



IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

# IKI 30320: Sistem Cerdas

## Kuliah 16: Probabilistic Reasoning

Ruli Manurung

Fakultas Ilmu Komputer  
Universitas Indonesia

21 November 2007



# Outline

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- 1 Uncertainty
- 2 Probability theory
- 3 Semantics & Syntax
- 4 Inference
- 5 Ringkasan



# Outline

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- 1 Uncertainty
- 2 Probability theory
- 3 Semantics & Syntax
- 4 Inference
- 5 Ringkasan



# Knowledge engineering di FKG

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Anda diminta membuat agent doktor gigi.



# Knowledge engineering di FKG

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Anda diminta membuat agent doktor gigi.

**Diagnostic rule:** simpulkan sebab dari akibat:

$\forall p \text{ Symptom}(p, \text{Toothache}) \Rightarrow \text{Disease}(p, \text{Cavity}).$

Tapi belum tentu pasien sakit gigi karena ada lubang...



# Knowledge engineering di FKG

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Anda diminta membuat agent doktor gigi.

**Diagnostic rule:** simpulkan sebab dari akibat:

$\forall p \text{ Symptom}(p, \text{Toothache}) \Rightarrow \text{Disease}(p, \text{Cavity})$ .

Tapi belum tentu pasien sakit gigi karena ada lubang...

**Causal rule:** simpulkan akibat dari sebab:

$\forall p \text{ Disease}(p, \text{Cavity}) \Rightarrow \text{Symptom}(p, \text{Toothache})$ .

Tapi belum tentu lubang menyebabkan sakit gigi...



# Knowledge engineering di FKG

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Anda diminta membuat agent doktor gigi.

**Diagnostic rule:** simpulkan sebab dari akibat:

$\forall p \text{ Symptom}(p, \text{Toothache}) \Rightarrow \text{Disease}(p, \text{Cavity}).$

Tapi belum tentu pasien sakit gigi karena ada lubang...

**Causal rule:** simpulkan akibat dari sebab:

$\forall p \text{ Disease}(p, \text{Cavity}) \Rightarrow \text{Symptom}(p, \text{Toothache}).$

Tapi belum tentu lubang menyebabkan sakit gigi...

Pendekatan FOL secara murni sulit karena:

- **Laziness:** kebanyakan kerjaan membuat semua rule, inference terlalu repot!
- **Theoretical ignorance:** ilmu kedokteran tidak (belum?) memiliki teori yang 100% lengkap.
- **Practical ignorance:** walaupun ada, tidak semua tes bisa dilakukan... (terlalu mahal, lama, dst.)



# Dunia penuh ketidakpastian (*uncertainty*)

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Sebuah agent perlu ke bandara karena akan terbang ke LN.  
Mis. action  $A_t$  = pergi ke bandara  $t$  menit sebelum pesawat terbang.  
Apakah  $A_t$  berhasil sampai dengan waktu cukup?





# Dunia penuh ketidakpastian (*uncertainty*)

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Sebuah agent perlu ke bandara karena akan terbang ke LN.  
Mis. action  $A_t$  = pergi ke bandara  $t$  menit sebelum pesawat terbang.  
Apakah  $A_t$  berhasil sampai dengan waktu cukup?
- Ada banyak masalah:



# Dunia penuh ketidakpastian (*uncertainty*)

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Sebuah agent perlu ke bandara karena akan terbang ke LN.  
Mis. action  $A_t$  = pergi ke bandara  $t$  menit sebelum pesawat terbang.  
Apakah  $A_t$  berhasil sampai dengan waktu cukup?
- Ada banyak masalah:
  - Tidak tahu keadaan jalan, kemacetan, dll. (**partially observable**).



# Dunia penuh ketidakpastian (*uncertainty*)

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Sebuah agent perlu ke bandara karena akan terbang ke LN.  
Mis. action  $A_t$  = pergi ke bandara  $t$  menit sebelum pesawat terbang.  
Apakah  $A_t$  berhasil sampai dengan waktu cukup?
- Ada banyak masalah:
  - Tidak tahu keadaan jalan, kemacetan, dll. (**partially observable**).
  - Kebenaran informasi tidak bisa dijamin - “laporan pandangan mata” (**noisy sensor**).



# Dunia penuh ketidakpastian (*uncertainty*)

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Sebuah agent perlu ke bandara karena akan terbang ke LN.  
Mis. action  $A_t$  = pergi ke bandara  $t$  menit sebelum pesawat terbang.  
Apakah  $A_t$  berhasil sampai dengan waktu cukup?
- Ada banyak masalah:
  - Tidak tahu keadaan jalan, kemacetan, dll. (**partially observable**).
  - Kebenaran informasi tidak bisa dijamin - “laporan pandangan mata” (**noisy sensor**).
  - Ketidakpastian dalam tindakan, mis. ban kempes (**nondeterministic**).



# Dunia penuh ketidakpastian (*uncertainty*)

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Sebuah agent perlu ke bandara karena akan terbang ke LN.  
Mis. action  $A_t$  = pergi ke bandara  $t$  menit sebelum pesawat terbang.  
Apakah  $A_t$  berhasil sampai dengan waktu cukup?
- Ada banyak masalah:
  - **Tidak tahu** keadaan jalan, kemacetan, dll. (**partially observable**).
  - **Kebenaran** informasi tidak bisa dijamin - “laporan pandangan mata” (**noisy sensor**).
  - **Ketidakpastian** dalam tindakan, mis. ban kempes (**nondeterministic**).
  - **Kalaupun** semua hal di atas bisa dinyatakan, *reasoning* akan **luar biasa repot**.



# Keterbatasan pendekatan logika murni

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Sebuah pendekatan yang murni secara logika...



# Keterbatasan pendekatan logika murni

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Sebuah pendekatan yang murni secara logika...

- beresiko menyimpulkan dengan **salah**, mis: " $A_{60}$  berhasil dengan waktu cukup", atau



# Keterbatasan pendekatan logika murni

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Sebuah pendekatan yang murni secara logika...

- beresiko menyimpulkan dengan **salah**, mis: " $A_{60}$  berhasil dengan waktu cukup", atau
- kesimpulan terlalu **lemah**, mis: " $A_{60}$  berhasil dengan waktu cukup asal nggak ada kecelakaan di tol, dan nggak hujan, dan ban nggak kempes, ..."





# Keterbatasan pendekatan logika murni

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Sebuah pendekatan yang murni secara logika...

- beresiko menyimpulkan dengan **salah**, mis: " $A_{60}$  berhasil dengan waktu cukup", atau
- kesimpulan terlalu **lemah**, mis: " $A_{60}$  berhasil dengan waktu cukup asal nggak ada kecelakaan di tol, dan nggak hujan, dan ban nggak kempes, ..."
- kesimpulan tidak **rational**, mis: kesimpulannya  $A_{1440}$ , tetapi terpaksa menunggu semalam di bandara... → **utility theory**



# Keterbatasan pendekatan logika murni

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Sebuah pendekatan yang murni secara logika...

- beresiko menyimpulkan dengan **salah**, mis: " $A_{60}$  berhasil dengan waktu cukup", atau
- kesimpulan terlalu **lemah**, mis: " $A_{60}$  berhasil dengan waktu cukup asal nggak ada kecelakaan di tol, dan nggak hujan, dan ban nggak kempes, ..."
- kesimpulan tidak **rational**, mis: kesimpulannya  $A_{1440}$ , tetapi terpaksa menunggu semalam di bandara... → **utility theory**

Masalah ini bisa diselesaikan dengan **probabilistic reasoning**

"Berdasarkan info yang ada,  $A_{60}$  akan berhasil dengan probabilitas 0.04".



# Menangani ketidakpastian

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Kalimat “ $A_{60}$  akan berhasil dengan probabilitas 0.04” disebut **probabilistic assertion**.



# Menangani ketidakpastian

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Kalimat " $A_{60}$  akan berhasil dengan probabilitas 0.04" disebut **probabilistic assertion**.
- Sebuah probabilistic assertion **merangkum** efek ketidakpastian (info tak lengkap, tak bisa dipegang, action nondeterministic, dst.) dan menyatakannya sbg. sebuah bilangan.



# Menangani ketidakpastian

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Kalimat “ $A_{60}$  akan berhasil dengan probabilitas 0.04” disebut **probabilistic assertion**.
- Sebuah probabilistic assertion **merangkum** efek ketidakpastian (info tak lengkap, tak bisa dipegang, action nondeterministic, dst.) dan menyatakannya sbg. sebuah bilangan.

Bentuk/syntax *probabilistic assertion*:

“**Kalimat  $X$  bernilai true dengan probabilitas  $N$ ,  $0 \leq N \leq 1$ ”.**

Pernyataan tentang knowledge atau belief state dari agent, **BUKAN** berarti pernyataan tentang sifat probabilistik di dunia/environment



# Menangani ketidakpastian

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Kalimat “ $A_{60}$  akan berhasil dengan probabilitas 0.04” disebut **probabilistic assertion**.
- Sebuah probabilistic assertion **merangkum** efek ketidakpastian (info tak lengkap, tak bisa dipegang, action nondeterministic, dst.) dan menyatakannya sbg. sebuah bilangan.

## Bentuk/syntax *probabilistic assertion*:

**“Kalimat  $X$  bernilai true dengan probabilitas  $N$ ,  $0 \leq N \leq 1$ ”.**

Pernyataan tentang knowledge atau belief state dari agent, **BUKAN** berarti pernyataan tentang sifat probabilistik di dunia/environment

- Nilai probabilitas sebuah proposition bisa berubah dengan informasi baru (“**evidence**”):



# Menangani ketidakpastian

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Kalimat “ $A_{60}$  akan berhasil dengan probabilitas 0.04” disebut **probabilistic assertion**.
- Sebuah probabilistic assertion **merangkum** efek ketidakpastian (info tak lengkap, tak bisa dipegang, action nondeterministic, dst.) dan menyatakannya sbg. sebuah bilangan.

## Bentuk/syntax *probabilistic assertion*:

**“Kalimat  $X$  bernilai *true* dengan probabilitas  $N$ ,  $0 \leq N \leq 1$ ”.**

Pernyataan tentang knowledge atau belief state dari agent, **BUKAN** berarti pernyataan tentang sifat probabilistik di dunia/environment

- Nilai probabilitas sebuah proposition bisa berubah dengan informasi baru (“**evidence**”):  
 $P(A_{60} | \text{tidak ada laporan kecelakaan}) = 0.06$



# Menangani ketidakpastian

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Kalimat “ $A_{60}$  akan berhasil dengan probabilitas 0.04” disebut **probabilistic assertion**.
- Sebuah probabilistic assertion **merangkum** efek ketidakpastian (info tak lengkap, tak bisa dipegang, action nondeterministic, dst.) dan menyatakannya sbg. sebuah bilangan.

## Bentuk/syntax *probabilistic assertion*:

“**Kalimat  $X$  bernilai true dengan probabilitas  $N$ ,  $0 \leq N \leq 1$ ”.**

Pernyataan tentang knowledge atau belief state dari agent, **BUKAN** berarti pernyataan tentang sifat probabilistik di dunia/environment

- Nilai probabilitas sebuah proposition bisa berubah dengan informasi baru (“**evidence**”):  
 $P(A_{60} \mid \text{tidak ada laporan kecelakaan}) = 0.06$   
 $P(A_{60} \mid \text{tidak ada laporan kecelakaan, jam 4 pagi}) = 0.15$
- Tambah evidence  $\approx$  TELL  
Menghitung nilai probabilitas  $\approx$  ASK!





# Outline

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- 1 Uncertainty
- 2 Probability theory**
- 3 Semantics & Syntax
- 4 Inference
- 5 Ringkasan



# Probability & knowledge-based agent

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

## Logical agent:

$KB = \{\}$ , belum bisa meng-infer apa-apa.

Percept masuk, tambah kalimat ke  $KB$  (TELL).

$ASK(KB, \alpha) \rightarrow KB \models \alpha$ .

## Probabilistic reasoning:

Percept masuk (tambahan evidence), update nilai probabilitas.

**Prior/unconditional** probability: nilai **sebelum** evidence.

**Posterior/conditional** probability: nilai **sesudah** evidence.

“Ask” secara probabilistik: hitung & kembalikan *posterior probability* terhadap  $\alpha$  berdasarkan *evidence* dari *percept*.

Contoh: melempar dadu.

$\alpha$  = “Nilai lemparan  $< 4$ ”.

**Sebelum** melihat dadu:  $P(\alpha) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$

**Setelah** melihat dadu:  $P(\alpha) = 0$  atau 1



# Mengambil keputusan dlm ketidakpastian

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Andaikan agent mempercayai nilai-nilai sbb.:

$$P(A_{60} | \dots) = 0.04$$

$$P(A_{120} | \dots) = 0.7$$

$$P(A_{150} | \dots) = 0.9$$

$$P(A_{1440} | \dots) = 0.999$$

Tindakan mana yang dipilih?



# Mengambil keputusan dlm ketidakpastian

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Andaikan agent mempercayai nilai-nilai sbb.:

$$P(A_{60} | \dots) = 0.04$$

$$P(A_{120} | \dots) = 0.7$$

$$P(A_{150} | \dots) = 0.9$$

$$P(A_{1440} | \dots) = 0.999$$

Tindakan mana yang dipilih?

- Tergantung prioritas, mis. ketinggalan pesawat vs. begadang di lobby bandara, dst.
- **Utility theory** digunakan untuk menilai semua tindakan (mirip evaluation function).
- **Decision theory** = utility theory + probability theory



# Probability sbg. bahasa KBA

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Sama halnya dengan logic, pendefinisian “bahasa formal” untuk menyatakan kalimat probabilistic harus ada:

- **Syntax**: bagaimana bentuk kalimatnya?
- **Semantics**: apakah arti kalimatnya?
- Teknik & metode melakukan **reasoning**.



# Outline

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- 1 Uncertainty
- 2 Probability theory
- 3 Semantics & Syntax**
- 4 Inference
- 5 Ringkasan



# Semantics untuk kalimat probabilistic

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Bayangkan semua kemungkinan dunia *possible worlds* yang terjadi.



# Semantics untuk kalimat probabilistic

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Bayangkan semua kemungkinan dunia *possible worlds* yang terjadi.

- Dalam *logic*, salah satunya adalah dunia “nyata”.
- Dalam *probability*, kita **tidak tahu pasti** yang mana, tetapi satu dunia bisa lebih mungkin dari dunia yang lain.





# Semantics untuk kalimat probabilistic

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Bayangkan semua kemungkinan dunia *possible worlds* yang terjadi.

- Dalam *logic*, salah satunya adalah dunia “nyata”.
- Dalam *probability*, kita **tidak tahu pasti** yang mana, tetapi satu dunia bisa lebih mungkin dari dunia yang lain.

Himpunan semua *possible worlds* disebut **sample space** ( $\Omega$ ). Masing-masing dunia alternatif disebut **sample point**, atau **atomic event** ( $\omega$ ).



# Semantics untuk kalimat probabilistic

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Bayangkan semua kemungkinan dunia *possible worlds* yang terjadi.

- Dalam *logic*, salah satunya adalah dunia “nyata”.
- Dalam *probability*, kita **tidak tahu pasti** yang mana, tetapi satu dunia bisa lebih mungkin dari dunia yang lain.

Himpunan semua *possible worlds* disebut **sample space** ( $\Omega$ ). Masing-masing dunia alternatif disebut **sample point**, atau **atomic event** ( $\omega$ ).

## Contoh

Jika dunia hanya berisi sebuah lemparan dadu  $\Omega$  berisi 6 kemungkinan,  $\omega_1 \dots \omega_6$ .



# Sample space & probability model

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Sebuah **probability model** adalah *sample space* di mana tiap *sample point* diberi nilai  $P(\omega)$  sehingga:

- Setiap nilai antara 0 s/d 1.
- Jumlah nilai seluruh *sample space* = 1.

Contohnya, untuk “dunia” dengan 1 lemparan dadu:

$$P(\omega_1) = P(\omega_2) = P(\omega_3) = P(\omega_4) = P(\omega_5) = P(\omega_6) = \frac{1}{6}$$



# Sample space & probability model

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Sebuah **probability model** adalah *sample space* di mana tiap *sample point* diberi nilai  $P(\omega)$  sehingga:

- Setiap nilai antara 0 s/d 1.
- Jumlah nilai seluruh *sample space* = 1.

Contohnya, untuk “dunia” dengan 1 lemparan dadu:

$$P(\omega_1) = P(\omega_2) = P(\omega_3) = P(\omega_4) = P(\omega_5) = P(\omega_6) = \frac{1}{6}$$

Biasanya, dunia memiliki  $> 1$  faktor yang tidak pasti. *Sample space* dan *probability model* menjadi multidimensi, menyatakan semua kemungkinan **kombinasinya**.

Contohnya, untuk “dunia” dengan 2 lemparan dadu:

$$P(\omega_{1,1}) = P(\omega_{1,2}) = \dots = P(\omega_{6,5}) = P(\omega_{6,6}) = \frac{1}{36}$$



# Event

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Di dalam dunia multidimensi, terkadang kita hanya tertarik dengan 1 dimensi (mis. lemparan dadu pertama)
- Sebuah **event**  $A$  adalah sembarang subset dari  $\Omega$ .
- Probability  $A$  adalah jumlah probability *sample point* anggotanya.  
$$P(A) = \sum_{\omega \in A} P(\omega)$$
- Contoh:  $P(\text{dadu}_1 = 5) = 6 \times \frac{1}{36} = \frac{1}{6}$
- *Event* juga bisa menyatakan probability dari **deskripsi parsial**.
- Contoh: untuk satu lemparan dadu,  $P(\text{dadu} \geq 4) = 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$



# Random variable

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Nilai probabilitas diberikan kepada sebuah *proposition*.
- Agar *proposition* dapat diperinci, kita definisikan **random variable**, yang merepresentasikan suatu “aspek” dari sebuah dunia.

Contohnya, dalam kasus melempar dadu:

Bisa ada **random variable** bernama *hasil\_lemparan*.

- Secara formal, **random variable** adalah fungsi yang memetakan setiap *sample point* ke dalam ranah, mis. boolean, integer, real.

Contohnya:

*hasil\_lemparan* adalah fungsi yang memetakan  $\omega_1$  ke integer 1,  $\omega_2$  ke integer 2,  $\omega_3$  ke integer 3, dst.

- Sekarang semua *proposition* berupa pernyataan tentang satu atau lebih *random variable*.



# Random variable & probability distribution

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Domain sebuah random variable bisa:
  - **boolean**, mis:  $Ganjil(\omega_1) = true$
  - **diskrit**, mis:  $Weather(\omega) \in \langle sunny, rain, cloudy, snow \rangle$
  - **tak hingga**, mis: integer (**diskrit**), real (**kontinyu**)
- Sebuah *probability model*  $P$  menghasilkan **probability distribution** untuk sembarang *random variable*:  $P(X = x_i) = \sum_{\omega: X(\omega)=x_i} P(\omega)$

Contoh dgn. dadu:

$$P(Ganjil = true) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

Contoh dgn cuaca:

$$P(Weather = sunny) = 0.7$$

$$P(Weather = rain) = 0.2$$

$$P(Weather = cloudy) = 0.08$$

$$P(Weather = snow) = 0.02$$

$$\text{atau disingkat } \mathbf{P}(Weather) = \langle 0.7, 0.2, 0.08, 0.02 \rangle$$



# Gaussian distribution

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

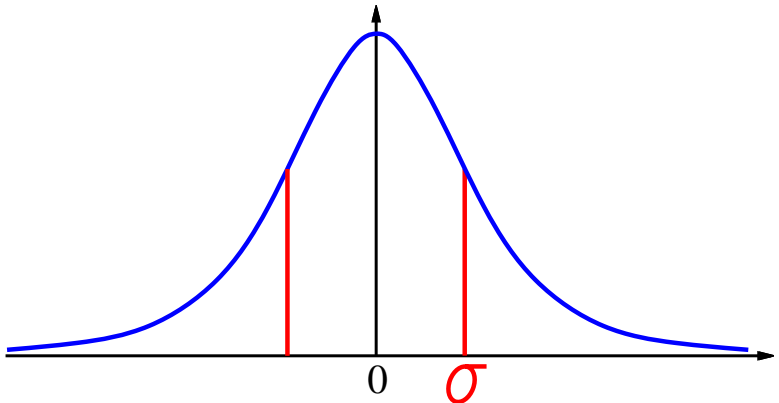
Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Contoh distribution untuk variable real & kontinyu yang banyak ditemui dalam dunia nyata adalah fungsi **Gaussian**:

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$







# Joint probability distribution

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Dalam AI, seringkali *sample point* didefinisikan oleh nilai sekumpulan *random variable*.
- Jadi, *sample space* berisi semua kemungkinan kombinasi nilai semua variable.
- **Joint probability distribution** dari sehimpunan random variable memberikan nilai probability untuk setiap *sample point* tersebut.

## Contoh:

Andaikan kita tertarik mengamati hubungan cuaca dengan sakit gigi, contoh **joint probability distribution**-nya:

<i>Weather</i> =	<i>sunny</i>	<i>rain</i>	<i>cloudy</i>	<i>snow</i>
<i>Toothache</i> = <i>true</i>	0.144	0.02	0.016	0.02
<i>Toothache</i> = <i>false</i>	0.576	0.08	0.064	0.08



# Proposition

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Sebuah **proposition** adalah pernyataan tentang nilai dari satu atau lebih *random variable*.
- Bayangkan proposition sebagai event (himpunan sample point) di mana ia bernilai true.

Untuk 2 buah random variable boolean  $A$  dan  $B$ :

Event  $a$  = himpunan sample point di mana  $A(\omega) = \text{true}$

Event  $\neg a$  = himpunan sample point di mana  $A(\omega) = \text{false}$

Event  $a \wedge b$  = himpunan sample point di mana  $A(\omega)$  dan  $B(\omega) = \text{true}$

Event  $a \vee b$  = himpunan sample point di mana  $A(\omega)$  atau  $B(\omega) = \text{true}$



# Contoh yang memilukan

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Bayangkan masalah dokter gigi, di mana ada 3 *random variable*:

- **Cavity**: apakah pasien memiliki gigi berlubang atau tidak?
- **Toothache**: apakah pasien merasa sakit gigi atau tidak?
- **Caught**: apakah pisau dokter nyangkut di gigi pasien atau tidak?

Joint probability distribution sbb.:

	<i>toothache</i>		$\neg$ <i>toothache</i>	
	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>
<i>cavity</i>	<b>.108</b>	<b>.012</b>	<b>.072</b>	<b>.008</b>
$\neg$ <i>cavity</i>	<b>.016</b>	<b>.064</b>	<b>.144</b>	<b>.576</b>



# Prior vs. posterior probability

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

## Prior probability:

Nilai probability tanpa informasi spesifik (unconditional).

Mis.  $P(\text{cavity})$ ,  $P(\text{toothache} \wedge \text{caught})$ , dst.

Joint probability distribution bisa dilihat sbg. penjabaran prior probability.



# Prior vs. posterior probability

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

## Prior probability:

Nilai probability tanpa informasi spesifik (unconditional).

Mis.:  $P(\text{cavity})$ ,  $P(\text{toothache} \wedge \text{caught})$ , dst.

Joint probability distribution bisa dilihat sbg. penjabaran prior probability.

## Posterior probability:

Nilai probability jika sesuatu informasi spesifik diketahui (conditional).

Mis.:  $P(\text{cavity} | \text{toothache})$

Baca: “probabilitas gigi pasien berlubang **jika diketahui** ia sakit gigi”

Definisi *conditional probability*:  $P(a|b) = \frac{P(a \wedge b)}{P(b)}$  untuk  $P(b) \neq 0$

Perumusan alternatif (**Product rule**):

$$P(a \wedge b) = P(a|b)P(b) = P(b|a)P(a)$$



# Outline

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- 1 Uncertainty
- 2 Probability theory
- 3 Semantics & Syntax
- 4 Inference**
- 5 Ringkasan



# Inference dengan probability

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Dengan *joint probability distribution*, probability sembarang proposition bisa dihitung sbg. jumlah probability sample point di mana ia bernilai true.

	<i>toothache</i>		$\neg$ <i>toothache</i>	
	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>
<i>cavity</i>	<b>.108</b>	<b>.012</b>	<b>.072</b>	<b>.008</b>
$\neg$ <i>cavity</i>	<b>.016</b>	<b>.064</b>	<b>.144</b>	<b>.576</b>



# Inference dengan probability

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Dengan *joint probability distribution*, probability sembarang proposition bisa dihitung sbg. jumlah probability sample point di mana ia bernilai true.

	<i>toothache</i>		$\neg$ <i>toothache</i>	
	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>
<i>cavity</i>	<b>.108</b>	<b>.012</b>	<b>.072</b>	<b>.008</b>
$\neg$ <i>cavity</i>	<b>.016</b>	<b>.064</b>	<b>.144</b>	<b>.576</b>

$$P(\text{toothache}) = 0.108 + 0.012 + 0.016 + 0.064 = 0.2$$





# Inference dengan probability

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Dengan *joint probability distribution*, probability sembarang proposition bisa dihitung sbg. jumlah probability sample point di mana ia bernilai true.

	<i>toothache</i>		$\neg$ <i>toothache</i>	
	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>
<i>cavity</i>	<b>.108</b>	<b>.012</b>	<b>.072</b>	<b>.008</b>
$\neg$ <i>cavity</i>	<b>.016</b>	<b>.064</b>	<b>.144</b>	<b>.576</b>

$$\begin{aligned}P(\textit{cavity} \vee \textit{toothache}) &= 0.108 + 0.012 + 0.072 + 0.008 + \\&\quad 0.016 + 0.064 \\&= 0.28\end{aligned}$$



# Inference dengan probability

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Dengan *joint probability distribution*, probability sembarang proposition bisa dihitung sbg. jumlah probability sample point di mana ia bernilai true.

	<i>toothache</i>		$\neg$ <i>toothache</i>	
	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>
<i>cavity</i>	<b>.108</b>	<b>.012</b>	.072	.008
$\neg$ <i>cavity</i>	<b>.016</b>	<b>.064</b>	.144	.576

Bisa juga menghitung conditional probability:

$$\begin{aligned} P(\neg \text{cavity} | \text{toothache}) &= \frac{P(\neg \text{cavity} \wedge \text{toothache})}{P(\text{toothache})} \\ &= \frac{0.016 + 0.064}{0.108 + 0.012 + 0.016 + 0.064} = 0.4 \end{aligned}$$



# Inference dengan probability

IKI30320

Kuliah 16

21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

Dengan *joint probability distribution*, probability sembarang proposition bisa dihitung sbg. jumlah probability sample point di mana ia bernilai true.

	<i>toothache</i>		$\neg$ <i>toothache</i>	
	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>	<i>catch</i>	$\neg$ <i>catch</i>
<i>cavity</i>	<b>.108</b>	<b>.012</b>	<b>.072</b>	<b>.008</b>
$\neg$ <i>cavity</i>	<b>.016</b>	<b>.064</b>	<b>.144</b>	<b>.576</b>



# Outline

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- 1 Uncertainty
- 2 Probability theory
- 3 Semantics & Syntax
- 4 Inference
- 5 Ringkasan**



# Ringkasan

IKI30320  
Kuliah 16  
21 Nov 2007

Ruli Manurung

Uncertainty

Probability  
theory

Semantics &  
Syntax

Inference

Ringkasan

- Teori probabilitas adalah bahasa formal yang dapat merepresentasikan pengetahuan tidak pasti (uncertain knowledge).
- Nilai probabilitas menyatakan keadaan knowledge/belief sebuah agent.
- Sebuah **joint probability distribution** mendefinisikan **prior probability** untuk setiap **atomic event**.
- Inference dicapai dengan menjumlahkan nilai probabilitas.