**MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII AL REPUBLICII MOLDOVA**

**Universitatea Tehnică a Moldovei**

**RAPORT**

Lucrare de laborator nr. 2

la cursul ***„Procese stochastice”***

**A efectuat:**  **St. gr. CR-221FR Serba Cristina**

**A verificat: lector univ. Ana Țurcan**

**Chișinău 2025**

# Scopul lucrării:

Studierea metodelor de descriere şi de evaluare a sistemelor de aşteptare.

# Date teoretice:

Formarea șirurilor de așteptare și deservirea cererilor într-un sistem de așteptare se realizează, de regulă, după disciplina FIFO (First In, First Out). Totuși, în anumite situații este necesară aplicarea unei alte discipline de organizare a șirului de așteptare, în funcție de urgența cererii, acordând astfel prioritate anumitor cereri.

În cele ce urmează vom considera că, în cadrul sistemelor de așteptare, prioritatea unei cereri este cu atât mai mare cu cât indicele clasei din care face parte este mai mic. Astfel, dacă i < j, cererile din clasa i vor avea prioritate mai mare față de cele din clasa j.

Modelele cu prioritate se împart în modele de tip SA: M\_r / M\_r / 1 cu prioritate relativă și cu prioritate absolută.

Servirea cererilor conform priorității relative presupune exercitarea priorității doar în momentul eliberării serverului, atunci când se selectează cererea care urmează să fie deservită din șirul de așteptare. În acest caz, va fi aleasă cererea cu cea mai mare prioritate.

Să considerăm un sistem de așteptare cu r fluxuri de cereri Φ\_k, k = 1, ..., r, fiecare având o prioritate cuprinsă între 1 și r. Fiecare flux Φ\_k este un proces Poisson cu rata λ\_k. Fluxul total este, de asemenea, un proces Poisson cu rata:

Vom presupune că durata de servire a unei cereri din clasa k este o variabilă aleatoare cu distribuție exponențial-negativă și parametru μ\_k, iar durata medie de servire este:

În cazul în care serverul este ocupat la sosirea unei cereri, se formează r șiruri de așteptare, fiecare corespunzând unei clase de prioritate. Cererile cu prioritatea i se plasează în șirul i, pentru i = 1, .., r.

# Mersul lucrării:

Datele de intrare

λ=11.54 (rata sosirilor)

ρ=[0.05-0.95] (factorul de utilizare)

pas=0.05

m=14

S=[1-10]

Pentru a determina rata de servire, vom folosi formula μ=ρ/λ​

În următoarele tabele, rândurile au semnificația:

* Nfa – numărul mediu de clienți care stau în coadă
* Nsa – numărul total de clienți (în coada și deservire), determinat de formula Nsa=Nfa+ρ
* FA – factorul de aglomerare sau timpul mediu petrecut în așteptare
* τSA – timpul mediu petrecut în sistem

*Modelul M/M/1:*

Are sosiri exponențiale, servire exponențială și un singur server



Figura 1 Modelul M/M/1

Observații

* Probabilitatea π₀ ca sistemul să fie gol scade odată cu creșterea lui ρ, adică sistemul devine tot mai încărcat
* Nfa (numărul mediu de clienți în sistem în așteptare) și Nsa (total, inclusiv in așteptare) cresc pe măsură ce ρ se apropie de 1
* Prezintă o creștere moderată și continuă a parametrilor de performanță
* Atunci când ρ > 0.85, valorile pentru Nfa și Nsa cresc brusc, indicând aglomerarecritică

*Modelul M/D/1*

Are sosiri exponențiale, servire deterministă, adică are un timp fix de servire și un singur server



Figura 2 Modelul M/D/1

Observații:

* Sistemul este mai eficient decât M/M/1 în gestionarea variației, ceea ce se observă în valorile Nsa și Nfa
* Se observă aceeași încărcare în momentul ρ > 0.85 ca și la cazul precedent

*Modelul M/G/1*

Are sosiri exponențiale, servire generală (distribuție arbitrară cu medie și varianță finite), și un singur server



Figura 3 Modelul M/G/1

Observații:

* Reflectă faptul că incertitudinea în timpul de servire duce la mai multe acumulări în sistem, ceea ce se observă în valorile Nfa și Nsa
* Cu cât sistemul devine mai încărcat, cu atât e mai mica stabilitatea acestuia

*Modelul M/Ek/1*

Are sosiri exponențiale, servire Erlang, și un singur server



Figura 4 Modelul M/Ek/1

Observații:

* Ca și la restul, odată ce ρ crește peste 0.7, toate valorile cresc rapid, ceea ce indică faptul că sistemul devine suprasolicitat
* Sistemul este sensibil la creșterea gradului de utilizare, dar răspunde mai eficient decât M/M/1 în regimuri ușor aglomerate datorită distribuției Erlang (mai puțină variație în timpii de servire)

*Modelul M/M/1 with finite system size*

Are sosiri exponențiale, servire exponențială, un singur server, dar mărimea sistemului este limitată



Figura 5 Modelul M/M/1 cu mărimea sistemului finită

Observații:

* Este foarte asemănător cu modelul M/M/1, dar atunci când sistemul poate deveni suprasolicitat, acesta se stabilizează datorită limitării capacității sistemului
* FA (factorul de aglomerare) crește constant, dar este limitat de capacitatea finită a cozii, în raport cu sistemul M/M/1
* Sistemul devine predictibil odată ce capacitatea maximă este atinsă, dar acest lucru poate duce la pierderi sau respingeri de clienți în scenarii reale

*M/M/1 with finite population*

Are sosiri exponențiale, servire exponențială, un singur server, dar populație limitată



Figura 6 Modelul M/M/1 cu mărimea populației finită

Observații:

* Creșterea valorilor este mai lentă după ρ ≈ 0.5, iar valorile se stabilizează treptat, datorită saturației: nu mai sunt suficienți clienți noi care să crească încărcarea
* FA (factorul de aglomerare) crește aproape liniar până la ρ = 0.9, apoi se stabilizează la 1.07, reflectând atingerea unei utilizări maxime din partea întregii populații
* Spre deosebire de celelalte modele, aici valorile pentru Nfa, Nsa, τSA și FA sunt relativ mari încă de la început, din cauza dimensiunii limitate a populației care interacționează cu sistemul

# Concluzii:

În urma efectuării lucrării de laborator, am aprofundat comportamentul diferitelor modele de sisteme de așteptare din clasa M/G/1 și variațiile sale, observând impactul parametrilor ρ, λ și μ asupra performanței fiecărui model. Prin analiza comparativă a modelelor M/M/1, M/D/1, M/G/1, M/Ek/1, precum și a variantelor cu resurse limitate (capacitate sau populație finită), am putut înțelege mai bine cum distribuția timpilor de servire și natura sistemului influențează performanța. Distribuția timpilor de servire și constrângerile structurale (capacitate sau populație) influențează semnificativ performanțele, iar analiza comparativă ne permite să identificăm modele adecvate pentru diverse scenarii din lumea reală.