

# Лабораторная работа 3.2.2.

## Тема: «Резонанс напряжений»

Выполнил: Артамонов Кирилл, Б01-005

**Цель:** изучение последовательной цепи переменного тока, наблюдение резонанса напряжений.

**Оборудование:** регулировочный автотрансформатор, катушка индуктивности с выдвижным сердечником, магазин емкостей, резисторы, амперметр, 3 вольтметра, ваттметр, осциллограф, универсальный мост.

**Теория:**

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из резистора  $R$  и катушки индуктивности  $L$  с импедансом  $Z_L = r_L + i\Omega L$ , последовательно подключённых к внешнему источнику, ЭДС которого меняется по синусоидальному закону с частотой  $\Omega$ .

Обозначим через  $U_R$  напряжение на резисторе, через  $U_L$  — напряжение на катушке и через  $U_{R+L}$  — суммарное напряжение на катушке и на резисторе. Для этих напряжений справедливы соотношения:

$$U_R = I \cdot R, \quad \tan \psi_1 = 0 \quad (1)$$

$$U_L = I \cdot \sqrt{r_L^2 + (\Omega L)^2}, \quad \tan \psi_2 = \frac{\Omega L}{r_L} \quad (2)$$

$$U_{R+L} = I \cdot \sqrt{(R + r_L)^2 + (\Omega L)^2}, \quad \tan \psi_3 = \frac{\Omega L}{R + r_L} \quad (3)$$

В этих формулах  $U$  и  $I$  обозначают эффективные значения напряжений и токов (показания приборов)

Мгновенное значение мощности равно  $P = U(t) \cdot I(t)$

Средняя мощность за период  $T$  определяется формулой

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T U(t) \cdot I(t) dt$$

Полагая  $I(t) = I\sqrt{2} \cos \Omega t$ ,  $U(t) = U\sqrt{2} \cos(\Omega t + \psi)$ , получим после интегрирования

$$P_L = U_L \cdot I \cos \psi = I^2 \cdot r_L \quad (4)$$

В контуре, настроенном в резонанс на частоту  $\Omega$  внешнего источника, реактивные сопротивления индуктивности и емкости одинаковы

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad (5)$$

Таким образом добротность установки

$$Q = \frac{\omega L}{R_\Sigma} = \frac{1}{\omega C R_\Sigma}; \quad R_\Sigma = R + r_L \quad (6)$$

$$U_{\Sigma,res} = I_{res} R_\Sigma, \quad U_{C,res} = \frac{I_{res}}{\Omega C} \quad (7)$$

$$Q = \frac{U_{C,res}}{U_{\Sigma,res}} \quad (8)$$

Схема экспериментальной установки:

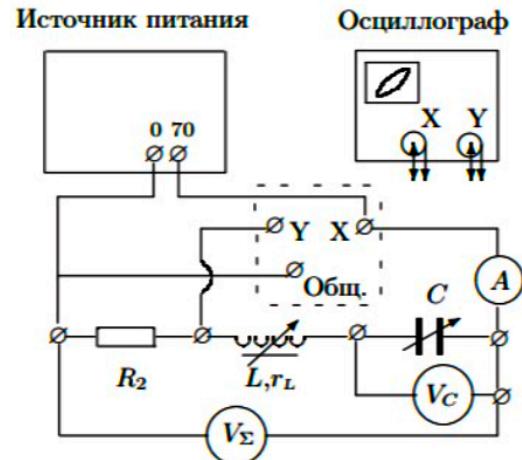
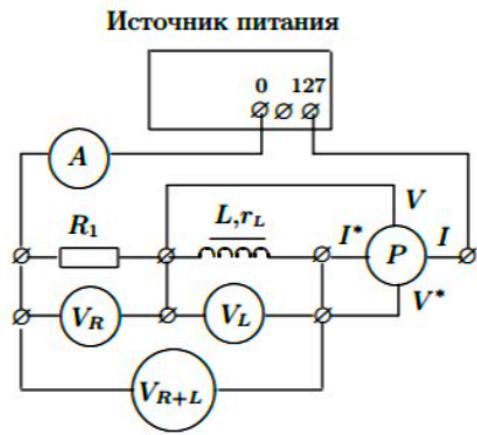


Рис. 1: Схема установки для изучения закона Ома в цепи переменного тока

Рис. 2: Схема установки для наблюдения резонанса напряжений

## Выполнение работы

### Закон Ома:

1. Установим рабочие пределы измерительных приборов:

Прибор	Рабочий предел измерения
Амперметр	2,5 А
Вольтметры	150 В
Ваттметр	25 Вт
Переключатель катушки напряжений	100 В
Штепсель токовой катушки $I$	0,25 А

Подключим катушку к схеме и указатель положения сердечника катушки установим на отметку  $x = 5\text{мм}$  ( сердечник почти полностью в катушке)

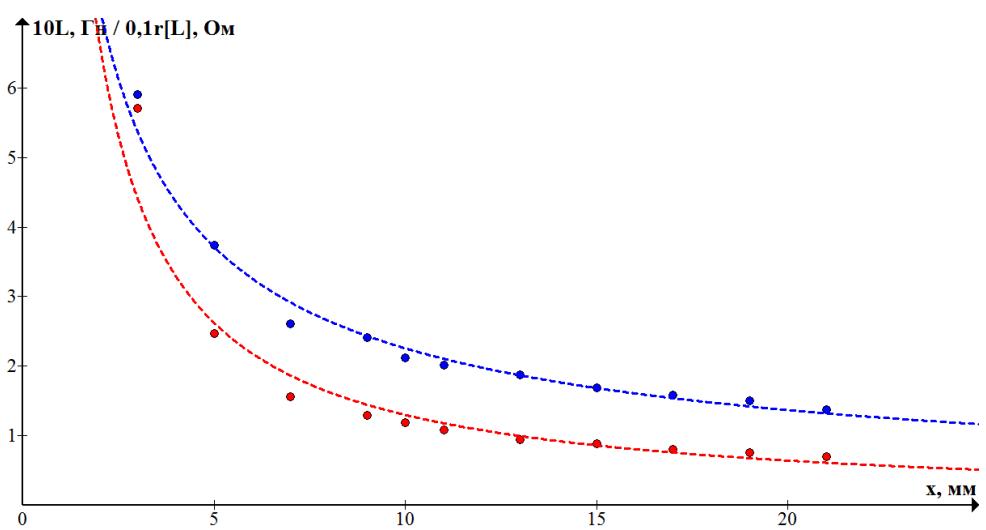
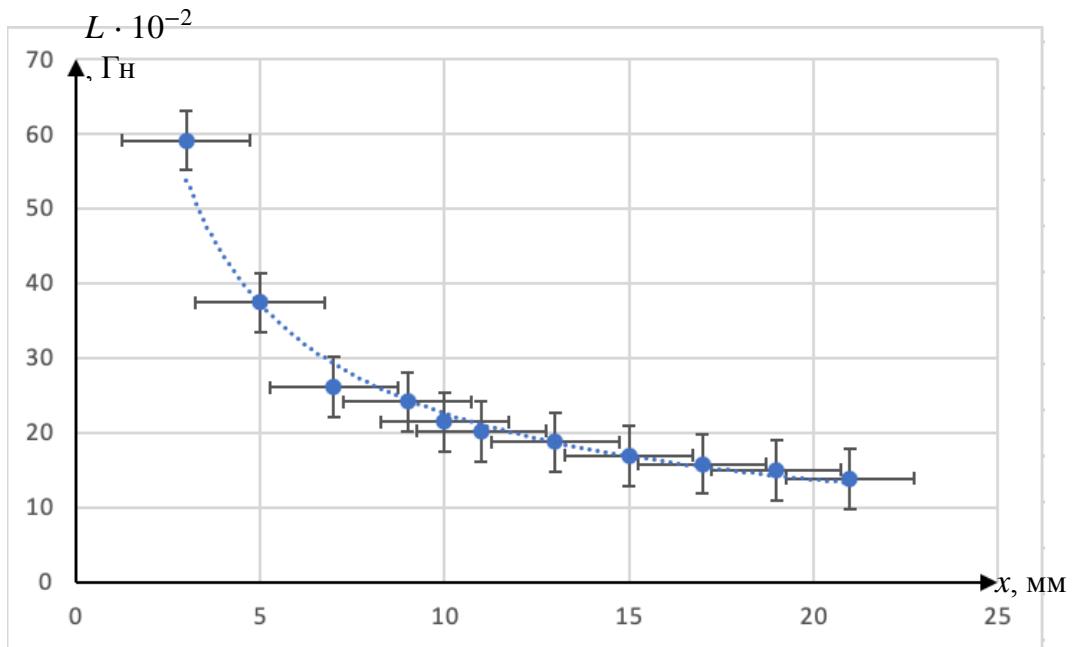
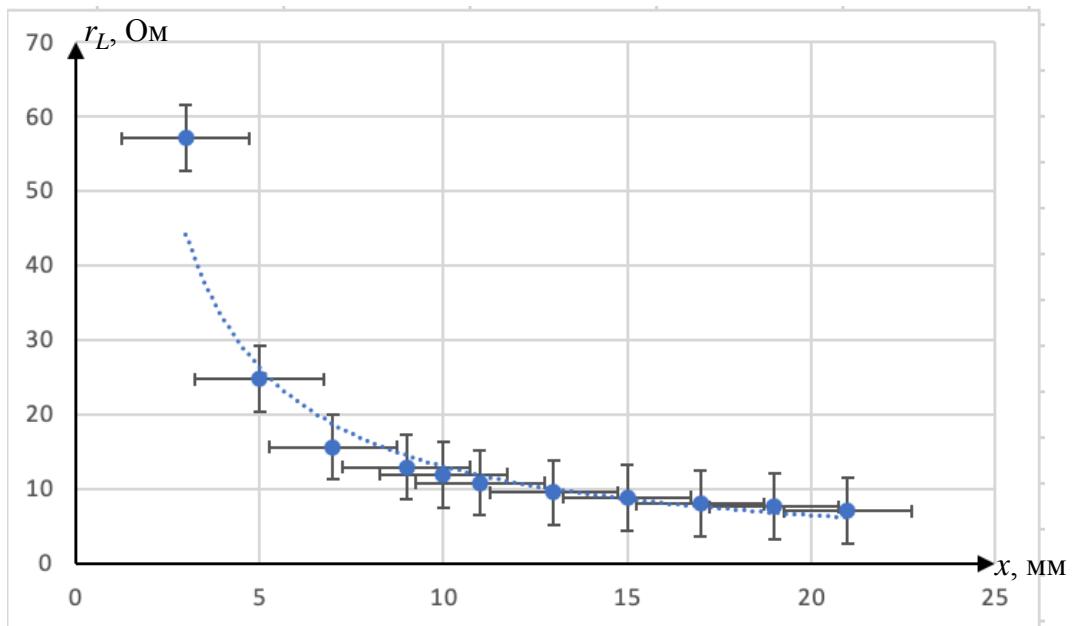
Включим автотрансформатор и установим на нем напряжение  $\approx 127\text{ В}$

2. Будем перемещать сердечник с шагом 2 мм, снимем зависимости тока  $I$ , напряжений  $U_R$ ,  $U_L$ ,  $U_{R+L}$  и мощности  $P_L$  от координаты сердечника  $x$ . Значения  $r_L$  и  $L$  определим по формулам (2) и (4). Зависимости внесем в таблицу :

$$r_L = \frac{P_L}{I^2} \text{ и } L = \sqrt{\frac{U_L^2 - I^2 r_L^2}{\Omega^2 I^2}} = \frac{1}{\Omega I} \cdot \sqrt{U_L^2 - I^2 r_L^2}$$

$x, \text{мм}$	3	5	7	9	10	11	13	15	17	19	21
$I \cdot 10^{-1}$ А	5,25	7,25	8,50	9,00	9,25	9,50	9,75	10,00	10,13	10,25	10,50
$P_L, \text{Вт}$	15,75	13,00	11,25	10,50	10,25	9,75	9,00	8,75	8,25	8	7,75
$r_L, \text{Ом}$	57,1	24,7	15,6	12,9	11,9	10,8	9,47	8,80	8,00	7,60	7,00
$U_L, \text{В}$	102	87	71	69	63	61	58	54	51	49	46
$L \cdot 10^{-2}$ , $\text{Гн}$	59,1	37,4	26,1	24,1	21,2	20,2	18,7	16,9	15,8	15,0	13,8

Построим графики зависимостей  $L$  и  $r_L$  от положения сердечника и определим по ним значения  $L$  и  $r_L$ , соответствующие резонансному(среднему) положению сердечника



Вычислим погрешности. Получим:

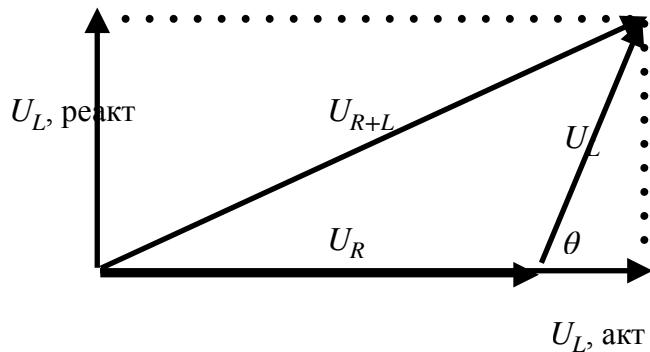
$$L = (212 \pm 11) \text{ мГн}$$

$$r_L = (11.9 \pm 0.5) \text{ Ом}$$

$$\sigma_{r_L} = r_L \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{P_L}}{P_L}\right)^2 + 2^2 \cdot \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2}$$

Аналогично для  $L$ .

Построим векторную диаграмму напряжений для среднего положения. При среднем положении сердечника показания приборов таковы:  $U_R = 83 \text{ В}$ ,  $U_{R+L} = 114 \text{ В}$ ,  $U_L = 63 \text{ В}$ ,  $I = 0.93 \text{ А}$ .



По теореме косинусов :

$$\cos \theta = -\frac{U_R^2 + U_L^2 - U_{R+L}^2}{2U_R U_L} \simeq 0.204 \pm 0.004$$

$$\sigma_{\cos \theta} = \cos \theta \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{U_R}}{U_R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_L}}{U_L}\right)^2 + 2^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{U_{R+L}}}{U_{R+L}}\right)^2} = 4 \cdot 10^{-3}$$

Выразим значения напряжений:

$$U_{L, \text{ akt}} = U_L \cos \theta \simeq (12.85 \pm 0.32) \text{ В}$$

$$U_{L, \text{ react}} = U_L \sqrt{1 - \cos^2 \theta} \simeq (61.68 \pm 1.56) \text{ В.}$$

$$U_{L, \text{ akt}} = I \cdot r_L \Rightarrow r_L = \frac{U_{L, \text{ akt}}}{I} \simeq (13.89 \pm 0.51) \text{ Ом} (\varepsilon \simeq 3.7\%)$$

$$U_{L, \text{ react}} = I \Omega L \Rightarrow L = \frac{U_{L, \text{ react}}}{I \Omega} \simeq (212.4 \pm 7.9) \text{ мГн} (\varepsilon \simeq 3.7\%).$$

Погрешности:

$$\sigma_{U_L \text{ akt}} = U_L \text{ akt} \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{U_L}}{U_L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\cos \theta}}{\cos \theta}\right)^2} \text{ (аналогично для } U_{L, \text{ react}})$$

$$\sigma_{r_L} = r_L \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{U_{L,\text{актив}}}}{U_{L,\text{актив}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2}$$

Аналогичным образом считали и  $\sigma_L$ .

Теперь рассчитаем  $\cos \theta$  по формуле (5) и сравним результаты:

$$\cos \theta = \frac{P_L}{U_L \cdot I} \approx 0.181 \pm 0.008$$

$$\sigma_{\cos \theta} = \cos \theta \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{P_L}}{P_L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_L}}{U_L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2}$$

Значения совпадают с относительной погрешностью  $\epsilon \approx 12.7\%$  — относительно значения формулы (5).

Относительно векторной диаграммы же получим:  $\epsilon \approx 11.2\%$

С помощью векторной диаграммы расчищаем мощность  $P_L$  на катушке через напряжения  $U_R$ ,  $U_L$  и  $U_{R+L}$  и сопротивление  $R_1 = 98 \text{ Ом}$  (метод трех вольтметров)

$$P_L = U_L I \cos \theta = U_L \cdot \frac{U_R}{R_1} \cos \theta \approx (10.77 \pm 0.29) \text{ Вт} (\epsilon \approx 3\%)$$

$$\sigma_{P_L} = P_L \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{U_R}}{U_R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_L}}{U_L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_1}}{R_1}\right)^2}$$

## Резонанс напряжений

Установим рабочие пределы измерительных приборов: амперметр — 5А, Вольтметр  $V_c = 300$  В, вольтметр  $V_\Sigma = 75$  В

Замерим резонансный ток и резонансные напряжения на емкости  $C = 42.6 \cdot 10^{-6} \Phi$ .

$U_{c,\text{рез}} = 231$  В,  $U_{\Sigma,\text{рез}} = 31$  В,  $I_\Sigma = 2.99$  А

С помощью формул (7) и (8) рассчитаем активное сопротивление катушки  $r_L$  через ток на контуре:

$$r_L = \frac{U_{\Sigma,\text{рез}}}{I_{\text{рез}}} - R_2 = \frac{31}{2.99} - 5.6 \approx (4.97 \pm 0.12)$$

Ом ( $\epsilon \approx 2.4\%$ )

$$\sigma_{r_L} = r_L \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{U_{\Sigma,\text{рез}}}}{U_{\Sigma,\text{рез}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{I_{\text{рез}}}}{I_{\text{рез}}}\right)^2}$$

Теперь вычислим  $L$  и  $r_L$  через добротность:

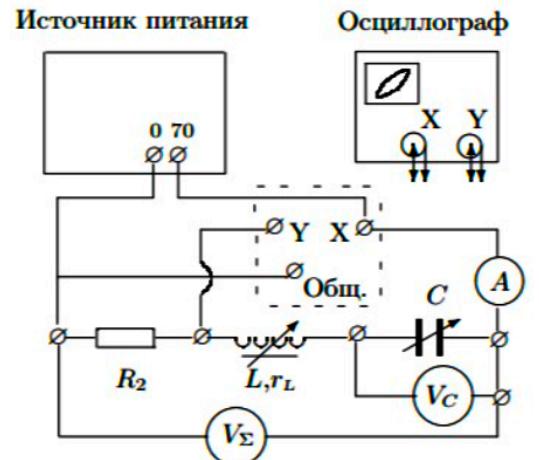


Рис. 2: Схема установки для наблюдения резонанса напряжений

$$Q = \frac{U_{c,\text{рез}}}{U_{\Sigma,\text{рез}}} = \frac{228}{31} \approx 7.35 \pm 0.13$$

$$\sigma_Q = Q \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{U_{\Sigma,\text{рез}}}}{U_{\Sigma,\text{рез}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_{C,\text{рез}}}}{U_{C,\text{рез}}}\right)^2}$$

$$r_L = \frac{1}{Q\omega_0 C} - R_2 = \frac{1}{7.35 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 42.6 \cdot 10^{-6}} - 5.6 \approx (4.57 \pm 0.24) \text{ Ом} \quad (\varepsilon \approx 5.2\%)$$

$$\sigma_{r_L} = r_L \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_Q}{Q}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\omega_0}}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_C}{C}\right)^2} \quad (\text{считаем, что значение } R_2 \text{ нам дано достаточно точным})$$

$$L = \frac{(r_L + R_2)Q}{\omega_0} \approx (238 \pm 13) \text{ мГн} \quad (\varepsilon \approx 5.4\%)$$

### Вывод:

Мы различными способами определили значения индуктивности катушки и ее активного сопротивления. Результаты внесем в таблицу:

	Мост	График	Векторная диаграмма	Добротность $Q$
$r_L, \text{ Ом}$	4,85	$11,9 \pm 0,5$	$13,9 \pm 0,50$	$4,57 \pm 0,24$
$L, \text{ мГн}$	211	$212 \pm 11$	$212 \pm 8$	$238 \pm 14$

Можно увидеть, что значения индуктивности катушки, измеренные различными способами, совпадают в пределах погрешности. Такого нельзя сказать об активном сопротивлении катушки, это может быть вызвано различной силой тока в цепях (1) и (2) — на 1 схеме  $\approx 1\text{A}$ , на 2 схеме  $\approx 3\text{A}$ .