

# **Лабораторная работа 2.5.1**

Тема: «Измерение коэффициента поверхностного  
натяжения жидкости»

Артамонов Кирилл, Б01-005  
[artamonov.ks@phystech.edu](mailto:artamonov.ks@phystech.edu)

14 апреля 2021 г.

## **Введение**

**Цель работы:**

- 1) измерение температурной зависимости коэффициента  $\gamma$  поверхностного натяжения дистиллированной воды с использованием известного коэффициента поверхностного натяжения спирта;
- 2) определение полной поверхностной энергии и теплоты, необходимой для изотермического образования единицы поверхности жидкости при различной температуре.

В работе используются: прибор Ребиндера с терmostатом и микроманометром; исследуемые жидкости; стаканы.

### **Теоретическая часть**

Наличие поверхностного слоя приводит к разнице давлений по разные стороны от искривленной границы раздела двух сред. Для сферического пузырька с воздухом внутри жидкости избыточное давление даётся формулой Лапласа:

$$\Delta P = P_{\text{внутри}} - P_{\text{снаружи}} = \frac{2\sigma}{r} \quad (1)$$

где  $P_{\text{внутри}}$  – давление внутри,  $P_{\text{снаружи}}$  – давление снаружи, где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения,  $r$  – радиус кривизны поверхности раздела двух фаз. Эта формула лежит в основе предлагаемого метода определения коэффициента поверхностного натяжения жидкости. Измеряется давление  $\Delta P$ , необходимое для выталкивания в жидкость пузырька воздуха.

Экспериментальная установка. Исследуемая жидкость (дистиллированная вода) наливается в сосуд (колбу) В (рисунок 1). Тестовая жидкость (этиловый спирт) наливается в сосуд Е. При измерениях колбы герметично закрываются пробками. Через одну из двух пробок проходит полая металлическая игла С. Этой пробкой закрывается сосуд, в котором проводятся измерения. Верхний конец иглы открыт в атмосферу, а нижний погружен в жидкость. Другой сосуд герметично закрывается второй пробкой. При создании достаточного

разряжения воздуха в колбе с иглой пузырьки воздуха начинают пробулькивать через жидкость. Поверхностное натяжение можно определить по величине разряжения  $\Delta P$  (1), необходимого для прохождения пузырьков (при известном радиусе иглы). Разряжение в системе создается с помощью аспиратора А. Кран  $K_2$  разделяет две полости аспиратора. Верхняя полость при закрытом кране  $K_2$

заполняется водой. Затем кран  $K_2$  открывают и заполняют водой нижнюю полость аспиратора. Разряжение воздуха создается в нижней полости при открывании крана  $K_1$ , когда вода вытекает из неё по каплям. В колбах В и С, соединённых трубками с нижней полостью аспиратора, создается такое же пониженное давление. Разность давлений в полостях с разряженным воздухом и атмосферой измеряется спиртовым микроманометром. Для стабилизации температуры исследуемой жидкости через рубашку D колбы В непрерывно прогоняется вода из термостата.

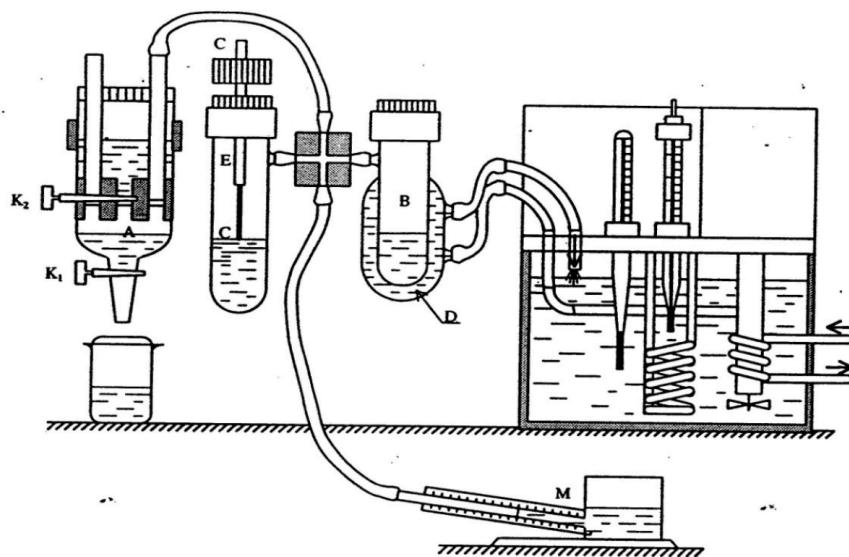


Рисунок 1. Схема экспериментальной установки

Обычно кончик иглы лишь касается поверхности жидкости, чтобы исключить влияние гидростатического давления столба жидкости. Однако при измерении температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения возникает ряд сложностей. Во-первых, большая теплопроводность металлической трубы приводит к тому, что температура на конце трубы заметно ниже, чем в глубине жидкости. Во-вторых, тепловое расширение поднимает уровень жидкости при увеличении температуры. Обе погрешности можно устранить, погрузив кончик трубы до самого дна. Полное давление, измеренное при этом микроманометром,  $P = \Delta P + \rho gh$ . Заметим, что  $\rho gh$  от температуры практически не зависит, так как подъём уровня жидкости компенсируется уменьшением её плотности (произведение  $\rho h$  определяется массой всей жидкости и поэтому постоянно). Величину  $\rho gh$

следует измерить двумя способами. Во-первых, замерить величину  $P_1 = \Delta P'$ , когда кончик трубки только касается поверхности

жидкости. Затем при этой же температуре опустить иглу до дна и замерить  $P = \Delta P'' + \rho gh$  ( $\Delta P^0, \Delta P''$ —давление Лапласа). Из-за несжимаемости жидкости можно положить  $\Delta P' = \Delta P''$  и тогда  $\rho gh = P_2 - P_1$  (\*)

Во-вторых, при измерениях  $P_1$  и  $P_2$  замерить линейкой глубину погружения иглы  $h$ . Это можно сделать, замеряя расстояние между верхним концом иглы и любой неподвижной частью прибора при положении иглы на поверхности и в глубине колбы.

В частности подобную же операцию необходимо сделать и при заполнении водой аспиратора А. В противном случае при заполнении аспиратора водой давление воздуха в системе повышается, спирт из трубки микроманометра выдавливается, в узлах соединений микро-манометра образуются воздушные пузыри. Наличие этих пузырей приводит к полному нарушению калибровки манометра и невоспроизводимости измерений.

## Ход работы

1) Измерим данные для определения диаметра иглы.

Занесем в таблицу 1 данные об измерении давления при пробульковании пузырьков воздуха через спирт.

Найдем:

$$\langle h \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{10} h_i}{10} = 39,1 \text{ ед. изм}$$

№ опыта	$h$ , единиц измерения
1	41
2	40
3	40
4	37
5	39
6	40
7	39
8	40
9	36
10	39

Таблица 1. Измерение давления при пробульковании пузырьков воздуха через спирт

Вычислим  $\langle \Delta P \rangle$ :

$$\langle \Delta P \rangle = Ch \frac{\gamma_{\text{сп. залит}}}{\gamma_{\text{сп. залит}}} \cdot K \cdot 9,81 \approx 77,2 \text{ Па}$$

( $K = 0,2$  — постоянная угла наклона,

$C = 1$  (поправочный множитель)

$h$  — результат измерений на шкале,

$\gamma_{\text{сп. залит}}$  — плотность залитого спирта,

$\gamma_{\text{сп. пр}}$  — указанная на приборе плотность)

Рассчитаем случайную погрешность измерений по формуле среднеквадратичного отклонения:

$$\sigma_{\Delta P \text{ случ}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (\Delta P_i - \langle \Delta P \rangle)^2} = 0,46 \text{ ед. изм.} \approx 0,94 \text{ Па}$$

Систематическую погрешность возьмем равную цене деления:

$$\sigma_{\Delta P \text{ сист}} = 1,98 \text{ Па}$$

Отсюда, общая погрешность:

$$\sigma_{\Delta P} = \sqrt{\sigma_{\Delta P \text{ сист}}^2 + \sigma_{\Delta P \text{ случ}}^2} \approx 2,19 \text{ Па}$$

Далее определим радиус иглы с помощью формулы Лапласа, при этом табличное значение поверхностного натяжения спирта при  $20^\circ$ ,  $\sigma_c = 22,75 \cdot 10^{-3}$  Н/м :

$$\langle \Delta P \rangle = \frac{2\sigma}{r} \Rightarrow r = \frac{2\sigma}{\langle \Delta P \rangle} = \frac{2 \cdot 22,75}{77,24} = 0,59 \text{ мм} \Rightarrow d = 2 \cdot r = 1,18 \text{ мм}$$

Погрешность измерения диаметра:

$$\sigma_d = d \cdot \frac{\sigma_{\Delta P}}{\langle \Delta P \rangle} \approx 0,02 \text{ мм}$$

$$d = (1,18 \pm 0,02) \text{ мм}$$

Измерив диаметр игры с помощью микроскопа получили:

$$d_0 = (1,12 \pm 0,05) \text{ мм}$$

$$\sigma_{\Delta P} = \sqrt{\sigma_{\Delta P \text{ сист}}^2 + \sigma_{\Delta P \text{ случ}}^2} \approx 2,19 \text{ Па}$$

2. Определим глубину погружения иглы в дистиллированную воду.

$h_1$  — расстояние между верхней частью иглы и неподвижной частью прибора (верхней):

$$h_1 = (6,09 \pm 0,05) \text{ см}$$

Измерим давление при пробульковании пузырьков, когда игла только касается поверхности воды:

Nº опыта	$h$ , единиц измерения
1	100
2	101
3	102
4	104
5	100
6	104
7	103
8	103
9	102
10	103

Аналогично пункту 1 проведем вычисление основных данных и погрешностей:

$\langle h \rangle \approx 102,2$  ед. Изм

$$\langle P_1 \rangle = Ch \frac{\gamma_{\text{сп. залит}}}{\gamma_{\text{сп. залит}}} \cdot K \cdot 9,81 \approx 201,9 \text{ Па}$$

$$\sigma_{P_1\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (P_i - \langle P_1 \rangle)^2} = 0,47 \text{ ед. изм.} \approx 0,93 \text{ Па}$$

$$\sigma_{P_1\text{сист}} = 1,98 \text{ Па}$$

$$\sigma_{P_1} = \sqrt{\sigma_{P_1\text{сист}}^2 + \sigma_{P_1\text{случ}}^2} \approx 2,19 \text{ Па}$$

3. Теперь опустим иглу до предела. Аналогично п. (2) определим  $h_2$  — расстояние между верхней частью иглы и неподвижной частью прибора (верхней):

$$h_1 = (4,59 \pm 0,05) \text{ см}$$

Отсюда, изменение уровня иглы:

$$\Delta h_{\text{линейка}} = h_1 - h_2 = (1,50 \pm 0,05) \text{ см}$$

Измерим давление при пробульковании пузырьков, когда игла максимально погружена в воду:

Аналогично пунктам (1) и (2) определим основные данные и погрешности:

$\langle h \rangle \approx 181,6$  ед. Изм

№ опыта	$h$ , единиц измерения
1	181
2	183
3	179
4	184
5	181
6	180
7	181
8	183
9	181
10	181

Таблица 3. Измерение давления при пробульковании пузырьков воздуха через воду (игла погружена)

$$\langle P_2 \rangle = Ch \frac{\gamma_{\text{сп. залит}}}{\gamma_{\text{сп. залит}}} \cdot K \cdot 9,81 \approx 358,75 \text{ Па}$$

$$\sigma_{P_2\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (P_i - \langle P_1 \rangle)^2} = 0,5 \text{ ед. изм.} \approx 0,99 \text{ Па}$$

$$\sigma_{P_2\text{сист}} = 1,98 \text{ Па}$$

Таблица 3. Измерение давления при пробульковании пузырьков воздуха через воду (игла погружена)

$$\sigma_{P_2} = \sqrt{\sigma_{P_1\text{сист}}^2 + \sigma_{P_1\text{случ}}^2} \approx 2,21 \text{ Па}$$

Теперь из разности давлений  $\langle P_2 \rangle - \langle P_1 \rangle = \langle \Delta P \rangle$  определим  $\Delta h$  (воспользуемся формулой (\*)):

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{\Delta P}{\rho g} \approx 1,60 \text{ см}$$

Как мы видим, разность высот совпадает с измеренной с помощью линейки.

4. Теперь будем измерять давления при различных значениях температуры и заносить в таблицу 4. Будем еще вычислять  $\sigma(T) = \frac{P - \rho g \Delta h}{2} \cdot r = \frac{P - \rho g \Delta h}{4} \cdot d$

$$\text{Где } \Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \sigma(T) = \frac{P - \Delta P}{4} \cdot d, \Delta P = \rho g \Delta h = 156,96 \text{ Па}$$

$h, \text{ед. изм}$ $/ t, {}^\circ C$	Nº1	Nº2	Nº3	Nº4	Nº5	$\langle h \rangle$	$\sigma(T) \cdot 10^{-3},$ Н/м	$\langle P \rangle$ Па	$\sigma_P, \text{ Па}$ $\cdot 10^{-3}$
25	200	201	202	201	203	201,4	70,2	397,8	2,22
30	200	203	202	200	201	201,2	70,1	397,6	2,22
35	199	200	201	202	200	200,4	69,7	397,0	2,42
40	198	199	199	197	200	198,6	68,6	392,3	2,84
45	197	198	197	198	196	197,2	68,0	390,8	2,11
50	196	197	197	196	198	196,8	67,6	388,7	2,11
55	196	197	196	196	197	196,4	67,3	388,6	2,09

Вычислим погрешности:

$$\sigma_{P(\text{случ})} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\Delta P_i - \langle P \rangle)^2}$$

$$\sigma_{P\text{сист}} = 1,98 \text{ Па (цена деления)}$$

$$\text{Отсюда, } \sigma_P = \sqrt{\sigma_{P(\text{случ})}^2 + \sigma_{P(\text{сист})}^2}$$

Погрешности также внесем в таблицу 4.

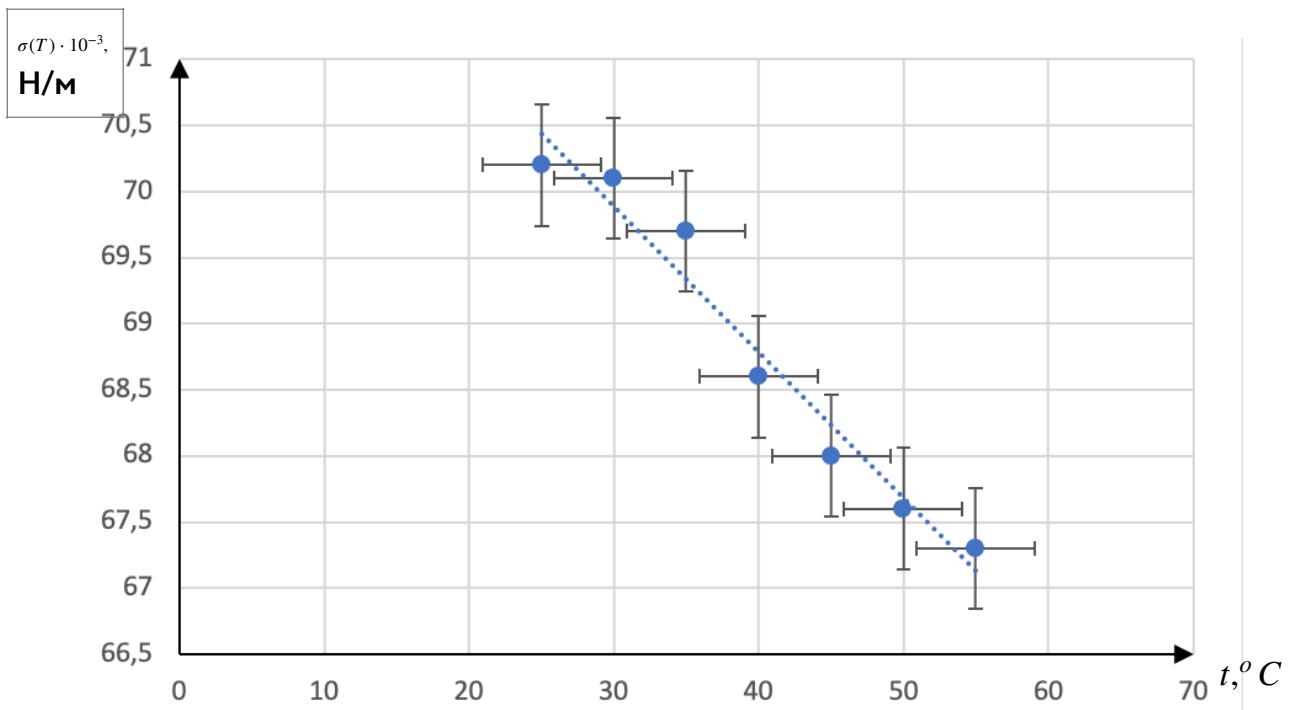
Таблица 4. Значения давления при разных значениях температуры

5. Построим график  $\sigma(T)$ , погрешности вычислим с помощью метода наименьших квадратов:

Из МНК:

$$\frac{d\sigma}{dT} = -12 \cdot 10^{-5} \text{ H / (м } ^\circ\text{C)}$$

Также вычислим погрешность:



$$\sigma \frac{d\sigma}{dT} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left( \frac{<y^2>}{<x^2>} - \left( \frac{d\sigma}{dT} \right)^2 \right)} \approx 33 \cdot 10^{-3} \text{H / (м } ^\circ \text{C)}$$

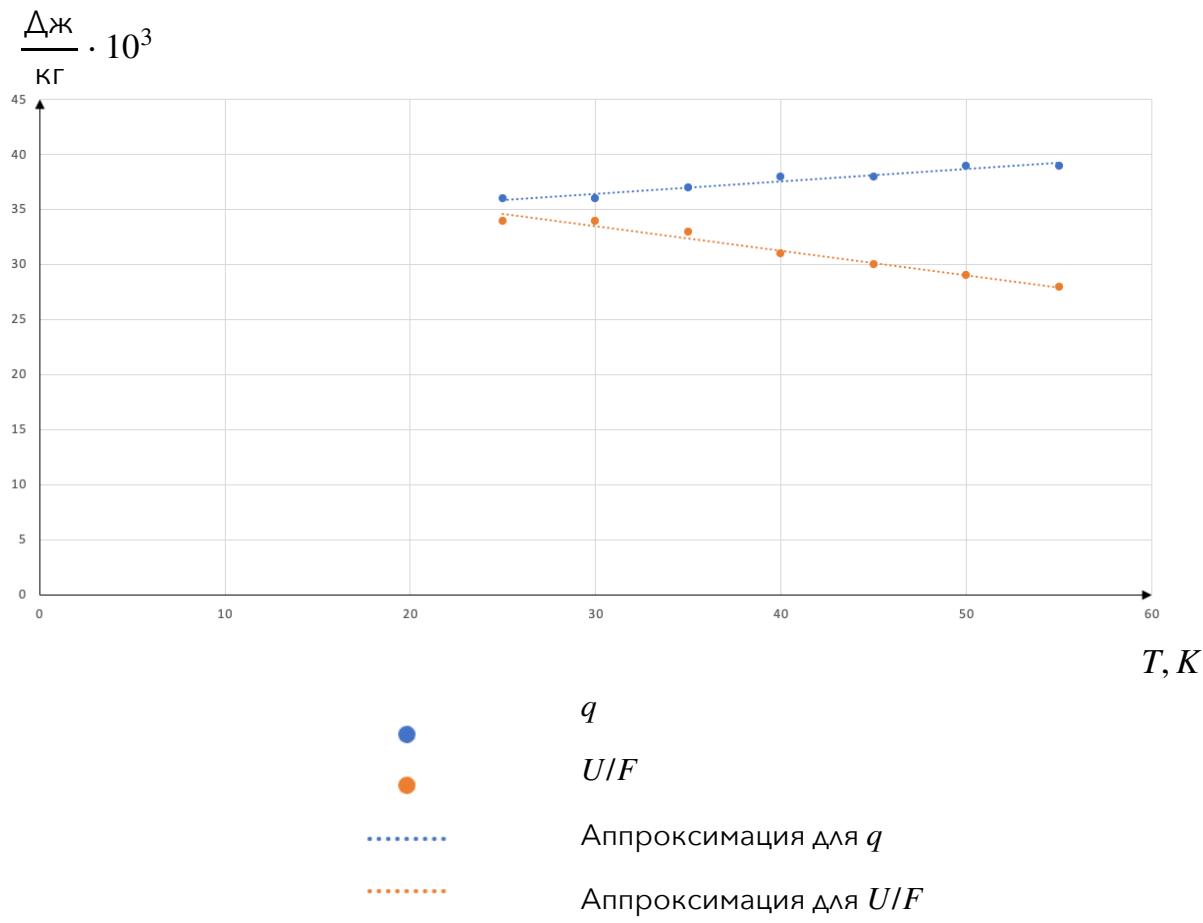
Вычислим теплоту образования единицы поверхности жидкости  $q = -T \cdot \frac{d\sigma}{dT}$

и поверхностную энергию  $U$  единицы площади  $F$ :  $\frac{U}{F} = \sigma - T \cdot \frac{d\sigma}{dT}$  и данные занесем в таблицу 5.

$t, {}^\circ C$	$T, K$	$q, \frac{\Delta \text{ж}}{\text{кг}} \cdot 10^3$	$\frac{U}{F}, \frac{\Delta \text{ж}}{\text{кг}} \cdot 10^3$
25	298	36	34
30	303	36	34
35	308	37	33
40	313	38	31
45	318	38	30
50	323	39	29
55	328	39	28

Таблица 5. Вычисление теплоты образования единицы поверхности жидкости и поверхностную энергию  $U$  единицы площади  $F$

Погрешности:



$$\sigma \frac{d\sigma}{dT} \approx 0,05 \frac{\Delta \text{ж}}{\text{КГ } ^\circ\text{C}} \text{ (для } q \text{)}$$

$$\sigma \frac{d\sigma}{dT} \approx 0,09 \frac{\Delta \text{ж}}{\text{КГ } ^\circ\text{C}} \text{ (для } \frac{U}{F} \text{)}$$

## **Вывод**

Выполнив данную лабораторную работу мы определили диаметр иглы с помощью формулы Лапласа ( получив  $d = (1,18 \pm 0,02)$  мм ) и сравнили полученный результат с измерениями с помощью микроскопа:  $d_0 = (1,12 \pm 0,05)$  мм. Результаты совпали в пределах погрешностей.

Погрешность, относительно значения по микроскопу:  $\varepsilon_{\text{микроскоп}} \approx 5\%$

Относительно значения по формуле Лапласа:  $\varepsilon \approx 5\%$

Погрешность связана с нашим предположением о том, что пузырек воздуха принимает форму шара на конце , хотя на деле это усеченный шар.

Кроме того, мы исследовали зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры и получили, что при увеличении температуры, он уменьшается. Причем наши измерения дали весомую погрешность, так как мы не учли ряд факторов: вода не во всех точках имела одинаковую температуру, свойства иглы тоже могли изменяться с увеличением температуры, а также некоторые параметры установки.

Также мы теоретически подтвердили линейную зависимость величин теплоты образования единицы поверхности жидкости и поверхностной энергии  $U$  единицы площади  $F$ .