TEMA10:
ÎNDEPLINIREA OPERAȚILOR ASUPRA UNUI NUMĂR BINAR ÎN VIRGULA MOBILĂ

I Adunarea şi scăderea numerelor binare în virgulă mobilă.

II Înmulţirea numerelor binare în virgulă mobilă.

III Împărţirea numerelor binare în virgulă mobilă.

NOŢIUNII GENERALE

Îndeplinirea operaţii aritmetice asupra numerelor în virgulă mobilă are loc conform diferitor algoritme care reprezintă la rândul lor prelucrarea numerelor în virgulă fixă cu următoarele precizări: puterile se prelucrează ca numere în virgulă fixă întregi iar mantisele ca numere în virgulă fixă fracţionară.

Algoritmii la diferite operaţii sunt diferiţi.

I Adunarea şi scăderea numerelor binare în virgulă mobilă are loc în câteva etape:

$A = m_A 2^{e_A}$ și $B = m_B 2^{e_B}$

$$X = A+B = m_A 2^{e_A} + m_B 2^{e_B} = 2^{e_A}\left(m_A + \frac{m_B}{2^{(e_A - e_B)}}\right) = m_x 2^{e_x}$$

.

1. Prima etapă se numeşte **egalarea puterilor** la această etapă puterea ambilor operaţii se egalează cu puterea mai mare, pentru aceasta din puterea primului operant se scade puterea operantului al doilea obținându-se astfel diferenţa dintre puteri:

e^{z}=puterea mai mare

După care mantisa numerălui cu puterea mai mică se deplasează aritmetic la dreapta cu atâtea poziţii cu cât este egală diferenţa dintre puteri.

2. A doua etapă se numeşte **adunarea sau scăderea propriu zisă a mantiselor** conform regulei de adunare şi scădere a numerelor în virgulă fixă.

Mz= Mx+My sau Mz=Mx-My=Mx+(-My)

3. A treia etapă se numeşte **normalizarea rezultatelor**.

Un număr este normalizat dacă mantisa acestuia se află în deapazonul

$$1/2 \leq |M| < 1$$

Acesta înseamnă că cea mai semnificativă cifră a mantisei luată după modul trebuie să fie egală cu 1. Dacă mantisa este negativă atunci egal cu 0.

Notă: Excepţie face doar cazul cînd valoarea mantisei este nulă.

Mantisa este normalizată dacă cifra semnului diferă de cea mai semnificativă cifră:

0,01... sau 1,11... =nu este normalizat

0,1…sau 1,0…= este normalizat

- Normalizarea poate fi efectuată din 2 părţi în caz că la adunarea sau scăderea mantiselor a avut loc depăşirea, atunci normalizarea se efectuiază din stânga.

- Normalizarea din stânga - mantisa se deplasează inclusiv semnul mantisei cu un bit la dreapta iar în locul semnului mantisei se înscrie valoarea inversă a lui. Puterea rezultatului, care se ia egală cu puterea celui mai mare număr, se incrementează.

Notă: **Incrementarea** este mărirea cu o unitate a unui număr

iar **decrementarea** este micşorarea cu o unitate a numărului.

- Normalizarea din dreapta - se efectuiază atunci când la adunarea sau scăderea numerelor nu a avut loc depăşirea iar bitul semnului coincide cu bitul mai semnificativ În acest caz: Mantisa rezultatului se deplasează la stânga până când cifra semnului va deveni diferit de bitul cel mai semnificativ a rezultatului.

  Puterea rezultatului în acest caz se decrementează de atâtea ori de câte ori a fost deplasată mantisa rezultatului la stânga.

Notă: Normalizarea din dreapta nu are loc în cazul când toate cifrele mantisei obţinute la etapa 2 sunt egale cu zero.

Exemplu 1. $A=0,11000 \cdot 2^{15}$; $B=0,11000 \cdot 2^{14}$. $X=A+B$.

$[m_A] = 0.11000$; $[e_A] = 0.1111$; $[m_B] = 0.11000$; $[e_B] = 0.1110$.

1. $e_A - e_B = e_A + (- e_{Bcc})$:

$$\begin{array}{r} 0.1111 \; + \\ \underline{1.0010} \\ 0.0001 \end{array}$$

rezulta $e_A > e_B$ rezulta $e_z = e_A$

$[m_B]=0.01100$ mantisa mai mica se va deplasa la dreapta cu o pozitie

2. Adunarea mantiselor:

$$\begin{array}{r} [m_A] = 0.11000 \; + \\ [m_B] = \underline{0.01100} \\ 1.00100 \end{array}$$

1+0=1 avem depășire

(1.10010 mantisa rezultatului deplasat cu o pozitie la dreapta aritmetic)

3. Normalizarea rezultatului:

$[m_z] = 0.10010;$

$$
\begin{array}{r}
0.1111 \; + \\
\underline{0.0001} \\
e_Z = \quad 1.0000
\end{array}
$$

deoarece avem depășire $e_Z = 0.10000$

Rezultatul $Z=0,11000 \cdot 2^{16}$.

Exemplu 2. A=0,11000·2^{15}; B=0,11000·2^{15}. X=A-B.
$[m_A]$ = 0.11000; $[e_A]$ = 0.1111; $[m_B]$ = 0.11010; $[e_B]$ = 0.1111.

1. $e_A - e_B = e_A + (- e_B)$:

$$\begin{array}{l} 0.1111 \; + \\ \underline{1.0001} \\ 0.0000 \text{ rezultă } e_A = e_B = e_Z \end{array}$$

Deoarece puterile sunt egale nu se deplasează nici o mantisă.

2. Adunarea mantiselor: A-B=A+(-Bcc)

$$\begin{array}{rl} [m_A]= & 0.11000 \; + \\ [m_B]= & \underline{1.00110} \\ & \mathbf{1}.11110 \quad 0 \oplus 0 = 0 \text{ nu avem depășire} \end{array}$$

4. Normalizarea rezultatului:

$[m_z] = 1.11110;$

Normaliza deplasam 4 pozitii stânga

$[m_z] = 1.00000;$ ex- 4 (0.0100== -4cc=1.1100)

$$\begin{array}{rr} & 0.1111 \; + \\ & \underline{1.1100} \\ e_{Zcc} = & 0.1011 \end{array}$$

Rezultatul: $X=1,00000 \cdot 2^{11}$.

Exemplu 3. $A=1,11000 \cdot 2^{-15}$; $B=0,11000 \cdot 2^{-16}$. $X=A+B$.

15=0.01111 16=0.10000

$[m_A] = 1,11000$; $e_{Acc} = 1.10001$; $[m_B] = 0,11000$; $[e_B]_{cc} = 1.10000$.

1. $e_A - e_B = e_A + (-e_B)$:

$$\begin{array}{r} 1.10001 \; + \\ \underline{0.10000} \\ 0.00001 \end{array}$$

rezultă: $e_A > e_B$ deci $e_Z = e_A$

Deci $[m_B]$ =0.01100 deoarece diferența este 1

3. Adunarea mantiselor:

$$\begin{array}{rl} [m_A] = & 1,11000 \; + \\ [m_B] = & \underline{0.01100} \\ & \mathbf{0.}00100 \end{array}$$

$1 \oplus 1 = 0$ rezultă depășire nu este

1. Normalizarea rezultatului:

m_z = **0.**00100

m_z= **0.**10000; deplasam la stânga de 2 ori respectiv puterea se decrementează de 2 ori: e_Z -2 = 1.10001+

$$\begin{array}{r} 1.10001+ \\ \underline{1.11110} \\ 1.01111 = -.10001=-17 \end{array}$$

Rezultatul: X= **0.**10000 $\cdot 2^{-17}$.

Exemplu 3. $A=1,00010 \cdot 2^{-15}$; $B=0,11000 \cdot 2^{-16}$. $X=A-B$.

15=0.01111 16=0.10000

$[m_A] = 1,00010$; $e_{Acc} = 1.10001$; $[m_B] = 0,11000$; $[e_B]_{cc} = 1.10000$.

1. $e_A - e_B = e_A + (-e_B)$:

$$\begin{array}{r} 1.10001 \; + \\ \underline{0.10000} \\ 0.00001 \end{array}$$

rezultă: $e_A > e_B$ deci $e_Z = e_A$

Deci $[m_B]$ =0.01100 deoarece diferența este 1

3. Adunarea mantiselor:

$$\begin{array}{rr} [m_A] = & 1.00010 \; + \\ [m_B]cc = & \underline{1.10100} \\ & \mathbf{0.}10110 \end{array}$$

$0 \oplus 1 = 1$ rezultă este depășire

1. Normalizarea rezultatului:

m_z = **0.**10110 deoarece este depășire

m_z= 1**.0**1011; e_Z+1= 1.10001+

$\underline{0.00001}$

1.10010 = -.01110=-14

Rezultatul: X= 1**.0**1011$\cdot 2^{-14}$.

II ÎNMULŢIREA NUMERELOR ÎN VIRGULA MOBILĂ

Înmulţirea are loc după un algoritm care prelucrează separat puterile şi mantisele operazilor. $x=M_x*2^{Px}$ şi $y=M_y\,2^{Py}$ atunci $x*y = M_x*M_y*2^{Px+Py}$

$M_r= M_x *M_y$ iar $P_r = P_x +P_y$

Mantisele în acest caz se prelucrează ca numere fracţionare iar puterea ca numere întregi. Această operaţie are câteva etape de îndeplinire:

1. Ez=Ex+Ey
2. Se determina semnul mantisei produsului: $s_{mx} \oplus s_{m_y} = s_{m_z}$
3. Determinare modulelor ambelor mantise: |Mx|, |My|
4. |Mz| = |Mx| *|My|
5. Normalizarea

Deoarece la înmulţirea mantisei se * 2 numerele fracţionare mai < 1 ambele rezultate poate fi doar un număr fracţionar < decât cel mai mic număr care se înmulţeşte la a 2 etapă. Aceasta înseamnă că am putea obţine mantisa rezultatului nenormalizată.

Dacă mantisa nu este normalizată pentru a efectua normalizarea aceasta se va deplasa la stânga până când bitul semnului și cel mai semnificativ bit vor fi diferite respectiv puterea se va decrementa de cite ori s-a efectuat deplasarea

III. ÎMPĂRȚIREA NUMERELOR ÎN VIRGULĂ MOBILĂ:

Fie x= M_x 2^{Px} si y= M_y 2^{Py}, atunci x/y= (Mx/My) r^{Px-Py}

Algoritmul împărţirii numerelor în virgula mobila conține urmatoarele etape:

1. Denormalizarea conştientă a deîmpărţitului pentru evitarea depăşirii la împărţirea mantiselor, pentru a ne asigura ca mantisa deîmpărţitului să fie mai mică decât mantisa împărţitorului. Respectiv se va deplasa cu un bit la dreapta mantisa deîmpărţitului, iar puterea se măreşte cu o unitate.

2. $s_{mx} \oplus s_{m_y} = s_{m_z}$

3. Ez=Ex-Ey=Ex+(-Ey)

4. Determinarea modulelor ambilor mantise:|Mx|, |My|

5. |Mz| = |Mx| /|My| prin unul din algoritmii deja cunoscuț

6. Normalizarea câtului.

Pentru a efectua normalizarea: Mantisa câtului se deplaseaza la stânga până la momentul când bitul semnului va fi invers bitului celui mai semnificativ al câtului. Puterea câtului se va decrementa de atâtea ori, de câte ori a fost deplasată la stânga mantisa câtului.

Ex. P_x=0.0011, M_x=1.010010, P_y=1.1011, M_y=0.110011

Vă mulțumesc pentru atenție!


ÎNTREBĂRI