

Лабораторная работа 2.2.1

Тема: исследование взаимной диффузии газов

Артамонов Кирилл, Б01-005

artamonov.ks@phystech.edu

24 марта 2021 г.

Введение

Цель работы:

Регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов.

Определение коэффициента диффузии по результатам измерений

В работе используются:

- измерительная установка
- форвакуумный насос
- баллон с газом (гелий)
- манометр
- источник питания
- магазин сопротивлений
- вольтметр универсальный В7-78

Теоретические сведения:

Теоретические сведения. *Диффузией* называют самопроизвольное взаимное проникновение веществ друг в друга, происходящее вследствие хаотического теплового движения молекул. При перемешивании молекул разного сорта говорят о *взаимной* (или *концентрационной*) диффузии.

Диффузия в системе, состоящей из двух компонентов *a* и *b* (бинарная смесь), подчиняется *закону Фика*: плотности потока компонентов $j_{a,b}$ (количество частиц, пересекающих единичную площадку в единицу времени) пропорциональны градиентам их концентраций $\nabla n_{a,b}$, что в одномерном случае можно записать как

$$j_a = -D \frac{\partial n_a}{\partial x}, \quad j_b = -D \frac{\partial n_b}{\partial x},$$

где D — коэффициент взаимной диффузии компонентов. Знак «минус» отражает тот факт, что диффузия идёт в направлении выравнивания концентраций. Равновесие достигается при равномерном распределении вещества по объёму сосуда ($\partial n / \partial x = 0$).

В данной работе исследуется взаимная диффузия гелия и воздуха. Давление P и температура T в условиях опыта предполагаются неизменными: $P = (n_{\text{He}} + n_{\text{B}}) k_B T = \text{const}$, где n_{He} и n_{B} — концентрации (объёмные плотности) диффундирующих газов. Поэтому для любых изменений концентраций справедливо $\Delta n_{\text{B}} = -\Delta n_{\text{He}}$. Следовательно, достаточно ограничиться описанием диффузии одного из компонентов, например гелия n_{He} :

$$j_{\text{He}} = -D \frac{\partial n_{\text{He}}}{\partial x} \quad (1)$$

Приведём теоретическую оценку для коэффициента диффузии. В работе концентрация гелия, как правило, мала ($n_{\text{He}} \ll n_{\text{B}}$). Кроме того, атомы гелия существенно легче молекул, составляющих воздух ($\mu_{\text{He}} \ll \mu_{\text{N}_2}, \mu_{\text{O}_2}$), значит и их средняя тепловая скорость велика по сравнению с остальными частицами. Поэтому перемешивание газов в работе можно приближенно описывать как диффузию примеси лёгких частиц He на практически стационарном фоне воздуха. Коэффициент диффузии в таком приближении равен

$$D = \frac{1}{3} \lambda \bar{v}, \quad (2)$$

где $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ — средняя тепловая скорость частиц примеси, $\lambda = \frac{1}{n_0 \sigma}$ — их

длина свободного пробега, n_0 — концентрация рассеивающих центров (фона), σ — сечение столкновения частиц примеси с частицами фона.

В общем случае необходимо учитывать диффузию каждого из компонентов. Более подробное рассмотрение показывает¹, что для бинарной смеси формула (2) сохраняется, если 1) под λ понимать величину $\lambda = \frac{1}{n_{\Sigma}\sigma}$, где $n_{\Sigma} = n_{\text{He}} + n_{\text{в}} = \frac{P}{k_B T}$ — полная концентрация частиц, и 2) под \bar{v} понимать среднюю относительную скорость частиц разных сортов².

Таким образом, теория предсказывает, что коэффициент диффузии бинарной смеси *обратно пропорционален давлению в системе* $D \propto \frac{1}{P}$, и не зависит от пропорций компонентов, что и предлагается проверить в работе экспериментально.

Схема эксперимента. Для исследования взаимной диффузии газов и измерения коэффициента взаимной диффузии D используется два сосуда объёмами V_1 и V_2 ($V_1 \approx V_2 \equiv V$), соединенные трубкой длины L и сечения S (рис. 1). Предполагается, что сосуды заполнены смесью двух газов при одинаковом давлении, но с различной концентрацией компонентов. Вследствие взаимной диффузии, проходящей в соединительной трубке, концентрации компонентов в сосудах с течением времени выравниваются.

Важно отметить, что диффузия — относительно медленный процесс, и для его наблюдения необходимо отсутствие конвекции, т. е. макроскопических течений газа. Для этого необходимо обеспечить равенство давлений и температур в сосудах до начала измерений.

В общем случае концентрации компонентов $n(t, x)$ зависят от как от координаты, так и времени. Задача упрощается, если объём соединительной трубки мал по сравнению с объёмами сосудов — тогда концентрации газов $n_1(t)$ и $n_2(t)$ внутри каждого сосуда можно считать постоянными по всему объёму сосуда, и принять, что процесс выравнивания концентраций происходит благодаря диффузии в трубке.

Рассмотрим подзадачу о диффузии в соединительной трубке. Предположим сперва, что концентрации примеси (гелия) на её торцах поддерживаются постоянными и равными n_1 и n_2 соответственно. Тогда через некоторое время (оценку этого времени см. ниже ф-лу (9)) в трубке установится стационарный поток частиц, одинаковый в каждом сечении трубки (в противном случае, если бы поток зависел от x , частицы бы накапливались в трубке, и процесс перестал бы быть стационарным). Применяя закон Фика в трубке, получим

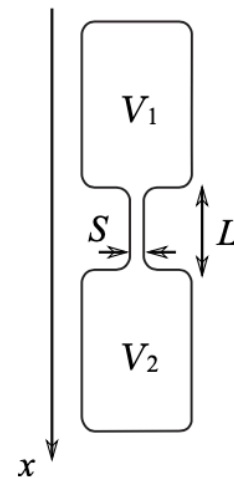


Рис. 1

$$j = -D \frac{\partial n}{\partial x} = \text{const} .$$

Следовательно, распределение концентрации в трубке $n(x)$ — линейная функция:

$$n(x) = \frac{\Delta n}{L} x \quad (3)$$

и плотность потока частиц всюду постоянна и равна

$$j = -D \frac{\Delta n}{L} \quad (4)$$

где $\Delta n = n_2 - n_1$ — разность концентраций гелия на концах трубки.

Теперь вернёмся к процессу выравнивания концентраций в сосудах. Частицы перетекают из сосуда 2 в сосуд 1 по трубке и концентрации $n_1(t)$ и $n_2(t)$ меняются во времени. Предположим, что этот процесс происходит достаточно медленно, так что в трубке в любой момент времени успевает установиться практически стационарное течение, описываемое формулами (3), (4). Такое приближение называют *квазистационарным*. Кроме того, будем считать, что в пределах каждого сосуда частицы распределены равномерно, так что концентрации примеси вблизи трубки и в остальных частях сосуда отличаются мало. Тогда полное число частиц примеси в сосудах равно соответственно $N_1 = n_1 V$ и $N_2 = n_2 V$. Произведение плотности потока (4) на площадь сечения трубки S даёт количество частиц, пересекающих в единицу времени любое поперечное сечение трубки. Поэтому

$$\frac{dN_1}{dt} = j S, \quad \frac{dN_2}{dt} = -j S. \quad (5)$$

Выразим отсюда скорость изменения Δn . Вычитая из второго равенства первое и деля результат на объём сосуда V , с учетом (4) получим

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = -\frac{\Delta n}{\tau}, \quad (6)$$

где введено обозначение

$$\tau = \frac{1}{D} \frac{VL}{2S}. \quad (7)$$

Интегрируя (6), получаем, что разность концентраций будет убывать по экспоненциальному закону

$$\Delta n = \Delta n_0 e^{-t/\tau} \quad (8)$$

где Δn_0 — разность концентраций примеси в сосудах в начальный момент времени. Видно, что величина τ есть *характерное время* выравнивания концентраций между сосудами. Оно определяется геометрическими разме-

рами установки и коэффициентом диффузии.

Отметим, что для применимости квазистационарного приближения необходимо убедиться, что время процесса τ много больше характерного времени диффузии отдельной частицы вдоль трубки L , которое согласно закону Эйнштейна–Смолуховского по порядку величины равно

$$\tau_{\text{диф}} \sim L^2 / 2D. \quad (9)$$

Таким образом, необходимо выполнение неравенства $\tau \gg \tau_{\text{диф}}$, что с учётом (7) и (9) может быть переписано как $SL \ll V$, то есть объём трубки должен быть много меньше объёма сосудов.

Кроме того, если сосуды расположены вертикально, может возникнуть вопрос о влиянии силы тяжести на диффузию. Влиянием гравитации можно пренебречь, если перепад потенциальной энергии в сосуде много меньше энергии теплового движения частиц $mgh \ll k_B T$. Нетрудно проверить, что для молекулярной диффузии в нашем эксперименте это выполняется с большим запасом.

Методика измерений. Для измерения разности концентраций в установке применяются датчики теплопроводности. При этом используется тот факт, что теплопроводность κ смеси зависит от её состава. В общем случае зависимость $\kappa(n)$ довольно сложна, однако при малой разности Δn концентраций в сосудах можно ожидать, что разность теплопроводностей будет изменяться прямо пропорционально Δn :

$$\Delta \kappa = \kappa(n_2) - \kappa(n_1) \approx \text{const} \cdot \Delta n.$$

Эксперименты показывают, что если доля примеси гелия составляет менее 15%, отклонение от линейной зависимости не превышает 0,5%, что для наших целей вполне достаточно.

Сами датчики теплопроводности устроены следующим образом. Тонкая платиновая проволока, протянутая вдоль оси стеклянного цилиндра, нагревается током. Внутренняя полость датчика сообщается с объёмом камеры через отверстия, размеры которых таковы, что скорость диффузии из объёма сосуда в полость датчика значительно больше скорости диффузии из одного объёма в другой. Таким образом, состав газа в датчике практически совпадает с составом газа в объёме. Тепло от проволоки к стенке цилиндра передаётся главным образом за счёт теплопроводности газа, находящегося внутри цилиндра. При заданной мощности нагревания приращение температуры проволоки и, следовательно, приращение её сопротивления пропорциональны теплопроводности газа (подробнее см. описания работ 2.2.2 и 2.2.3).

Для измерения сопротивлений используется мостовая схема, позволяющая определять разность показаний датчиков с высокой точностью. Мост балансируется при заполнении сосудов (и датчиков) одной и той же смесью. При заполнении сосудов смесями различного состава возникает «разбаланс» моста. При незначительном различии в составах смесей пока-

зания вольтметра, подсоединённого к диагонали моста, будут пропорциональны разности концентраций примеси: $U \propto \Delta k \propto \Delta n$. В процессе диффузии разность концентраций убывает по закону (8), и значит по тому же закону изменяется напряжение:

$$U = U_0 e^{-t/\tau}, \quad (10)$$

где U_0 — показание гальванометра в начальный момент времени. Измеряя экспериментально зависимость $U(t)$, можно получить характерное время процесса τ , откуда по формуле (7) определить коэффициент диффузии D .

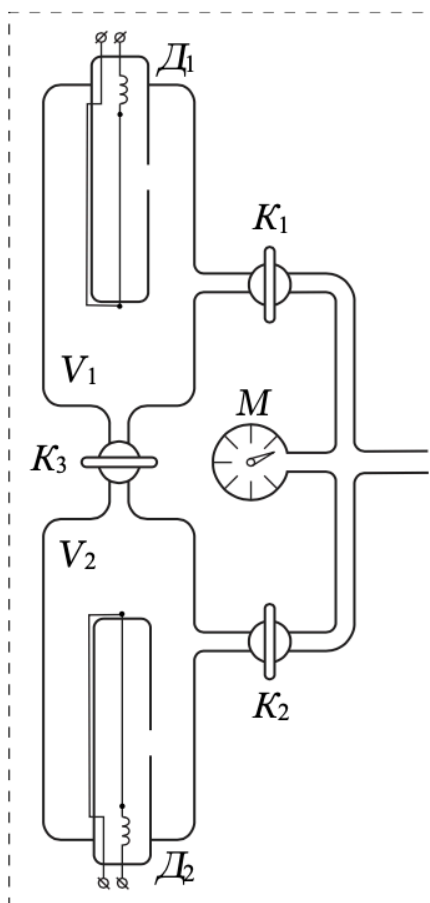


Рис. 2

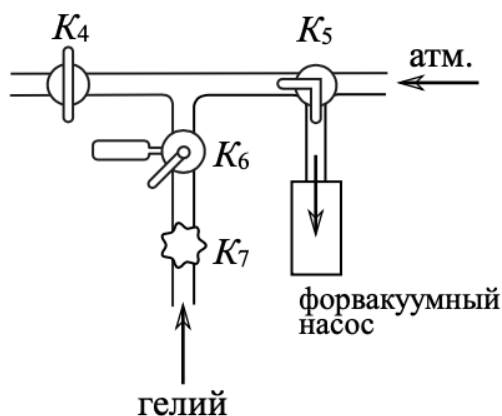


Рис. 3

Экспериментальная установка. Схема измерительной части установки приведена на рис. 2. Она соединена с системой откачки и напуска воздуха и гелия. Для откачки используется форвакуумный насос. Конструкции системы откачки и напуска могут быть различны в зависимости от установки (схемы и описания см. на столах); один из вариантов изображен на рис. 3.

Часть установок компьютеризировано, что позволяет записывать зависимость показаний вольтметра $U(t)$ в реальном времени (на остальных установках фиксация $U(t)$ ведется вручную с помощью секундомера).

Измерительная часть установки состоит из двух сосудов V_1 и V_2 , размещённых вертикально. Краны K_1 и K_2 служат для управления откачкой и подачей воздуха/гелия в сосуды. Диффузия осуществляется через тонкую короткую трубку, соединяющую сосуды, оснащённую краном K_3 . К соединительным трубкам подключен манометр M , измеряющий *разность* давлений между соединительными трубками и атмосферой, и позволяющий измерять давления в разных частях системы (в зависимости от положения кранов).

Выравнивание давлений в сосудах V_1 и V_2 без изменения состава газов в них может быть осуществлено через обводные трубки посредством кратковременного открытия кранов K_1 и K_2 (при закрытом K_3).

Гелий содержится в баллоне (не изображен на рис.) под давлением, превышающим атмосферное. Для предотвращения избыточного расхода гелия и его неконтролируемого проникания в установку предусмотрен металлический кран K_7 , отделяющий её от баллона с гелием. Его открывают только на время непосредственного заполнения установки гелием, остальное время он должен быть закрыт. Для подачи малых порций гелия предусмотрен двухходовой кран с дозатором (рис. 4). При повороте рычажка P в положение I гелий в небольшом количестве поступает в дозатор (если открыт K_7), а при повороте P в положение II порция из дозатора поступает в установку.

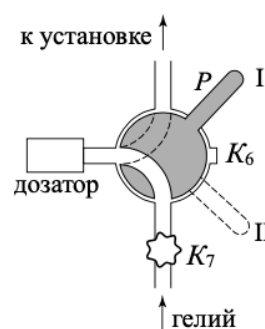


Рис. 4

Датчики теплопроводности D_1 и D_2 , расположенные в сосудах V_1 и V_2 соответственно, включены в мостовую электрическую схему согласно рис. 5. В одну из диагоналей моста включён высокочувствительный вольтметр (гальванометр) Γ , к другой подключается источник небольшого постоянного напряжения. Сопротивления проволок датчиков составляют одно из плеч моста. Второе плечо составляют переменные сопротивления R_1 , R_2 и R , служащие для установки показаний вольтметра Γ на нуль (балансировка моста).

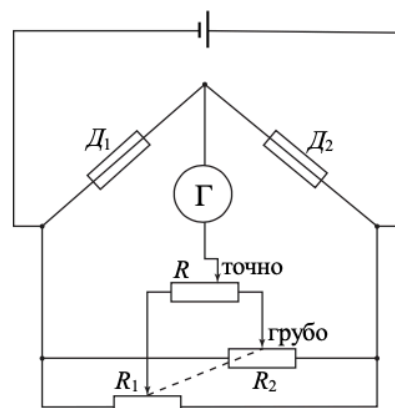


Рис. 5

Сопротивления R_1 и R_2 спарены (их подвижные контакты находятся на общей оси) и изменяются одновременно при повороте ручки грубой регулировки. Точная балансировка выполняется потенциометром R . Балансировку необходимо проводить перед каждым экспериментом заново: при этом установка заполняется чистым газом (воздухом без гелия) при давлении, близком «рабочему» (при котором затем будут проводиться измерения).

Выполнение работы

Параметры установки:

$$V = 800 \pm 5 \text{ см}^3$$

$$L/S = 15,0 \pm 0,1 \text{ см}^{-1}$$

$$P_{He} = 0,2P, \quad P_{vos} = 1,75P$$

1. Откачаем установку до давления $\approx 0,1$ торр. Это достигается непрерывной работой насоса в течение 5 минут.
2. Сбалансируем измерительный мост при предполагаемом рабочем давлении P_{Σ} (суммарном давлении смеси в эксперименте). Для этого:
 - а) напустим в установку воздух до давления P_{Σ} . Если давление слишком большое – откачаем его форвакуумным насосом.
 - б) изолируем рабочие объемы, закрыв краны K_1, K_2 (при открытом кране K_3)
 - в) Сбалансируем измерительный мост так, чтобы показания вольтметра флуктуировали в среднем около нулевого значения. Для этого используем последовательно ручки регулировки «грубо» и «точно»
4. Приготовим рабочие смеси для проведения измерений. В сосуде V_1 будет смесь гелия и воздуха, а в сосуде V_2 будет чистый воздух.

Установим в сосудах одинаковые давления, равные рабочему P_{Σ} . Для этого:

 - а) откачаем всю установку до $\approx 0,1$ торр.
 - б) Изолируем объем V_2 , закрыв краны K_2, K_3 . Остановим откачку.
 - в) Пустим в установку гелий до давления $P_{He} = 0,2P_{\Sigma}$. Избыточное давление при необходимости откачаем насосом.

г) Перекроем подачу гелия (K_7) и откачаем гелий из всех патрубков.

д) Присоединим объем V_2 к установке (кран K_2) и заполним всю установку, кроме V_1 , чистым воздухом до давления $1,75P_\Sigma$ (такой коэффициент за счет объемов патрубков и сосудов)

е) Уравняем давления в сосудах V_1 и V_2 , создав поток из сосуда с воздухом в сосуд с гелием. Для этого откроем K_1 и K_2 при закрытых кранах K_3 и K_4 . Так как газ при адиабатическом расширении остывает, то будем держать краны K_1 и K_2 открытыми в течение некоторого времени, чтобы дать давлениям выровняться при одинаковых температурах

ж) Точное значение установившегося рабочего давления $P_\Sigma \approx 50$ торр
 $= 6665 \text{ Па}$

5. Для исследования процесса диффузии откроем кран K_3 , и будем смотреть как изменяются показания вольтметра с течением времени. Результаты измерений для различных рабочих давлениях внесем в таблицу 1.

P = 6 кПа			P = 11 кПа			P = 16 кПа			P = 26 кПа		
t, c	U, мВ	-ln(U/U ₀)	t, c	U, мВ	-ln(U/U ₀)	t, c	U, мВ	-ln(U/U ₀)	t, c	U, мВ	-ln(U/U ₀)
0	2,95	0	0	10,99	0	0	11,22	0,000	0	13,56	0
20	2,83	0,042	20	10,77	0,020	20	10,88	0,031	20	13,30	0,019
40	2,73	0,078	40	10,49	0,047	40	10,67	0,050	40	13,12	0,033
60	2,62	0,119	60	10,22	0,073	60	10,46	0,070	60	12,95	0,046
80	2,53	0,154	80	9,96	0,098	80	10,28	0,087	80	12,80	0,058
100	2,43	0,194	100	9,70	0,125	100	10,10	0,105	100	12,65	0,069
120	2,34	0,232	120	9,46	0,150	120	9,92	0,123	120	12,51	0,081
140	2,25	0,271	140	9,23	0,175	140	9,74	0,141	140	12,36	0,093
160	2,17	0,307	160	9,00	0,200	160	9,58	0,158	160	12,22	0,104
180	2,09	0,345	180	8,87	0,214	180	9,41	0,176	180	12,09	0,115
200	2,02	0,379	200	8,55	0,251	200	9,24	0,194	200	11,99	0,123
220	1,94	0,419	220	8,35	0,275	220	9,09	0,211	220	11,81	0,138
240	1,87	0,456	240	8,13	0,301	240	8,93	0,228	240	11,69	0,148
260	1,81	0,488	260	7,94	0,325	260	8,78	0,245	260	11,56	0,160
280	1,75	0,522	280	7,74	0,351	280	8,64	0,261	280	11,42	0,172
300	1,68	0,563	300	7,56	0,374	300	8,49	0,279	300	11,31	0,181
320	1,62	0,599	320	7,38	0,398	320	8,35	0,295	320	11,18	0,193
340	1,56	0,637	340	7,21	0,422	340	8,21	0,312	340	11,06	0,204
360	1,50	0,676	360	7,03	0,447	360	8,07	0,330	360	10,93	0,216
380	1,44	0,717	380	6,86	0,471	380	7,93	0,347	380	10,82	0,226
400	1,40	0,745	400	6,69	0,496	400	7,81	0,362	400	10,70	0,237
420	1,35	0,782	420	6,54	0,519	420	7,69	0,378	420	10,59	0,247
440	1,30	0,819	440	6,39	0,542	440	7,56	0,395	440	10,48	0,258
460	1,25	0,859	460	6,22	0,569	460	7,43	0,412	460	10,38	0,267
480	1,21	0,891	480	6,08	0,592	480	7,32	0,427	-	-	-
-	-	-	-	-	-	500	7,19	0,445	-	-	-
-	-	-	-	-	-	520	7,07	0,462	-	-	-
-	-	-	-	-	-	540	6,97	0,476	-	-	-
-	-	-	-	-	-	560	6,85	0,493	-	-	-
-	-	-	-	-	-	580	6,73	0,511	-	-	-
-	-	-	-	-	-	600	6,62	0,528	-	-	-
-	-	-	-	-	-	620	6,52	0,543	-	-	-
-	-	-	-	-	-	640	6,42	0,558	-	-	-
-	-	-	-	-	-	660	6,32	0,574	-	-	-
-	-	-	-	-	-	680	6,23	0,588	-	-	-
-	-	-	-	-	-	700	6,13	0,605	-	-	-
-	-	-	-	-	-	720	6,04	0,619	-	-	-

Таблица 1. Результаты измерений

6. При помощи МНК построим графики линейной зависимости в координатах $-\ln(U/U_0), t$ (U_0 – показания вольтметра в начальный момент времени).

$$b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

$$a = \langle y \rangle - b \langle x \rangle$$

$$\sigma_b = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b^2}$$

$$\sigma_a = \sigma_b \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

Зная, что $b = 1/\tau$ будем сразу искать значение для коэффициента диффузии.

Для $P_\Sigma = 6$ кПа:

$$b_1 = 0,00185 \pm 0,00005 \text{ c}^{-1}$$

$$D_1 = \frac{1}{\tau} \frac{VL}{2S} = b_1 \frac{VL}{2S} = 0,00185 \cdot \frac{800}{2} \cdot 15 = 11,10$$

$$\sigma_{D_1} = D_1 \sqrt{\left(\frac{\sigma_{b_1}}{b_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{L/S}}{L/S}\right)^2} = 11,1 \cdot \sqrt{\left(\frac{0,00005}{0,00185}\right)^2 + \left(\frac{5}{800}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{15}\right)^2} = 0,32$$

$$D_1 = 11,10 \pm 0,32$$

Построим график:

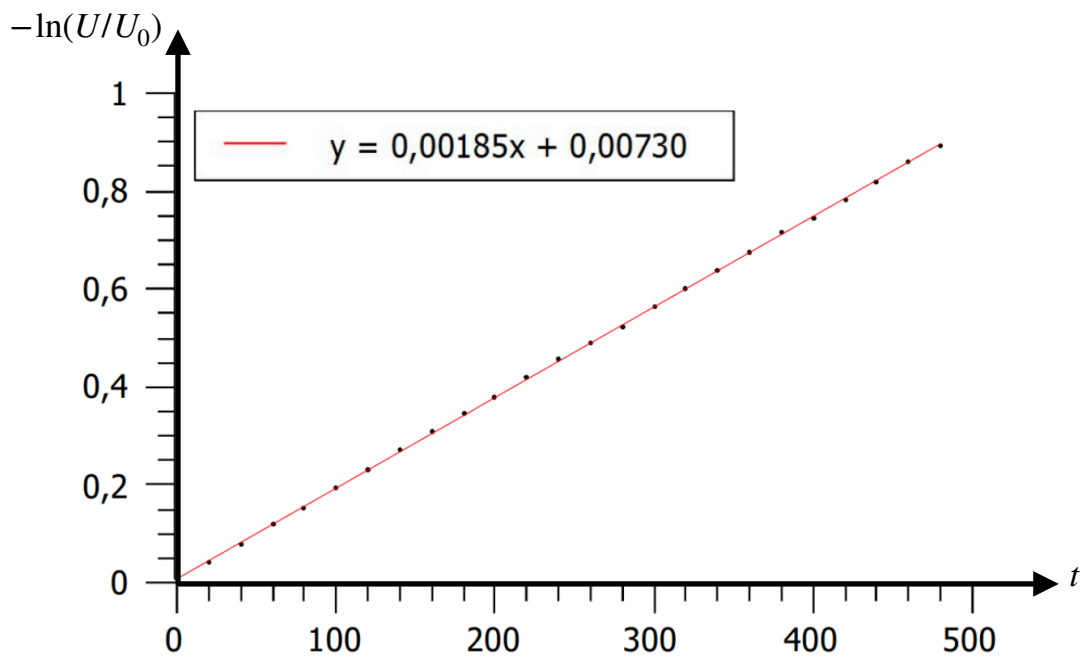


График 1. Зависимость $-\ln(U/U_0)$, t при $P_\Sigma = 6$ кПа

Для $P_\Sigma = 11$ кПа:

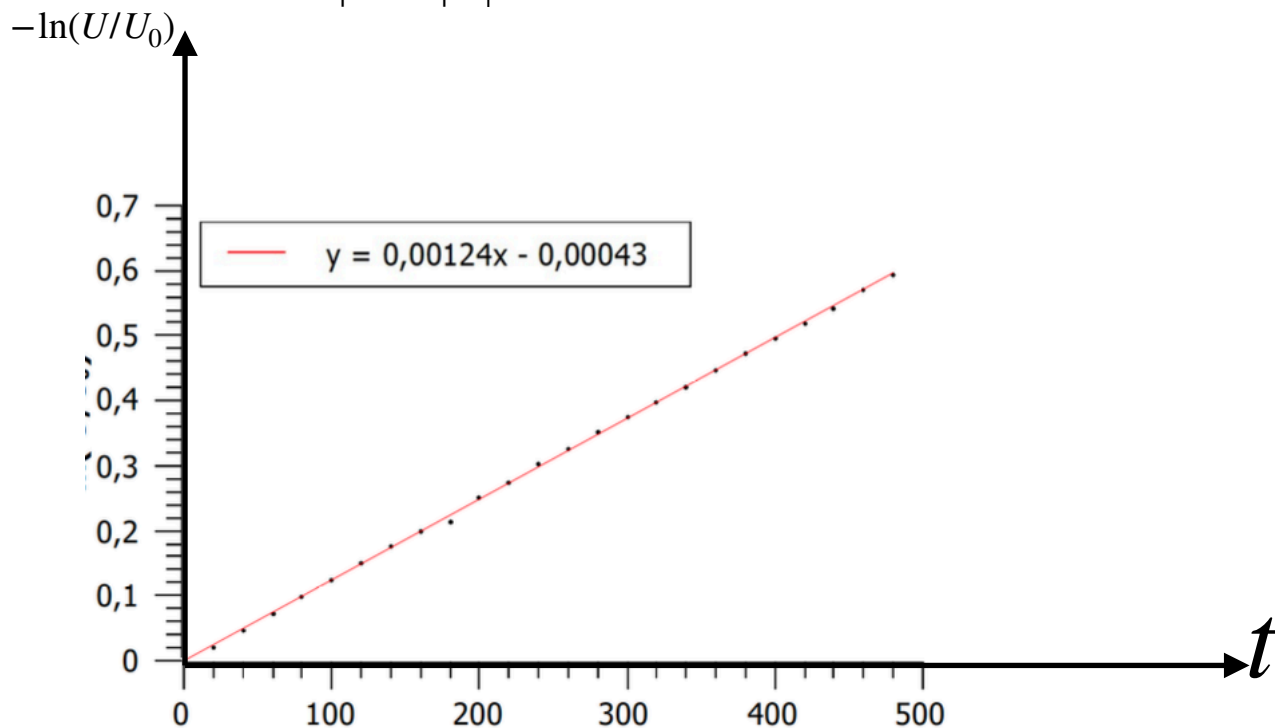
$$b_2 = 0,00124 \pm 0,00004 \text{ c}^{-1}$$

$$D_2 = \frac{1}{\tau} \frac{VL}{2S} = b_2 \frac{VL}{2S} = 0,00124 \cdot \frac{800}{2} \cdot 15 = 7,44$$

$$\sigma_{D_2} = D_2 \sqrt{\left(\frac{\sigma_{b_2}}{b_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{L/S}}{L/S}\right)^2} = 7,44 \cdot \sqrt{\left(\frac{0,00004}{0,00124}\right)^2 + \left(\frac{5}{800}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{15}\right)^2} = 0,25$$

$$D_2 = 7,44 \pm 0,25$$

Построим график:



Для $P_{\Sigma} = 16$ кПа:

$$b_3 = 0,000843 \pm 0,000041 \text{ c}^{-1}$$

$$D_3 = \frac{1}{\tau} \frac{VL}{2S} = b_3 \frac{VL}{2S} = 0,000843 \cdot \frac{800}{2} \cdot 15 = 5,06$$

$$\sigma_{D_3} = D_3 \sqrt{\left(\frac{\sigma_{b_3}}{b_3}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{L/S}}{L/S}\right)^2} = 5,06 \cdot \sqrt{\left(\frac{0,000041}{0,000843}\right)^2 + \left(\frac{5}{800}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{15}\right)^2} = 0,25$$

$$D_3 = 5,06 \pm 0,25$$

Построим график:

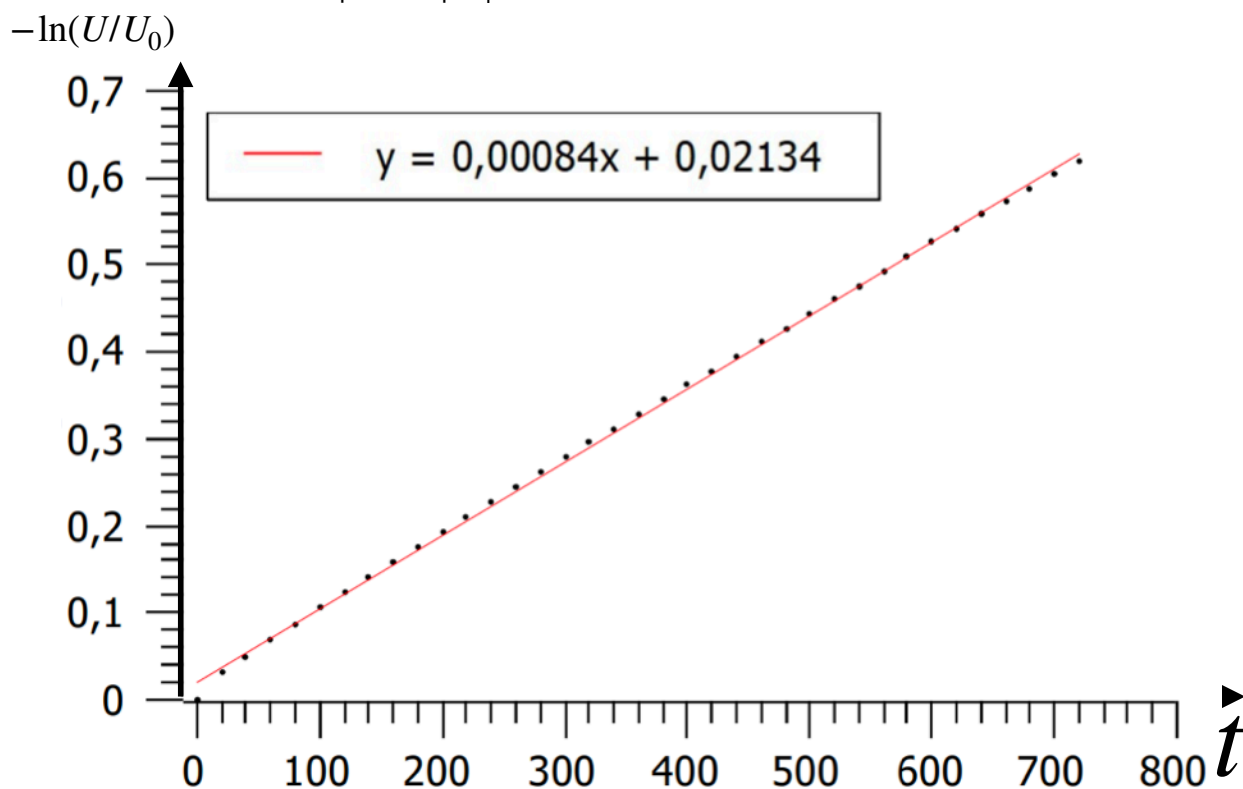


График 3. Зависимость $-\ln(U/U_0)$, t при $P_\Sigma = 16$ кПа

Для $P_\Sigma = 26$ кПа:

$$b_4 = 0,00567 \pm 0,000044 \text{ c}^{-1}$$

$$D_4 = \frac{1}{\tau} \frac{VL}{2S} = b_4 \frac{VL}{2S} = 0,000567 \cdot \frac{800}{2} \cdot 15 = 3,41$$

$$\sigma_{D_4} = D_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma_{b_4}}{b_4}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{L/S}}{L/S}\right)^2} = 3,41 \cdot \sqrt{\left(\frac{0,000044}{0,000567}\right)^2 + \left(\frac{5}{800}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{15}\right)^2} = 0,26$$

$$D_4 = 3,41 \pm 0,26$$

Построим график:

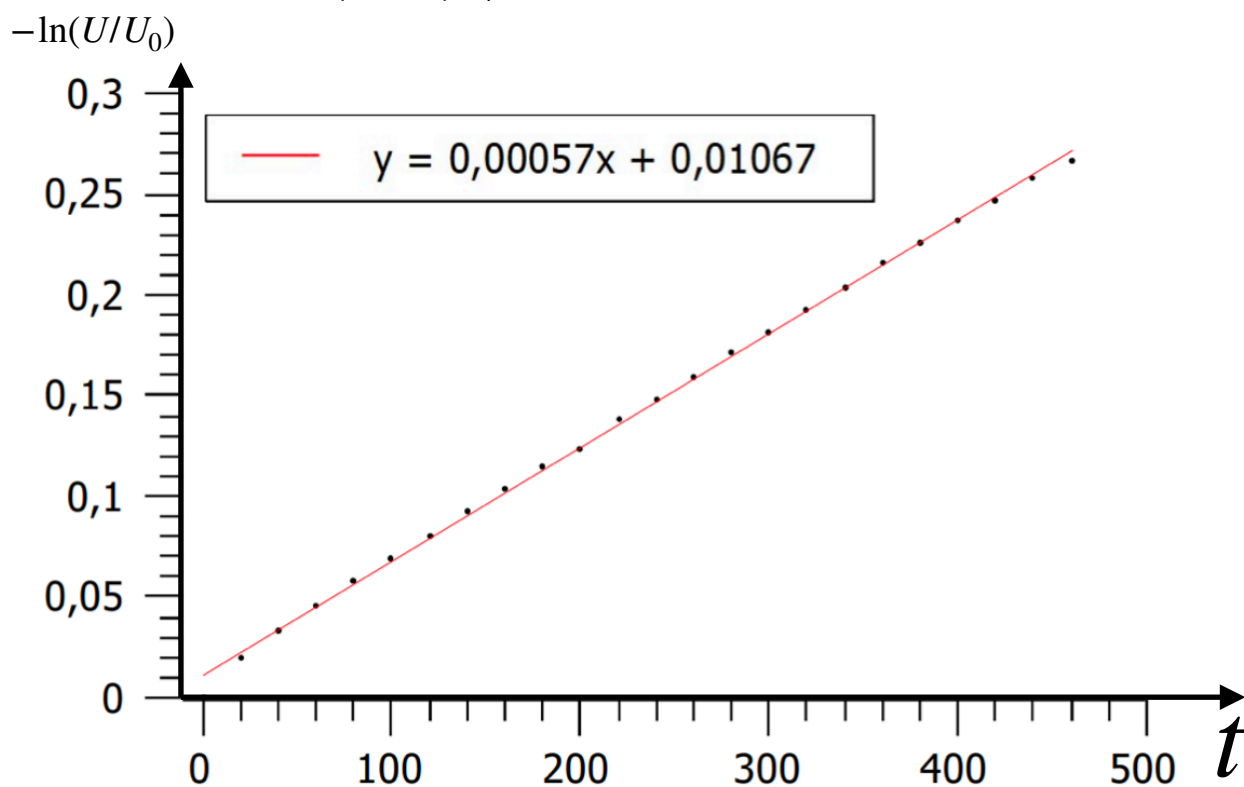
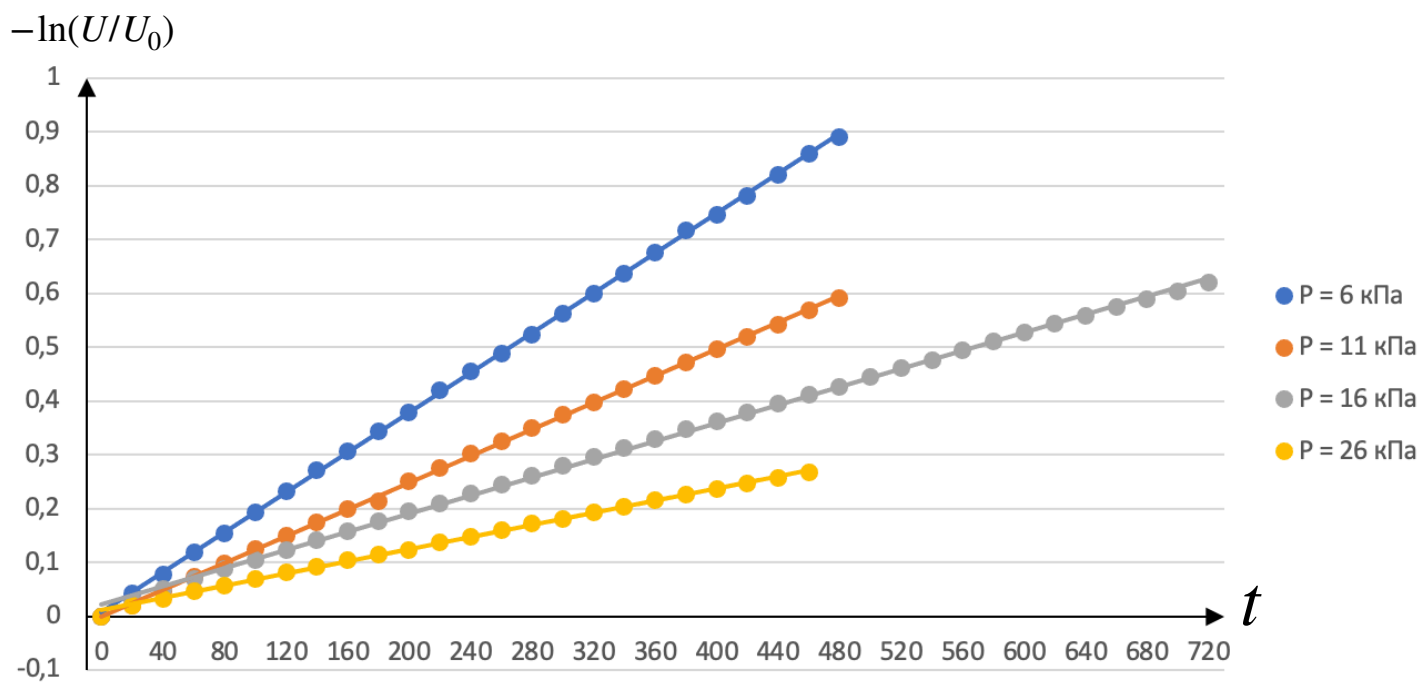


График 4. Зависимость $-\ln(U/U_0)$, t при $P_\Sigma = 26$ кПа

Поместим все графики на один:



По полученным значениям построим график в координатах $D(1/P)$ при помощи МНК. Также определим погрешность $1/P$, зная, что погрешность $\sigma_P = 0,5$ кПа.

$$\frac{1}{P_1} = \frac{1}{6000} = 1,67 \cdot 10^{-4} \text{ Па}^{-1}$$

$$\sigma_{1/P_1} = \frac{1}{P_1} \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_P}{P_1}\right)^2} = \frac{1}{6000} \cdot \sqrt{\left(\frac{0,5}{6}\right)^2} = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ Па}^{-1}$$

$$\frac{1}{P_1} = (1,67 \pm 0,14) \cdot 10^{-4} \text{ Па}^{-1}$$

$$\frac{1}{P_2} = \frac{1}{11000} = 9,1 \cdot 10^{-5} \text{ Па}^{-1}$$

$$\sigma_{1/P_2} = \frac{1}{P_2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_P}{P_2}\right)^2} = \frac{1}{11000} \cdot \sqrt{\left(\frac{0,5}{11}\right)^2} = 4,1 \cdot 10^{-6} \text{ Па}^{-1}$$

$$\frac{1}{P_2} = (9,1 \pm 0,41) \cdot 10^{-5} \text{ Па}^{-1}$$

$$\frac{1}{P_3} = \frac{1}{16000} = 6,25 \cdot 10^{-5} \text{ Па}^{-1}$$

$$\frac{1}{P_4} = (3,84 \pm 0,07) \cdot 10^{-5} \text{ Па}^{-1}$$

При помощи МНК найдем угловой коэффициент и построим график:

$$b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

$$b = 60,2$$

$$a = \langle y \rangle - b \langle x \rangle$$

$$a = (3,41 + 5,06 + 7,44 + 11,1) - 60,2 \cdot (0,038 + 0,0625 + 0,091 + 0,167)$$

$$a = 1,39$$

$$\sigma_b = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - b^2}$$

$$\sigma_b = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(3,41^2 + 5,06^2 + 7,44^2 + 11,1^2) - (3,41 + 5,06 + 7,44 + 11,1)^2}{(0,038^2 + 0,0625^2 + 0,091^2 + 0,167^2) - (0,038 + 0,0625 + 0,091 + 0,167)^2}}$$

$$\sigma_b = 3,1$$

$$\sigma_a = \sigma_b \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

$$\sigma_a = 3,1 \sqrt{(0,038^2 + 0,0625^2 + 0,091^2 + 0,167^2) - (0,038 + 0,0625 + 0,091 + 0,167)^2}$$

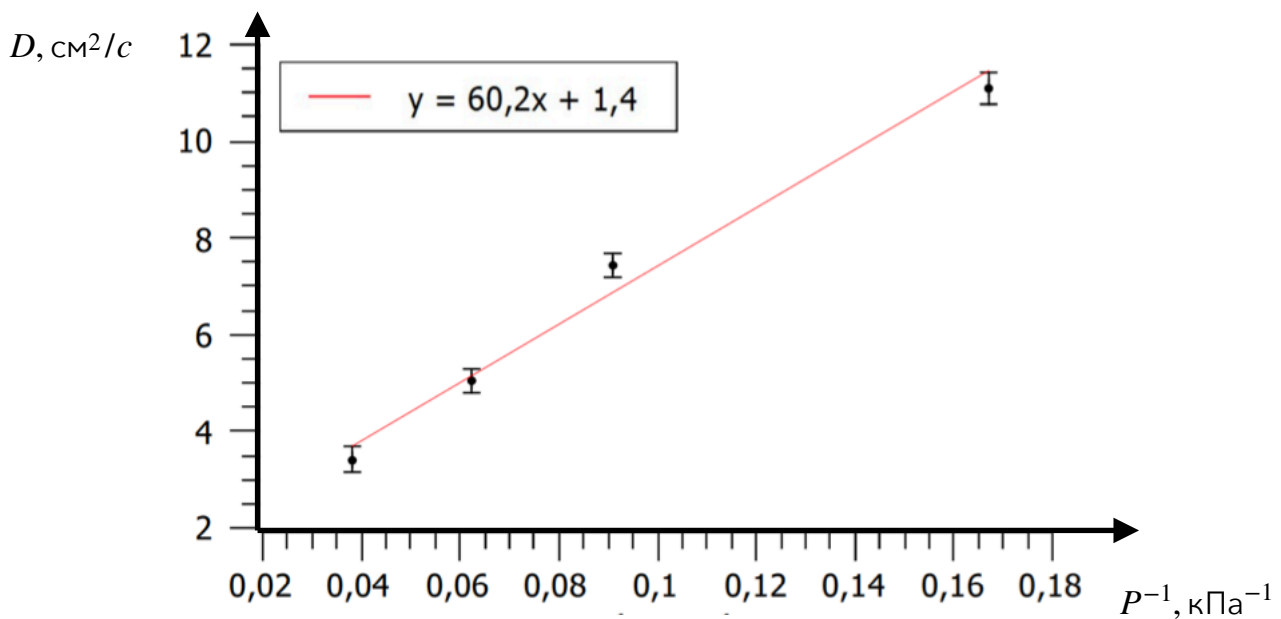
$$\sigma_a = 0,28$$

Тогда:

$$b = 60,2 \pm 3,1$$

$$a = 1,39 \pm 0,28$$

График выглядит так:



Проекстрополируем к $P = 10^5$ Па. Получим:

$$D = (0,602 \pm 0,031) \text{ см}^2/\text{с}$$

Теперь вычислим λ – длину свободного пробега диффундирующих частиц:

$$M = \frac{VL}{2S} = \frac{800 \cdot 15}{2} = 6000 \text{ см}^2$$

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle, \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

$$\lambda = 3D \sqrt{\frac{\pi M}{8RT}} = 3 \cdot 0,6 \cdot 10^{-4} \frac{3,14 \cdot 6000 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 8,31 \cdot 293} = 1,77 \cdot 10^{-7} \text{ см}$$

$$\sigma_\lambda = \lambda \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{2V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{L/S}}{2L/S}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2} = 1,77 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{\left(\frac{5}{1600}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{30}\right)^2 + \left(\frac{0,031}{0,602}\right)^2} = 9,2 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$\lambda = (1,77 \pm 0,09) \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

Вывод

Выполнив данную лабораторную работу мы рассчитали коэффициенты диффузии при различных значениях рабочего давления и получили:

$P_{\Sigma}, \text{кПа}$	$D, \text{см}^2/\text{с}$
6	$11,10 \pm 0,32$
11	$7,44 \pm 0,25$
16	$5,06 \pm 0,25$
26	$3,41 \pm 0,26$

Кроме того, мы вычислили коэффициент диффузии при атмосферном давлении, он оказался равен: $D = (0,602 \pm 0,031) \text{см}^2/\text{с}$

Табличное значение $D_0 = 0,63$.

Погрешность экспериментального относительно табличного значения:

$$\varepsilon_0 \approx 4,4\%$$

Погрешность табличного значения относительно нашего: $\varepsilon \approx 4,7\%$

Также мы вычислили длину свободного пробега атомов гелия в воздухе:

$$\lambda = (177 \pm 9) \text{ нм}$$

Табличное значение: $\lambda_0 = 180 \text{ нм}$

Как мы видим, наше значение совпадает с табличным в пределах погрешности.

Погрешность относительно табличного значения: $\varepsilon_0 \approx 1,6\%$

Погрешность табличного значения относительно нашего: $\varepsilon \approx 1,7\%$