FACULTATEA
CALCULATOARE, INFORMATICĂ
ȘI MICROELECTRONICĂ

Departamentul
Informatică și
Ingineria Sistemelor

ANALIZA ȘI SINTEZA DISPOZITIVELOR NUMERICE

TITULAR: LECT.UNIV. ANA ȚURCAN

TEMA NR.2:
MINIMIZAREA FUNCŢIILOR LOGICE

1. Minimizarea funcţiilor logice cu ajutorul diagramelor Veith Karnaugh.
2. Minimizarea funcţiilor logice Quine McClaskay.
3. Minimizarea funcţiilor logice parţial determinate.

1. Prin metoda transformărilor echivalente utilizând proprietatile operatiilor logice se permite obţinerea unor forme mai simple a FL însă nu este metoda cea mai sigură. Din această cauză au fost elaborate metode sistematice pentru obţinerea expresiilor minimale a FL.

Metoda diagramei Veith Karnaugh – la minimizarea funcţiei logice prin această metodă se procedează în felul următor: în baza tabelului de adevăr a funcţiei care trebuie minimizată se completează diagrama Veith Karnaugh a acestei funcţii. Această diagramă conţine atâtea celule câte combinaţii posibile a variabililor de intrare poate avea funcţia dată. Adică fiecărui celule din diagramă îi corespunde o combinaţie a variabilelor de intrare.

Celulele vecine sunt amplasate în aşa fel ca cele ce corespund combinaţiilor ce se pot alipi între ele să fie amplasate ca vecine.

La completarea diagramei celula ce corespunde unei combinaţii egale cu 1 în tabelul de adevăr se completează cu cifra 1 iar cele ce corespund combinaţiilor egale cu 0 în tabelul de adevăr rămân necompletate.

După ce sa completat diagrama Veith Karnaugh se efectuează alipirile din tabel în aşa fel ca fiecare unitate din tabel să fie acoperită de alipiri iar numărul acestor alipiri să fie minimal posibil.

Se pot alipi concomitent 1,2,4,8,16 combinaţii.

În urma alipirii ramiine doar partea comuna a celulilor alipite. Cele care se deosebesc se elimina.

Exemplu:

X3 \ x1x2	0 0	0 1	1 1	1 0
0	*	1	*	
1		*		

X3 \ x1x2	0 0	0 1	1 1	1 0
0		1	1	1
1		1		

$$y = \overline{x1}x2 \vee x1\overline{x3}$$

X3 \ x1x2	0 0	0 1	1 1	1 0
0		1	1	
1		1	1	

$$y = x2$$

X3 \ x1x2	0 0	0 1	1 1	1 0
0	1	1	1	1
1				

$$y = \overline{x3}$$

Diagrama Karnaugh de 3 variabile

x3x4 \ x1x2	0 0	0 1	1 1	1 0
0 0		1		
0 1	1	1	1	1
1 1	1		1	1
1 0	1	1	1	1

$$y= \overline{x1}x2\overline{x3}Vx3\overline{x4}Vx1x4V\overline{x2}x4$$

Exemplu: y=V(0,1,2,4,5,8,9,10,12,14)

Nr	X1	X2	X3	X4	y
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

x1x2 / x3x4	0 0	0 1	1 1	1 0
0 0	0	4	12	8
0 1	1	5	13	9
1 1	3	7	15	11
1 0	2	6	14	10

Exemplu: $y = V(0,1,2,4,5,8,9,10,12,14)$

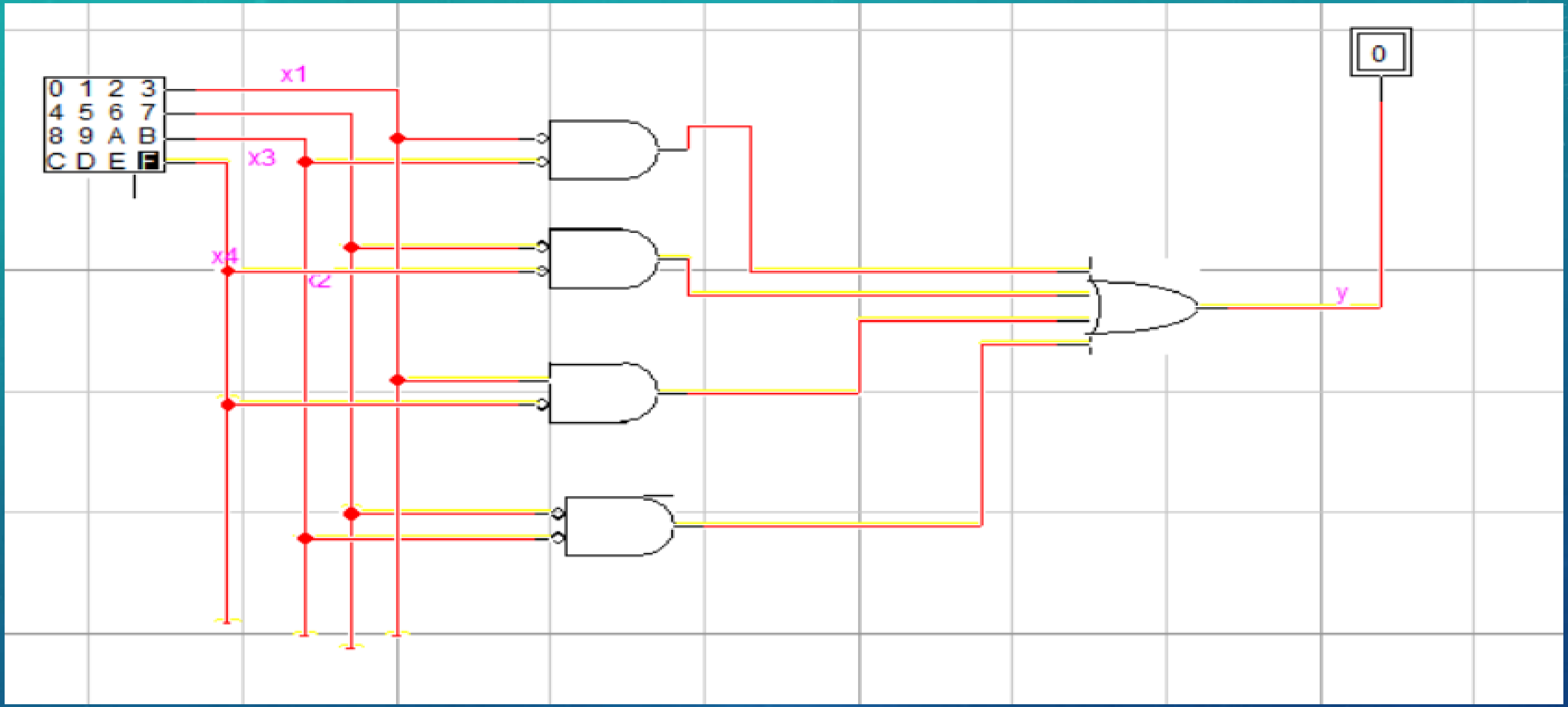
Nr	X1	X2	X3	X4	y
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

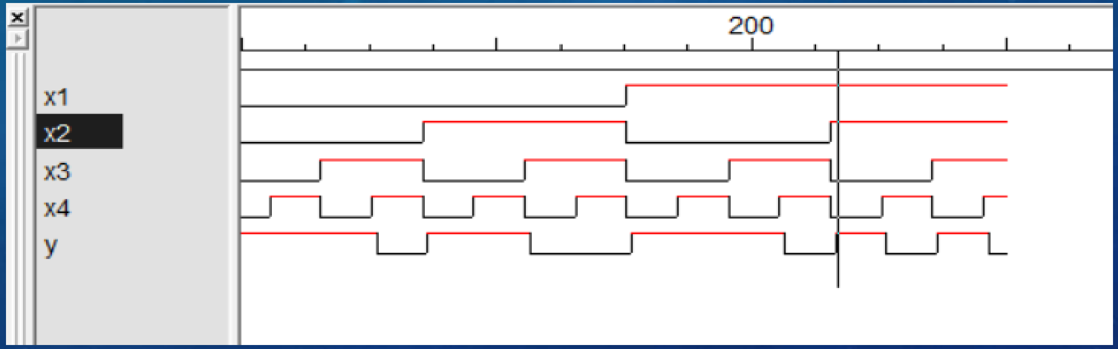
x1x2 / x3x4	0 0	0 1	1 1	1 0
0 0	1	1	1	1
0 1	1	1		1
1 1				
1 0	1		1	1

$y = \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_4 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3$ ȘI/SAU

Implimentarea circuitului în LogicWorks

$$y=\bar{x}_1\bar{x}_3 V \bar{x}_2\bar{x}_4 V \bar{x}_1 x_4 V \bar{x}_2\bar{x}_3$$ ȘI/SAU





x4x5 \ x1x2x3	000	001	011	010	110	111	101	100
00		*						
01	*	1	*				*	
11		*						
10								

Diagrama Veith Karnaugh pentru funcția de 5 variabile:

x4x5 \ x1x2x3	000	001	011	010	110	111	101	100
00			1			1		
01	1	1	1	1	1		1	1
11		1	1			1	1	
10								

$Y = x2x3\overline{x}4\overline{x}5 \vee x3x4x5 \vee \overline{x}2\overline{x}4x5 \vee \overline{x}3\overline{x}4x5 \vee \overline{x}1x3x5$ SI/SAU

x4x5x6 \ x1x2x3	000	001	011	010	110	111	101	100
000		*						
001	*	1	*				*	
011		*						
010								
110								
111								
101		*						
100								

Diagrama Veith Karnaugh pentru funcția de 6 variabile:

x1x2x3 / x4x5x6	000	001	011	010	110	111	101	100
000								
001	1	1	1	1	1			
011	1				1			1
010								
110								
111	1				1			1
101	1	1	1	1	1			
100								

$$Y= \overline{x1}\,\overline{x5}x6 V \overline{x2}\,\overline{x3}x5x6 V x1x2\overline{x3}x6$$

Minimizarea funcţiilor logice prin metoda Quine McClaskay:

Minimizarea funcţiei logice cu numărul diagramei Veith Karnauth este posibilă în cazul cînd numărul variabilei este 6 în cazul cînd numărul variabilei întrece cifra 6 se trece la alte metode de minimizare dintre care cea mai des folosită este metoda Quine Mc Claskay, această metodă de minimizare cuprinde cîteva etape:

I. Divizarea echivalenţilor binari ai conjuncţiilor(disjuncţiilor) în grupuri.

La această etapă pentru toţi mintermii (maxtermii) ai funcţiei respective se scriu şi se împart în grupuri echivalenţii bunari ai conjuncţiilor(disjuncţiilor) variabilelor funcţiei. Divizarea se face prin ordonarea echivalenţilor binari după numărul de unităţi ce se conţin în codurile binare ale lor.

II. Determinarea implicanţilor primi:

La această etapă fiecare echivalent binar dintr-un grup se compară cu fiecare echivalent binar din grupul vecin şi se alipesc cele care se deosebesc printr-o singură variabilă, procedura continuă pînă atunci cînd nici una din acestea nu mai poate fi alipite.

Conjuncţiile care vor rezulta în urma acestor alipiri şi sunt implicanţii primi.

Implicant prim al unei funcţii se numeşte conjuncţia sau disjuncţia acestei funcţii care nu mai poate fi redusă sau simplificata prin procedura de alipire sau cuplare.

III. Elaborarea tabelului de acoperire:

Acest tabel va avea un număr de coloane egal cu numărul de unităţi a funcţiei care se minimizează şi un număr de rânduri egal cu implicanţii primi obţinuţi la prima etapă. Tabelul se completează în felul următor: dacă în implicanţii termenilor primi se conţine în conjuncţia respectivă atunci la intersecția rîndului unde se află implicantul şi coloana conjuncţiei respective se notează cu o bifă.

IV. Determinarea implicantilor primi esenţiali.

Dacă în una din coloanele tabelei se află un singur marcaj, atunci implicantul prim ce se află în rândul corespunzator și se numeşte **implicant prim esential**, respectiv acest implicant nu poate lipsi în forma finală a funcţ. Din tabel se exclud rândurile care corespund implicanţilor esentiali și coloane ce includ aceşti implicanți esențiali.

V. Reducerea coloanelor de prisos.

Dacă în tabelul respectiv în urma etapei precedente sunt marcaje identice in 2 coloane, rezultă ca in una din ele poate fi exclusă.

VI. Reducerea implicanților primi de prisos.

Dacă după reducerea coloanelor de prisos vor apărea linii in care nu-i nici un marcaj, rezultă că implicanţii primi care corespund acestor linii se exclud din analiza ulterioara.

VII. Alegerea acoperirii maximale cu un număr minimal de implicanţi.

Din ultimul tabel se alege o astfel de mulţime de implicanţi primi care acoperă toate coloanele tabelului.

Se dă prioritate variantei de acoperire cu un număr sumar minimal de variabile în implicanții primi care formează această acoperire.

Exemplu:

n	x4	x3	x2	x1	y
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1

y=V(0,1,4,5,7,8,10,11,13,15)

nivelul	Echiv.binar		I alipire		II aplipire
0	0000*	0/1	000-* 0-00* -000(6)	0/1- 1/2	0-0-(1)
1	0001* 0100* 1000*	1/2	0-01* 010-* 10-0(5)	1/2- 2/3	
2	0101* 1010*	2/3	01-1* -101* 101-(4)	2/3- 3/4	-1-1(2)
3	0111* 1011* 1101*	3/4	-111* 1-11(3) 11-1*		
4	1111*				

Exemplu: $y=V(0,1,4,5,7,8,10,11,13,15)$

Implicant primi	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	$\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4$	$x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4$	$\bar{x}_1x_2x_3x_4$	$x_1\bar{x}_2x_3x_4$	$x_1x_2\bar{x}_3x_4$	$x_1x_2x_3x_4$
$\bar{x}_1\bar{x}_3$	v	v	v		v					
x_2x_4					v		v		v	v
$x_1x_3x_4$								v		v
$x_1\bar{x}_2x_3$						v		v		
$x_1\bar{x}_2x_4$								v		
$\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$	v			v						
	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

$y=\overline{X}1\overline{X}3VX2X4Vx1\overline{x}2x3V\overline{x}2\overline{x}3\overline{x}4$ SI/SAU

Deseori la sinteza dispozitivelor numerice funcţiile care se necesită de a fi minimizate sunt parţial determinate.

O funcție se numește ***parțial determinată*** sau incomplet definită dacă p/u unele combinații ale variabilelor de intrare nu este precizată valoarea funcției.

Respectiv din 2^n combinații funcția este determinată pentru m combinaţii (m< 2^n), adică pentru o parte de combinații funcția are valoare 0, pentru altele alte combinații valoarea 1, iar pentru restul (2^n -m) nu are o valoare strictă determinată.

Minimizarea unor asemenea funcții are loc în felul următor: Combinaţia pentru care funcţia nu e determinată în tabelul de adevăr se notează printr-un semn distinct(*) şi în procesul de minimizare valoarea lor se stabilește egală cu unu dacă aceasta va duce la o formă mai simplă şi egală cu zero în cazul când acest lucru face funcția optimală.

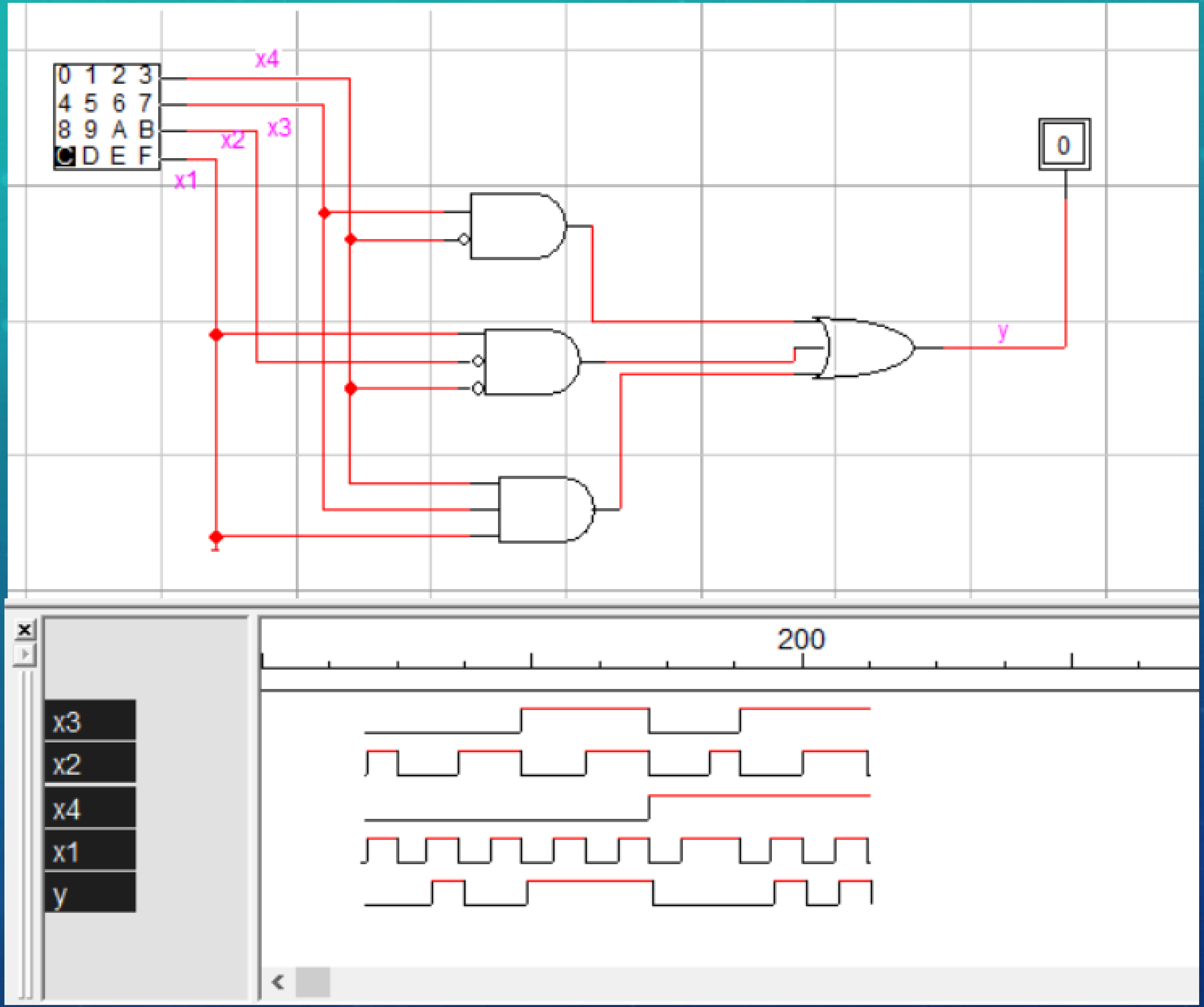
Exemplu

$$Y=\begin{cases} \vee(1,4,5,11,15) \\ \wedge(0,3,8,9,10,12,14) \end{cases}$$

x_4	x_3	x_2	x_1	y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	*
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	*
0	1	1	1	*
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	*
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

x_2x_1 \ x_4x_3	00	01	11	10
00		1		
01	1	1	*	
11		*	1	1
10	*	*		

$$y = \overline{x_4}\,x_3 \cup \overline{x_4}\,\overline{x_2}\,x_1 \cup x_4 x_3 x_1$$



0 1 2 3
4 5 6 7
8 9 A B
C D E F
x4
x3
x2
x1
0
y
200
x3
x2
x4
x1
y

Vă mulțumesc pentru atenție!

ÎNTREBĂRI