**MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII AL REPUBLICII MOLDOVA**

**Universitatea Tehnică a Moldovei**

**RAPORT**

Lucrare de laborator nr. 1

la cursul ***„Procese stochastice”***

**A efectuat:**  **St. gr. CR-221FR Serba Cristina**

**A verificat: lector univ. Ana Țurcan**

**Chișinău 2025**

# Scopul lucrării:

Studierea metodelor de redare, descriere, analiză a proprietăţilor de comportare ale

lanţurilor Markov timp discret (LMTD) şi evaluare a caracteristicilor numerice de

performanţă.

# Date teoretice:

Un lanț aleator de tip Markov este o succesiune de variabile aleatoare care respectă condiția lui Markov. Aceasta afirmă că probabilitatea ca sistemul să se afle în starea discretă iₖ₊₁ la momentul k+1 (numit și epocă sau perioadă), știind că la momentele anterioare 1, 2, ..., k sistemul a fost în stările i₁, i₂, ..., iₖ, depinde doar de ultima stare iₖ.  
  
Această proprietate se exprimă matematic astfel:

Probabilitatea ca sistemul să se afle în starea i la momentul k se notează:

Probabilitatea ca sistemul să treacă în starea j la momentul k+1, știind că la momentul k se afla în starea i, se numește probabilitate de tranziție și se notează:

Un lanț Markov este complet determinat dacă sunt cunoscute:  
- Mulțimea stărilor: S = {sᵢ | i = 1, ..., n}  
- Vectorul probabilităților inițiale de stare  
- Matricea de tranziție (matrice stocastică): P = (pᵢⱼ), pentru i, j = 1, ..., n

Deseori este necesar de a determina probabilitatea πSb (k) şi costul mediu CS B (k)

de aflare a lanţului DLM la momentul k într-o submulţime de stări SB ⊂ S , astfel încât

S = SB ∪ SR , SB ∩ SR = Ø.

La determinarea acestor caracteristici este necesar de a folosi sistemul instrumental

QM pentru a calcula distribuţia probabilităţilor de stare πj(k), j=1,2,...,n; k=0,1,...,K.

# 

Figura 1 Calcularea parametrilor respectivi ai DLM

Tabelul 1 Lanțul ergotic original

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Ci |
| 1 | 0.16 | 0.028 | 0.0578 | 0.0421 | 0.0437 | 0.0414 | 10 |
| 2 | 0.09 | 0.291 | 0.1685 | 0.2141 | 0.1979 | 0.2021 | 30 |
| 3 | 0.28 | 0.338 | 0.3612 | 0.3606 | 0.3687 | 0.3694 | 60 |
| 4 | 0.41 | 0.285 | 0.3851 | 0.3622 | 0.3759 | 0.3761 | 40 |
| 5 | 0.06 | 0.018 | 0.0174 | 0.0082 | 0.0063 | 0.0041 | 80 |
| 6 | 0 | 0.04 | 0.01 | 0.0127 | 0.0075 | 0.0069 | 20 |
| Psb1 | 0.44 | 0.366 | 0.419 | 0.403 | 0.412 | 0.411 |  |
| Psr1 | 0.56 | 0.634 | 0.581 | 0.597 | 0.588 | 0.589 |  |
| Csb1 | 18.4 | 20.56 | 22.25 | 22.06 | 22.56 | 22.58 |  |
| Csr1 | 23.9 | 22.37 | 22.05 | 21.82 | 21.63 | 21.57 |  |
| C1 | 42.3 | 42.93 | 44.3 | 43.88 | 44.19 | 44.15 |  |

Tabelul 2 Lanțul ergotic cu o mutare

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Ci |
| 1 | 0.26 | 0.084 | 0.0894 | 0.0594 | 0.0533 | 0.0467 | 10 |
| 2 | 0.14 | 0.31 | 0.175 | 0.221 | 0.2002 | 0.204 | 30 |
| 3 | 0.06 | 0.234 | 0.2986 | 0.3272 | 0.3499 | 0.3591 | 60 |
| 4 | 0.2 | 0.16 | 0.3242 | 0.3242 | 0.3566 | 0.3648 | 40 |
| 5 | 0.21 | 0.102 | 0.0636 | 0.0338 | 0.0205 | 0.012 | 80 |
| 6 | 0.13 | 0.11 | 0.0492 | 0.0344 | 0.0195 | 0.0135 | 20 |
| Psb2 | 0.32 | 0.318 | 0.388 | 0.387 | 0.403 | 0.406 |  |
| Psr2 | 0.68 | 0.682 | 0.612 | 0.613 | 0.597 | 0.594 |  |
| Csb2 | 6.2 | 14.88 | 18.81 | 20.23 | 21.53 | 22.01 |  |
| Csr2 | 31.6 | 26.06 | 24.29 | 22.99 | 22.3 | 21.94 |  |
| C2 | 37.8 | 40.94 | 43.1 | 43.22 | 43.83 | 43.96 |  |

Figura 2 Probabilitatea stării bune

Figura 3 Costul stării bune

Figura 4 Probabilitatea stării rele

Figura 5 Costul stării rele

Figura 6 Costul total

# Concluzii:

În urma efectuării lucrării de laborator, am dobândit cunoștințe esențiale despre lanțurile Markov în timp discret. Astfel, am observant că graficul probabilității submulțimii arată că, deși am reordonat stările, distribuția de probabilitate asupra submulțimii selectate rămâne similară. Lanțul Markov păstrează proprietățile ergodice, iar diferențele apar doar la nivel de detaliu în distribuția intermediară.

De asemenea, graficul Cpsb reflectă impactul distribuției de probabilitate asupra submulțimii de stări asupra costului mediu.Se observă că în cazul lanțului 1 costul mediu este mai ridicat, deoarece probabilitățile sunt mai concentrate pe stări cu costuri mai mari. În schimb, pentru lanțul modificat, Cpsb este mai mic, sugerând o distribuție favorabilă.