

## Sinteza Numărătoarelor

**Definiție:** Numărătoarele sunt CLS care își schimbă starea la fiecare impuls de ceas.

Tranziția între stările succesive se produce în urma impulsurilor aplicate la intrarea numărătorului. După aplicarea unui număr de  $M$  impulsuri, numărătorul revine în starea inițială.

Un numărător cu  $M$  stări se numește numărător **modulo  $M$** .

Relația dintre modulo și numărul de bistabile  $n$ , ce intră în componența numărătorului

$$n = \lceil \log_2 M \rceil$$

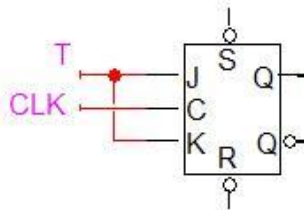
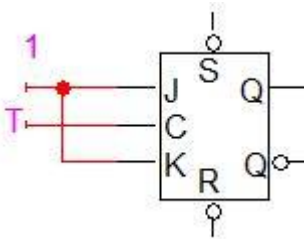
Unde  $M$  este modulă iar  $n$ - numărul de bistabile

Un numărător binar complet cu  $n$  bistabile va avea  $2^n$  stări.

Dacă modulul numărătorului  $M < 2^n$ , acest numărător se numește numărător cu modul arbitrar. Aceste numărătoare au circuite suplimentare care trec forțat numărătorul în starea inițială după atingerea numărului maximal de stări.

Componenta de bază a numărătoarelor sunt bistabilele și CLC pentru conducerea cu bistabilele.

De obicei în numărătoare se utilizează bistabilele T sau alte bistabile care funcționează în regim de bistabil T.



În dependență de ordinea de modificare a stării bistabilelor acestea se clasifică în:

- **numărător direct** - dacă numărătorul realizează o succesiune de stări codificate în ordine crescătoare;

- **numărător invers** - dacă succesiunea stărilor este în ordine descrescătoare.
- **numărător reversibil** - numărătorul care realizează atât numărarea directă, cât și cea inversă. În acest caz în circuit se va adăuga un semnal care va stabili regimul de funcționare.

În dependență de modul de comutare a bistabilelor, numărătoarele se clasifică în:

- **sincrone** (bistabilele își schimbă starea concomitent);
- **asincrone** (starea bistabilelor se schimbă succesiv).

### Numărătorul asincron binar

Vom considera un numărător cu 3 bistabile deci  $2^3=8$  stări.

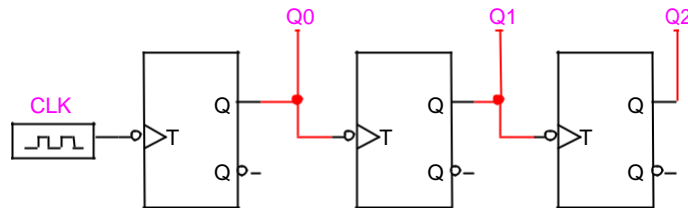
Succesiunea de numărare în cele două sensuri este prezentată în tabel:

Tabelul de stări al numărătorului modulo 8

Nr. de impul- suri	Numărare directă			Numărare inversă		
	Rang			Rang		
	2	1	0	2	1	0
0	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0
2	0	1	0	1	0	1
3	0	1	1	1	0	0
4	1	0	0	0	1	1
5	1	0	1	0	1	0
6	1	1	0	0	0	1
7	1	1	1	0	0	0
8	0	0	0	1	1	1

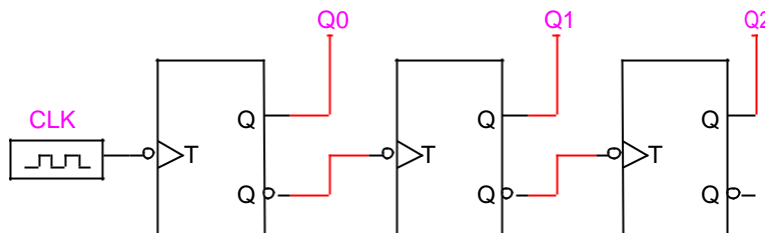
Analiza succesiunii cifrelor de rang 0 conduce la concluzia că succesiunea respectivă poate fi realizată în baza bistabilelor de tip  $T$ , care basculează la fiecare impuls de ceas. Cu alte cuvinte bistabilul  $T$  este un numărător modulo 2. Extinzând analiza pentru rangurile 1, 2, ..., se poate observa că un numărător modulo  $M=2^n$  se obține prin înserierea a  $n$  bistabile de tip  $T$ . Într-o asemenea înseriere fiecare din bistabilele de tip  $T$  când revine în starea inițială (zero) trebuie să transmită un semnal de comandă la intrarea de ceas a bistabilului aflat în rangul vecin mai semnificativ. Impulsurile de numărare trebuie aplicate la intrarea de ceas a bistabilului de rang 0.

Schema numărătorului asincron, direct modulo 8:



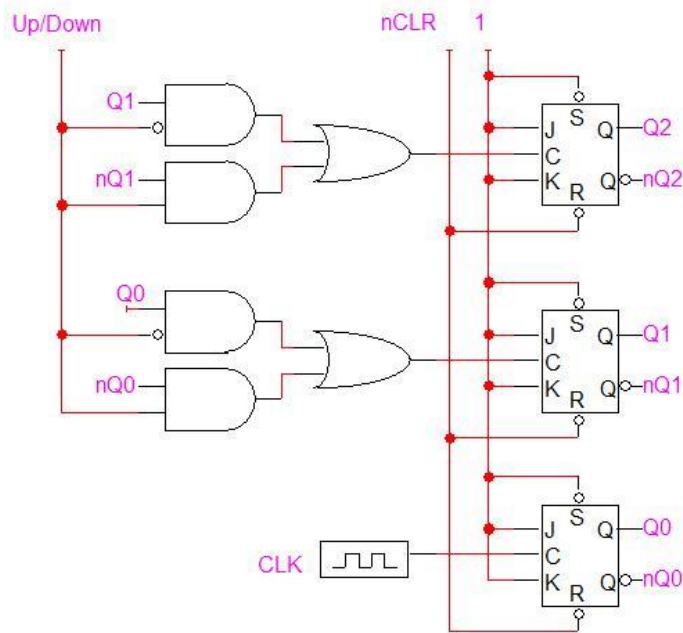
Pe frontul negativ al primului impuls de numărare bistabilul  $Q_0$  se va comuta din 0 în 1, iar  $Q_1$  și  $Q_2$  vor rămâne în starea de zero logic. Pe frontul negativ al celui de-al doilea impuls de numărare  $Q_0$  se va comuta din 1 în 0. Deoarece ieșirea  $Q_0$  comandă intrarea de ceas a bistabilului  $Q_1$ , atunci frontul negativ la ieșirea  $Q_0$  va duce la comutarea lui  $Q_1$  din 0 în 1,  $Q_2$  rămânând în starea zero. Deci, se observă că pe fiecare front negativ al impulsului de numărare basculează  $Q_0$ ,  $Q_1$  se inversează pe frontul negativ al ieșirii lui  $Q_0$ , iar  $Q_2$  se inversează pe frontul negativ al lui  $Q_1$ .

Pentru a realiza numărarea în sens invers conectarea bistabilelor se face astfel, încât intrarea de ceas a fiecărui bistabil să fie comandată de ieșirea inversă a bistabilului din rangul vecin mai puțin semnificativ.



Numărător asincron invers modulo 8

Dacă se dorește o funcționare reversibilă, numărătorul trebuie să conțină un semnal de comandă Up/Down. Acest semnal va determina sensul de numărare direct/invers prin selectarea fie a ieșirilor directe  $Q$ , fie a ieșirilor inverse  $\bar{Q}$ . O structură reversibilă se obține simplu dacă la ieșirea fiecărui bistabil este conectat un comutator logic care va selecta pentru numărarea directă ieșirea  $Q$ , iar pentru numărarea inversă ieșirea  $\bar{Q}$ , după cum este arătat în figură.



Numărător asincron reversibil

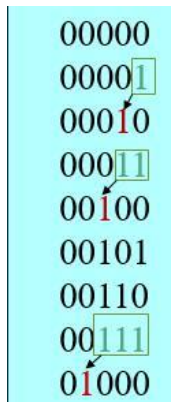
Acest numărător este obținut prin înserierea a trei bistabile JK, ajustate la bistabile T prin conectarea de unu logic la intrările J și K.

Numărătorul analizat este asincron, deoarece, după cum s-a menționat mai sus, comutarea bistabilelor este succesivă în timp. Un numărător asincron are structura simplă dar și rapiditatea lui este relativ mică, fiind determinată de comutarea succesivă a bistabilelor.

### Numărătorul sincrone

La numărătoarele sincrone impulsul de numărare se aplică simultan la intrările de ceas ale tuturor bistabilelor și acestea se vor comuta sincron. Oricare bistabil al unui numărător sincron se comută simultan cu celelalte la aplicarea impulsului de numărare în starea, dependentă de valoarea semnalelor la intrările lui.

Se poate observa din analiza succesiunii directe că oricare bistabil trebuie să-și inverseze starea numai atunci, când toate bistabilele de rang inferior sunt în starea de unu logic.

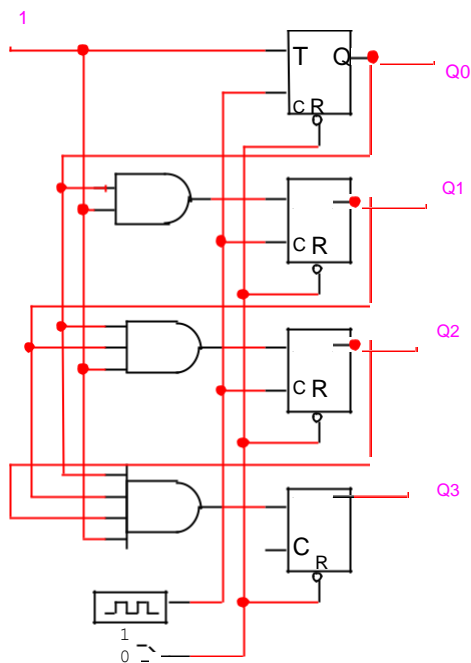


### Numărător sincron cu transport paralel

Pentru un numărător sincron modulo 16 condițiile de basculare se stabilesc conform relațiilor:

$$\begin{aligned} T_0 &= 1, \\ T_1 &= Q_0, \\ T_2 &= Q_0 Q_1, \\ T_3 &= Q_0 Q_1 Q_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Schema numărătorului sincron cu transport paralel:



În acest numărător este implementată propagarea paralelă a transportului.

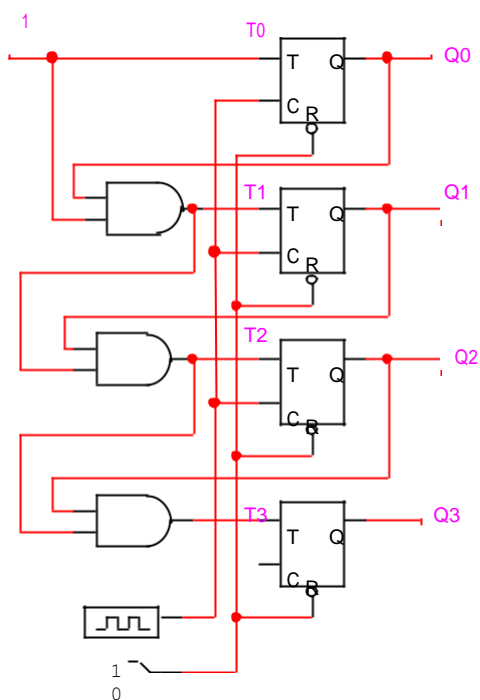
### Numărător sincron cu transport succesiv

Condițiile (1) pot fi rescrise astfel:

$$\begin{aligned} T_0 &= I, \\ T_1 &= T_0 Q_0 = Q_0, \\ T_2 &= T_1 Q_1, \\ T_3 &= T_2 Q_2. \end{aligned} \tag{2}$$

Implementarea relațiilor (2) conduce la structura numărătorului sincron cu transport succesiv, care are avantajul utilizării de elemente logice ȘI numai cu două intrări, dar și dezavantajul conectării succesive a elementelor ȘI.

Schema numărătorului sincron cu transport succesiv:



### Numărătoare cu modul arbitrar

Pînă acum au fost prezentate numărătoarele asincrone și sincrone modulo  $M=2^n$ . În continuare vom prezenta sinteza numărătoarelor modulo  $K$ ,  $2^{n-1} < K < 2^n$ .

Structura unui numărător asincron modulo  $K$  se obține dintr-un numărător asincron modulo  $2^n$  la care se adaugă un circuit suplimentar cu funcție de decodificator al stărilor interzice prin care nu trebuie să treacă numărătorul. În momentul cînd starea binară a numărătorului are valoarea  $K_{(10)}$  decodificatorul trebuie să activeze semnalul asincron de ștergere  $CLR$  pentru a reseta bistabilele numărătorului.

## Numărător asincron modulo 10

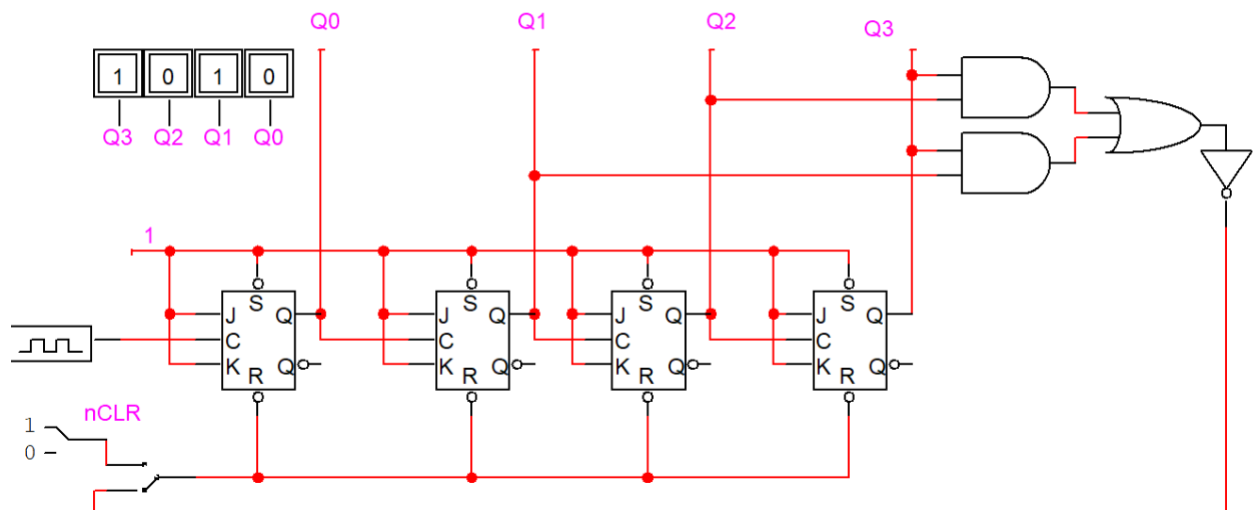
Tabelul stărilor

	Q3	Q2	Q1	Q0	F
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

Minimizarea funcției de detectare a stărilor interzise F

Q3Q2	Q1Q0	00	01	11	10
00				1	
01				1	
11				1	1
10				1	1

$$F = Q_3Q_2 + Q_3Q_1$$



Numărător asincron modulo 10

Exemple:

Să se efectueze sinteza unui numărător **direct** asincron modulo 5

Sunt necesare 3 bistabile, deoarece  $2^2 < 5 < 2^3$

Notăm bistabilele Q2, Q1, Q0

Tabelul de adevăr va conține 5 stări valide: de la 0 la 4 și 3 stări interzise 5,6 și 7.

Tabelul stărilor					Minimizarea funcției de detectare a stărilor interzise F				
	Q2	Q1	Q0	F					
0	0	0	0	0					
1	0	0	1	0					
2	0	1	0	0					
3	0	1	1	0					
4	1	0	0	0					
5	1	0	1	1					
6	1	1	0	1					
7	1	1	1	1					

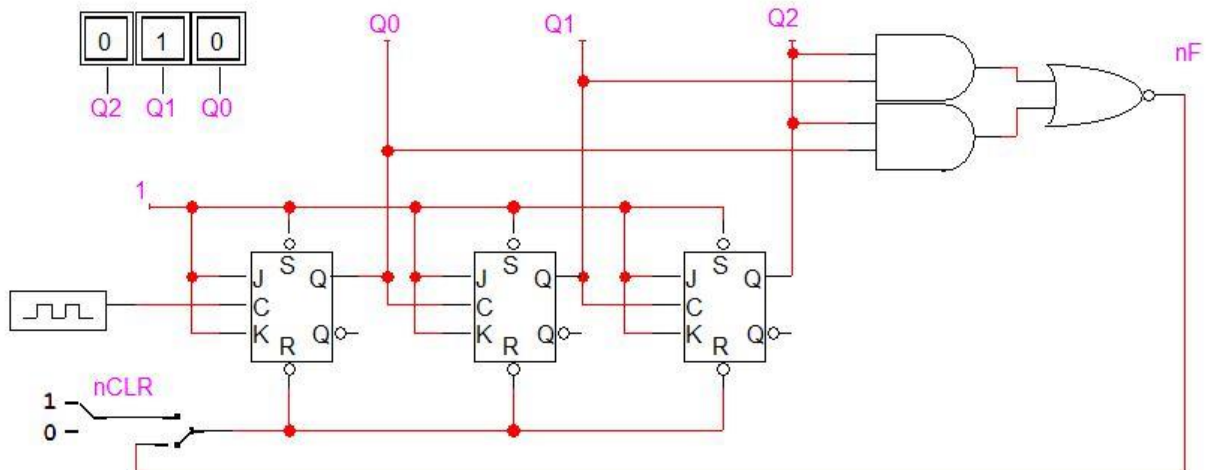
  

		Q2Q1			
Q0		00	01	11	10
	0			1	
	1			1	1

$$F = Q_2 Q_0 + Q_2 Q_1$$

Circuitul numărătorului direct asincron modulo 5



2. Să se efectueze sinteza unui numărător **invers** asincron modulo 5

Sunt necesare 3 bistabile, deoarece  $2^2 < 5 < 2^3$

Notăm bistabilele Q2, Q1, Q0



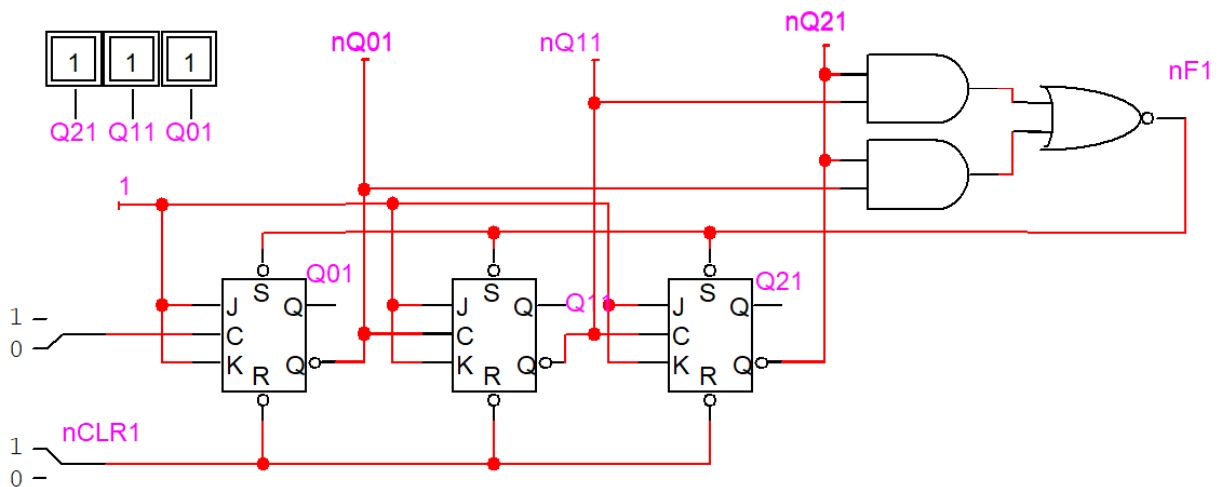
Tabelul de adevăr va conține 5 stări valide: de la 7 la 3 și trei stări interzise 0,1 și 2.

Tabelul stărilor					Minimizarea funcției de detectare a stărilor interzise F				
	Q2	Q1	Q0	F					
0	1	1	1	0					
1	1	1	0	0					
2	1	0	1	0					
3	1	0	0	0					
4	0	1	1	0					
5	0	1	0	1					
6	0	0	1	1					
7	0	0	0	1					

Q2Q1	Q0	00	01	11	10
0	1	1			
1	1				

$$F = nQ_2 nQ_1 + nQ_2 nQ_0$$


## Numărătoare sincrone cu modul arbitrar

Sinteza unui numărator sincron modulo  $K$  se efectuează în câteva etape:

- se determină numărul de bistabile ale număratorului conform relației  $n = \lceil \log_2 K \rceil$ ;
- se elaborează tabelul de tranziție al număratorului, în care se completează coloanele pentru starea prezentă a număratorului (momentul  $t$ ), starea următoare (momentul  $t+1$ ) și valorile ce

trebuie aplicate la intrările tuturor bistabilelor pentru a asigura tranziția număratorului din starea de la momentul  $t$  la starea de la momentul  $t+1$ .

- din tabelul de tranziție al număratorului se obțin funcțiile de instalare a bistabilelor, care se minimizează;
- în baza funcțiilor minimizezate se elaborează circuitele de conexiune a bistabilelor între ele în urma implementării cărora se obține schema număratorului.

La sinteza unui numărator modulo  $K$ , din cele  $2^n$  stări posibile un număr de  $2^n - K$  sunt stări neutilizate (ilegale) și se consideră ca nedeterminate în diagrama Karnaugh. Se poate întâmpla, însă, ca număratorului la pornire sau sub influența unor semnale parazitare să nimerească în una din aceste stări. Dacă după câteva tacturi număratorului poate ajunge într-o stare legală, atunci funcționarea lui de mai departe este corectă. Însă se poate întâmpla ca număratorului să nu poată ieși din stările ilegale, decât numai printr-o nouă pornire. Pentru a evita aceste cazuri, sinteza număratorului trebuie efectuată în așa fel, ca în tabelul de tranziție să se facă tranziția spre starea inițială din oricare din stările ilegale la următorul impuls de numărare.

Mai jos este prezentată sinteza unui numărator direct, sincron modulo 10 în baza bistabilelor  $JK$ . Numărul de bistabile necesar realizării acestui numărator este  $n = \lceil \log_2 10 \rceil = 4$ . În tabelul de tranziție aceste bistabile sunt notate respectiv:  $Q_3, Q_2, Q_1, Q_0$ . Tabelul de tranziție al număratorului sincron modulo 10:

Ieșirile bistabilelor		Funcțiile de instalare a bistabilelor							
$(Q_3 Q_2 Q_1 Q_0)$ $t$	$(Q_3 Q_2 Q_1 Q_0)$ $t+1$	$J_3$	$K_3$	$J_2$	$K_2$	$J_1$	$K_1$	$J_0$	$K_0$
0000	0001	0	*	0	*	0	*	1	*
0001	0010	0	*	0	*	1	*	*	1
0010	0011	0	*	0	*	*	0	1	*
0011	0100	0	*	1	*	*	1	*	1
0100	0101	0	*	*	0	0	*	1	*
0101	0110	0	*	*	0	1	*	*	1
0110	0111	0	*	*	0	*	0	1	*
0111	1000	1	*	*	1	*	1	*	1
1000	1001	*	0	0	*	0	*	1	*
1001	000 0	*	1	0	*	0	*	*	1
1010	000 0	*	1	0	*	*	1	0	*
1011	000 0	*	1	0	*	*	1	*	1
1100	000 0	*	1	*	1	0	*	0	*
1101	000 0	*	1	*	1	0	*	*	1
1110	000 0	*	1	*	1	*	1	0	*
1111	000 0	*	1	*	1	*	1	*	1

**Tabelul de excitație al bistabilului JK**

$Q_t$	$Q_{t+1}$	$J$	$K$
0	0	0	*
0	1	1	*
1	0	*	1
1	1	*	0

Tabelul de tranziție al numărătorului este elaborat utilizând tabelul de excitație al bistabilului  $JK$ . Funcțiile de instalare a bistabilelor sunt minimizate cu ajutorul diagramelor Karnaugh.

$$\begin{array}{c} Q_3 Q_2 \\ \swarrow \searrow \\ Q_1 Q_0 \end{array} \begin{array}{c|c|c|c} 00 & 01 & 11 & 10 \\ \hline 00 & & & * & * \\ \hline 01 & & & * & * \\ \hline 11 & & 1 & * & * \\ \hline 10 & & & * & * \end{array}$$


$$\begin{array}{c} Q_3 Q_2 \\ \swarrow \searrow \\ Q_1 Q_0 \end{array} \begin{array}{c|c|c|c} 00 & 01 & 11 & 10 \\ \hline 00 & & * & * & \\ \hline 01 & & * & * & \\ \hline 11 & 1 & * & * & \\ \hline 10 & & * & * & \end{array}$$

$$\begin{array}{c} Q_3 Q_2 \\ \swarrow \searrow \\ Q_1 Q_0 \end{array} \begin{array}{c|c|c|c} 00 & 01 & 11 & 10 \\ \hline 00 & * & * & 1 & \\ \hline 01 & * & * & 1 & 1 \\ \hline 11 & * & * & 1 & 1 \\ \hline 10 & * & * & 1 & 1 \end{array}$$

$$J_3 = Q_2 Q_1 Q_0$$

$$K_3 = Q_2 \vee Q_1 \vee Q_0 = \overline{\overline{Q_2} \overline{Q_1} \overline{Q_0}}$$

$$\begin{array}{c} Q_3 Q_2 \\ \swarrow \searrow \\ Q_1 Q_0 \end{array} \begin{array}{c|c|c|c} 00 & 01 & 11 & 10 \\ \hline 00 & * & & 1 & * \\ \hline 01 & * & & 1 & * \\ \hline 11 & * & 1 & 1 & * \\ \hline 10 & * & & 1 & * \end{array}$$

$$J_2 = \overline{Q_3} Q_1 Q_0$$

$$K_2 = Q_3 \vee Q_1 Q_0 = \overline{\overline{Q_3} \overline{Q_1} \overline{Q_0}}$$

$$\begin{array}{c} Q_3 Q_2 \\ \swarrow \searrow \\ Q_1 Q_0 \end{array} \begin{array}{c|c|c|c} 00 & 01 & 11 & 10 \\ \hline 00 & & & & \\ \hline 01 & 1 & 1 & & \\ \hline 11 & * & * & * & * \\ \hline 10 & * & * & * & * \end{array}$$

$$\begin{array}{c} Q_3 Q_2 \\ \swarrow \searrow \\ Q_1 Q_0 \end{array} \begin{array}{c|c|c|c} 00 & 01 & 11 & 10 \\ \hline 00 & * & * & * & * \\ \hline 01 & * & * & * & * \\ \hline 11 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 10 & & & 1 & 1 \end{array}$$

$$J_1 = \overline{Q_3} Q_0$$

$$K_1 = Q_3 \vee Q_0 = \overline{\overline{Q_3} \overline{Q_0}}$$

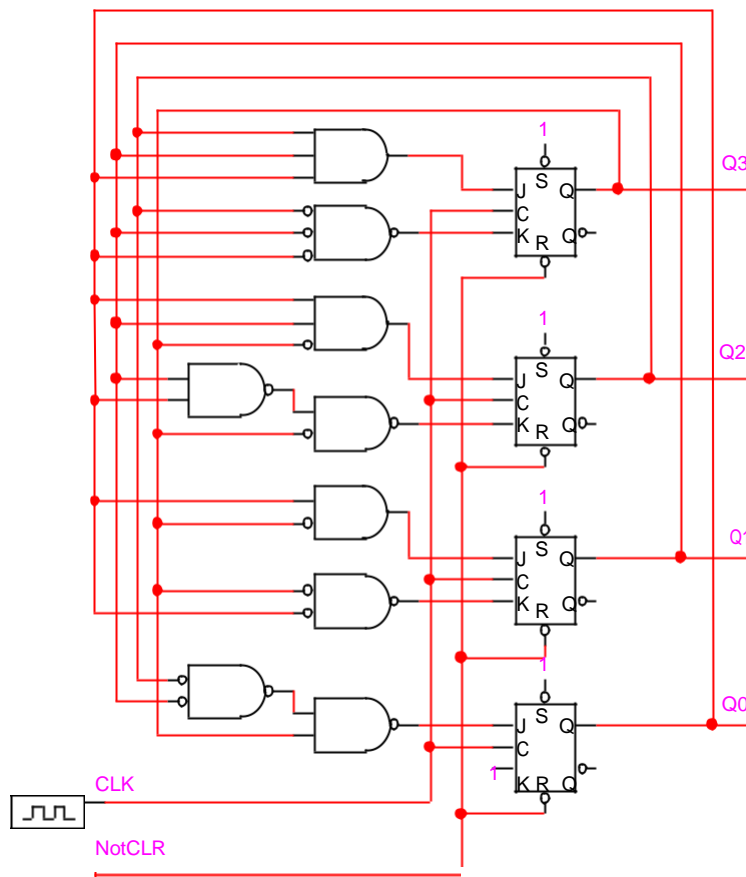
$$\begin{array}{c} Q_3 Q_2 \\ \swarrow \searrow \\ Q_1 Q_0 \end{array} \begin{array}{c|c|c|c} 00 & 01 & 11 & 10 \\ \hline 00 & 1 & 1 & & 1 \\ \hline 01 & * & * & * & * \\ \hline 11 & * & * & * & * \\ \hline 10 & 1 & 1 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{c} Q_3 Q_2 \\ \swarrow \searrow \\ Q_1 Q_0 \end{array} \begin{array}{c|c|c|c} 00 & 01 & 11 & 10 \\ \hline 00 & * & * & * & * \\ \hline 01 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 11 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 10 & * & * & * & * \end{array}$$

$$J_0 = \overline{Q_3} \vee \overline{Q_2} \overline{Q_0} = \overline{\overline{\overline{Q_3}} \overline{\overline{Q_2} \overline{Q_0}}}$$

$$K_0 = 1$$

## Schema numărătorului sincron direct modulo 10



## Circuitul integrat pentru numărătorul sincron 74\_163

