{Float64})
```

**Dane:**

- x** – wektor długości  $n + 1$  zawierający węzły  $x_0, \dots, x_n$   
 $\mathbf{x}[1]=x_0, \dots, \mathbf{x}[n+1]=x_n$
- fx** – wektor długości  $n + 1$  zawierający ilorazy różnicowe  
 $\mathbf{fx}[1]=f[x_0],$   
 $\mathbf{fx}[2]=f[x_0, x_1], \dots, \mathbf{fx}[n]=f[x_0, \dots, x_{n-1}], \mathbf{fx}[n+1]=f[x_0, \dots, x_n]$

**Wyniki:**

- a** – wektor długości  $n + 1$  zawierający obliczone współczynniki postaci naturalnej  
 $\mathbf{a}[1]=a_0,$   
 $\mathbf{a}[2]=a_1, \dots, \mathbf{a}[n]=a_{n-1}, \mathbf{a}[n+1]=a_n.$

**zad. 4** Napisać funkcję, która zinterpoluje zadaną funkcję  $f(x)$  w przedziale  $[a, b]$  za pomocą wielomianu interpolacyjnego stopnia  $n$  w postaci Newtona. Następnie narysuje wielomian interpolacyjny i interpolowaną funkcję. Do rysowania zainstaluj np. pakiet `Plots`, `PyPlot` lub `Gadfly`.

W interpolacji użyć węzłów równoodległych, tj.

$x_k = a + kh$ ,  $h = (b - a)/n$ ,  $k = 0, 1, \dots, n$ , albo węzłów będącymi zerami  $n + 1$  wielomianu Czebyszewa  $T_{n+1}$ .

**Nie wyznaczać** wielomianu interpolacyjnego w jawnej postaci. Należy skorzystać z funkcji `ilorazyRoznicowe` i `warNewton`.

```
function rysujNnfx(f,a::Float64,b::Float64,n::Int; wezly::Symbol = :rownoodlegle)
```

**Dane:**

- `f` – funkcja  $f(x)$  zadana jako anonimowa funkcja,
- `a,b` – przedział interpolacji
- `n` – stopień wielomianu interpolacyjnego
- `wezly` – jeśli `:rownoodlegle`, to węzły równoodległe, jeśli `:czebyszew`, to węzły  $n + 1$  wielomianu Czebyszewa  $T_{n+1}$

**Wyniki:**

- funkcja rysuje wielomian interpolacyjny i interpolowaną funkcję w przedziale  $[a, b]$ .

**Uwagi:** Powyższe funkcje powinny być zaprogramowane w języku Julia i umieszczone w module.  
**Napisać programy testujące!!!!!!**

**zad. 5** Przetestować funkcję `rysujNnfx(f,a,b,n; wezly=:rownoodlegle)` na następujących przykładach:

- (a)  $e^x$ ,  $[0, 1]$ ,  $n = 5, 10, 15$ ,
- (b)  $x^2 \sin x$ ,  $[-1, 1]$ ,  $n = 5, 10, 15$ .

**zad. 6** Przetestować funkcje `rysujNnfx(f,a,b,n; wezly=:rownoodlegle)` i `rysujNnfx(f,a,b,n; wezly=:czebyszew)` na następujących przykładach (zjawisko rozbieżności):

- (a)  $|x|$ ,  $[-1, 1]$ ,  $n = 5, 10, 15$ ,
- (b)  $\frac{1}{1+x^2}$ ,  $[-5, 5]$ ,  $n = 5, 10, 15$  (zjawisko Runge’go).

**Uwagi:** Do sprawozdania z eksperymentów opisanych w zad. 5 i 6 należy dołączyć wykresy rysowane przez funkcję `rysujNnfx`.

Rozwiązania zadań przedstawić w sprawozdaniu, plik pdf, które powinno zawierać:

1. krótki opis problemu,
2. rozwiązanie,
3. wyniki oraz ich interpretację,
4. wnioski.

Do sprawozdania należy dołączyć pliki z kodem (\*.jl). Pliki powinny być skomentowane: imię i nazwisko autora (**anonimowe źródła nie będą sprawdzane**), opisane parametry formalne funkcji, komentarze zmiennych.

UWAGA: Ostateczną wersję programów proszę przetestować pod linuxem.