FACULTATEA
CALCULATOARE, INFORMATICĂ
ȘI MICROELECTRONICĂ

Departamentul
Informatică și
Ingineria Sistemelor

ANALIZA ȘI SINTEZA DISPOZITIVELOR NUMERICE

TITULAR: LECT.UNIV. ANA ȚURCAN

STRUCTURA CURSULUI:

- 45/12 ore prelegeri – lect. univ. Ana Țurcan
- 15/4 ore seminar
- 15/6 ore laborator

SCOPUL DISCIPLINEI:

Studierea bazelor logice şi aritmetice ale calculatoarelor numerice, însuşirea metodelor de analiză şi sinteză a circuitelor logice combinaţionale şi secvenţiale pentru a le permite studenţilor să analizeze, proiecteze şi implementeze dispozitive numerice.

BIBLIOGRAFIA:

1. V.Gîscă, S.Zaporojan, V. Sudacevschi: Analiza şi Sinteza Dispozitivelor Numerice. Îndrumar de laborator.1999 (1361);
2. V.Gîscă, S.Zaporojan: Bazele proiectării dispozitivelor numerice. Ciclu de prelegeri. Chişinău, 2008;
3. Alexandru Valahi: Analiza, sinteza şi testarea dispozitivelor numerice. Editura Nord-Est. Iaşi 1993- 2009;
4. Gheorghe TOACSE, Dan NICULA, ELECTRONICA DIGITALA. Dispozitive, Circuite, Proiectare (I), , Editura Tehnica, Bucuresti, 2005;
5. B. WILKINSON, *Electronica Digitala Bazele proiectarii*. Ed. Teora, 2002;
6. Ptorac Alin-Dan: Bazele proiectarii circuitelor numerice Bucuresti, 2002;
7. Milea Dan: Circuite numerice - întroducere în sistemele de calcul Bucuresti, 2010;

NOȚIUNI INTRODUCTIVE:

Dispozitiv numeric **–** orice componentă a calculatorului care poate fi descrisă cu ajutorul logicii algebrei Booleene.

Sinteza dispozitivului numeric **-** este întregul proces de elaborare a structurii dispozitivului numeric începând cu descrierea destinaţiei dispozitivului respectiv şi terminînd cu schema definitivă a lui.

Analiza dispozitivului numeric reprezintă procedura de descriere a funcţionării dispozitivului numeric respectiv şi de descriere formală a lui în cazul   când schema acestui dispozitiv există deja.

Disciplina ASDN *este destinată studierii de către studenţi a metodelor de sinteză a elementelor funcţionale, a automatelor numerice de comandă şi operaţionale care sunt baza oricărui calculator numeric.*

TEMA NR.1:
1.1 VARIABILELE ȘI FUNCȚIILE LOGICE

- **Variabila logică** (booleeană) - este o variabilă care poate avea doar două valori 0 şi 1. Pentru 1 se subînţelege că această variabilă reprezintă un adevăr iar pentru 0 – reprezintă o eroare.

Funcţia logică - este o funcţie dependentă doar de variabilele logice şi care poate avea tot numai valori de 0 şi 1

În tabelul ce urmează sunt prezentate toate valorile posibile pe care le poate avea funcţia de 2 variabile.

x_1	x_2	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Din cele 16 funcţiii prezintă interes mai deosebit următoarele funcţii:

1. F_0 - constanta zero, fals total.
2. F_1 - funcţia ŞI, înmulţirea logică, conjuncţia: $X_1\ X_2$; $X_1 \& X_2$
3. F_6 - SAU Exclusiv, suma modulo 2: $X_1 \oplus X_2$;
4. F_7- Disjuncţia, funcţia SAU, adunarea logică : $X_1 \vee X_2$
5. F_8 - funcţia logică Peerce SAU-NU, negarea disjuncţiei: $\overline{X_1 \vee X_2}$;
6. $F_{10} = \overline{X_2}$
7. $F_{12} = \overline{X_1}$
8. F_{14} - funcţia Sheffer , SI-NU: $\overline{X_1\ X_2}$
9. F_{15} – constanta 1

Pentru prelucrarea informaţiei logice se utilizează o serie de legi şi axiome care stau la baza algebrei booleene.

De menționat faptul că Algebra logică are la bază principiul dualității potrivit căruia toate axiomele și teoremele rămân valabile dacă se fac schimbările

+ cu * respectiv 0 cu 1.

Conform principiului dualității fiecare axiomă și teoremă are două forme.

- **Legile și Axiomele algebrei booleene**

1. comutativitatea: $x \vee y = y \vee x$ $xy=yx$

2. asociativitatea: $x \vee y \vee z=(x \vee y) \vee z=x \vee (y \vee z)$

$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z = x \cdot y \cdot z$

3. distributivitate: $x(y \vee z)=xy \vee xz$

4. elemente neutre:

$x \cdot 0 = 0$ $x \vee 0=x$

$x \cdot 1 = x$ $x \vee 1=1$

$x \cdot x = x$ $x \vee x=x$

$x \cdot \bar{x} = 0$ $x \vee \bar{x}=1$

4. dubla negație: $\bar{\bar{x}} = x$

5. legea absorbţiei: $xVxy=x$

$x(xVy)=x$

6. legea semiabsorbţiei: $x \; V \; \bar{x}y = xVy$

7. Legile lui DeMorgan: $xy=\overline{\overline{x}\vee\overline{y}}$ $\qquad$ $x\vee y=\overline{\overline{x}\;\overline{y}}$

V

1.2 FORMELE DE REPREZENTARE A FUNCŢIILOR LOGICE

1. **Reprezentarea prin metoda tabelelor de adevăr.**
2. **Reprezentarea prin metoda analitică.**
3. **Reprezentarea cu ajutorul elementelor logice.**

1. **Tabelul de adevăr -** a unei funcţii logice conţine **m+n** – coloane şi $\mathbf{2^n}$ – rânduri.
Unde **n** este numărul de variabile iar **m** numărul de funcţii.
În acest tabel de adevăr sînt incluse toate combinaţiile posibile care le pot avea variabilele funcţiilor.

Nr ord	X1	X2	X3
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

Exemplu de tabel de adevăr cu trei și patru variabile:

Nr ord	X1	X2	x3	x4
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

2. În **formă analitică** funcţiile sunt reprezentate prin intermediul operaţiilor logice (conjuncţie, disjuncţie şi negări). Expresiile analitice au 2 forme de reprezentare:

- **forma canonică disjunctivă** care se bazează pe utilizarea constituenţilor unităţii (mintermi).
- **forma canonică conjunctivă** care se bazează pe utilizarea constituenţilor lui zero (maxtermi).

Definiții:

- Se numeşte **constituient al unităţii** funcţia elementară egală cu 1, care este formată din produsul logic al tuturor variabilelor funcţiei respective.

- Se numeşte **constituient al zeroului** funcţia elementară egală cu 0, care este formată din adunarea logică al tuturor variabilelor funcţiei respective.

- Conjuncţia (Disjuncţia) variabilelor x1,x2…xn se numeşte **elementară** dacă în această conjuncţie (disjuncţie) fiecare variabilă se întâlneşte nu mai mult de o singură dată.

- Numărul de variabile care formează conjuncţia (disjuncţia) se numeşte **rangul** acestei conjuncţii (disjuncţii).

- Disjuncția conjuncțiilor elementare de rangul n a funcţiei f(x1,x2…xn) se numește **Forma Canonică Perfectă Disjunctivă** a funcției respective sau **FCD**.

- Iar FCD în care nu toate conjuncțiile sunt de rangul n se numește **Forma Disjunctivă Normală** a funcției respective.

- FCD care conține cele mai puține componente a variabilelor de intrare în comparație cu alte forme echivalente se numește **Forma Minimală Disjunctivă.**

- Conjuncția disjuncțiilor elementare de rangul n a funcției f(x1,x2…xn) se numește **Forma Canonică Perfectă Conjunctivă** a funcției sau FCC.
- Iar FCC care conține măcar o disjuncție cu rangul mai mic de n se numește **Forma Conjunctivă Normală** a funcției respective.
- FCC care conține cele mai puține variabile și componente ale funcției respective se numește **Forma Conjunctivă Minimală.**

Exemplu: y=v(1,2,5,7)

Nr ord	X1	X2	X3	y
0	0	0	0	**0**
1	0	0	1	**1**
2	0	1	0	**1**
3	0	1	1	**0**
4	1	0	0	**0**
5	1	0	1	**1**
6	1	1	0	**0**
7	1	1	1	**1**

Pentru a reprezenta o funcţie logică în FCD se procedează în felul următor pentru fiecare combinaţie unde funcţia este egală cu “1” se înscrie conjuncţia variabililor acestei funcţii în felul următor: dacă variabila este egală cu zero ea se scrie cu negare, iar dacă este unu ea se scrie fără negare. Toate aceste conjuncţii se unesc printre ele cu semnele de disjuncţie.

FCDP $y=\overline{x}_1\overline{x}_2x_3 \cup \overline{x}_1x_2\overline{x}_3 \cup x_1\overline{x}_2x_3 \cup x_1x_2x_3$

FCC a unei funcţii se formează-n felul următor: se scriu disjuncţiile pentru combinaţiile funcţiei unde funcţia are valoarea “0”. Variabilele din disjuncţie se scriu astfel: dacă var.=0 ea se scrie neschimbată iar dacă var=1 ea se scrie cu negare.

Nr ord	X1	X2	X3	y
0	0	0	0	**0**
1	0	0	1	**1**
2	0	1	0	**1**
3	0	1	1	**0**
4	1	0	0	**0**
5	1	0	1	**1**
6	1	1	0	**0**
7	1	1	1	**1**

Din tabel pentru y=0 vom avea:

FCCP $y=(x_1 \cup x_2 \cup x_3)(x_1 \cup \overline{x}_2 \cup \overline{x}_3)\ (\overline{x}_1 \cup x_2 \cup x_3)(\overline{x}_1 \cup \overline{x}_2 \cup x_3)$ SAU/ŞI

Pe lângă formele disjunctiv (şi/sau) şi conjunctiv (sau/şi) mai există încă 6 forme de reprezentare a unei funcţii.

Respectiv sunt 8 forme de reprezentare a unei funcţii logice.

Exemplu:

$xy=\overline{\bar{x} \vee \bar{y}}$ $\qquad$ $x \vee y=\overline{\bar{x}\ \bar{y}}$

Exemplu: $y=\vee(1,2,5,7)$

Nr	X1	X2	X3	y
0	0	0	0	**0**
1	0	0	1	**1**
2	0	1	0	**1**
3	0	1	1	**0**
4	1	0	0	**0**
5	1	0	1	**1**
6	1	1	0	**0**
7	1	1	1	**1**

FCDP $y=\bar{x}_1\bar{x}_2x_3 \cup \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 \cup x_1\bar{x}_2x_3 \cup x_1x_2x_3$ ŞI/SAU

$$y=\overline{(\overline{\bar{x}_1\bar{x}_2x_3})(\overline{\bar{x}_1x_2\bar{x}_3})(\overline{x_1\bar{x}_2x_3})(\overline{x_1x_2x_3})}$$

ŞI-NU/ŞI-NU

$$y=\overline{(x_1 \cup x_2 \cup \bar{x}_3)(x_1 \cup \bar{x}_2 \cup x_3)(\bar{x}_1 \cup x_2 \cup \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \cup \bar{x}_2 \cup \bar{x}_3)}$$

SAU/ŞI-NU

$$y=(\overline{x_1 \cup x_2 \cup \bar{x}_3}) \cup (\overline{x_1 \cup \bar{x}_2 \cup x_3}) \cup (\overline{\bar{x}_1 \cup x_2 \cup \bar{x}_3}) \cup (\overline{\bar{x}_1 \cup \bar{x}_2 \cup \bar{x}_3})$$

SAU-NU/SAU

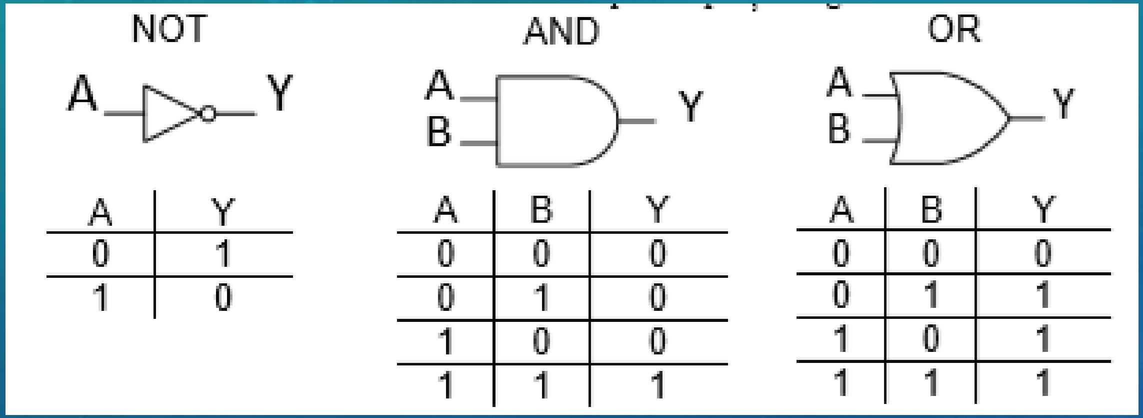
FCCP $y=(x_1 \cup x_2 \cup x_3)(x_1 \cup \overline{x}_2 \cup \overline{x}_3)\,\&\,(\overline{x}_1 \cup x_2 \cup x_3)(\overline{x}_1 \cup \overline{x}_2 \cup x_3)$ SAU/ȘI

$y=(\overline{\overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3})(\overline{\overline{x}_1 x_2 x_3})(\overline{x_1\overline{x}_2\overline{x}_3})(\overline{x_1 x_2\overline{x}_3})$ ȘI-NU/ȘI

$y=\overline{(\overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3)\cup(\overline{x}_1 x_2 x_3)\cup(x_1\overline{x}_2\overline{x}_3)\cup(x_1 x_2\overline{x}_3)}$ ȘI/SAU-NU

$y=\overline{(\overline{x_1 \cup x_2 \cup x_3})\cup(\overline{x_1 \cup \overline{x}_2 \cup \overline{x}_3})\cup(\overline{\overline{x}_1 \cup x_2 \cup x_3})\cup(\overline{\overline{x}_1 \cup \overline{x}_2 \cup x_3})}$ SAU-NU/SAU-NU

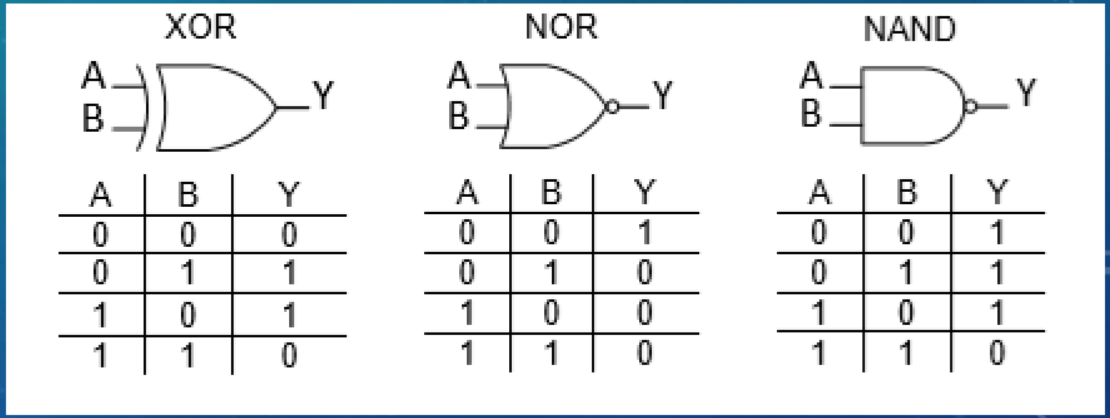
3. **O poartă logică** - este un circuit electronic care implementează o funția logică. Fiecare poartă logică îi este asociată un simbol grafic, în literatura de specialitate se foloseşte următoarea simbolizare a acestor circuite:



A	Y
0	1
1	0

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



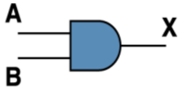
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Boolean Expression **Logic Diagram Symbol** **Truth Table**

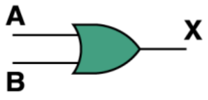
$X = A \cdot B$



A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Boolean Expression **Logic Diagram Symbol** **Truth Table**

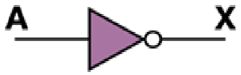
$X = A + B$



A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Boolean Expression **Logic Diagram Symbol** **Truth Table**

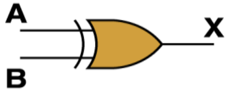
$X = \overline{A}$



A	X
0	1
1	0

Boolean Expression **Logic Diagram Symbol** **Truth Table**

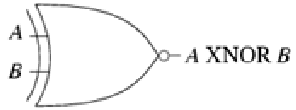
$X = A \oplus B$



A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Boolean Expression | **Logic Diagram Symbol** | **Truth Table**

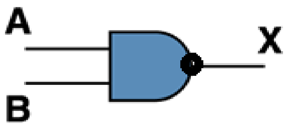
$$X = \overline{A \oplus B}$$



A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Boolean Expression | **Logic Diagram Symbol** | **Truth Table**

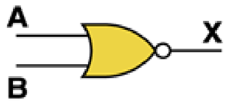
$$X = \overline{A \cdot B}$$



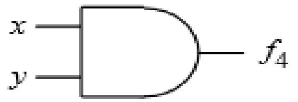
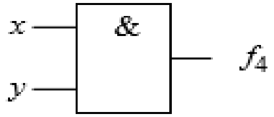
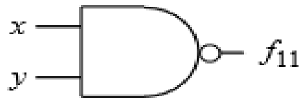
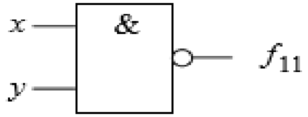
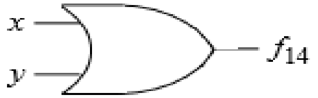
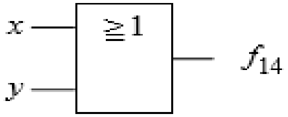
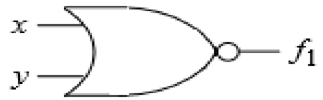
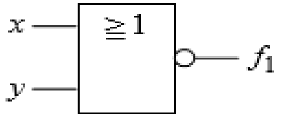
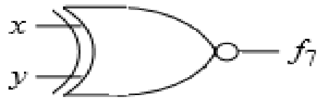
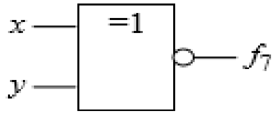
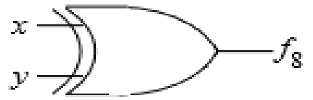
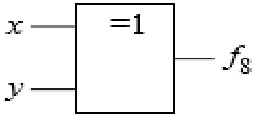
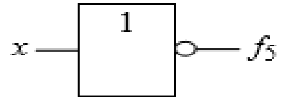
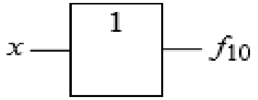
A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Boolean Expression | **Logic Diagram Symbol** | **Truth Table**

$$X = \overline{(A + B)}$$

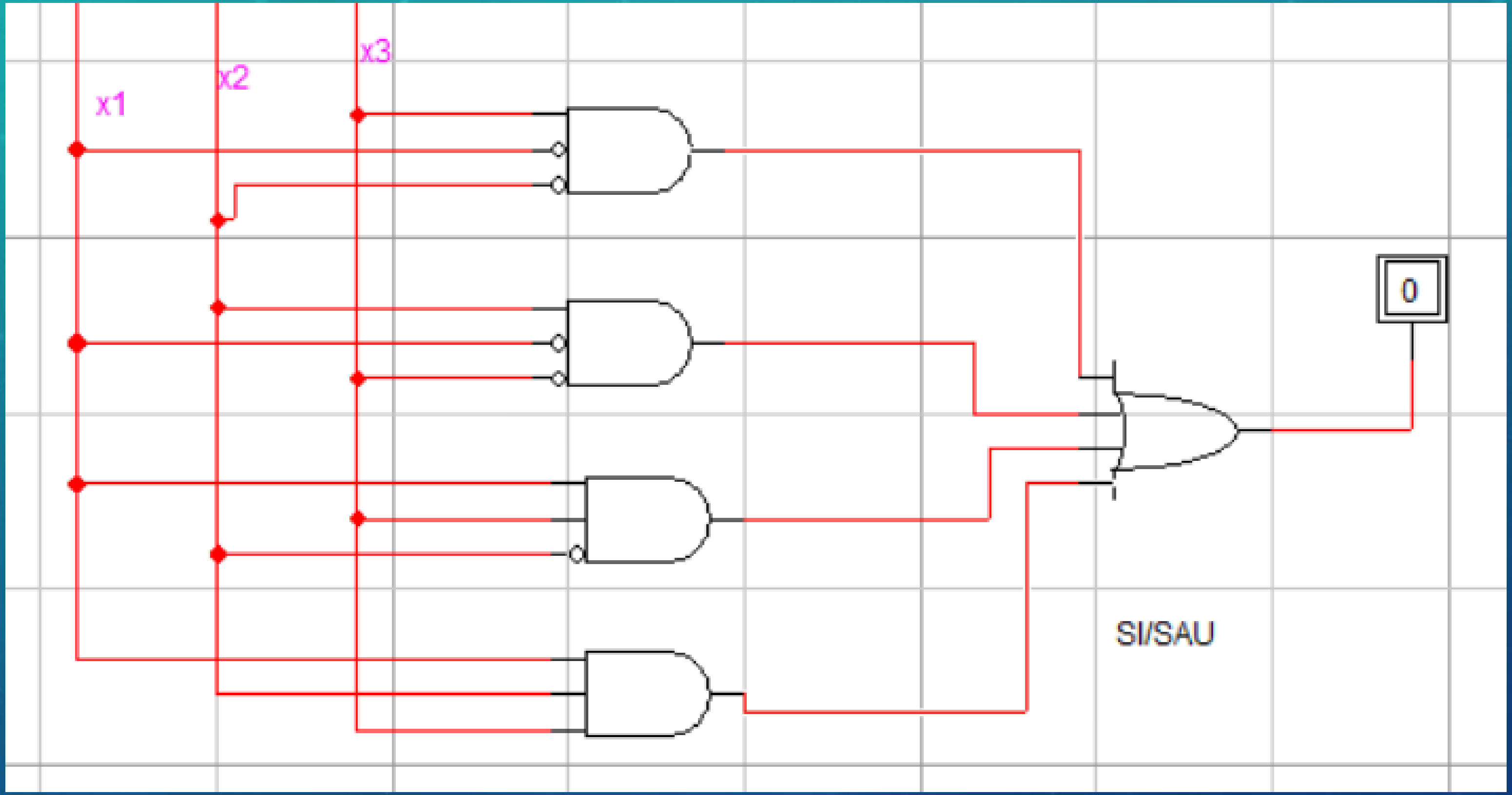


A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

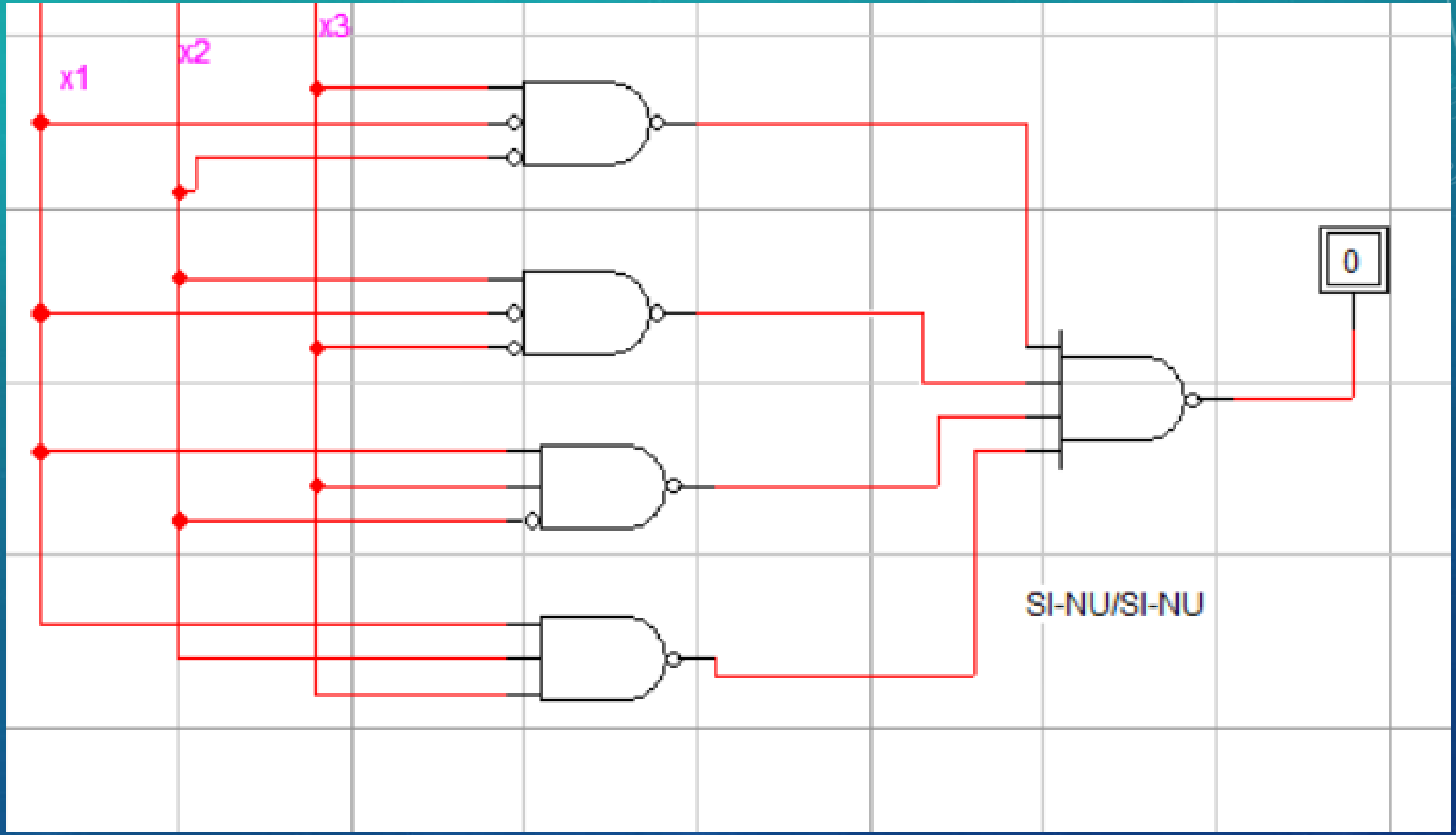
Denumirea funcției și relația booleană	Denumirea circuitului	Reprezentări grafice standard	
		MIL-STD-806B	CEI
conjuncția $f_4 = x \cdot y$	ȘI (AND)		
negarea conjuncției $f_{11} = \overline{x \cdot y}$	ȘI-NU (NAND)		
disjuncția $f_{14} = x + y$	SAU (OR)		
negarea disjuncției $f_1 = \overline{x + y}$	SAU-NU (NOR)		
echivalența $f_7 = \overline{x \oplus y}$	COINCIDENȚA (COMPARATOR)		
negarea echivalenței $f_8 = x \oplus y$	SAU EXCLUSIV (XOR)		
negația $f_5 = \bar{x}$; $f_6 = \bar{y}$	INVERSOR (NOT)		
identitate $f_{10} = x$; $f_9 = y$	NEINVERSOR (BUFFER)		

- Porți logice ce implementează funcții logice

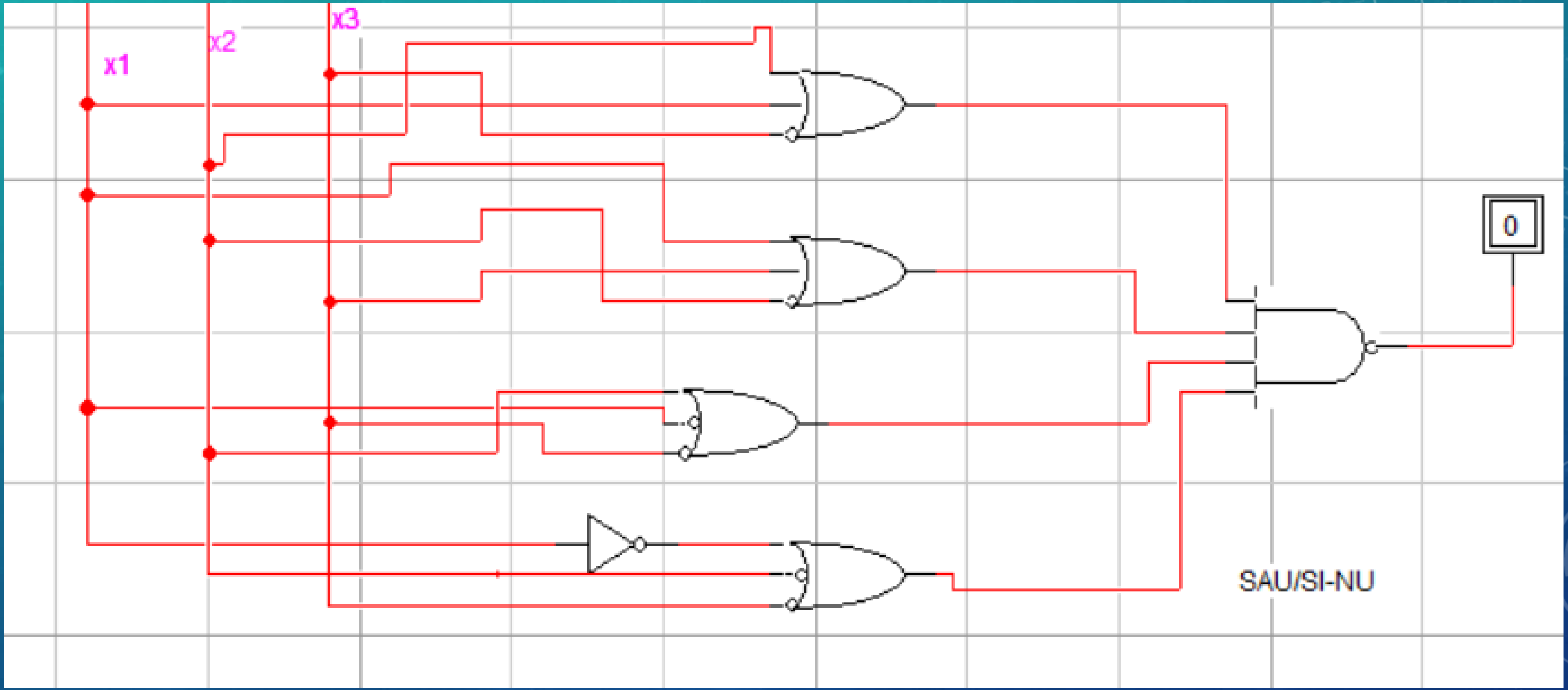
FCDP $y=\overline{x}_1\overline{x}_2x_3 \cup \overline{x}_1x_2\overline{x}_3 \cup x_1\overline{x}_2x_3 \cup x_1x_2x_3$ ŞI/SAU



$$y = \overline{(\overline{\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3})(\overline{\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3})(\overline{x_1 \bar{x}_2 x_3})(\overline{x_1 x_2 x_3})}$$ ŞI-NU/ŞI-NU



$$y = \overline{(x_1 \cup x_2 \cup \overline{x}_3)(x_1 \cup \overline{x}_2 \cup x_3)}\;\overline{(\overline{x}_1 \cup x_2 \cup \overline{x}_3)(\overline{x}_1 \cup \overline{x}_2 \cup \overline{x}_3)}$$ SAU/ȘI-NU



Vă mulțumesc pentru atenție!

ÎNTREBĂRI