



Département de Physique Appliquée
Master Sciences et Techniques Génie Electrique

Mémoire présenté à

LA FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES GUELIZ DE MARRAKECH

Pour obtenir le diplôme de

MASTER SCIENCES ET TECHNIQUES

« GENIE ELECTRIQUE »

Option : Technologies Industrielles

Par

Khadija SOFI

Sous le thème

**Commande d'un drone par
la logique floue**

Soutenu le 24 Juin 2015 devant le jury composé de :

Pr. Ahmed CHITNALAH

Président

Pr. Abdeljalil EL KARI

Examineur

Pr. Hassan AYAD

Encadrant

Organisme d'accueil : Laboratoire des systèmes Electriques et Télécommunication

(LSET-FSTG)

N° D'Ordre : 11/2015



Dédicace

A

Mes très chers parents

*En témoignage de ma reconnaissance envers le soutien, les
sacrifices et tous les efforts qu'ils ont fait pour mon
éducation ainsi que ma formation.*

A

Mon très cher frère

Pour son affection, compréhension et patience.

A

Toute ma famille et mes meilleurs amis.

Remerciements

Ce travail s'inscrit dans le cadre d'un stage de fin d'étude effectué au sein du laboratoire des systèmes électriques et télécommunications (LSET), de la faculté des sciences et techniques de Marrakech.

*Avant d'entamer ce mémoire, je tiens à exprimer mes profondes gratitudes et mes remerciements les plus sincères à Monsieur **AYAD HASSAN**, professeur à la faculté des sciences et techniques de Marrakech et directeur de ce mémoire, de m'avoir guidé, soutenu et encouragé tout au long de cette période. Ses conseils directifs et pertinents m'ont été très précieux et m'ont permis de bien mener mon travail.*

*J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur **EL KARI ABDELJALIL**, professeur à la faculté des sciences et techniques de Marrakech et à Monsieur **MJAHED MOSTAFA**, professeur à l'école royale de l'air de Marrakech, pour leurs remarques constructives durant les présentations d'avancement de ce projet.*

Mes sincères remerciements vont également à tous les membres, collègues et amis, du laboratoire LSET, j'espère qu'ils trouvent ici le témoignage de mon amitié et ma reconnaissance, en particulier Khadija EL HAMIDI et Imane SITI.

J'en profite de cette page pour exprimer mes sincères remerciements pour tous mes enseignants à la faculté des sciences et techniques.

J'exprime également mes sincères gratitudes aux membres du jury, qui m'ont honoré en acceptant de juger ce modeste travail.

Finalement, je ne saurais terminer sans remercier mes meilleurs amis et mes collègues du Master génie électrique qui m'ont soutenu moralement et ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail, j'espère qu'ils trouvent ici l'expression de mes salutations les plus chaleureuses.

Khadija SOFI

Résumé

Ce mémoire traite la problématique du contrôle d'un système non linéaire, instable et complexe en utilisant la théorie de la logique floue. Dans ce document, nous avons décrit le modèle mathématique non linéaire d'un quadrirotor selon la formulation de Newton Euler. Ensuite, nous avons appliqué à ce modèle la commande par un régulateur PD. Finalement, nous avons réalisé un contrôleur à la base de la logique floue type-1 et de la structure du modèle flou Mamdani, ce contrôleur est appliqué dans la commande floue du quadrirotor. L'objectif principal est de faire une comparaison entre les deux commandes dans le but de stabiliser le quadrirotor.

Mots clés: systèmes non linéaires, Quadrirotor, la logique floue, PD, contrôleur FLC.

Abstract

This brief addresses the issue of controlling a nonlinear, unstable and complex system using the theory of fuzzy logic. In this paper, we described the nonlinear mathematical model of a quadrotor according to Newton Euler formulation. Then, we applied the control of this model using a PD controller. Finally, we performed a controller based on fuzzy logic type-1 and the structure of Mamdani fuzzy model, this controller is applied in the fuzzy command of the quadrotor. The main objective is to compare between the two commands in order to stabilize the quadrotor.

Keywords: nonlinear system, quadrotor, fuzzy logic, PD, FLC controller.

Liste des figures

Chapitre I

Figure I-1: Exemples de non linéarités.....	- 4 -
Figure I-2: Structure d'asservissement d'un SNL	- 5 -
Figure I-3: Exemple d'un RNA.....	- 7 -
Figure I-4: Schéma d'un RNA	- 7 -
Figure I-5: Représentation de l'âge en ensembles classiques	- 11 -
Figure I-6: Représentation de l'âge en ensemble flous	- 11 -
Figure I-7: Noyau, support et hauteur d'un sous-ensemble flou.....	- 12 -
Figure I-8: Union de deux ensembles flous avec l'opérateur max.....	- 14 -
Figure I-9: Intersection de deux ensembles flous avec l'opérateur min.	- 14 -
Figure I-10: Schéma générale d'un contrôleur flou type-1.	- 15 -
Figure I-11: Schéma de Fuzzification.	- 16 -
Figure I-12: Défuzzification par la méthode du centre de gravité.....	- 17 -
Figure I-13: Exemple d'une fonction d'appartenance d'un système flou type-2.....	- 18 -
Figure I-14: (a) Exemple d'un ensemble flou type-2. Les appartenances secondaires de forme gaussienne sont représentées dans la figure (b).....	- 19 -
Figure I-15: (a) Représentation d'un ensemble flou type-2 intervalle. (b) Représentation des appartenances secondaires de type intervalle.	- 20 -
Figure I-16: Structure d'un contrôleur flou type-2.	- 20 -

chapitre II

Figure II-1: Structure de base d'un Quadrirotor	- 30 -
Figure II-2: Illustration du mouvement vertical	- 31 -
Figure II-3: Illustration du mouvement de roulis	- 32 -
Figure II-4: Illustration du mouvement de tangage	- 32 -
Figure II-5: Illustration du mouvement de lacet.....	- 33 -
Figure II-6: Illustration du mouvement de translation	- 33 -
Figure II-7: Géométrie du quadrirotor.....	- 34 -
Figure II-8: Schéma équivalent de l'induit d'un MCC.....	- 41 -

chapitre III

Figure III-1: Structure de la commande du quadrirotor par PD.	- 46 -
Figure III-2: Structure d'un PD.....	- 47 -
Figure III-3: Evolution de l'angle de roulis.....	- 47 -
Figure III-4: Evolution de l'angle de tangage	- 48 -
Figure III-5: Evolution de l'angle de lacet	- 48 -
Figure III-6: Evolution de la position x.....	- 49 -
Figure III-7: Evolution de la position y.....	- 49 -
Figure III-8: Evolution de l'altitude z	- 49 -
Figure III-9: Structure de la commande floue du quadrirotor.	- 51 -
Figure III-10: Structure d'un contrôleur PI-flou.	- 52 -
Figure III-11: Fonctions d'appartenance: (a) de l'erreur, (b) de la dérivée de l'erreur, (c) de la commande u_1	- 53 -
Figure III-12: Evolution de la position x.....	- 55 -
Figure III-13: Evolution de la position y.....	- 56 -
Figure III-14: Evolution de l'altitude z	- 56 -
Figure III-15: Evolution de l'angle de lacet (rad).....	- 57 -
Figure III-16: Evolution de l'angle de roulis (rad).....	- 57 -
Figure III-17: Evolution de l'angle de tangage (rad).....	- 57 -
Figure III-18: Evolution de l'altitude z.....	- 59 -
Figure III-19: évolution de la position de y.....	- 59 -
Figure III-20: évolution de la position de x.....	- 59 -
Figure III-21: Evolution de l'angle de lacet: poursuite d'une trajectoire	- 60 -
Figure III-22: Evolution de l'angle de roulis: poursuite d'une trajectoire	- 60 -
Figure III-23: Evolution de l'angle de tangage : poursuite d'une trajectoire	- 60 -
Figure III-24: Trajectoire en 3D	- 61 -

Liste des tableaux

Tableau I-1: Forme de fonctions d'appartenance usuelles.....	- 13 -
Tableau II-1: Projets de conception de quadrirotors	- 28 -
Tableau II-2: Paramètres du quadrirotor.	- 42 -
Tableau III-1 : Valeurs des gains des régulateurs PD.	- 47 -
Tableau III-2: Illustration des règles.	- 54 -
Tableau III-3: Valeurs des gains K_p , K_i , et K_s	- 55 -
Tableau III-4: Caractéristiques des réponses.....	- 58 -

Liste des Acronymes

SNL :	Système Non Linéaires.
PID :	Proportionnel Intégrale Dérivé
RNA :	Réseau de Neurones Artificiels.
DDL :	Degré De Liberté.
MCC :	Moteur à Courant Continu.
PD :	Proportionnel Dérivé
FLC :	Contrôleur de Logique Floue
FIS :	Système d'Inférence Floue.

Table des matières

Dédicace	i
Remerciements	ii
Résumé.....	iii
Liste des figures.....	v
Liste des tableaux.....	vii
Liste des Acronymes	viii
Introduction générale	- 1 -
Chapitre I: Etat d'art sur les systèmes non linéaires et la logique floue.....	- 3 -
I. Introduction	- 4 -
II. Systèmes non linéaires (SNL).....	- 4 -
II.1. Définition	- 5 -
II.2. Lois de commandes des systèmes non linéaires	- 5 -
II.2.1. Commandes linéaires	- 5 -
II.2.2. Commande non linéaires.....	- 6 -
III. La logique floue.....	- 9 -
III.1. Système flou type-1	- 10 -
III.1.1. Ensembles flous type-1	- 10 -
III.1.2. Contrôleur flou type-1	- 15 -
III.2. Système flou type-2	- 18 -
III.2.1. Ensembles flous type-2.....	- 18 -
III.2.2. Contrôleur flou type-2	- 20 -
IV. Type de modèles flous.....	- 23 -
IV.1. Modèle flou de type Mamdani	- 23 -
IV.2. Modèle flou de type Takagi-Sugeno (TS).....	- 23 -
V. Conclusion	- 25 -
Chapitre II: Modélisation dynamique du Quadrirotor	- 26 -
I. Introduction	- 27 -
II. Historique.....	- 27 -
III. Description d'un Quadrirotor et principe de fonctionnement	- 29 -
III.1. Principe de fonctionnement	- 29 -
III.2. Mouvements du Quadrirotor	- 30 -
III.2.1. Mouvement vertical	- 31 -

III.2.2. Mouvement de roulis	- 31 -
III.2.3. Mouvement de tangage.....	- 32 -
III.2.4. Mouvement de lacet	- 32 -
III.2.5. Mouvement de translation	- 33 -
IV. Modélisation dynamique du système	- 33 -
IV.1. Généralité et notions.....	- 33 -
IV.2. Effets physiques agissants sur le quadrirotor	- 36 -
IV.2.1. Les forces	- 36 -
IV.2.2. Les moments	- 37 -
IV.2.3. Effets gyroscopiques :	- 37 -
IV.3. Modélisation mathématique selon Newton-Euler	- 38 -
IV.3.1. Equation de mouvement de translation	- 39 -
IV.3.2. Equation de mouvement de rotation.....	- 39 -
IV.4. Modèle dynamique des rotors	- 40 -
IV.5. Paramètres du Quadrirotor	- 42 -
V. Conclusion	- 43 -
Chapitre III: Commande du quadrirotor par la logique floue.....	- 44 -
I. Introduction	- 45 -
II. Commande du quadrirotor par le régulateur PD.....	- 45 -
II.1. Synthèse du régulateur PD.....	- 46 -
II.2. Résultat de simulation.....	- 47 -
III. Généralités sur la commande floue du quadrirotor	- 50 -
IV. Synthèse du contrôleur flou type-1 (FLC type-1)	- 51 -
IV.1. Fuzzification.....	- 52 -
IV.2. Moteur d'inférence floue.....	- 53 -
IV.3. Base de règles et Défuzzification	- 53 -
IV.4. Calcul des intervalles des entrées / sorties du FLC	- 54 -
V. Application de la commande floue: résultats de la simulation	- 55 -
V.1. Stabilisation d'altitude	- 55 -
V.2. Poursuite d'une trajectoire	- 58 -
VI. Conclusion.....	- 61 -
Conclusion générale.....	- 62 -
Références.....	- 63 -
Annexes.....	- 64 -

INTRODUCTION GENERALE

L'objectif principal d'un automaticien est d'élaborer une loi de commande qui confère à un procédé physique des propriétés désirées. Pour vérifier les performances d'une loi de commande développée, une première approche consiste à tester la validité de cette dernière sur le procédé lui-même. Cette technique peut s'avérer dangereuse, une alternative consiste alors à concevoir un modèle mathématique du procédé à commander, exploitable pour la synthèse du contrôleur et la simulation des performances obtenues en boucle fermée. Le but d'un chercheur automaticien est donc de proposer des méthodologies de synthèse de contrôleurs assurant les performances recherchées et garantir à priori leurs bons fonctionnements avant même leurs mises en œuvre sur le procédé.

D'un point de vue mathématique, les procédés dynamiques non linéaires sont très complexes et peuvent présenter toutes sortes de comportement étrange, voir chaotique [1].

Pour résoudre le problème de régulation de ces systèmes, de nouvelles techniques de commande basées sur l'expertise de l'opérateur ont été élaborées [2][3][4]. Le point clef de ces nouvelles techniques réside dans l'utilisation du calcul symbolique pour la modélisation des algorithmes de commande. Cette méthodologie ouvre une nouvelle voie par l'utilisation de la logique heuristique. Ainsi les régulateurs flous peuvent être vus comme un cas de commande experte, caractérisé par l'utilisation d'un mécanisme représentatif des jugements de l'être humain [16].

La théorie de la logique floue a été établie par Lotfi Zadeh. Cette logique permet la représentation et le traitement de connaissances imprécises ou approximatives. Le nombre d'applications basées sur la théorie de la logique floue a augmenté considérablement ces dernières années. Ceci est dû au fait que la logique floue est exprimée usuellement par des règles linguistiques de la forme « Si-Alors », elle est utilisée pour résoudre les problèmes de contrôle des systèmes non linéaires. Une commande par la logique floue est caractérisée par :

- Son aptitude à appréhender des problèmes tels que les non linéarités.
- L'utilisation du savoir d'un expert sur la façon de piloter le système.

Le thème principal de ce travail est le développement d'une structure de la commande floue permettant de résoudre le problème de suivi d'une trajectoire d'un quadrirotor tout en assurant sa stabilité.

Le rapport est organisé en trois chapitres :

Le *premier chapitre* présente un aspect bibliographique sur les systèmes non linéaires, leurs lois de commandes, et la théorie de la logique floue en passant par la définition des ensembles flous type-1 et type-2, ainsi que les principales caractéristiques des modèles flous et la structure des contrôleurs correspondants.

Dans le *deuxième chapitre*, on entame la modélisation mathématique d'un quadrirotor en exploitant la formulation de Newton-Euler.

Dans le *troisième chapitre*, on effectue, tout d'abord, la commande du quadrirotor en utilisant un régulateur PD. Ensuite, on aborde la synthèse d'un contrôleur floue Mamdani de type-1 afin de l'appliquer dans le contrôle du quadrirotor. Finalement, on achève ce chapitre par une simulation de la commande floue.

*Chapitre I: Etat d'art sur les systèmes
non linéaires et la logique
floue*

I. Introduction

La diversité des problèmes rencontrés en automatique, notamment sur la théorie de la commande des systèmes non linéaires, a connu une évolution considérable ces dernières années. En effet, depuis la fin du siècle dernier, la commande des systèmes non linéaires complexes reposant sur la notion de la logique floue connaît un succès tant sur le plan théorique que pratique.

La logique floue apporte généralement une nette amélioration des performances par rapport aux approches classiques tout en présentant l'avantage de pouvoir être définie au moyen d'une description linguistique.

Dans ce chapitre, on présente une étude bibliographique sur les systèmes non linéaires et leurs lois de commandes. Ensuite, on développe les notions de base de la logique floue, en passant par les types et les différentes structures des modèles flous.

II. Systèmes non linéaires (SNL)

La non linéarité de certains systèmes peut être de nature différente :

- Non linéarités naturelles (systèmes physiques) : ces non linéarités induisent généralement des effets indésirables.
- Non linéarités artificielles (systèmes de commande) : elles sont introduites pour compenser les effets induits par les non linéarités naturelles.
- La non linéarité qui repose sur les propriétés mathématiques du non linéarité : continue ou discontinue.

La figure I-1 montre quelques exemples de non linéarités.

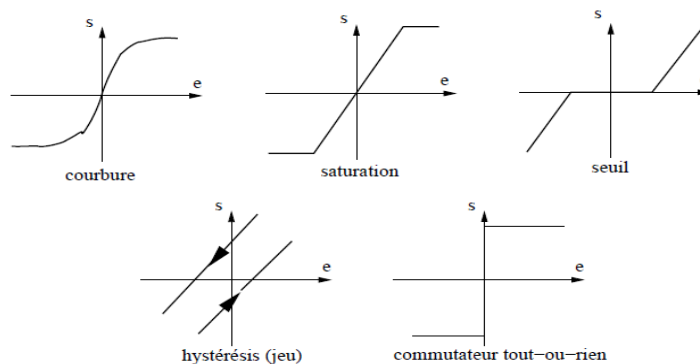


Figure I-1: Exemples de non linéarités.

Il n'y a pas une théorie générale pour ces systèmes, mais plusieurs méthodes sont adaptées à certaines classes de systèmes non linéaires.

II.1. Définition

Un système non linéaire est un système qui ne peut pas être décrit par des équations différentielles linéaires à coefficients constants. Cela explique la complexité et la diversité des SNL et des méthodes de contrôle qui s'y appliquent.

Exemple de fonction d'un système régi par une équation différentielle :

$$\dot{x} = f(x, u) \quad \text{I-1}$$

$x \in R^n, u \in R^m$, où f est une fonction non linéaire.

II.2. Lois de commandes des systèmes non linéaires

Dans cette partie, on va introduire plusieurs techniques de commandes linéaires et non linéaires, efficaces en termes de stabilisation des SNL. La figure I-2 présente une structure générale d'application de la loi de commande (asservissement en boucle fermé).

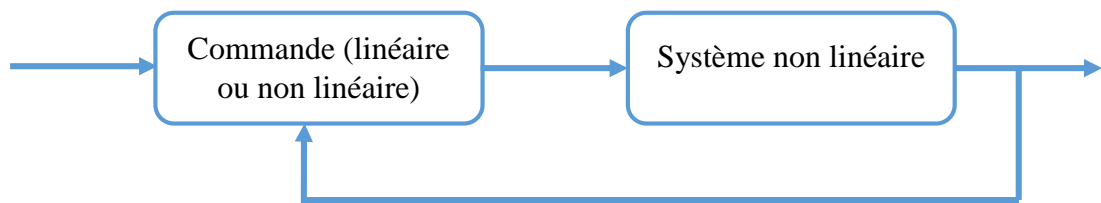


Figure I-2: Structure d'asservissement d'un SNL

II.2.1. Commandes linéaires

II.2.1.1. Commande par linéarisation

La linéarisation du système autour d'un point de repos ou sous certaines hypothèses (approximation de faibles déviations), permet de décrire le système par un modèle mathématique linéaire. Dans ce cadre d'étude, les méthodes fréquentielles (Transformée de Laplace) constituent les outils les plus performants pour l'analyse et la synthèse des asservissements linéaires (Correcteur PID...) [5].

Toutefois, aucun système physique n'est rigoureusement linéaire et en dehors du domaine de linéarité, il est nécessaire d'utiliser d'autres méthodes pour vérifier la stabilité et la robustesse aux perturbations d'un système en boucle fermé.

La méthode par linéarisation est une méthode valide que localement autour d'un point de fonctionnement, et par conséquent, cette méthode ne peut pas être utilisée pour définir un comportement global. De plus, lors de la linéarisation les effets non linéaires sont considérés comme perturbateurs et de ce fait ils sont négligés. Or, la dynamique apportée par ces effets non linéaires est plus riche que les systèmes linéaires. A titre d'exemple, la différence des

systèmes linéaires qui ne possèdent qu'un seul point d'équilibre, les systèmes non linéaires peuvent posséder plusieurs points d'équilibre [5]. De ce fait, on est obligé à faire la conception d'une commande non linéaire.

II.2.1.2. La théorie de Lyapunov

C'est un outil d'analyse très utilisé pour étudier le problème de la stabilité des systèmes non linéaires. La philosophie de base de cette méthode est l'extension d'une observation physique fondamentale. Si l'énergie totale d'un système mécanique (ou électrique) est continuellement dissipée, alors le système convergera vers un état d'équilibre [6].

Il s'agit de formuler une fonction scalaire $V(x) > 0$ pour les variables d'état du système étudié, et de choisir la loi de commande qui fera décroître cette fonction, afin de garantir que la dérivée de la fonction de Lyapunov $V(x)$ définie positive soit négative. Cette propriété doit être vérifiée le long de toutes les trajectoires possibles du système en boucle fermé.

II.2.2. Commande non linéaires

II.2.2.1. Commande par mode de glissement

L'idée de base de la commande par régime glissant est premièrement d'attirer les états du système dans une région convenablement sélectionnée, puis de concevoir une loi de commande qui maintiendra toujours le système dans cette région [7].

En résumé, une commande par mode glissant repose sur :

- Le choix de la surface de glissement :

Le choix de cette surface concerne le nombre nécessaire ainsi que la forme de la surface de glissement. Ces deux facteurs sont en fonction de l'application et l'objectif à atteindre.

- La définition des conditions d'existence et de convergence du mode de glissement :

C'est la condition sous laquelle la trajectoire d'état va atteindre la surface de glissement, appelée aussi condition d'attractivité.

II.2.2.2. Réseau de neurones artificiels RNA

Les réseaux de neurones artificiels sont des réseaux fortement connectés de processeurs élémentaires fonctionnant en parallèle. Chaque processeur élémentaire calcule une sortie unique sur la base des informations qu'il reçoit. Toute structure hiérarchique de réseaux est évidemment un réseau [15].

- **Les composantes d'un RNA**

Un neurone artificiel est une unité de calcul qui reçoit un certain nombre d'entrées en provenance directe de l'environnement ou de neurones amont. Lorsque l'information est issue d'un neurone, on lui associe un poids W (Weight en anglais) qui représente la capacité du neurone amont à exciter ou inhiber le neurone aval. Chaque neurone est doté d'une sortie unique, qui se ramifie pour alimenter un nombre variable de neurones aval. Ils sont arrangés par couche.

La figure I-3 montre un exemple d'un RNA.

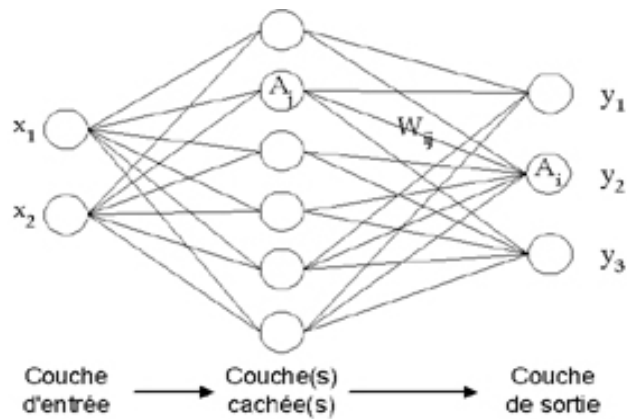


Figure I-3: Exemple d'un RNA

Un neurone artificiel est composé d' :

- Un ensemble de valeurs d'entrée $\{x_1, x_2, \dots\}$, discrètes $\{0,1\}$ ou réelles $[-1,1]$.
- Un ensemble de poids réels $\{W_1, W_2, \dots\}$ entre les neurones.
- Une fonction de sommation qui calcule la somme pondérée (par les poids) des entrées.
- Une fonction d'activation φ qui calcule l'activité ou l'état du neurone à partir de la somme : $\varphi(x)$

La figure I-4 présente les composantes d'un RNA.

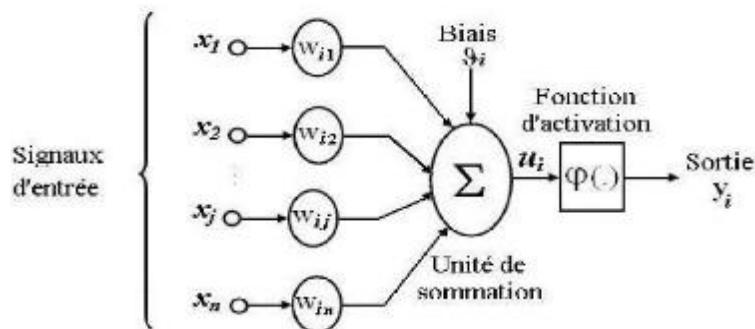


Figure I-4: Schéma d'un RNA

- ***L'apprentissage***

L'apprentissage est la propriété la plus intéressante des réseaux neuronaux. Par définition, l'apprentissage est une phase du développement d'un réseau de neurones durant laquelle le comportement du réseau est modifié jusqu'à l'obtention du comportement désiré.

Dans la majorité des algorithmes de RNA, les variables modifiées durant l'apprentissage sont les poids des connexions W_i . C'est cette modification qui permet d'accorder la réponse du réseau aux exemples qu'on lui soumet (par exemple reconnaître une croix). Il adapte la force de ses connexions soit en comparant le résultat qu'il a calculé et la réponse qu'on attend de lui (apprentissage supervisé), soit en détectant les régularités statistiques des entrées (apprentissage non-supervisé). A l'issue de l'apprentissage, les poids sont fixés : c'est alors la phase d'utilisation (le réseau sait reconnaître une croix même si elle est bruitée ou détériorée). Toutefois, l'apprentissage ne s'arrête jamais car il existera toujours une entrée qui ne ressemblera pas aux entrées précédentes [15].

II.2.2.3. Les algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques, initiés dans les années 1975 par John Holland, sont des algorithmes d'optimisation s'appuyant sur des techniques dérivées de la génétique et des mécanismes d'évolution de la nature : croisement, mutation, sélection [8].

Un algorithme génétique recherche le ou les extrema d'une fonction définie sur un espace de données [8]. Pour l'utiliser, on doit disposer des cinq éléments suivants:[8][8][8]

- Un principe de codage de l'élément de population. Cette étape associe à chacun des points de l'espace d'état une structure de données. Elle se place généralement après une phase de modélisation mathématique du problème traité.

- Un mécanisme de génération de la population initiale. Ce mécanisme doit être capable de produire une population d'individus non homogène qui servira de base pour les générations futures.

- Une fonction à optimiser. Celle-ci retourne une valeur appelée fitness ou fonction d'évaluation de l'individu.

- Des opérateurs permettant de diversifier la population au cours des générations et d'explorer l'espace d'état.

- Des paramètres de dimensionnement : la taille de la population, nombre total de générations ou critère d'arrêt.

- ***Principe de fonctionnement***

Les algorithmes génétiques fournissent des solutions aux problèmes n'ayant pas de solutions calculables en temps raisonnable de façon analytique ou algorithmique.

Selon cette méthode, des milliers de solutions (génotypes) plus ou moins bonnes sont créés au hasard puis sont soumises à un procédé d'évaluation de la pertinence de la solution minimisant l'évolution des espèces les plus "adaptés". C'est-à-dire les solutions au problème qui sont les plus optimales survivent davantage que celles qui le sont moins. La population évolue par générations successives en croisant les meilleures solutions entre elles et en les faisant muter, puis en relançant ce procédé un certain nombre de fois afin d'essayer de tendre vers la solution optimale [8].

II.2.2.4. Commande par la logique floue

La commande floue est le domaine d'application de la logique floue le plus utilisé dans le cadre de la commande des systèmes non linéaires complexes. L'approche utilisée repose sur la propriété d'approximation universelle des systèmes flous. Cette approche de commande floue a pour objectif le traitement des problèmes de commande de processus qui sont, soit difficilement automatisables par une approche classique, soit les sources d'information sont jugées non précises ou incertaines, et cela à partir des connaissances des experts ou d'opérateurs qualifiés travaillant sur le processus. La particularité de cette commande est de reproduire le comportement humain plutôt que de réaliser un modèle mathématique du système et le contrôleur flou peut ainsi être vu comme un algorithme qui peut convertir une stratégie formelle de commande basée sur les connaissances d'un expert en une stratégie automatique de commande. Cet algorithme de commande se base sur une collection de règles floues appelée base de règles [9]. Par la suite, on introduit les notions de la logique floue et la structure d'un contrôleur floue.

III. La logique floue

Après l'apparition de la théorie d'ensemble flou en 1965 par Lotfi Zadeh, beaucoup de travaux de recherches ont été publiés. Cette théorie est très attractive car elle est basée sur le raisonnement humain, contrairement à l'algèbre booléenne qui se base sur la notion du vrai ou faux. Cette théorie est la base de fonctionnement de la logique floue.

L'avantage de la logique floue est l'exploitation de la capacité de l'humain à décider et agir d'une façon juste malgré l'imprécision et l'incertitude des connaissances disponibles. Donc, la logique floue traduit ces connaissances sous forme d'un ensemble de règles linguistiques de type « si.... Alors », ce qui facilite la prise de décision pour la commande.

Récemment, la logique floue a été généralisé, en passant de la logique floue type 1 qui se base sur le bidimensionnel de l'ensemble flou, à la logique floue type 2 qui se base sur le tridimensionnel de ses ensembles flous. Ce dernier concept prend en considération la modélisation des incertitudes.

III.1. Système flou type-1

III.1.1. Ensembles flous type-1

Un ensemble classique possède des éléments qui satisfont l'ensemble des propriétés précises. Des éléments qui ne satisfont pas ces propriétés n'appartiennent pas à l'ensemble que celles-ci décrivent. Plus formellement, un sous ensemble A d'un ensemble de référence X peut être décrit à partir de sa fonction caractéristique : $\mu_A: X \rightarrow \{0,1\}$ de la manière suivante :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{I-2}$$

Par exemple, le sous-ensemble A des âges compris entre 20 et 40 ans a pour fonction caractéristique :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 20 \leq x \leq 40 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{I-3}$$

Considérons maintenant un ensemble B des âges avoisinant les 30 ans. La propriété *avoisinant les 30 ans* n'est pas précise. B ne peut être caractérisé par une fonction caractéristique qui scinderait en deux les âges : ceux voisins de 30 ans et ceux qui ne les avoisinent pas. On est alors amené à introduire une généralisation de cette fonction caractéristique en une fonction d'appartenance afin de considérer des âges qui ne sont pas trop éloignés sans être vraiment proche de 30 ans.

Ainsi, une **fonction d'appartenance** permet de mettre en évidence les nuances d'appartenance pour les éléments de l'ensemble X et de définir un sous ensemble flou de X.

III.1.1.1. Définition d'un ensemble flou type-1

Un sous-ensemble flou A de X est défini par une fonction d'appartenance μ_A qui associe à tout élément x de X une valeur réelle $\mu_A(x)$ dans l'intervalle $[0, 1]$.

$$\text{pour } x \in X, \quad \mu_A(x): X \rightarrow [0,1] \quad \text{I-4}$$

$\mu_A(x)$: représente le degré d'appartenance de x à l'ensemble flou A.

La figure I-5 présente un exemple d'appartenance de l'âge en représentation classique, alors que la figure I-6 présente un exemple d'appartenance de l'âge en ensembles flous.

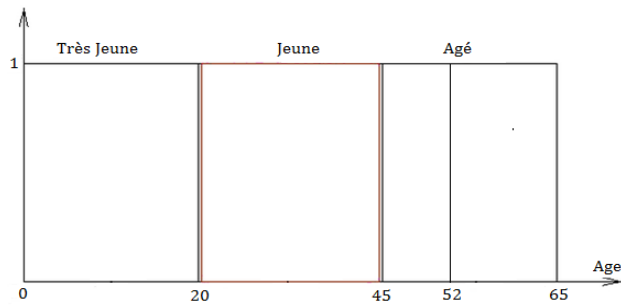


Figure I-5: Représentation de l'âge en ensembles classiques

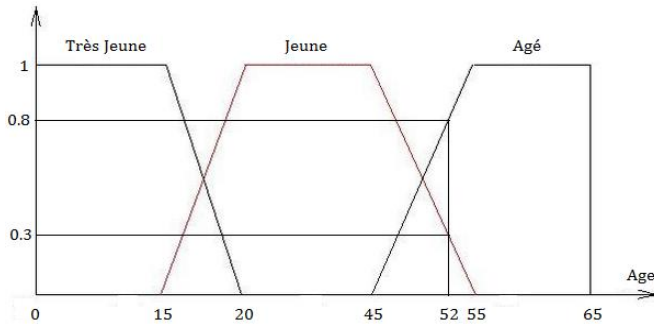


Figure I-6: Représentation de l'âge en ensemble flous

D'après la figure I-5, on constate que ceux qui ont 52 ans appartiennent seulement à l'ensemble classique « Agé », tandis que dans la figure I-6, ceux qui ont 52 ans appartiennent d'un degré d'appartenance de 80% à l'ensemble flou « Agé » et d'un degré d'appartenance de 30% à l'ensemble flou Jeune.

III.1.1.2. Caractéristiques

Un ensemble flou est défini par la donnée de sa fonction d'appartenance. De cette fonction, on déduit ses caractéristiques:

a. Noyau

Le noyau d'un ensemble flou A de X, noté $Noy(A)$, est l'ensemble de tous les éléments qui lui appartiennent totalement :

$$Noy(A) = \{x \in X | \mu_A(x) = 1\} \quad I-5$$

b. Support

Le support d'un ensemble flou A de X, noté $Supp(A)$, est l'ensemble de tous les éléments qui lui appartiennent.

$$Supp(A) = \{x \in X | \mu_A(x) > 0\} \quad I-6$$

c. Hauteur

La hauteur d'un ensemble flou A de X , noté $h(A)$, est la valeur maximale atteinte sur le support de A . Un ensemble flou est normalisé si sa hauteur $h(A)=1$

$$x \in X, \quad h(A) = \sup \mu_A(x) \quad \text{I-7}$$

La figure I-7 présente les caractéristiques d'un ensemble flou.

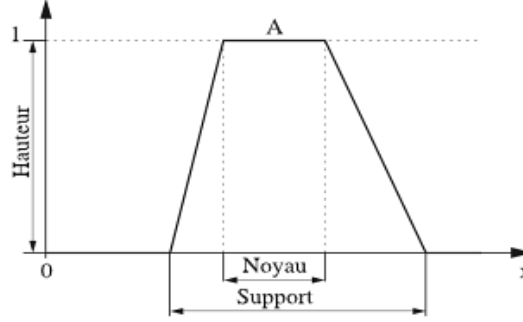


Figure I-7: Noyau, support et hauteur d'un sous-ensemble flou.

d. α -coupe

L'ensemble A_α de X associé à A pour le seuil α est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A avec un degré au moins égal à α . On dit que A_α est α -coupe de A :

$$A_\alpha = \{x \in X | \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad \text{I-8}$$

Et A_α est un ensemble flou ordinaire de fonction caractéristique :

$$A_\alpha(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mu_A(x) \geq \alpha \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{I-9}$$

III.1.1.3. Fonctions d'appartenance

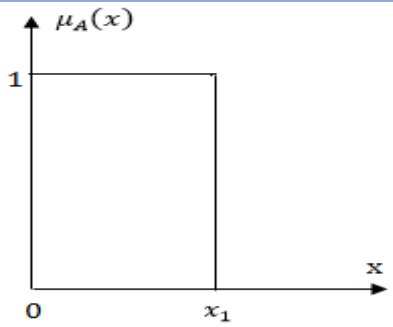
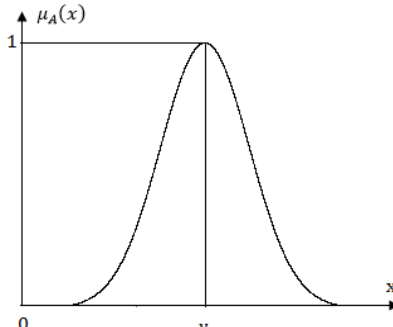
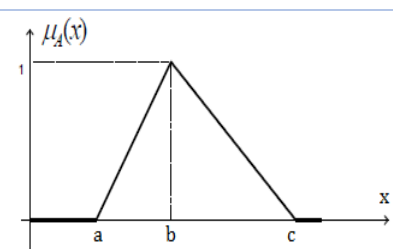
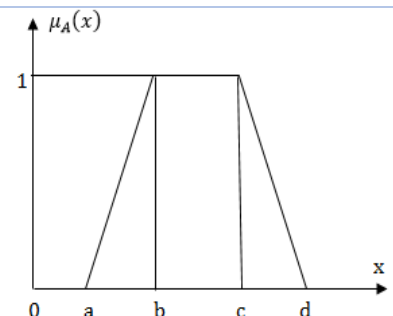
Un ensemble flou A est défini par sa fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ telle qu'elle représente le degré d'appartenance de la variable x de A .

La fonction d'appartenance floue peut prendre une infinité de valeurs entre 0 et 1. Elle est définie par l'équation I-10.

$$\mu_A \left| \begin{array}{l} X \rightarrow [0 \ 1] \\ x \rightarrow \mu_A(x) \end{array} \right. \quad \text{I-10}$$

Les fonctions d'appartenance peuvent prendre théoriquement n'importe quelle forme, on présente quelques fonctions les plus utilisées dans le tableau I-1.

Tableau I-1: Forme de fonctions d'appartenance usuelles.

Fonctions d'appartenance	Formes	Expressions
Singleton		$\mu_A(x_1) = 1, \quad x = x_1$ $\mu_A(x_i) = 0, \quad \text{ailleurs}$
gaussienne		$\mu_A(x, v, \sigma) = e^{\left(-\frac{(x-v)^2}{2\sigma^2}\right)}$ <p>Où :</p> <p>v est espérance mathématique</p> <p>σ: l'écarttype</p>
triangulaire		$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{si } x \in [a, b] \\ \frac{x-c}{b-c} & \text{si } x \in [b, c] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$
trapézoïdale		$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{a-x}{a-b} & \text{si } x \in [a, b] \\ 1 & \text{si } x \in [b, c] \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{si } x \in [c, d] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

III.1.1.4. Opérations sur les ensembles flous

Les opérations sur les ensembles ordinaires d'un même univers de référence peuvent être utiles aussi pour les ensembles flous. Les opérations suivantes sont les plus utilisées.

Soit deux ensembles flous A et B de X :

a. Egalité

A et B sont dits égaux s'ils ont des fonctions d'appartenance égales en tout point de X.

$$A=B \text{ si et seulement si : } \forall x \in X, \quad \mu_A(x) = \mu_B(x) \quad \text{I-11}$$

b. Union

L'union de A et B est l'ensemble flou constitué des éléments de X affectés du plus grand des degrés avec lesquels ils appartiennent à A et B. Formellement, $A \cup B$ est donnée par :

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \text{I-12}$$

La figure I-8 montre la représentation de l'union de deux ensembles flous.

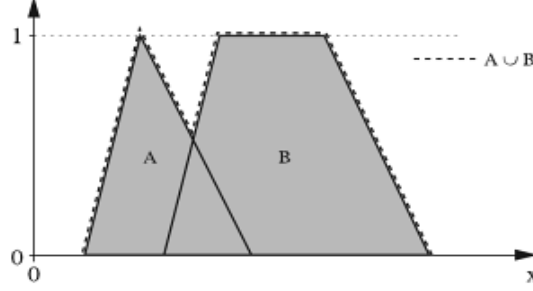


Figure I-8: Union de deux ensembles flous avec l'opérateur max.

c. Inclusion

Si $\forall x \in X$, x appartient toujours moins à A qu'à B, alors on dit que A est inclus dans B.

$$A \subseteq B \text{ si et seulement si} \quad \forall x \in X, \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad \text{I-13}$$

d. Intersection

L'intersection de A et B est l'ensemble flou constitué des éléments de X affectés du plus petit des degrés avec lesquels ils appartiennent à A et B. $A \cap B$ est donnée par :

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \text{I-14}$$

La figure I-9 présente l'intersection de deux ensembles flous.

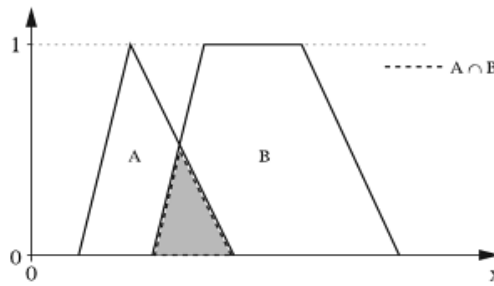


Figure I-9: Intersection de deux ensembles flous avec l'opérateur min.

e. Complémentarité (Négation)

Le complément d'un sous-ensemble flou A de X est noté \bar{A} . Il est défini à partir de la fonction d'appartenance de A par l'équation I-15.

$$\forall x \in X, \mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad \text{I-15}$$

Avec : $A \cap \bar{A} \neq \emptyset$.

f. Produit algébrique

Le produit de A et B est un ensemble flou dans X, défini par l'équation I-16.

$$\forall x \in X, \quad \mu_{AB}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad \text{I-16}$$

g. Somme bornée

La somme bornée de A et B est un ensemble flou dans X, défini par :

$$\forall x \in X, \quad \mu_{A \oplus B}(x) = \min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\} \quad \text{I-17}$$

III.1.2. Contrôleur flou type-1

Les grandeurs de sortie d'un processus à commander et éventuellement d'autres mesures déterminantes pour saisir l'évolution dynamique du processus ainsi que les consignes définissent les variables d'entrée du contrôleur flou. Les variables de sortie de ce contrôleur sont les commandes à appliquer au processus.

Le contrôleur flou type-1 est constitué de 4 blocs principaux: la base de connaissance, le système d'inférence, l'interface de fuzzification et l'interface de défuzzification. La base de connaissance est composée d'une base des données et d'une base de règles. La base des données contient des faits de la forme: « x est A » pour les variables linguistiques d'entrée et de sortie du contrôleur flou. La base des règles contient des propositions de la forme: « si x_1 est A_1 et x_2 est A_2 alors y est B ». Elle caractérise la stratégie de commande émise par l'expert sous forme de règles linguistiques. Le système d'inférence est capable de raisonner à partir des informations contenues dans la base de connaissance et de faire des déductions.

La figure I-10 présente une structure générale d'un contrôleur flou type-1.

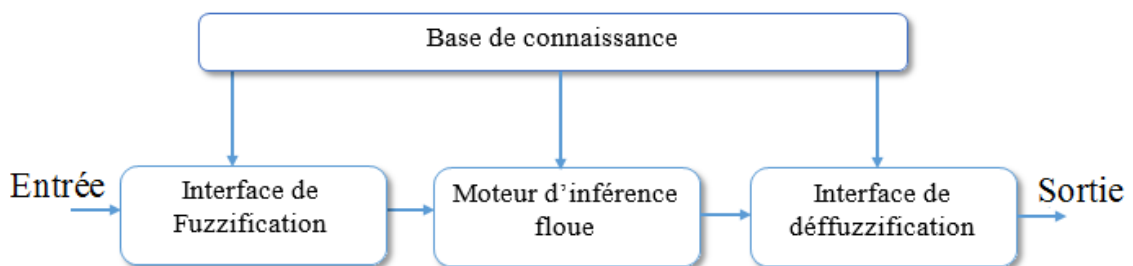


Figure I-10: Schéma générale d'un contrôleur flou type-1.

Généralement, un contrôleur flou type-1 passe par les étapes suivantes :

- Choix de la stratégie de fuzzification.
- Etablissement de la base de règles.
- Choix de la méthode d'inférence.

- Choix de la stratégie de défuzzification.

III.1.2.1. Fuzzification

Les variables d'entrée et de sortie choisies pour modéliser ou commander un système sont des grandeurs numériques. L'étape de fuzzification consiste à transformer ces grandeurs réelles en variables linguistiques en vue d'un traitement d'inférence. Ainsi, à chaque variable d'entrée et de sortie est associé des ensembles caractérisant les termes linguistiques pris par ces variables. Ces termes seront utilisés pour écrire les règles d'inférence.

Le choix des formes des fonctions d'appartenance est arbitraire. Des études comparatives ont montré qu'avec les différentes formes des fonctions d'appartenance, la forme la plus fréquemment utilisée en commande floue est la forme triangulaire. Le nombre de fonctions d'appartenance est généralement impair et se répartissent autour de zéro. En général, on introduit pour une variable linguistique trois, cinq ou sept ensembles flous. Le choix du nombre dépend de la précision souhaitée. Les fonctions d'appartenance peuvent être symétriques, non symétriques et équidistantes ou non équidistantes.

La fuzzification passe par les étapes apparaissant dans la figure I-11.

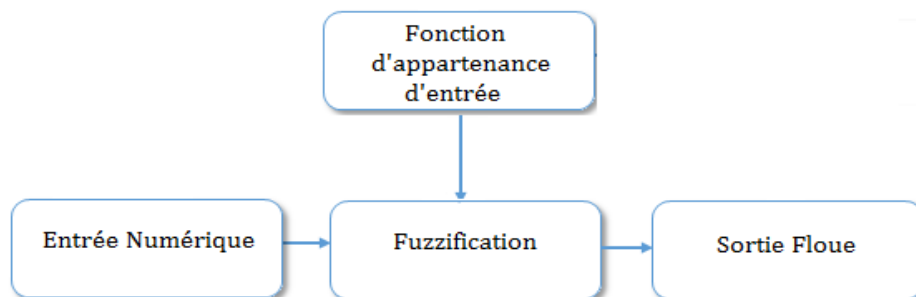


Figure I-11: Schéma de Fuzzification.

III.1.2.2. Base de règles

La logique floue a pour but d'exploiter le raisonnement humain dans le sens de modéliser et commander des systèmes complexes. Pour aboutir à cet objectif, la logique floue se base sur la notion de base de règles. Une base de règles floues est une collection de règles qui permet de lier les variables floues entrée et de sortie. La description de la commande se fait par l'intermédiaire de ces règles qui ont la forme suivante :

$$\text{si } x_1 \text{ est } A_1 \text{ et } x_2 \text{ est } A_2 \text{ et } \dots \text{ et } x_i \text{ est } A_i \text{ alors } y \text{ est } B$$

Où :

$x_1 \dots x_i$: Entrées du système flou.

y : Sortie du système flou.

A_i et B : sont des termes linguistiques représentés par des ensembles flous.

III.1.2.3. Inférence floue

Elle permet de calculer l'ensemble flou associé à la commande et s'effectue par les opérations d'inférence floue et l'agrégation des règles. Elle entre dans la partie prémisse qui constitue la base de règles. La prémisse est un ensemble de conditions liées entre elles par des conjonctions de forme : « ET », « OU »

La liaison entre la prémisse et la conclusion dans la base de règles s'établit à travers la conjonction « ALORS », qui peut être traduite par le produit ou le minimum. L'agrégation des règles est réalisée généralement par le maximum ou la somme.

III.1.2.4. Défuzzification

Le traitement des règles d'inférence fournit une valeur floue. L'étape de défuzzification consiste à transformer l'ensemble flou résultant de l'agrégation des règles en une grandeur numérique de commande précise à appliquer au processus. Dans la littérature, il existe plusieurs stratégies pour réaliser cette opération telle que la moyenne des maxima, le centre des aires, le centre des maxima. La méthode de défuzzification par le centre de gravité est la méthode la plus utilisée en commande floue du fait qu'elle fournit intuitivement la valeur la plus représentative de l'ensemble flou issu de l'agrégation des règles. Elle consiste à calculer le centre de gravité de la surface formée par la fonction d'appartenance résultante.

Dans la figure I-12, on présente un exemple de défuzzification d'une variable y représentée par trois ensembles flous. Après l'agrégation par la méthode de sommation, on utilise une défuzzification par la méthode de centre de gravité.

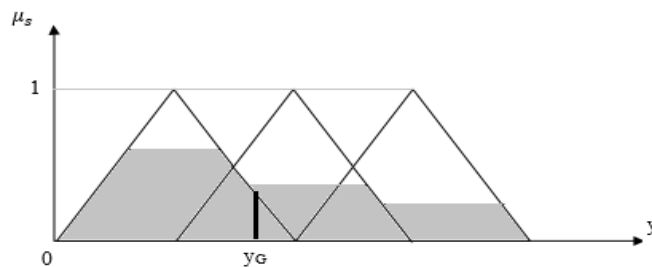


Figure I-12: Défuzzification par la méthode du centre de gravité.

III.2. Système flou type-2

Les fonctions d'appartenance des ensembles flous type-1 sont précises, pourtant, elles sont incapables de prendre en charge des incertitudes numériques ou linguistiques. Pour incorporer ces incertitudes dans les fonctions d'appartenance, on introduit la logique floue type-2.

L'idée de cette logique consiste à créer une extension des ensembles flous type-1. La supériorité de la logique floue type-2 provient de la forme géométrique constituant les fonctions d'appartenance. Contrairement aux ensembles flous type-1 où la valeur d'appartenance de chaque élément est une constante, la valeur d'appartenance de chaque élément de l'ensemble flou type-2 constitue elle-même un ensemble flou dans l'intervalle $[0, 1]$ [9].

III.2.1. Ensembles flous type-2

La différence entre la logique type-1 et la logique type-2 se manifeste dans la forme des ensembles flous constituant les fonctions d'appartenance d'entrées. La fonction d'appartenance type-2 fait apparaître un ensemble flou pour chaque élément d'entrée, ce qui permet de récupérer et d'incorporer les incertitudes négligées par le type-1.

La figure I-13 présente un exemple de forme d'une fonction d'appartenance d'un système flou type-2.

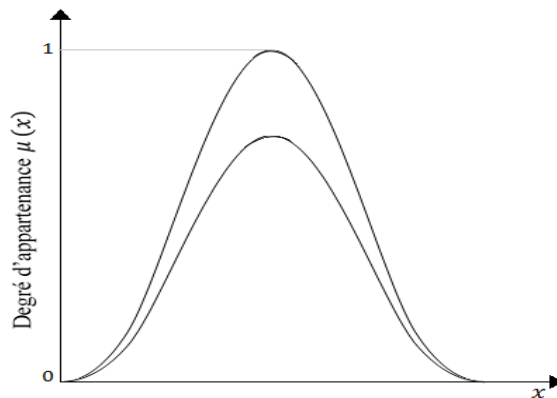


Figure I-13: Exemple d'une fonction d'appartenance d'un système flou type-2.

Il existe plusieurs types d'ensembles flous type-2 :

- **Ensemble flou type-2 gaussien**

La spécification de cet ensemble, est que le degré d'appartenance de chaque élément d'entrée est un ensemble flou type-1 gaussien dont le domaine de définition est compris dans l'intervalle $[0, 1]$.

La figure I-14 montre un exemple d'ensemble flou type 2 où la forme de l'ensemble flou type-1 est triangulaire tandis que la forme de l'ensemble flou type-2 est gaussienne. Dans la figure (a), le degré d'appartenance $\mu(x)$ de la variable $x=4$ varie entre 0.45 et 0.8, cette variation est représentée par les nuances autour de $\mu(4)=0.65$, ce degré d'appartenance est indiqué dans la figure (b) par une fonction d'appartenance de type gaussienne.

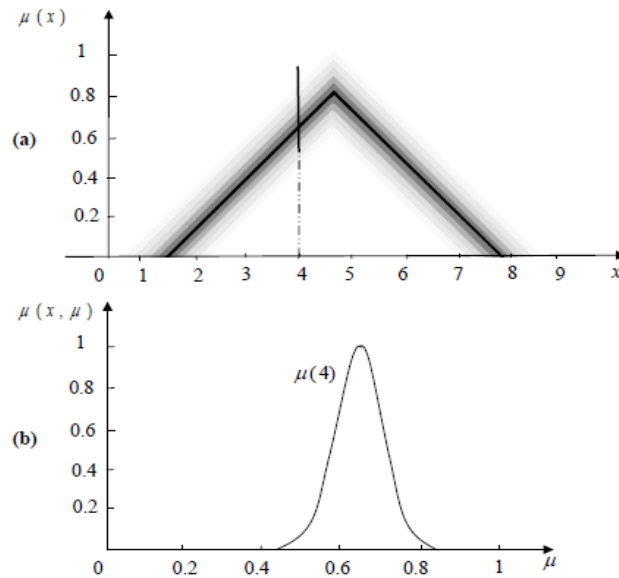


Figure I-14: (a) Exemple d'un ensemble flou type-2. Les appartenances secondaires de forme gaussienne sont représentées dans la figure (b).

- **Ensemble flou type-2 triangulaire**

Dans ce cas, le degré d'appartenance de chaque point est un ensemble flou type-1 triangulaire dont le domaine de définition est compris dans l'intervalle $[0, 1]$.

- **Ensemble flou type-2 intervalle**

Le degré d'appartenance de chaque point est un ensemble flou type-1 triangulaire dont le domaine de définition est compris dans l'intervalle $[0, 1]$. Dans ce cas, les appartenances secondaires sont égales à 1. Ce type d'ensemble est le plus souvent utilisé dans les systèmes flous type-2.

La figure I-15 présente un exemple d'ensemble flou type-2 intervalle. Dans la figure (a), on constate que pour $x=0.65$, le degré d'appartenance $\mu(x = 65)$ varie entre 0.45 et 0.85. Puisque on a une forme triangulaire de l'ensemble flou des appartenances secondaires, alors le degré d'appartenance de $\mu(x)$ est constant, il est noté par $\mu(x, \mu)$, de valeur unitaire et représenté dans la figure (b) par l'intervalle $[0.45, 0.85]$.

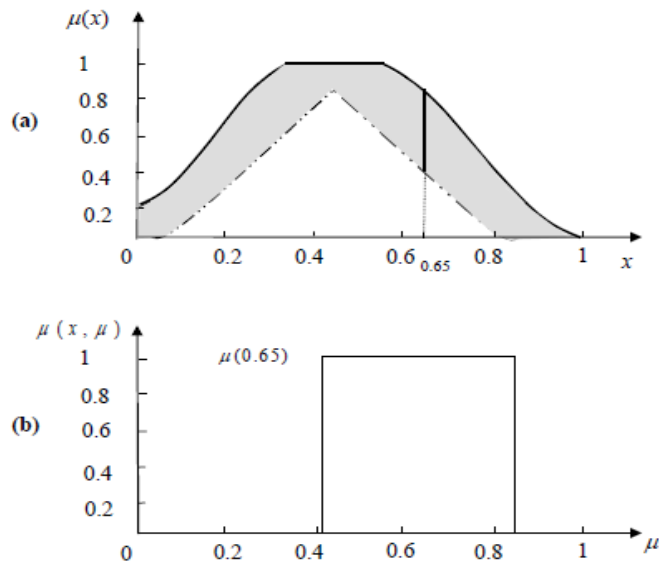


Figure I-15: (a) Représentation d'un ensemble flou type-2 intervalle. (b) Représentation des appartenances secondaires de type intervalle.

III.2.2. Contrôleur flou type-2

La structure du contrôleur flou type-2 est similaire à celle classique avec la particularité de l'utilisation d'un réducteur de type pour convertir les ensembles flous type-2, à la sortie du système d'inférence, en ensembles flous type-1 avant la phase de défuzzification. Notons que la phase de Fuzzification est la même pour les deux types de la logique floue. Ses différentes opérations sont illustrées dans la figure I-16.

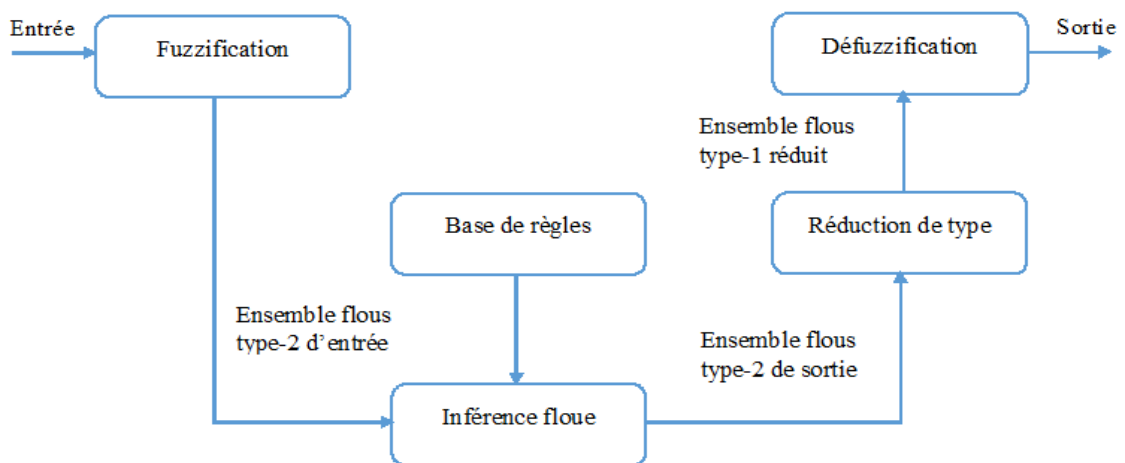


Figure I-16: Structure d'un contrôleur flou type-2.

III.2.2.1. Règles et inférence

Dans la formulation des règles, La différence entre les systèmes flous type-1 et type-2 est au niveau de la forme de l'ensemble flou constituant la fonction d'appartenance. Une règle d'un système flou type-2 aura la forme suivante :

Si x_1 est \widetilde{A}_1 et x_2 est \widetilde{A}_2 et ... et x_i est \widetilde{A}_i alors y est \widetilde{B}

Où : $x_1 \dots x_i$: les entrées du système flou.

$\widetilde{A}_1 \dots \widetilde{A}_i$: Les ensembles des prémisses de type-2.

\widetilde{B} : Les ensembles flous des conséquences.

y : La sortie du système flou.

Notons que l'existence d'une seule fonction d'appartenance de type-2 est suffisante pour que le système flou soit de type-2.

- **Système d'inférence :**

Le système d'inférence dans un système flou type-2 utilise la base de règles floues pour effectuer une relation entre un vecteur d'entrée $x = [x_1, x_2, \dots x_i]$ et la sortie scalaire y . Dans cette étape, on détermine le degré d'activation correspondant à chaque règle :

$$\omega(x_i) = [\underline{\omega}(x_i), \overline{\omega}(x_i)] \quad \text{I-18}$$

Avec :

$\underline{\omega}(x_i)$ et $\overline{\omega}(x_i)$: représentent respectivement les valeurs minimales et maximales des degrés d'activation de la variable x_i . Ils sont définis par les équations I-19 et I-20.

$$\underline{\omega}(x_i) = \underline{\mu}_{\widetilde{A}_1}(x_1) \times \underline{\mu}_{\widetilde{A}_2}(x_2) \times \dots \times \underline{\mu}_{\widetilde{A}_n}(x_n) = \prod_{i=1}^n \underline{\mu}_{\widetilde{A}_i}(x_i) \quad \text{I-19}$$

Et

$$\overline{\omega}(x_i) = \overline{\mu}_{\widetilde{A}_1}(x_1) \times \overline{\mu}_{\widetilde{A}_2}(x_2) \times \dots \times \overline{\mu}_{\widetilde{A}_n}(x_n) = \prod_{i=1}^n \overline{\mu}_{\widetilde{A}_i}(x_i) \quad \text{I-20}$$

Où :

$\underline{\mu}_{\widetilde{A}_i}(x_i)$: est la valeur minimale d'une fonction d'appartenance correspondante à la variable x_i pour l'intervalle d'activation.

$\overline{\mu}_{\widetilde{A}_i}(x_i)$: est la valeur maximale d'une fonction d'appartenance correspondante à la variable x_i pour l'intervalle d'activation.

III.2.2.2. Réduction de type et Défuzzification

Etant donné que la sortie du système d'inférence est un ensemble flou type-2, son type doit être réduit avant l'étape de défuzzification pour qu'on puisse l'utiliser afin de générer une sortie réelle. C'est la principale différence structurelle entre les systèmes flous type-1 et ceux de type-2.

Il existe différentes techniques de réduction de type, afin d'avoir un ensemble réduit de type-1. Les plus utilisées sont :

- La méthode de barycentre.
- La réduction de type par le centre de gravité.
- La réduction de type par la hauteur.
- La réduction de type par le centre des ensembles.

On développe la méthode de réduction de type par le centre des ensembles selon la formule suivante :

$$Y_{cos}(Y^1, \dots, Y^M, \omega^1, \dots, \omega^M) = \int_{Y^1} \dots \int_{Y^M} \int_{\omega^1} \dots \int_{\omega^M} 1 / \frac{\sum_{i=1}^M \omega^i Y^i}{\sum_{i=1}^M \omega^i} \quad \text{I-21}$$

Y_{cos} : la sortie de type réduit.

Aussi, étant donné que chaque ensemble dans l'équation précédente est un ensemble flou type-1 intervalle, alors $Y_{cos}(Y^1, \dots, Y^M, \omega^1, \dots, \omega^M)$ est aussi un ensemble type-1 intervalle et donc son domaine est un intervalle situé sur l'axe des réels :

$$Y_{cos}(Y^1, \dots, Y^M, \omega^1, \dots, \omega^M) = [y_l, y_r] \quad \text{I-22}$$

Les sorties y_l, y_r peuvent se présenter sous forme d'un vecteur de fonction à base floue suivante :

$$y_{l,r} = \frac{\sum_{i=1}^M \omega_{l,r}^i Y^i}{\sum_{i=1}^M \omega_{l,r}^i} \quad \text{I-23}$$

avec :

M : nombre de règles floues.

$\omega_{l,r}^i$: le degré d'activation de sorties y_l, y_r soit $\underline{\omega}(x_i)$ ou $\bar{\omega}(x_i)$.

$Y^i = [Y^1, \dots, Y^M]$: le vecteur conclusion du système flou type-2.

Après cette étape, on applique comme méthode de défuzzification celle de centre de gravité, au résultat de type réduit obtenu. La sortie défuzzifiée est :

$$y = \frac{y_l + y_r}{2} \quad \text{I-24}$$

IV. Type de modèles flous

En fonction de la syntaxe des règles, deux classes de modèles flous peuvent être distinguées:

- Les modèles flous à conclusion fonctionnelle dits modèles de Takagi-Sugeno [9].
- Les modèles flous à conclusion symbolique dits modèles linguistiques ou modèles de Mamdani [10].

IV.1. Modèle flou de type Mamdani

Ce modèle est caractérisé par la forme des règles suivantes :

$$\text{si } x_i \text{ est } A_i \text{ alors } y \text{ est } B$$

Dans le modèle de Mamdani, les ensembles des variables d'entrées et de sorties sont symboliques, la conjonction et la disjonction dans ce modèle sont toujours interprétées successivement par les opérations Min, représentée par le symbole d'intersection \cap dans l'équation (I-14), et Max, représentée par le symbole d'union \cup dans l'équation (I-12).

Les méthodes d'inférences les plus utilisées pour ce modèle sont:

- Max-Min.
- Max-Produit.
- Somme-Produit.

La défuzzification est généralement calculée par la méthode de centre de gravité selon l'équation (I-25).

$$y = \frac{\int_y \mu_B(y) \times y \, dy}{\int_y \mu_B(y) \, dy} \quad \text{I-25}$$

IV.2. Modèle flou de type Takagi-Sugeno (TS)

Ce modèle est caractérisé par sa capacité de représenter les systèmes non linéaires par un système localement linéaire, où la conclusion de chaque règle est écrite en fonction des paramètres de l'entrée du modèle. La sortie de chaque règle peut être un polynôme dont les composantes sont des paramètres de l'entrée du système flou, comme elle peut être une constante.

La forme générale d'une règle floue est représentée par :

$$\text{si } x_1 \text{ est } A_1 \text{ et ... et } x_k \text{ est } A_k \text{ alors } y = p_0 + p_1 \cdot x_1 + \dots + p_k \cdot x_k$$

Avec :

$x_1 \dots x_k$: les entrées du système flou.

y : la sortie du système flou.

$A_1 \dots A_k$: les ensembles flous.

$p_0 \dots p_k$: les paramètres de la conséquence floue. Ils sont désignés à décrire la relation entre l'entrée et la sortie dans chaque ensemble flou.

Donc, les paramètres des modèles non linéaires des sorties obtenues sont en fonction des variables d'entrées du système flou comme suit :

$$\text{si } x_1 \text{ est } A_1 \text{ et ... et } x_k \text{ est } A_k \text{ alors } y = f(x_1 \dots x_k)$$

Les fonctions conséquences $f(x_1 \dots x_k)$ ont la même structure pour toutes les règles, seules leurs paramètres qui changent d'une règle à l'autre. On utilise la forme linéaire pour exprimer la sortie y :

$$y = a^T \cdot x + b \quad \text{I-26}$$

Avec : $a \in R^k$ est le vecteur des paramètres et $b \in R$ est un scalaire pour la $i^{\text{ème}}$ règle.

On constate deux cas particulier :

- Pour $b = 0$, le modèle TS est appelé modèle homogène.
- Pour $a=0$, on obtient un modèle TS singleton.

Par la suite, on calcule la sortie y par la méthode de défuzzification suivante :

$$y = \frac{\sum_{i=1}^M \omega (a^T \cdot x + b)}{\sum_{i=1}^M \omega} \quad \text{I-27}$$

Où : ω est le degré d'activation défini comme suit :

$$\omega = \prod_{i=1}^k \mu_{A_i} \quad \text{I-28}$$

V. Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les méthodes de commande des systèmes non linéaires. Ensuite, on a abordé les outils de base de la logique floue type-1 et type-2 ainsi que les démarches nécessaires pour l'approximation des systèmes de commande non linéaires inconnus par des modèles flous. Ces outils et méthodes présentés serviront également pour les travaux qui seront abordés dans le chapitre de la commande par la logique floue, où on applique au modèle mathématique du quadrirotor développé dans le chapitre de modélisation du quadrirotor, une commande floue Mamdani de type 1.

Chapitre II: Modélisation dynamique du Quadrirotor

I. Introduction

L'état de l'art dans le contrôle du quadrirotor a sûrement changé au cours des dernières années. Le nombre de projets de lutte contre le problème de stabilité a considérablement augmenté. La plupart de ces projets sont basés sur les jouets disponibles dans le commerce, modifiés par la suite pour avoir plus de capacités.

Dans ce chapitre, les équations du modèle mathématique du quadrirotor seront développées. Ce résultat est très important car il décrit comment le drone se déplace en fonction de ses entrées. Grâce à ces équations, il est possible de définir et de prédire les positions atteintes par le Quadrirotor en recherchant seulement les quatre vitesses des moteurs.

La première section de ce chapitre montre l'idée principale de la dynamique de quadrirotor et décrit intuitivement quels mouvements sont autorisés et comment parvient-il à effectuer un vol stationnaire.

La deuxième section fournit les effets physiques affectants la dynamique du système, ainsi que les expressions de son modèle mathématique. Dans ce travail, le formalisme de Newton-Euler et la théorie des angles d'Euler ont été choisis.

Dans la troisième section, des informations supplémentaires seront ajouté au modèle, prenant en compte l'ensemble du système des moteurs, des réducteurs et les hélices.

II. Historique

La conception du Quadrirotor offre des avantages par rapport à d'autres plateformes, à savoir :

- Sa simple mécanique.
- Sa manœuvrabilité élevée.
- Son décollage et atterrissage verticaux.

Une telle plateforme est commandée en variant seulement la vitesse de rotation des quatre moteurs. Le quadrirotor se distingue par son aptitude de voler près d'un obstacle, alors que ce comportement est difficile pour d'autres configurations conventionnelles.


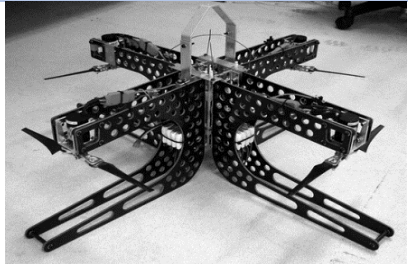


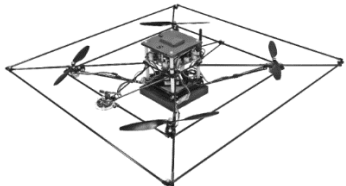
L'agilité et l'interconnexion du Quadrirotor offrent une bonne dynamique et ses quatre rotors peuvent permettre une charge utile accrue.

Par contre, le Quadrirotor reste limité en termes de durée d'autonomie qui est dû à la forte consommation de l'énergie électrique. En plus le décollage de cet engin nécessite de fortes considérations sur le poids et la répartition des charges.

Le champ d'application des Quadrirotor est très vaste. Il est utilisé dans le domaine militaire (la surveillance et le renseignement) et le domaine civil et ceci a donné naissance à plusieurs projets de recherche à travers le monde afin de développer des prototypes fortement manœuvrables et stables. Seuls quelques groupes ont abordé le problème de conception des quadrirotors et encore moins l'ont fait de façon optimale (prise en compte simultanée de la conception et de contrôle) pour un quadrirotor [11].

Dans le tableau II-1, on cite quelques projets qui marquent l'histoire de ces robots :

Tableau II-1: Projets de conception de quadrirotors

<i>Projets</i>	<i>Universités</i>	<i>Formes</i>
Mesicopter (1992-2001)	Stanford, USA	
X4-Flyer (2002-2004)	Université Nationale Australienne	
OS4 (2003-2007)	EPFL, Suisse	
Quadrotor de Pennsylvanie (2005)	Pennsylvanie, USA	
STARMAC (2005)	Stanford, USA	

III. Description d'un Quadrirotor et principe de fonctionnement

Un Quadrirotor est un engin volant constitué de quatre rotors avec leurs quatre hélices, placés aux extrémités d'une armature en croix, avec l'électronique de contrôle est situé au centre. Ces quatre rotors lui fournissent la force verticale (portance) qui lui permet de décoller.

Le quadrirotor est modélisé avec quatre rotors dans une structure transversale. Cette structure est assez mince et légère, mais elle montre la robustesse en reliant mécaniquement les moteurs (qui sont plus lourds que la structure). Chaque hélice est reliée à un moteur par l'intermédiaire d'un réducteur. Tous les axes de rotation des hélices sont fixes et parallèles. En outre, ils ont des lames à pas fixe et leur flux d'air vers le bas pour obtenir un ascenseur vers le haut. Ces considérations soulignent que la structure est assez rigide et les seuls paramètres qui peuvent varier sont les vitesses des hélices [12].

Dans cette section, ni les moteurs ni les réducteurs sont fondamentaux parce que les mouvements sont liés directement aux vitesses des hélices. Les autres parties seront prises en considération dans les sections qui suivent [12].

Un autre élément négligé est la boîte électronique. Comme dans le cas précédent, le boîtier électronique n'est pas indispensable pour comprendre comment le quadrirotor vole. Il en résulte que pour évaluer les mouvements de quadrirotor le modèle de base est composé seulement d'une structure en croix mince avec les quatre hélices sur ses extrémités.

III.1. Principe de fonctionnement

Les hélices avant et arrière tournent dans le sens horaire, tandis que ceux de la gauche et de la droite tournent dans le sens inverse. Cette configuration de paires de direction opposées supprime la nécessité d'un rotor de queue (qui est nécessaire à la structure de l'hélicoptère standard). Cela permet de diriger l'appareil, ainsi d'éviter qu'il tourne sur lui-même. En effet, dans les hélicoptères classiques, le rotor principal tourne, tout en produisant un couple réactif qui inciterait le corps de l'hélicoptère à tourner dans la direction opposée si ce couple n'est pas contrarié. De ce fait, on ajoute un rotor de queue afin de produire une force de poussée dans une direction latérale. Mais, ce rotor ne fait aucune contribution à la force de poussée. Dans le cas d'un Quadrirotor, les rotors droite et gauche tournent dans le sens opposé de celle des rotors avant et arrière, ce qui neutralise le couple réactif non désiré et permet au véhicule de planer. D'ailleurs, différemment aux hélicoptères, toute l'énergie dépensée pour contrecarrer le mouvement de rotation contribue à la force de poussée [13].

En faisant varier astucieusement la puissance des moteurs, il est possible de le faire monter/descendre, de l'incliner à gauche/droite (roulis) ou en avant / arrière (tangage) ou encore de le faire pivoter sur lui-même (lacet) [14].

La figure II-1 présente une structure de base d'un quadrirotor.

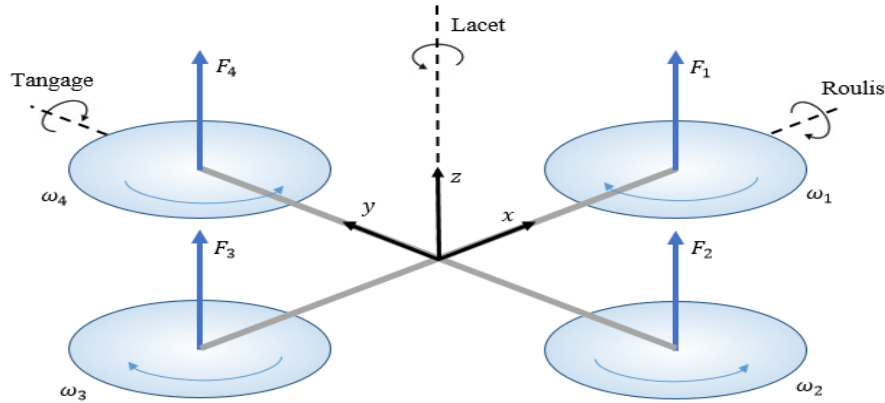


Figure II-1: Structure de base d'un Quadrirotor

ω_i : les vitesses des moteurs ($i=1,\dots,4$)

F_i : force de portance de chaque moteur.

Le Quadrirotor permet de réaliser six mouvements dans l'espace, trois mouvements de rotations et trois mouvements de translation. Donc, il est défini dans l'espace par six degrés de liberté. Ces six DDL doivent être commandés à l'aide de quatre déclencheurs seulement, donc c'est un système sous actionné (le nombre des entrées est inférieure au nombre des sorties).

III.2. Mouvements du Quadrirotor

Les mouvements de base d'un Quadrirotor sont réalisés en variant la vitesse de chaque moteur changeant de ce fait la poussée produite. Le Quadrirotor incline vers la direction du moteur le plus lent, qui tient compte alors de la translation le long de cet axe. Par conséquent, le Quadrirotor ne peut pas réaliser une translation sans mouvement de roulement ou de tangage, donc, les mouvements sont couplés, ce qui signifie qu'un changement de la vitesse d'un moteur se traduit par au moins trois DDL. Par exemple, en augmentant la vitesse de propulseur gauche, on aura comme conséquence un mouvement de roulis (le Quadrirotor incline vers la droite), un mouvement de lacet (l'équilibre entre les moteurs (gauche, droite) et les moteurs (avant, arrière) est perturbé ayant comme résultat un mouvement de rotation) et un mouvement de translation (le mouvement de roulis incline l'armature et avec, l'orientation de la force de poussée) [13].

Le Quadrirotor a cinq mouvements principaux :

- Mouvement vertical

- Mouvement de roulis
- Mouvement de tangage
- Mouvement de lacet
- Translations horizontal

III.2.1. Mouvement vertical

Tout d'abord, Les forces de portances créées par les quatre moteurs doivent être égales pour que le quadrirotor reste équilibrée et aplanie. Ces forces devraient être le long de l'axe z avec une grandeur opposée à la force de pesanteur. Par conséquent, la poussée produite par chaque moteur doit être identique.

Le mouvement vertical (ascendant ou descendant) est obtenu par la variation de la vitesse de rotation des moteurs. Si la force de portance est supérieure au poids du Quadrirotor, le mouvement est ascendant, dans le cas contraire, le mouvement est descendant.

Ce mouvement est illustré dans la figure II-2.

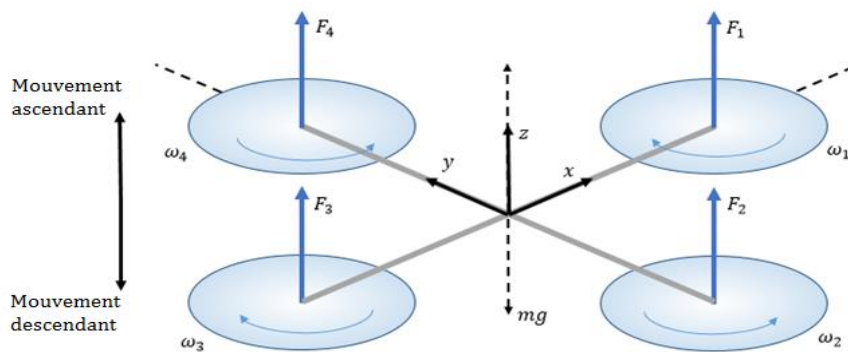


Figure II-2: Illustration du mouvement vertical

III.2.2. Mouvement de roulis

Pour obtenir ce mouvement, on applique une différence de poussée entre les rotors 2 et 4. Ce mouvement est traduit par une rotation autour de x , comme il est couplé avec une translation le long de l'axe y . la figure II-3 présente le mouvement de roulis.

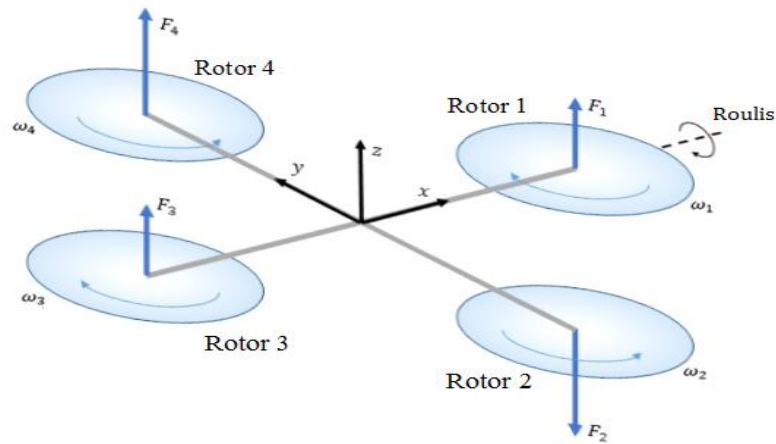


Figure II-3: Illustration du mouvement de roulis

III.2.3. Mouvement de tangage

On obtient ce mouvement en appliquant une différence de poussée entre les rotors 1 et 3, cela est traduit par une rotation autour de y . ce mouvement est couplé avec un mouvement de translation selon l'axe x . il est présenté par la figure II-4.

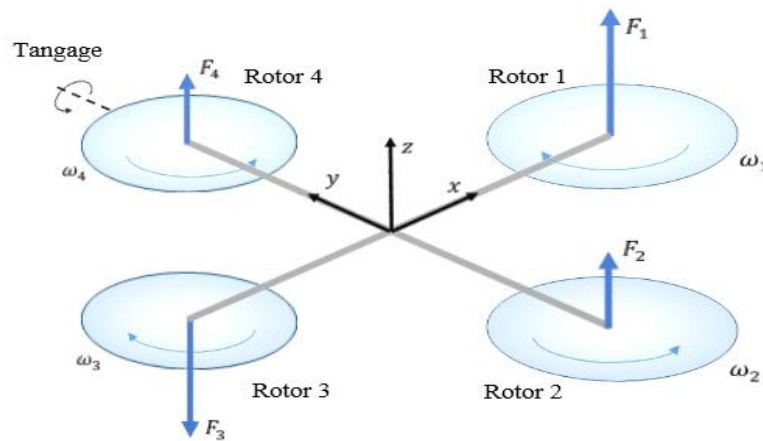


Figure II-4: Illustration du mouvement de tangage

III.2.4. Mouvement de lacet

Le mouvement de lacet est représenté dans la figure II-5. Il est obtenu en appliquant une différence de vitesse entre les rotors $\{1,3\}$ et les rotors $\{2,4\}$. Ce mouvement n'est pas un résultat direct de la poussée produite par les propulseurs mais par les couples réactifs produits par la rotation des rotors. La direction de la force de poussée ne décale pas pendant le mouvement, mais l'augmentation de la force de portance dans une paire de rotors doit être égale à la diminution des autres paires pour s'assurer que toute la force de poussée demeure la même.

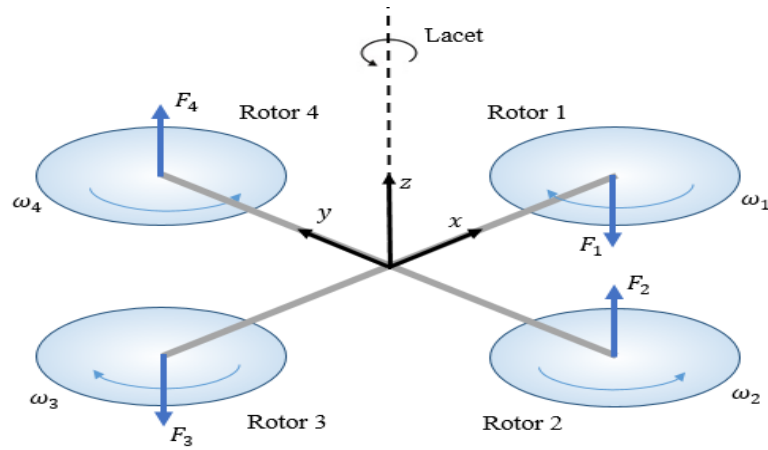


Figure II-5: Illustration du mouvement de lacet

III.2.5. Mouvement de translation

Dans ce cas, nous voulons appliquer une force le long de x ou de y qui est fait en inclinant le corps (par le tangage ou le roulement) et en augmentant toute la poussée produite pour garder l'importance du composant de z de la poussée égale à la force de pesanteur. Ce mouvement est présenté dans la figure II-6.

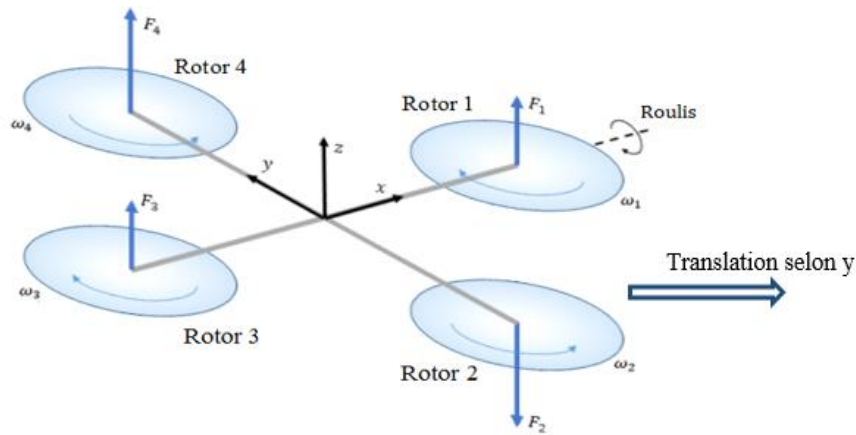


Figure II-6: Illustration du mouvement de translation

IV. Modélisation dynamique du système

IV.1. Généralité et notions

Le concept suivi dans ce rapport pour la modélisation dynamique était d'écrire les équations physiques exprimant la dynamique du Quadrirotor et d'identifier seulement la dynamique des actionneurs qui sont importantes dans le cas de ce système.

Cette approche rend facile à construire le modèle dynamique des systèmes instables, puisque on ne peut pas effectuer l'identification en boucle fermée en vol [11].

Le modèle développé dans ce rapport suppose ce qui suit:

- La structure du quadrirotor est supposée rigide et symétrique, ce qui induit que la matrice d'inertie sera supposée diagonale.
- Les hélices sont supposées rigides pour pouvoir négliger l'effet de leur déformation lors de la rotation.
- Le centre de masse et l'origine du repère lié à la structure coïncident.
- Les forces de portance et de traînée sont proportionnelles aux carrés de la vitesse de rotation des rotors, ce qui est une approximation très proche du comportement aérodynamique.

• Système de repérage

Pour que le Quadrirotor se localise dans l'espace, on aura besoin de deux repères : repère fixe lié à la terre $R_t(x,y,z)$, et repère mobile $R_m(x_1,y_1,z_1)$ liée au système. Le passage entre eux se fait par une matrice dite matrice de transformation T défini par :

$$T = \begin{bmatrix} R & \xi \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{II-1}$$

avec : R : matrice de rotation qui décrit l'orientation du système.

$\xi = [x \ y \ z]^T$: vecteur de position.

La figure II-7 présente la géométrie du quadrirotor avec les paramètres de repérages.

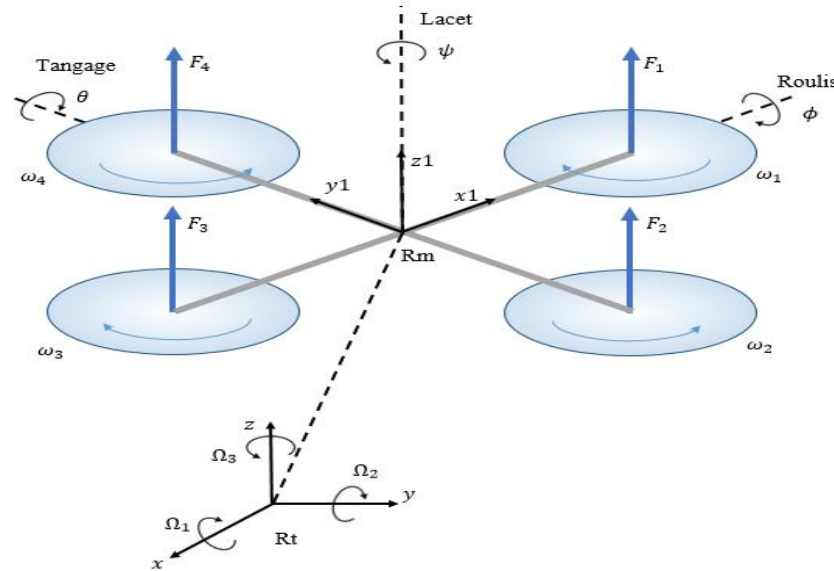


Figure II-7: Géométrie du quadrirotor.

• Matrice de rotation R

La rotation d'un corps rigide dans l'espace peut être paramétrée en utilisant plusieurs méthodes. Dans notre cas, on utilisera **les angles d'EULER**. Ces trois angles sont appelés

individuellement roulis (ϕ), tangage (θ) et lacet (ψ). Compte tenu d'un système de coordonnées orientée à droite [11], les trois rotations simples sont décrits séparément par:

➤ $Rot_x(\phi)$: Rotation autour de x d'un angle ϕ , avec $-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}$

➤ $Rot_y(\theta)$: Rotation autour de y d'un angle θ , avec $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$

➤ $Rot_z(\psi)$: Rotation autour de z d'un angle ψ , avec $-\pi < \psi < \pi$

A chaque rotation, on considère que les deux repères se coïncident. Les trois rotations sont représentées par :

$$Rot_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix}; \quad Rot_y(\theta) = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix}; \quad Rot_z(\psi) = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{II-2}$$

Avec : $c=\cos, s=\sin$.

La matrice de rotation est donnée par :

$$R = Rot_x(\phi) \times Rot_y(\theta) \times Rot_z(\psi) \quad \text{II-3}$$

Donc :

$$R = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\phi s\theta c\psi - s\psi c\phi & c\phi s\theta c\psi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\phi s\theta s\psi + c\psi c\phi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad \text{II-4}$$

• Vitesses angulaires

Les vitesses de rotations $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$, dans le repère fixe, sont exprimées en fonction des vitesses de rotations ($\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$) dans le repère mobile, le vecteur de vitesses angulaires $\Omega = [\Omega_1 \ \Omega_2 \ \Omega_3]^T$ est exprimé par l'équation (II-5). En effet, la rotation en roulis a lieu lorsque les repères sont encore confondus. Puis, le vecteur représentant la rotation en tangage doit être exprimé dans le repère fixe: il est donc multiplié par $Rot_x(\phi)^{-1}$, pour annuler l'effet de la rotation en roulis. De même, le vecteur représentant la rotation en lacet doit être exprimé dans le repère fixe qui a déjà subi deux rotations (roulis et tangage) [13].

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + Rot_x(\phi)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + (Rot_y(\theta)Rot_x(\phi))^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad \text{II-5}$$

On arrive ainsi à:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} c\phi \\ -\dot{\theta} s\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{\psi} s\theta \\ \dot{\psi} s\phi c\theta \\ \dot{\psi} c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad \text{II-6}$$

Donc :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} s\theta \\ \dot{\psi} s\phi c\theta + \dot{\theta} c\phi \\ \dot{\psi} c\phi c\theta - \dot{\theta} s\phi \end{bmatrix} \quad \text{II-7}$$

• Vitesses linéaires

Les vitesses linéaires, v_x^t, v_y^t, v_z^t dans le repère fixe en fonction des vitesses linéaires v_x^m, v_y^m, v_z^m dans le repère mobile sont données par :

$$v = \begin{bmatrix} v_x^t \\ v_y^t \\ v_z^t \end{bmatrix} = R * \begin{bmatrix} v_x^m \\ v_y^m \\ v_z^m \end{bmatrix} \quad \text{II-8}$$

IV.2. Effets physiques agissants sur le quadrirotor

Le système étudié est un système mécanique complexe, il recueille de nombreux effets physiques à partir de ses propriétés mécaniques et aérodynamiques. Ce modèle devrait envisager tous les effets importants, y compris ceux gyroscopiques.

IV.2.1. Les forces

Les forces agissant sur le quadrirotor sont :

- Le poids du quadrirotor : il est donné par $P = mg$, où : m est la masse totale du quadrirotor et g la gravité.
- Les forces de poussée : les forces provoquées par la rotation des moteurs, elles sont perpendiculaires sur le plan des hélices. Ces forces sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation des moteurs :

$$F_i = b\omega_i^2 \quad \text{II-9}$$

avec : $i=1, 2, 3, 4$,

b : coefficient de portance, il dépend de la forme et du nombre des pales et la densité de l'air.

ω_i : vitesse du rotor i .

• Les forces de traînée :

La force de traînée est le couplage entre la force de pression et la force de frottement visqueux, dans ce cas on a deux forces de traînée agissant sur le système :

- La traînée dans les hélices : elle agit sur les pales, elle est proportionnelle à la densité de l'air, à la forme des pales et au carré de la vitesse de rotation de l'hélice, elle est donnée par :

$$T_h = d\omega_i^2 \quad \text{II-10}$$

où : d est le coefficient de drag qui dépend de la fabrication de l'hélice.

➤ La traînée selon les axes (x, y, z) : elle est dû au mouvement du corps du quadrirotor.

$$F_t = K_{ft} * v \quad \text{II-11}$$

avec : K_{ft} : coefficient de traînée de translation. v : la vitesse linéaire.

IV.2.2. Les moments

IV.2.2.1. Moments dus aux forces de poussée

- Une rotation autour de l'axe x est due au moment crée par la différence entre les force de portance des rotors 2 et 4, ce moment est donné par :

$$M_x = l(F_4 - F_2) = lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad \text{II-12}$$

l : la longueur du bras entre le rotor et le centre de gravité du quadrirotor.

- La rotation autour de l'axe y est due au moment crée par la différence entre les forces de portance des rotors 1 et 3, il est exprimé par la relation suivante :

$$M_y = l(F_3 - F_1) = lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \quad \text{II-13}$$

IV.2.2.2. Moments dus aux forces de traînée

- La rotation autour de l'axe z est due à un couple provoqué par les couples de traînée dans chaque hélice, il est donnée par :

$$M_z = d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad \text{II-14}$$

- Moment résultant des frottements aérodynamiques, il est donnée par :

$$M_a = K_{fa}\Omega^2 \quad \text{II-15}$$

K_{fa} : Le coefficient des frottements aérodynamiques et Ω est la vitesse angulaire.

IV.2.3. Effets gyroscopiques :

Ces effets sont dus au changement de l'orientation du quadrirotor ou de position. Dans ce cas, il y a deux moments gyroscopiques, le premier est le moment gyroscopique des hélices, l'autre est le moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor.

- Moments gyroscopique des hélices : il est donné par la relation suivante :

$$M_{gh} = \sum_1^4 \Omega \wedge J_r [0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \omega_i]^T \quad \text{II-16}$$

avec : J_r : l'inertie des rotors.

• Moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor : il est donné par la relation suivante :

$$M_{gm} = \Omega \wedge J\Omega \quad \text{II-17}$$

avec J : l'inertie du système.

IV.3. Modélisation mathématique selon Newton-Euler

Pour avoir un modèle de simulation similaire à celui réel, on utilise la formule de Newton-Euler. Les équations selon cette formule s'écrivent sous la forme:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = v \\ m\ddot{\xi} = F_f + F_t + F_g \\ J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega + M_f - M_a - M_{gh} \end{cases} \quad \text{II-18}$$

avec J : matrice d'inertie symétrique et est donnée par :

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad \text{II-19}$$

F_f : la force totale générée par les quatre rotors, elle est donnée par :

$$F_f = R \times [0 \quad 0 \quad \sum_{i=1}^4 F_i] \quad \text{II-20}$$

F_t : force de traînée selon les axes (x, y, z) , elle est donnée par :

$$F_t = \begin{bmatrix} -K_{ftx} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{fity} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{ftz} \end{bmatrix} \dot{\xi} \quad \text{II-21}$$

F_g : force de gravité, elle est donnée par :

$$F_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \quad \text{II-22}$$

M_f : moment provoqué par les forces de poussée et de traînée.

$$M_f = \begin{bmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_3 - F_1) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad \text{II-23}$$

M_a : moment résultant des frottements aérodynamiques, il est donnée par :

$$M_a = \begin{bmatrix} K_{fax} \\ K_{fay} \\ K_{faz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\dot{\phi} - \dot{\psi}s\theta)^2 \\ (\dot{\psi}s\phi c\theta + \dot{\theta}c\phi)^2 \\ (\dot{\psi}c\phi c\theta - \dot{\theta}s\phi)^2 \end{bmatrix} \quad \text{II-24}$$

IV.3.1. Equation de mouvement de translation

D'après l'équation (II-18), on a :

$$m\ddot{\xi} = F_f + F_t + F_g$$

Remplaçant chaque force par sa formule, on trouve :

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\phi s\theta c\psi + s\psi s\phi \\ c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ c\phi c\theta \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i - \begin{bmatrix} K_{ftx}\dot{x} \\ K_{fity}\dot{y} \\ K_{ftz}\dot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad \text{II-25}$$

On obtient alors les équations différentielles qui définissent le mouvement de translation :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} (c\phi s\theta c\psi + s\psi s\phi) \sum_{i=1}^4 F_i - \frac{K_{ftx}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} (c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi) \sum_{i=1}^4 F_i - \frac{K_{fity}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} (c\phi c\theta) \sum_{i=1}^4 F_i - \frac{K_{ftz}}{m} \dot{z} - g \end{cases} \quad \text{II-26}$$

IV.3.2. Equation de mouvement de rotation

D'après l'équation (II-18), on a :

$$J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega - M_a - M_{gh} + M_f$$

On remplace chaque moment par la formule correspondant, on trouve :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} I_x(\ddot{\phi} - \ddot{\psi}s\theta - \dot{\psi}c\theta) \\ I_y(\ddot{\theta}c\phi - \dot{\theta}s\phi + \ddot{\psi}s\phi c\theta + \dot{\psi}c\phi c\theta - \dot{\psi}s\phi s\theta) \\ I_z(-\ddot{\theta}s\phi - \dot{\theta}c\phi + \ddot{\psi}c\phi c\theta - \dot{\psi}s\phi c\theta - \dot{\psi}c\phi s\theta) \end{bmatrix} = \\ & - \begin{bmatrix} (I_z - I_y)(\dot{\psi}s\phi c\theta + \dot{\theta}c\phi)(\dot{\psi}c\phi c\theta - \dot{\theta}s\phi) \\ (I_x - I_z)(\dot{\phi} - \dot{\psi}s\theta)(\dot{\psi}c\phi c\theta - \dot{\theta}s\phi) \\ (I_x - I_z)(\dot{\phi} - \dot{\psi}s\theta)(\dot{\psi}s\phi c\theta + \dot{\theta}c\phi) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{fax}(\dot{\phi} - \dot{\psi}s\theta)^2 \\ K_{fay}(\dot{\psi}s\phi c\theta + \dot{\theta}c\phi)^2 \\ K_{faz}(\dot{\psi}c\phi c\theta - \dot{\theta}s\phi)^2 \end{bmatrix} - \\ & \begin{bmatrix} J_r\Omega_r(\dot{\psi}s\phi c\theta + \dot{\theta}c\phi) \\ -J_r\Omega_r(\dot{\phi} - \dot{\psi}s\theta) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad \text{II-27} \end{aligned}$$

$$\text{où :} \quad \Omega_r = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4 \quad \text{II-28}$$

Donc, les équations modélisant les mouvements de rotations sont :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} I_x = (\dot{\psi} s \phi c \theta + \dot{\theta} c \phi)(\dot{\psi} c \phi c \theta - \dot{\theta} s \phi)(I_y - I_z) - K_{fax}(\dot{\phi} - \dot{\psi} s \theta)^2 \\ \quad - J_r \Omega_r (\dot{\psi} s \phi c \theta + \dot{\theta} c \phi) + I_x (\ddot{\psi} s \theta + \dot{\psi} c \theta) + lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ \ddot{\theta} I_y c \phi = (\dot{\phi} - \dot{\psi} s \theta)(\dot{\psi} c \phi c \theta - \dot{\theta} s \phi)(I_z - I_x) - K_{fay} (\dot{\psi} s \phi c \theta + \dot{\theta} c \phi)^2 \\ \quad + J_r \Omega_r (\dot{\phi} - \dot{\psi} s \theta) + I_y (\dot{\theta} s \phi - \ddot{\psi} s \phi c \theta - \dot{\psi} c \phi c \theta + \dot{\psi} s \phi s \theta) + lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ \ddot{\psi} I_z c \phi c \theta = (\dot{\phi} - \dot{\psi} s \theta)(\dot{\psi} s \phi c \theta + \dot{\theta} c \phi)(I_x - I_y) - K_{faz} (\dot{\psi} c \phi c \theta - \dot{\theta} s \phi)^2 \\ \quad + I_z (\ddot{\theta} s \phi + \dot{\theta} s \phi + \dot{\psi} s \phi c \theta + \dot{\psi} c \phi s \theta) + d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad \text{II-29}$$

En conséquence, le modèle dynamique qui régit le quadrirotor est le suivant :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} u_x u_1 - \frac{K_{ftx}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} u_y u_1 - \frac{K_{fty}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} (c \phi c \theta) u_1 - \frac{K_{ftz}}{m} \dot{z} - g \\ \ddot{\phi} = \frac{1}{I_x} [(\dot{\psi} s \phi c \theta + \dot{\theta} c \phi)(\dot{\psi} c \phi c \theta - \dot{\theta} s \phi)(I_y - I_z) - K_{fax}(\dot{\phi} - \dot{\psi} s \theta)^2 \\ \quad - J_r \Omega_r (\dot{\psi} s \phi c \theta + \dot{\theta} c \phi) + I_x (\ddot{\psi} s \theta + \dot{\psi} c \theta) + lu_2] \\ \ddot{\theta} = \frac{1}{I_y c \phi} [(\dot{\phi} - \dot{\psi} s \theta)(\dot{\psi} c \phi c \theta - \dot{\theta} s \phi)(I_z - I_x) - K_{fay} (\dot{\psi} s \phi c \theta + \dot{\theta} c \phi)^2 \\ \quad + J_r \Omega_r (\dot{\phi} - \dot{\psi} s \theta) + I_y (\dot{\theta} s \phi - \ddot{\psi} s \phi c \theta - \dot{\psi} c \phi c \theta + \dot{\psi} s \phi s \theta) + lu_3] \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z c \phi c \theta} [(\dot{\phi} - \dot{\psi} s \theta)(\dot{\psi} s \phi c \theta + \dot{\theta} c \phi)(I_x - I_y) - K_{faz} (\dot{\psi} c \phi c \theta - \dot{\theta} s \phi)^2 \\ \quad + I_z (\ddot{\theta} s \phi + \dot{\theta} s \phi + \dot{\psi} s \phi c \theta + \dot{\psi} c \phi s \theta) + u_4] \end{cases} \quad \text{II-30}$$

où :

$$\begin{cases} u_x = c \phi s \theta c \psi + s \psi s \phi \\ u_y = c \phi s \theta s \psi - s \phi c \psi \end{cases} \quad \text{II-31}$$

et :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -b & 0 & b \\ -b & 0 & b & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad \text{II-32}$$

IV.4. Modèle dynamique des rotors

Pour les Quadrirotors, les moteurs utilisés sont des moteurs à courant continu dont le schéma général est présenté par la figure II-8.

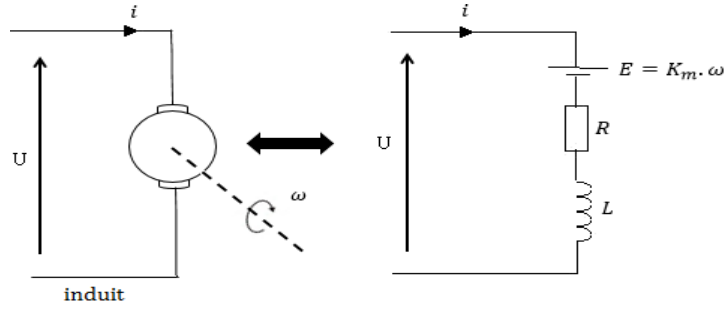


Figure II-8: Schéma équivalent de l'induit d'un MCC.

Les équations d'un MCC sont bien connues par :

$$\begin{cases} U = Ri + L \frac{di}{dt} + K_m \omega \\ J_m \frac{d\omega}{dt} = T_{em} - T_f \end{cases} \quad \text{II-33}$$

avec : $T_{em} = K_m \times i$, couple électromagnétique du moteur.

T_f : le couple dû au frottement.

ω : vitesse du moteur en rad/s.

Comme la plupart des quadrirotors utilise un petit moteur avec une inductance très faible, on néglige l'effet de l'inductance L [11].

Donc :

$$J_m \frac{d\omega}{dt} = K_m \times \frac{U - K_m \omega}{R} - T_f \quad \text{II-34}$$

Dans le cas d'une hélice avec un réducteur, la couple de frottement vu par le moteur est la suivante:

$$T_f = \frac{d\omega^2}{\eta r} \quad \text{II-35}$$

où: η : le rendement du réducteur, r est son rapport de réduction.

Cela est équivalent à :

$$\omega_p = \frac{\omega}{r} \quad \Rightarrow \quad T_f = \frac{d}{\eta r^3} \omega^2 \quad \text{II-36}$$

ω_p : vitesse d'hélice.

Le moment d'inertie vu par le moteur est :

$$J_p \times \omega_p^2 = \eta J_{pm} \omega^2 \quad \text{II-37}$$

avec : J_p : l'inertie de l'hélice.

J_{pm} : Le moment d'inertie d'hélice vu par le moteur. Il est exprimé par :

$$J_{pm} = \frac{J_p}{\eta r^2}$$

Donc, l'équation du moteur s'écrit par la formule (II-39) :

$$\left(J_{pm} + \frac{J_p}{\eta r^2}\right) \frac{d\omega}{dt} = -\frac{K_m^2}{R} \omega - \frac{d}{\eta r^3} \omega^2 + \frac{K_m}{R} U \quad \text{II-38}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{K_m^2}{R J_t} \omega - \frac{d}{J_t \eta r^3} \omega^2 + \frac{K_m}{R J_t} U \quad \text{II-39}$$

où : J_t est l'inertie total vu par le moteur.

Cette équation est exploitée dans l'asservissement de la vitesse de chaque moteur du quadrirotor.

IV.5. Paramètres du Quadrirotor

Les paramètres que nous avons utilisé pour notre simulation sont ceux adoptés dans [11]. Le tableau II-2 présente les paramètres du système :

Tableau II-2: Paramètres du quadrirotor.

<i>paramètres</i>	<i>valeurs</i>	<i>paramètres</i>	<i>valeurs</i>
m	0.65 kg	Kfax	5.5670e-4
b	3.13e-5 N.s ²	Kfay	5.5670e-4
d	7.50e-7 N.m.s ²	Kfaz	6.3540e-4
l	0.23 m	Kftx	5.5670e-4
g	9.81	Kfty	5.5670e-4
Ix	0.0075 kg. m ²	Kftz	6.3540e-4
Iy	0.0075 kg. m ²	Km	5.2 mNm/A
Iz	0.013 kg. m ²	Jm	4e-7 kg. m ²
Jr	6e-5 kg. m ²	R	0.6 Ω
r	4 : 1	η	90%

V. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit les mouvements que le quadrirotor susceptible d'effectuer, ainsi que les effets physiques et aérodynamiques agissants sur le quadrirotor. Puis, nous avons développé le modèle dynamique du quadrirotor en utilisant la formule de Newton Euler, ce modèle sera utilisé par la suite pour simuler l'effet de la commande de contrôle.

Finalement, nous avons établi la dynamique des propulseurs qui sont basés sur les moteurs à courant continu, les réducteurs et les hélices. Dans le chapitre suivant, on applique au modèle non linéaire du quadrirotor la commande par la logique floue.

*Chapitre III: Commande du quadrirotor
par la logique floue*

I. Introduction

L'application de la logique floue dans les commandes des systèmes non linéaires est très utilisée. Le fait qu'elle se base sur un raisonnement humain la rend très efficace à éliminer les effets non désirés de la réponse de ces systèmes. Par contre, l'augmentation du nombre des fonctions d'appartenances ainsi que les règles floues augmente le temps de calcul.

Dans ce chapitre, on présente, en premier lieu, la synthèse d'un contrôleur PD afin de commander le quadrirotor avec la méthode de linéarisation. Ensuite, on aborde la modélisation du contrôleur floue type-1 et son application sur le quadrirotor, dans le but de comparer entre les deux méthodes.

Finalement, on termine ce chapitre par la simulation de la commande floue appliquée au quadrirotor. Cette dernière est réalisée sous Matlab/Simulink pour le cas de la stabilisation d'altitude, ainsi que la poursuite d'une trajectoire.

II. Commande du quadrirotor par le régulateur PD

Dans cette section, on aborde la commande par linéarisation du quadrirotor par un régulateur PD. Cette commande exige la linéarisation du modèle mathématique du quadrirotor. De ce fait, pour linéariser notre système, on néglige les effets gyroscopiques, ainsi que les frottements aérodynamiques, dans ce cas, leur influence est moins important [11]. On considère que la variation des angles de rotation est très petite, donc on aura :

$$\cos(\phi) = \cos(\theta) = \cos(\psi) = 1; \quad \sin(\phi) = \sin(\theta) = \sin(\psi) = 0.$$

D'après les tests effectués lors de la simulation ainsi que les calculs obtenus par les méthodes de synthèse d'un régulateur classique PD, nous avons remarqué que, ces méthodes ne permet pas de contrôler les positions x et y du quadrirotor. En conséquence, la commande par un régulateur PD est réalisée seulement pour la stabilisation de l'altitude z.

La synthèse du régulateur PD est établie à partir du modèle linéarisé du quadrirotor. Donc, d'après l'équation (II-30), le modèle est réécrit par l'équation (III-1).

$$\begin{cases} \ddot{z} = \frac{1}{m} u_1 \\ \ddot{\phi} = \frac{1}{I_x} l u_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{1}{I_y} l u_3 \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} u_4 \end{cases} \quad \text{III-1}$$

La structure de la commande par le régulateur PD est représentée dans la figure III-1.

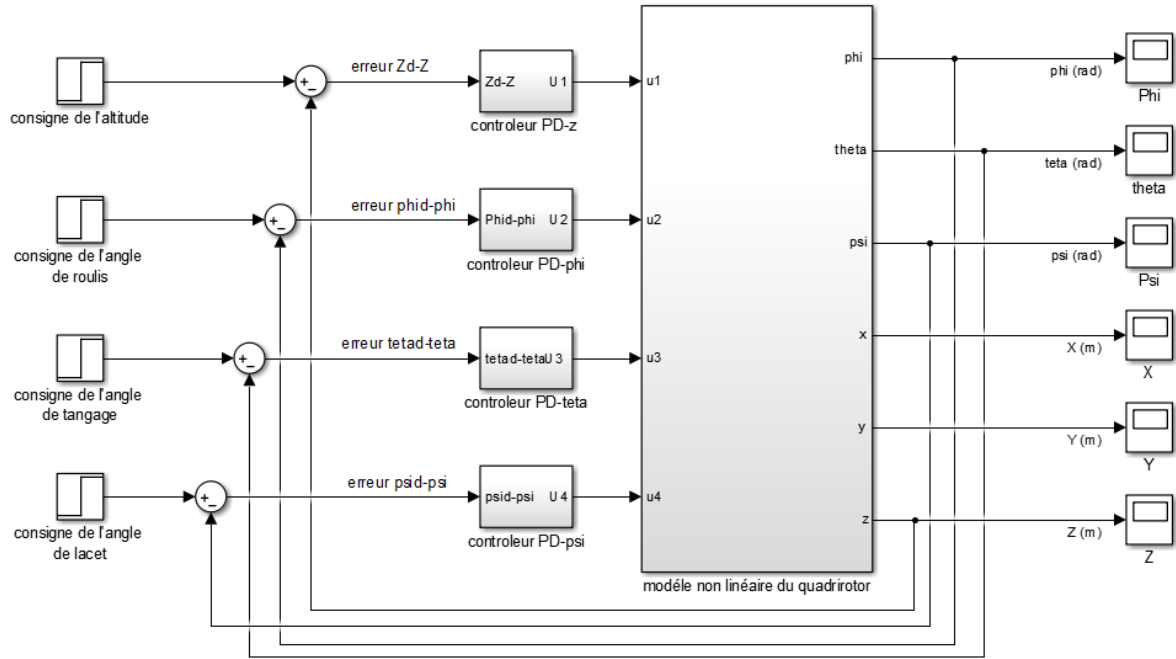


Figure III-1: Structure de la commande du quadrirotor par PD.

Dans cette structure, on établit pour chaque paramètre de sortie du modèle un régulateur PD. La commande de l'altitude z est effectuée par le signal u_1 , et les commandes des angles de roulis ϕ , de tangage θ et de lacet ψ sont respectivement effectuées par les signaux u_2 , u_3 et u_4 .

II.1. Synthèse du régulateur PD

La méthode classique de contrôle de n'importe quel système est la commande par linéarisation. Le contrôleur PD est simple à mettre en œuvre et implique deux paramètres distincts : Proportionnel (P), Dérivé (D). Son modèle est donné par la figure III-2.

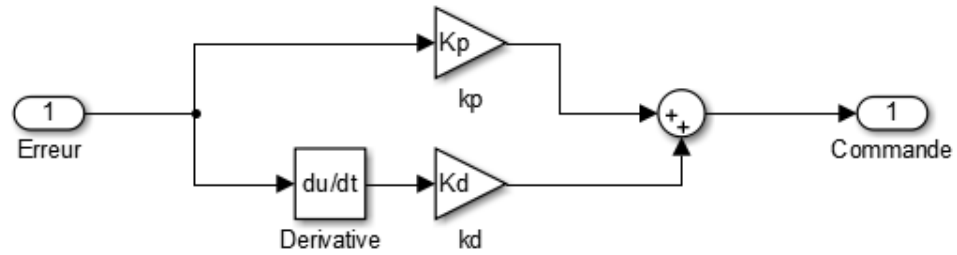


Figure III-2: Structure d'un PD

avec : K_p : le gain du terme proportionnel.

K_d : le gain associé au terme D.

Les gains que nous avons exploités pour cette méthode de commande sont ceux utilisés dans [11]. Ils sont illustrés dans le tableau III-1.

Tableau III-1 : Valeurs des gains des régulateurs PD.

	z	ϕ	θ	ψ
K_p	100	0.8	0.8	0.8
K_d	20	0.4	0.4	0.5

II.2. Résultat de simulation

Les allures présentées dans les figures III-4, III-5 et III-6 montrent les mouvements de rotations, alors que les allures présentées dans les figures III-7, III-8 et III-9 représentent les mouvements de translations.

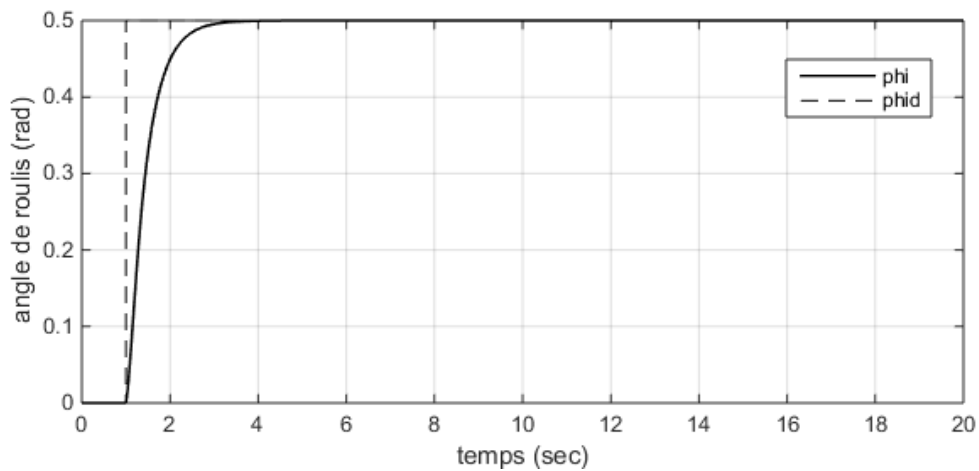


Figure III-3: Evolution de l'angle de roulis.

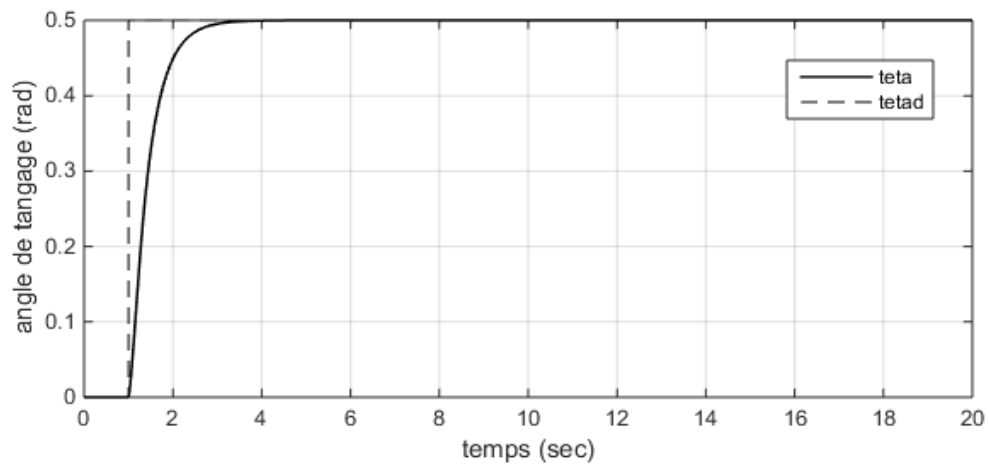


Figure III-4: Evolution de l'angle de tangage

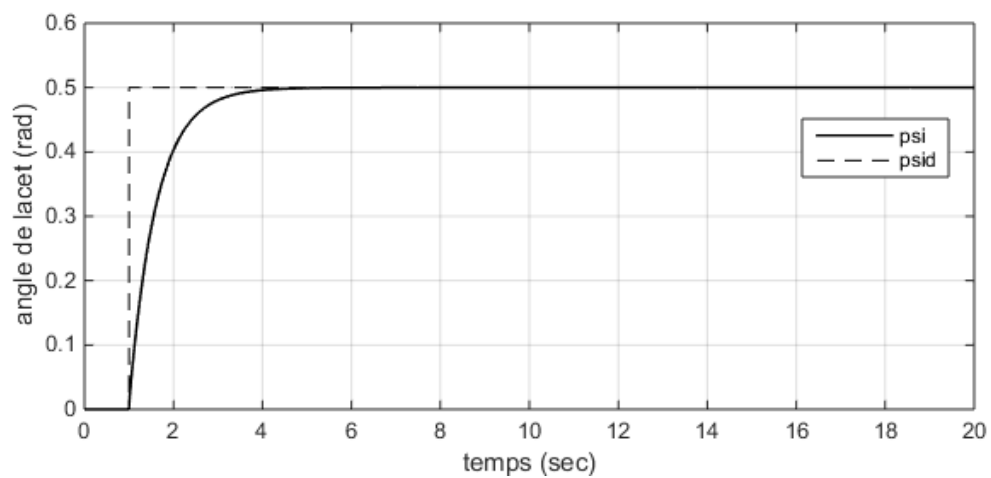


Figure III-5: Evolution de l'angle de lacet

D'après les figures III-3, III-4 et III-5, on remarque que le système est ajusté aux consignes désirées de ϕ , θ et ψ . On note également que l'erreur statique de ces réponses est nulle. Donc, le régulateur PD contrôle parfaitement les angles de rotations.

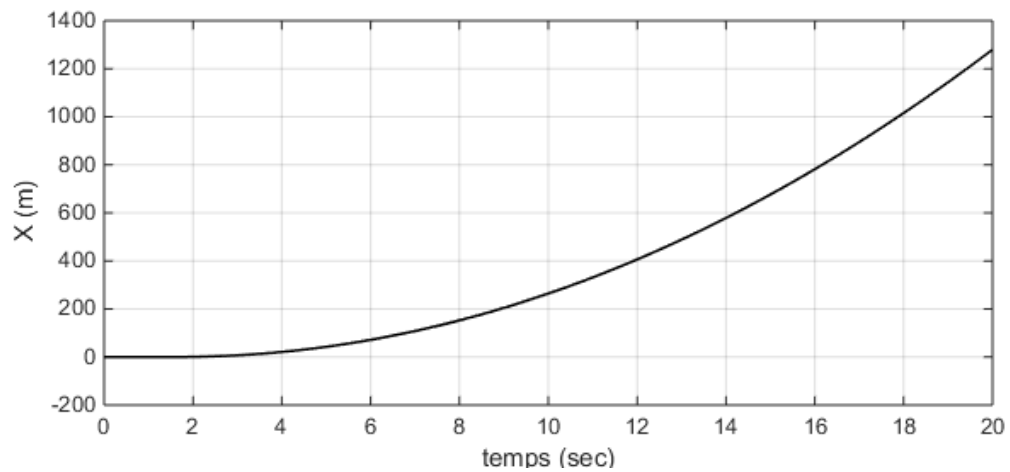


Figure III-6: Evolution de la position x.

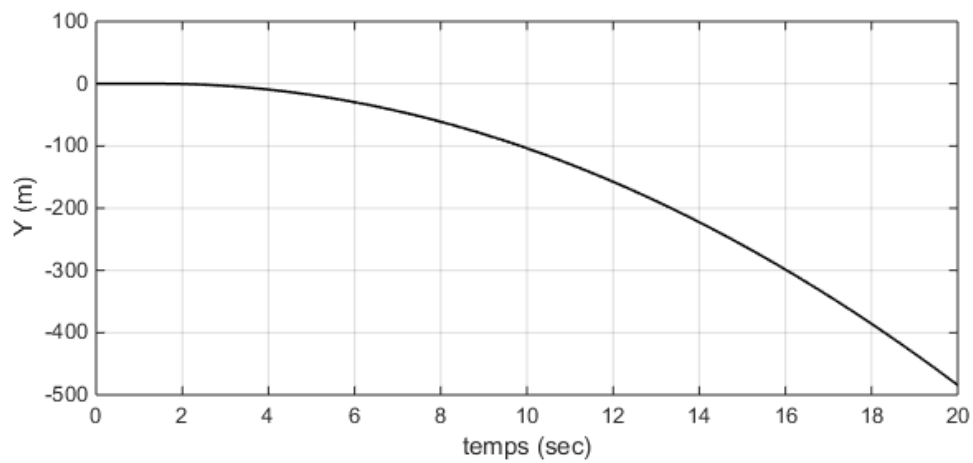


Figure III-7: Evolution de la position y.

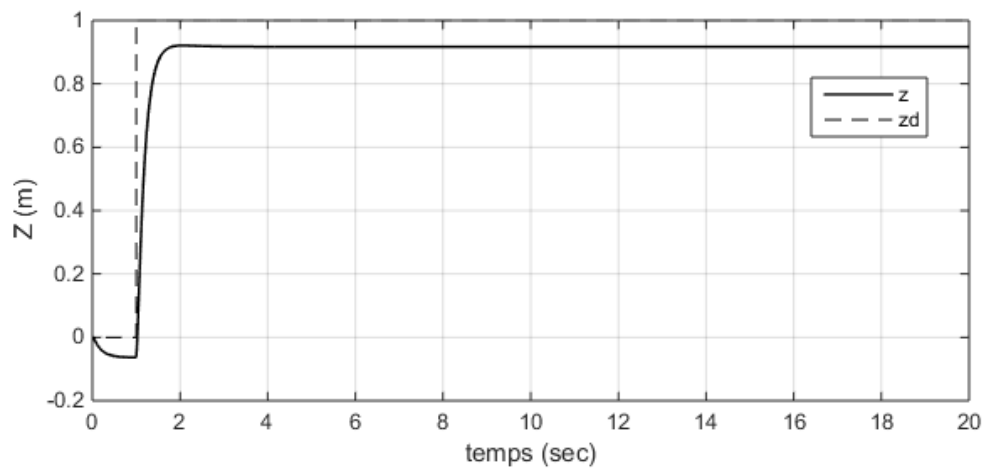


Figure III-8: Evolution de l'altitude z

D'après les figures III-6, III-7 et III-8, on constate que la régulateur PD permet de contrôler l'altitude z à la consigne désirée avec une erreur de poursuite non nulle, alors que les positions

x et y se divergent rapidement. De ce fait, la méthode de régulation par PD est limitée, c'est la raison pour laquelle on aura besoin d'appliquer une commande non linéaire.

III. Généralités sur la commande floue du quadrirotor

La commande par la logique floue est une commande non linéaire, nécessite un minimum de connaissances des paramètres entrées/sorties du système à contrôler. Par la suite, cette commande sera appliquée au système dynamique du Quadrirotor par simulation sous MATLAB/ Simulink.

Le quadrirotor est modélisé par les équations non linéaires établis dans le chapitre II (équations II-30). D'après cette équation, on a:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{1}{m} u_x u_1 - \frac{K_{ftx}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} u_y u_1 - \frac{K_{fty}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} (c\phi c\theta) u_1 - \frac{K_{ftz}}{m} \dot{z} - g \\ \ddot{\phi} = \frac{1}{I_x} [(\dot{\psi} s\phi c\theta + \dot{\theta} c\phi)(\dot{\psi} c\phi c\theta - \dot{\theta} s\phi)(I_y - I_z) - K_{fax}(\dot{\phi} - \dot{\psi} s\theta)^2 \\ \quad - J_r \Omega_r (\dot{\psi} s\phi c\theta + \dot{\theta} c\phi) + I_x (\ddot{\psi} s\theta + \dot{\psi} c\theta) + l u_2] \\ \ddot{\theta} = \frac{1}{I_y c\phi} [(\dot{\phi} - \dot{\psi} s\theta)(\dot{\psi} c\phi c\theta - \dot{\theta} s\phi)(I_z - I_x) - K_{fay} (\dot{\psi} s\phi c\theta + \dot{\theta} c\phi)^2 \\ \quad + J_r \Omega_r (\dot{\phi} - \dot{\psi} s\theta) + I_y (\dot{\theta} s\phi - \ddot{\psi} s\phi c\theta - \dot{\psi} c\phi c\theta + \dot{\psi} s\phi s\theta) + l u_3] \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z c\phi c\theta} [(\dot{\phi} - \dot{\psi} s\theta)(\dot{\psi} s\phi c\theta + \dot{\theta} c\phi)(I_x - I_y) - K_{faz} (\dot{\psi} c\phi c\theta - \dot{\theta} s\phi)^2 \\ \quad + I_z (\ddot{\theta} s\phi + \dot{\theta} s\phi + \dot{\psi} s\phi c\theta + \dot{\psi} c\phi s\theta) + u_4] \end{array} \right.$$

Les entrées du système sont exprimées par les équations (II-31) et (III-32) établies dans le deuxième chapitre. D'après l'équation (II-31), on calcul les consignes des angles de roulis et de tangage ϕ_d, θ_d :

$$\begin{cases} \phi_d = \arcsin(u_x \sin(\psi_d) - u_y \cos(\psi_d)) \\ \theta_d = \arcsin\left(\frac{u_x \cos(\psi_d) + u_y \sin(\psi_d)}{\cos(\phi_d)}\right) \end{cases} \quad \text{III-2}$$

La stratégie de la commande du quadrirotor est définie comme suit :

On considère que le système global est constitué de deux sous-systèmes : système de rotations angulaire (ϕ, θ, ψ) , et système de translation (x, y, z) .

Les commandes des angles ϕ, θ et ψ sont respectivement u_2, u_3 et u_4 . Les positions x et y dépendent respectivement de u_x et u_y , et dépendent à la fois de u_1 . Alors que l'altitude z peut être commandée seulement à partir de l'entrée u_1 . De ce fait, on a adopté la stratégie de commande suivante: les commandes en x, y et z sont respectivement u_x, u_y et u_z .

Pour chaque paramètre de sortie, on a utilisé un bloc de contrôle. La structure de la commande est représentée par la figure III-9. Dans l'annexe 1, on trouve le schéma détaillé sous Matlab/Simulink.

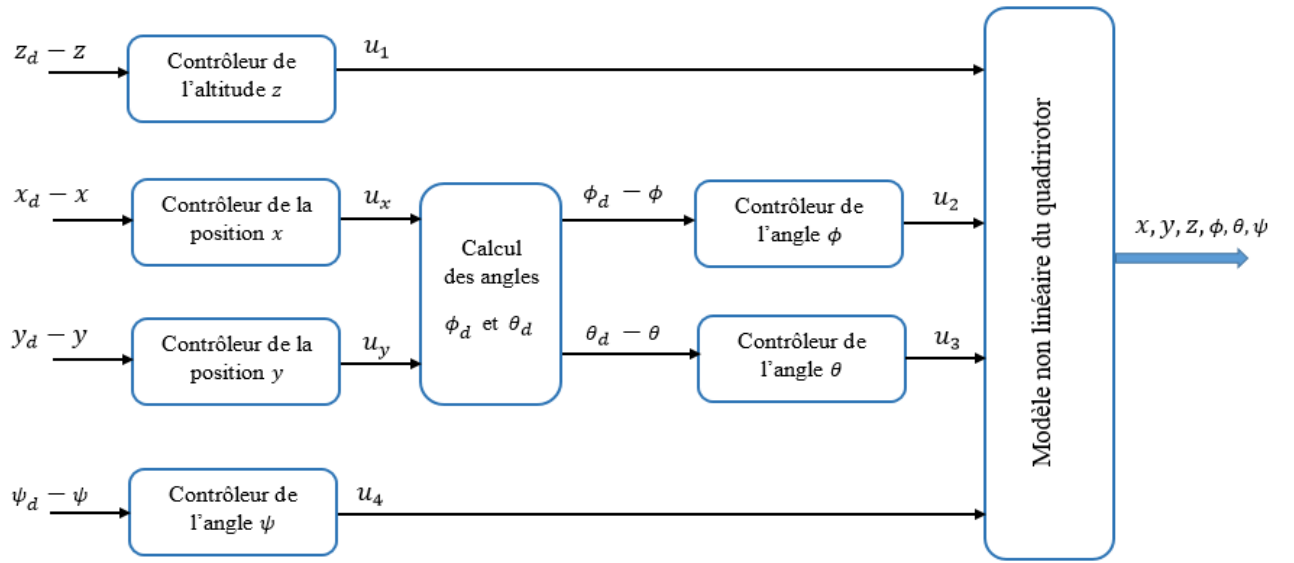


Figure III-9: Structure de la commande floue du quadrirotor.

IV. Synthèse du contrôleur floue type-1 (FLC type-1)

La modélisation d'un FLC est effectuée par les étapes établies dans le premier chapitre (paragraphe III.1.2). Ce contrôleur est un système d'inférence flou (SIF) capable de générer une valeur numérique à partir des variables linguistiques et des règles floues. Pour contrôler le système du quadrirotor, on a appliqué, pour chaque sortie de ce dernier, la commande par un contrôleur PI flou dont les entrées sont l'erreur et la dérivée de l'erreur, et la sortie est la commande liée à ce paramètre. La structure du PI flou est donnée par la figure III-10.

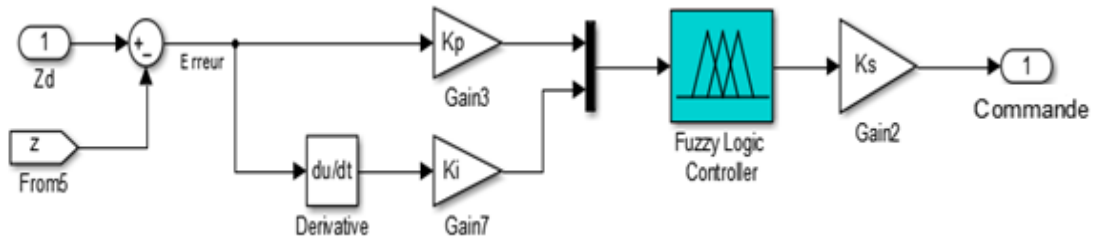


Figure III-10: Structure d'un contrôleur PI-flou.

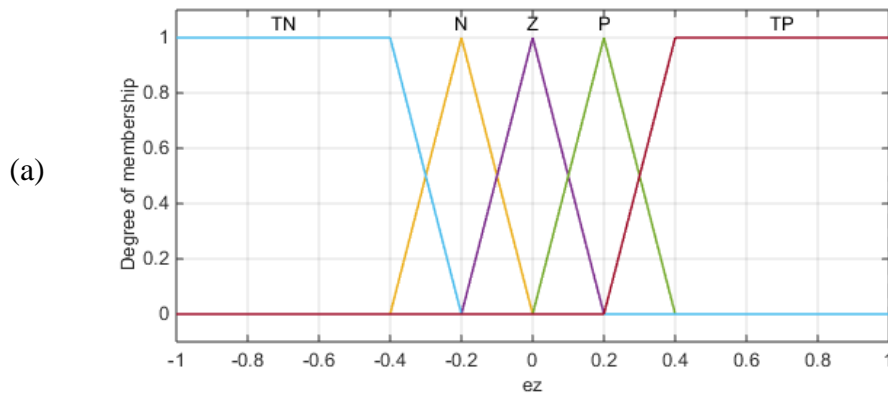
Avec : K_p , K_i et K_s : les gains, liées respectivement à l'erreur, la dérivée de l'erreur et la commande, en constituant la base de données. On note que ses gains se diffèrent selon le paramètre à commander.

Tout d'abord, on a choisi un système flou basé sur des ensembles flous type-1 de type Mamdani avec un intervalle uniforme de ses paramètres $[-1, 1]$. Les tests lors des simulations ont montré qu'il n'y a pas de différence entre le modèle flou de Mamdani et celui de Takagi-segundo. Le FLC est constitué par les étapes suivantes.

IV.1. Fuzzification

Cette étape permet de transformer les entrées/ sorties du FLC en variables linguistiques. Ainsi les fonctions d'appartenance adoptées pour cette étape sont de nombre cinq (TN : très négative, N: négative, Z : nulle, P: positive, TP : très positive). Elles sont distribuées arbitrairement et elles sont de forme soit triangulaire ou trapézoïdale. La figure III-11 montre les fonctions du FLC de la commande de l'altitude z (voir l'annexe 2 pour le cas des autres paramètres).

L'erreur ($z_d - z$) s'applique à travers les fonctions d'appartenance de la figure (a), alors que son dérivée est exprimée par les fonctions de la figure (b) et la loi de la commande u_1 est définie par les fonctions d'appartenance de la figure (c).



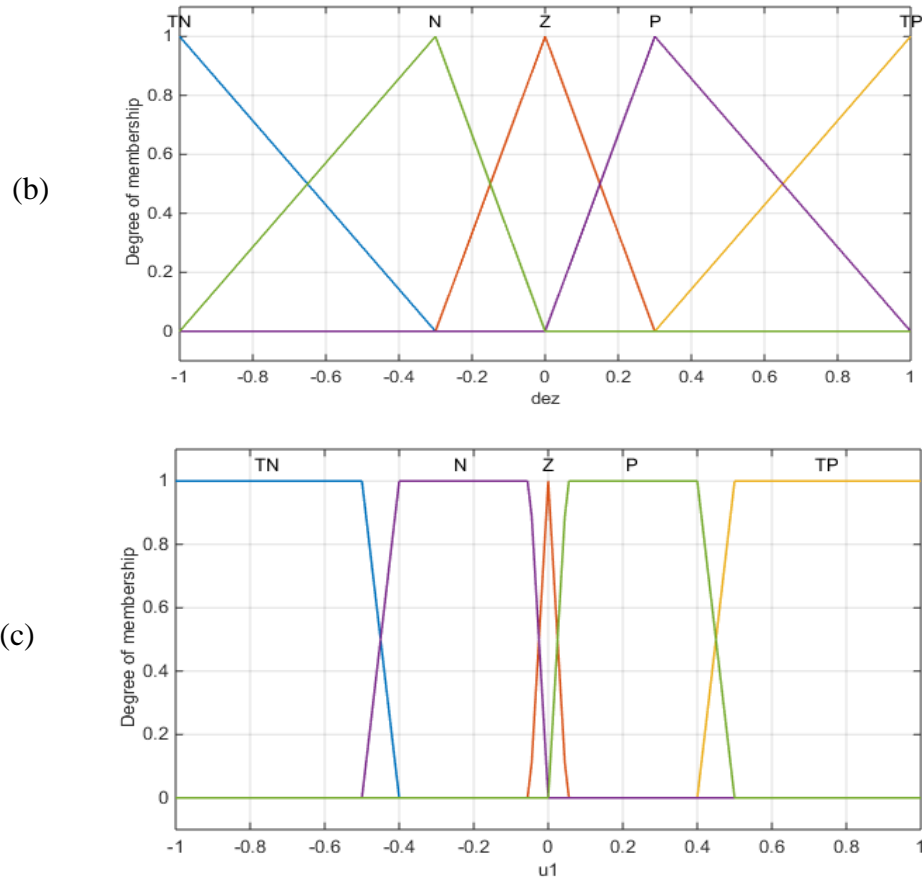


Figure III-11: Fonctions d'appartenance: (a) de l'erreur, (b) de la dérivée de l'erreur, (c) de la commande u_1 .

IV.2. Moteur d'inférence floue

Selon les contraintes évoquées pendant la simulation, La méthode d'inférence choisie est :

- « OU », « ET » : se font par la méthode de MAX-PRODUIT.
- L'implication est effectuée par la méthode PRODUIT. Et l'agrégation des règles est établie par la Sommation.

IV.3. Base de règles et Défuzzification

On a utilisé cinq fonctions d'appartenance pour chaque entrée du FLC, donc, on aura $5^2=25$ règles (voir tableau III-2). Ces règles sont identiques pour tous les contrôleurs du quadrirotor. Elles sont choisies par raisonnement sur l'erreur et la dérivée de l'erreur.

A titre d'exemple, « si l'erreur est Positive, $(z_d - z) > 0$, donc, on est au-dessous de la référence, et la dérivée de l'erreur est Positive, alors on doit augmenter les forces d'avantage pour atteindre la référence. Par conséquent, la commande devra être Positive ».

« Si l'erreur est négative alors que la dérivée est aussi négative, on diminue de plus la commande, donc u_1 devra être négative pour rejoindre la référence z_d ».

« Si on prend l'erreur négative (N) est sa dérivée est positive (P), dans ce cas la commande devra être nulle (Z) ».

Tableau III-2: Illustration des règles.

U		e				
		TN	N	Z	P	TP
è	TN	TN	NG	N	N	Z
	N	TN	N	N	Z	P
	Z	N	N	Z	P	P
	P	N	Z	P	P	TP
	TP	Z	P	P	TP	TP

La méthode de défuzzification utilisée est la défuzzification par le centre de gravité exploité dans le premier chapitre (paragraphe IV.1).

IV.4. Calcul des intervalles des entrées / sorties du FLC

Cette étape permet d'exploiter les valeurs maximales des univers de discours admises par les paramètres d'entrées / sorties du système. Donc, les gains du FLC sont obtenus par les méthodes suivantes :

- Le gain K_p est choisi de telle sorte que, à tout instant le produit (erreur $\times K_p$) soit à l'intérieur de l'intervalle $[-1,1]$. Sa valeur est égale à l'inverse de la variation maximale qu'une sortie du quadrirotor peut prendre. Par exemple, pour l'angle de lacet $-\pi < \psi < \pi$, la variation maximale de cet angle est 2π . Alors, dans ce cas $K_p = 1/2\pi$, et on maintient également le produit erreur $\times K_p$ entre -1 et 1. Les univers de discours des entrées des contrôleurs de x , y et z sont choisis arbitrairement.

- Le gain K_i est ajusté manuellement lors de la simulation afin de diminuer les oscillations en régime permanent et le temps de réponse.

- Pour le gain K_s , on est obligé de connaître la vitesse maximale des hélices. D'après les paramètres du quadrirotor cité dans [11], la vitesse maximale des hélices est 1000 tr/min/V alors que chaque moteur supporte 12V. Puisque les expressions des signaux des commandes sont en fonctions des vitesses des hélices, il sera facile de calculer les valeurs maximales que

peuvent prendre u_1, u_2, u_3 et u_4 . Tandis que les signaux de commandes u_x et u_y sont compris entre -1 et 1, donc $K_s=1$. Le tableau III-3 illustre les valeurs maximales des gains lors de la simulation.

Tableau III-3: Valeurs des gains K_p , K_i , et K_s .

	K_p	K_i	K_s
ϕ	0.318	0.318	49
θ	0.318	0.318	49
ψ	0.15	0.06	2.36
x	0.5	1	1
y	0.5	1	1
z	0.2	0.04	200

V. Application de la commande floue: résultats de la simulation

Dans cette section, on montre les résultats obtenus de la commande floue appliquée au quadrirotor pour la stabilisation d'altitude, ainsi que la poursuite d'une trajectoire.

V.1. Stabilisation d'altitude

- Les mouvements de translation exprimés par x, y et z sont représentés dans les figures III-12, III-13 et III-14. La consigne appliquée aux positions x et y est un échelon unitaire retardé de 1s.

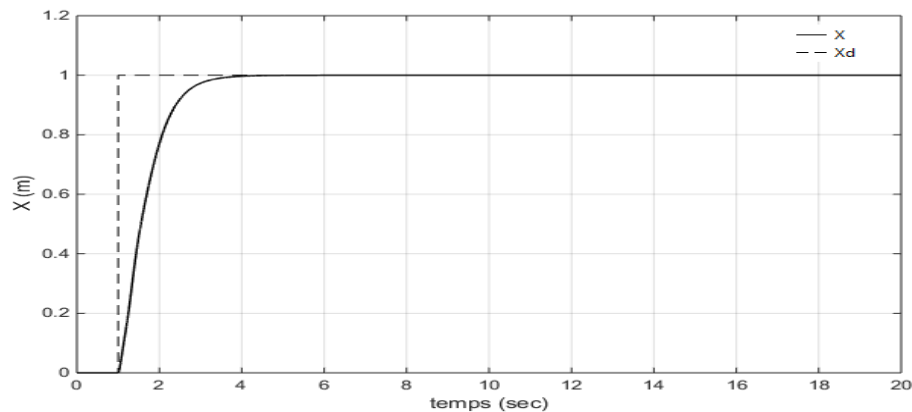


Figure III-12: Evolution de la position x

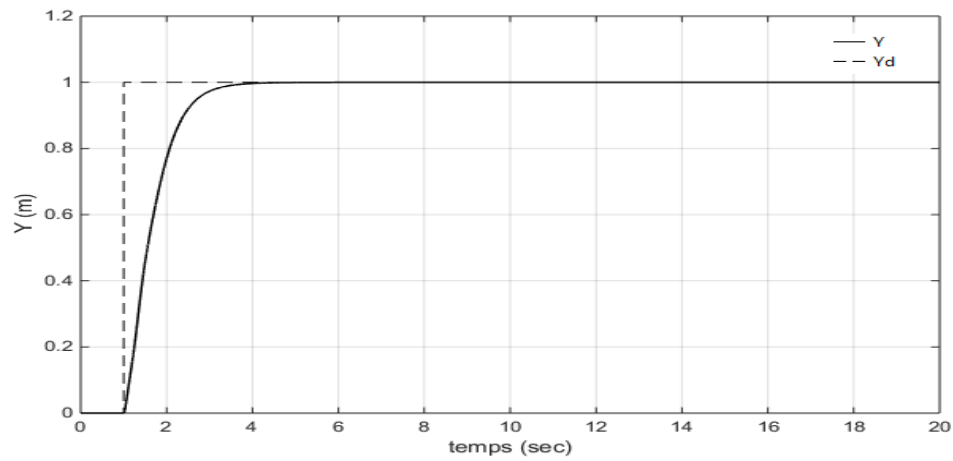


Figure III-13: Evolution de la position y

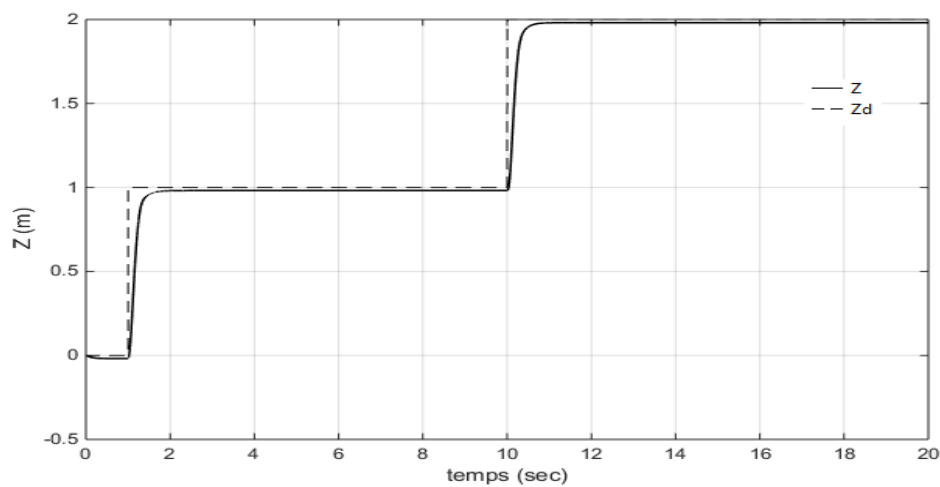


Figure III-14: Evolution de l'altitude z

D'après les figures III-12, III-13 et III-14, on constate que les contrôleurs flous conçus pour l'altitude z et les positions x et y permettent d'avoir une bonne régulation de ces dernières. Malgré que x et y ne se stabilisent qu'après un temps de réponse de 1.71s, toutefois, le dépassement est négligeable dans les trois paramètres.

- Les mouvements de rotation représentés par les angles (ϕ, θ, ψ) sont donnés dans les figures III-15, III-16, III-17.

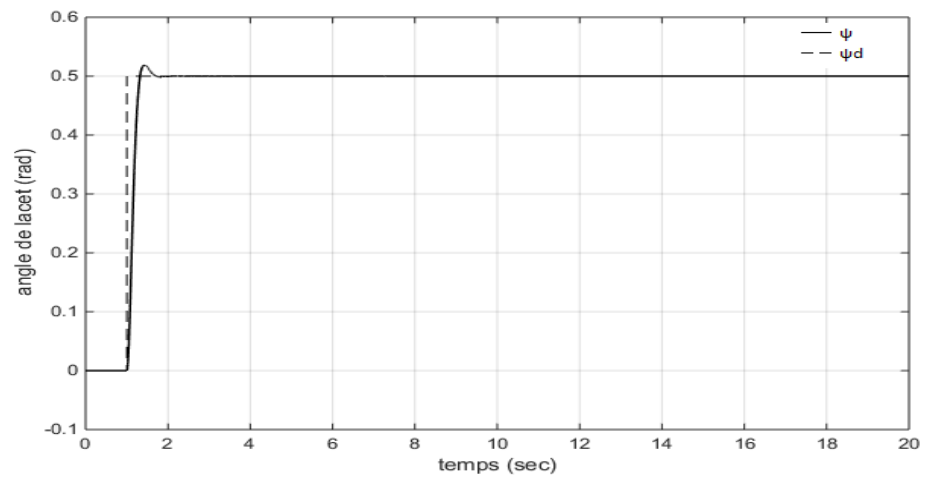


Figure III-15: Evolution de l'angle de lacet (rad)

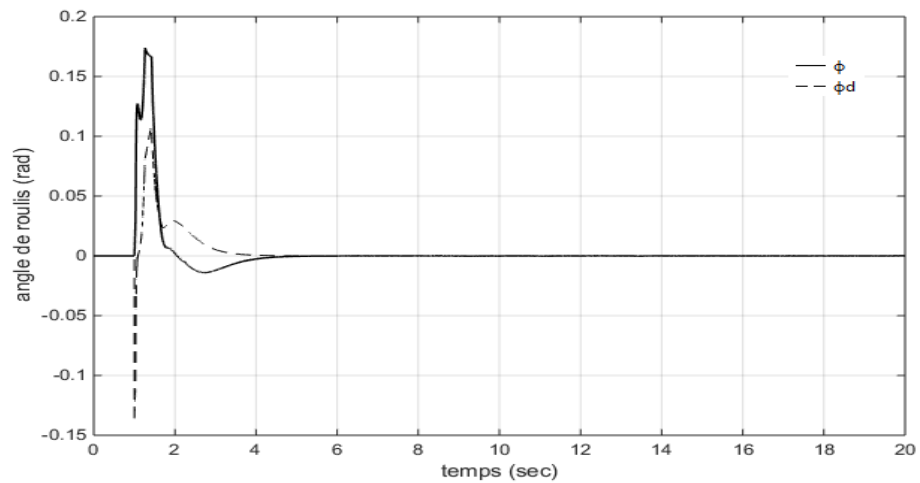


Figure III-16: Evolution de l'angle de roulis (rad)

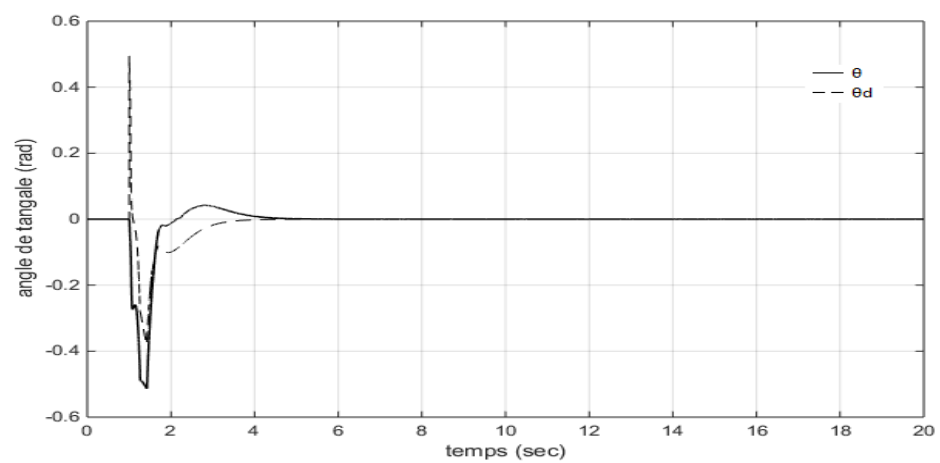


Figure III-17: Evolution de l'angle de tangage (rad)

D'après les allures précédentes, on remarque que le système suit les consignes désirées des angles. Les angles ϕ et θ se stabilisent simultanément après que les positions x et y résident aux points de fonctionnement désirés. Ainsi, la commande par la logique floue permet de stabiliser le quadrirotor et d'améliorer la performance du résultat au niveau du dépassement D , de l'erreur statique Es et du temps de réponse Tr .

Dans le tableau III-4, on présente une comparaison entre la méthode de régulation par PD et celle de la commande floue.

Tableau III-4: Caractéristiques des réponses.

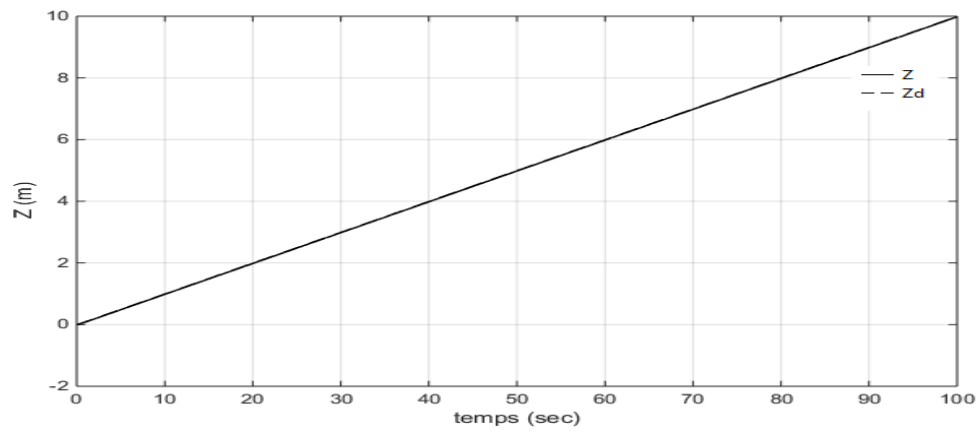
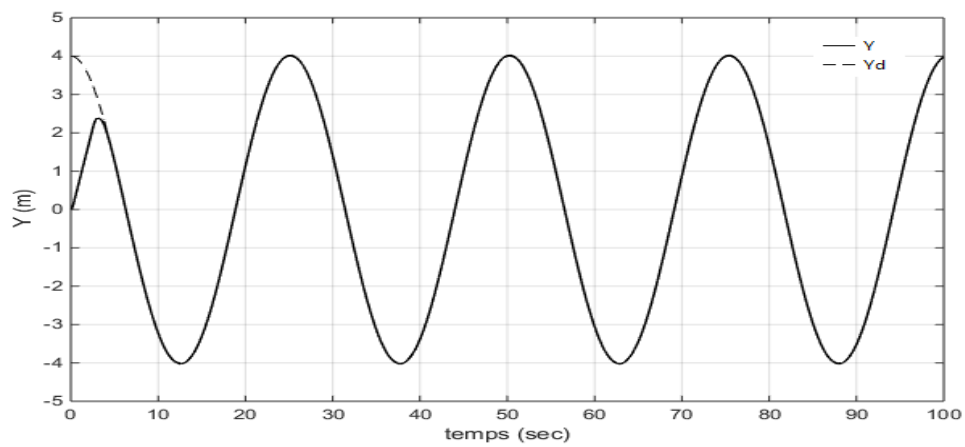
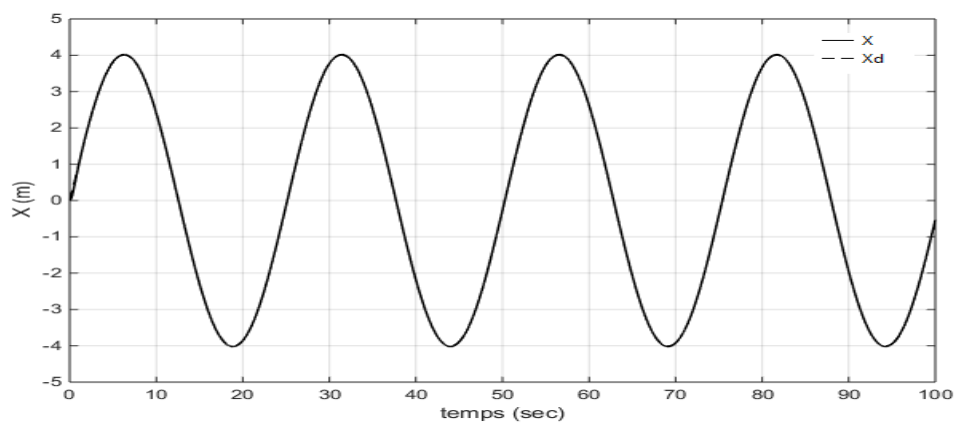
		x	y	z	ϕ	θ	ψ
Commande floue	D %	0	0	0	–	–	3.89
	Es	0	0	0.018	0	0	0
	Tr (s)	1.71	1.71	0.30	2.284	2.282	0.28
Commande par PD	D %	–	–	0	0	0	0.0063
	Es	–	–	0.41	0	0	0
	Tr (s)	–	–	0.48	1.29	1.29	1.84

La commande par la logique floue permet notamment le contrôle de x et de y . Toutefois on remarque que les temps de réponses des angles (ϕ, θ) régulés par le régulateur PD sont inférieurs par rapport aux mêmes paramètres régulés par la logique floue. Le même résultat est constaté pour le dépassement de l'angle ψ . Puisque on s'intéresse plus aux caractéristiques de la réponse au niveau de l'altitude z , on constate que, le résultat est très satisfaisant dans le cas de la commande floue.

V.2. Poursuite d'une trajectoire

D'après les tests effectués lors de la simulation durant ce stage, la méthode classique de contrôle par le PD ne fonctionne plus au niveau du suivi d'une trajectoire, vu que ses paramètres dépendent fortement du système, alors que la méthode de la commande floue est indépendante du système, car ce dernier est considéré comme une boîte noire.

Dans cette partie, on a pris comme trajectoire de référence un hélicoïdal. Les mouvements de translations sont représentés par les figures III-18, III-19 et III-20, et les mouvements de rotation sont représentés dans les figures III-21, III-22 et III-23.

Figure III-18: Evolution de l'altitude z .Figure III-19: évolution de la position de y .Figure III-20: évolution de la position de x .

Les allures précédentes montrent que les réponses du système au niveau de x , y et z sont satisfaisantes et sont maintenues aux valeurs désirées tout au long de la trajectoire.

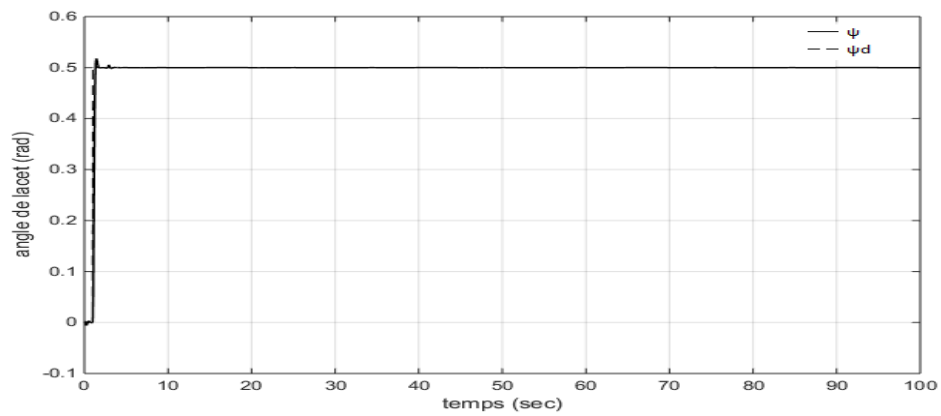


Figure III-21: Evolution de l'angle de lacet: poursuite d'une trajectoire

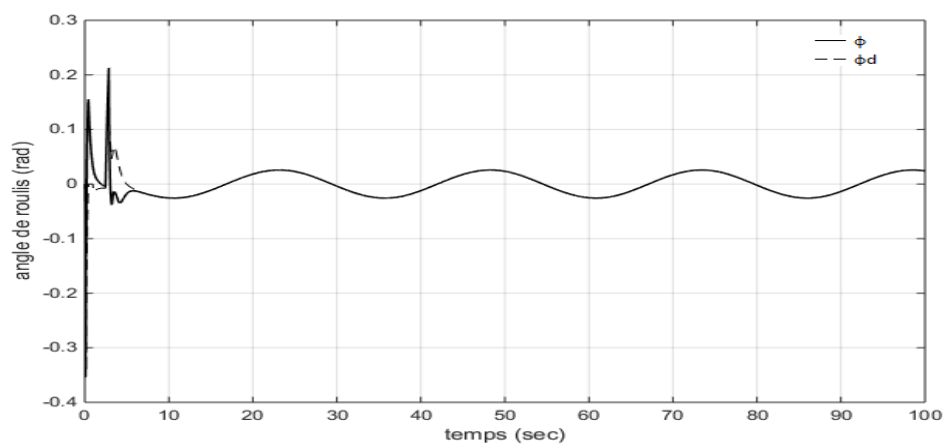


Figure III-22: Evolution de l'angle de roulis: poursuite d'une trajectoire

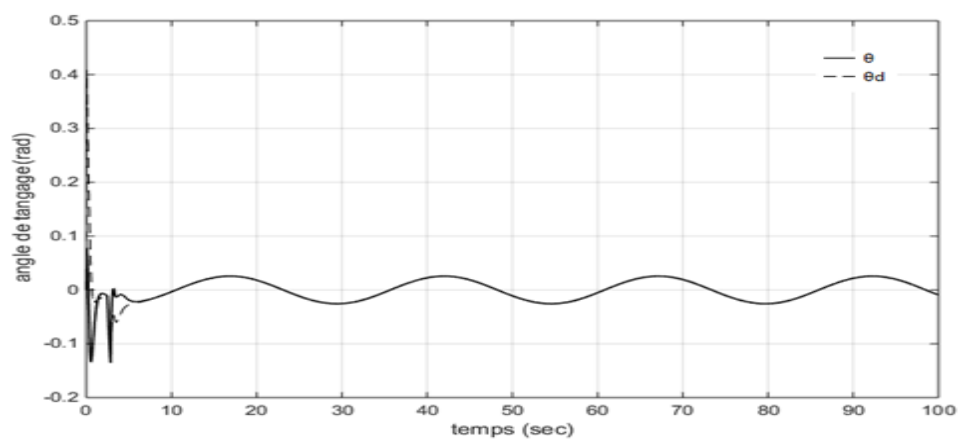


Figure III-23: Evolution de l'angle de tangage : poursuite d'une trajectoire

D'après les figures III-21, III-22 et III-23., on constate que la poursuite de la trajectoire de référence est satisfaisante pour les angles de rotation du Quadrirotor. De ce fait, on conclut que la commande par le FLC donne de bon résultat et permet une poursuite parfaite de la consigne sans effet non désiré.

- **Trajectoire en 3D :**

La trajectoire en 3 dimensions est présentée par la figure III-24.

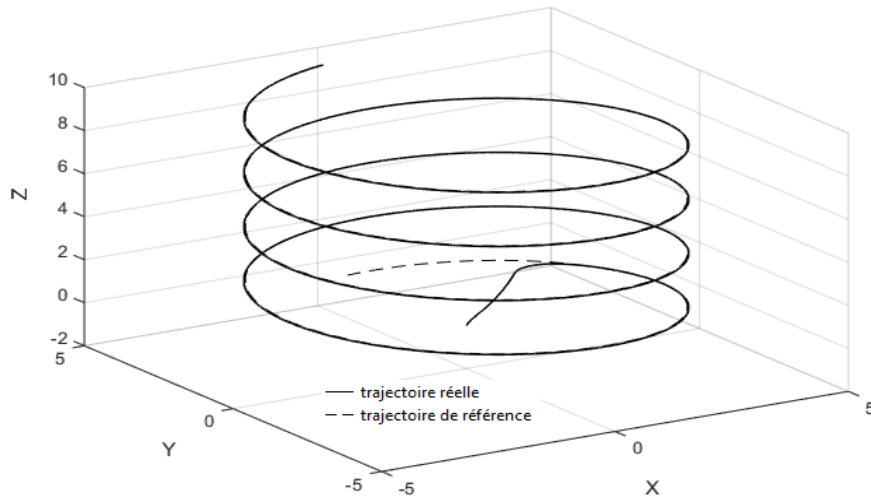


Figure III-24: Trajectoire en 3D

La poursuite de la trajectoire de référence est établie dans la figure III-24. On constate que la commande floue permet de bien poursuivre la trajectoire désirée. Toutefois, on remarque l'existence d'un régime transitoire pendant 4sec.

VI. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons effectué la commande par linéarisation en utilisant un régulateur PD. Ensuite, nous avons présenté une structure d'un contrôleur Mamdani flou type-1, qu'on a appliqué par la suite au système du Quadrirotor, dans le but de comparer entre les deux méthodes et de montrer les avantages de la logique floue dans la commande des systèmes non linéaires complexes. Les résultats ont été satisfaisants et montrent l'efficacité de la logique floue dans la stabilité de ces systèmes.

CONCLUSION GENERALE

Le travail élaboré dans ce rapport se place dans le cadre de la conception d'une loi de commande d'un système non linéaire, en utilisant la théorie de la logique floue.

Cette partie contient une récapitulation globale des étapes étudiées dans ce rapport, suivie d'une vue générale des perspectives des commandes possibles à appliquer sur les quadrirotors.

Le quadrirotor se situe dans la gamme des systèmes non linéaires, complexes et instables, vu que son modèle mathématique contient des termes non linéaires, comme il est considéré un système sous actionné et engendre six DDL, d'où la nécessité de la conception d'un algorithme de contrôle. Dans ce sens, nous avons montré l'efficacité de l'application d'un contrôleur flou Mamdani de type-1 dans la stabilisation du quadrirotor ainsi que son aptitude de suivre une trajectoire quelconque. En premier lieu, nous avons établi la modélisation dynamique du quadrirotor en utilisant la formulation de Newton-Euler. En deuxième lieu, nous avons commandé le quadrirotor par un régulateur classique PD.

Finalement, nous avons synthétisé les contrôleurs flous de type-1 pour les appliquer au niveau du quadrirotor afin de vérifier la validité de la commande floue en termes de stabilité et de poursuite de la trajectoire.

Comme futur projet continuant dans le sens de commandes des systèmes non linéaires, l'application de la logique floue type-2 dans une commande adaptative floue directe et indirecte et l'utilisation des algorithmes de stabilisation et de robustesse pour augmenter la stabilité du système au cours du suivi d'une trajectoire en temps réel. Toutefois, l'objectif principal de tout chercheur est l'implémentation de chaque commande dans le système réel, afin de pouvoir valider et comparer les résultats en simulation.

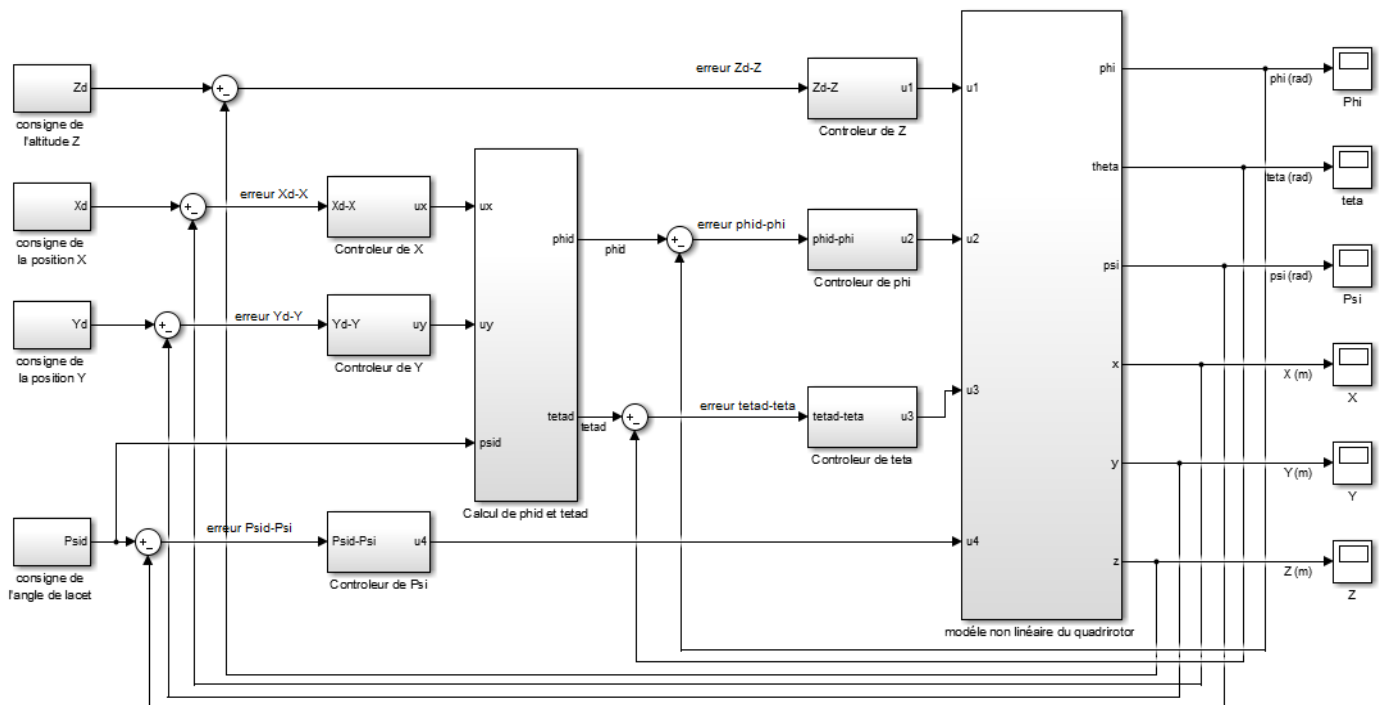
Références

- [1] *APPLIED NON LINEAR QUADROTOR*, Li Sotine . 1992.
- [2] S. R. Contribution, “Contribution à l'estimation et à la commande de systèmes Samer Riachy To cite this version :,” 2009.
- [3] C.-H. Wang, T.-C. Lin, T.-T. Lee, and H.-L. Liu, “Adaptive hybrid intelligent control for uncertain nonlinear dynamical systems.,” *IEEE Trans. Syst. Man. Cybern. B. Cybern.*, vol. 32, no. 5, pp. 583–597, 2002.
- [4] M. Hojati and S. Gazor, “Hybrid adaptive fuzzy identification and control of nonlinear systems,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 10, no. 2, pp. 198–210, 2002.
- [5] “ETUDE DES SYSTEMES NON LINEAIRES COURS MASTER-2 Commande Robuste et Systèmes Non Linéaires Launay Frédéric I) Introduction Système Non linéaire - chaotique,” pp. 1–42.
- [6] D. É. P. D. Électronique and M. E. N. Électronique, “Thème Commande Adaptative Floue Type- 2 d ’ un Bras Manipulateur,” 2012.
- [7] Deia Yacine. Quadrotor, “commande par mode floue-glissant d'un quadrirotor :” 2011.
- [8] S. Amédée and R. François-Gérard, “Algorithmes genetiques,” pp. 1–50, 2004.
- [9] M. De Jury, “Intégration des techniques floues à la synthèse de contrôleurs adaptatifs,” 2009.
- [10] LA. ZADEH, “Fuzzy Sets-Information and Control-1965.pdf.” .
- [11] S. Bouabdallah, “Design and Control of Quadrotors With Application To Autonomous Flying,” *Techniques*, vol. 3727, p. 61, 2007.
- [12] T. Bresciani, “Modelling , Identification and Control of a Quadrotor Helicopter,” *English*, vol. 4, no. October, p. 213, 2008.
- [13] K. Hicham, “Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires,” 2012.
- [14] E. L. Gautier, B. Hamilton, J. Hazebrouck, and T. Tournette, “Pilotage d ’ un quadrirotor via un FPGA,” 2008.
- [15] http://e-philo.univ-paris1.fr/TP1_CONX.htm#_edn1 (consulté en mai 2015)
- [16] Hansruedi Buhler, « réglage par la logique floue ».

Annexes

Annexe 1

Schéma de la commande floue du quadrirotor sous MATLAB / SIMULINK.



Annexe 2

- Fonctions d'appartenances des angles ϕ, θ, ψ , et des positions x, y .

Les fonctions d'appartenances des angles de rotation sont identiques pour chaque angle, ils sont représentés dans les figures 1, 2, 3

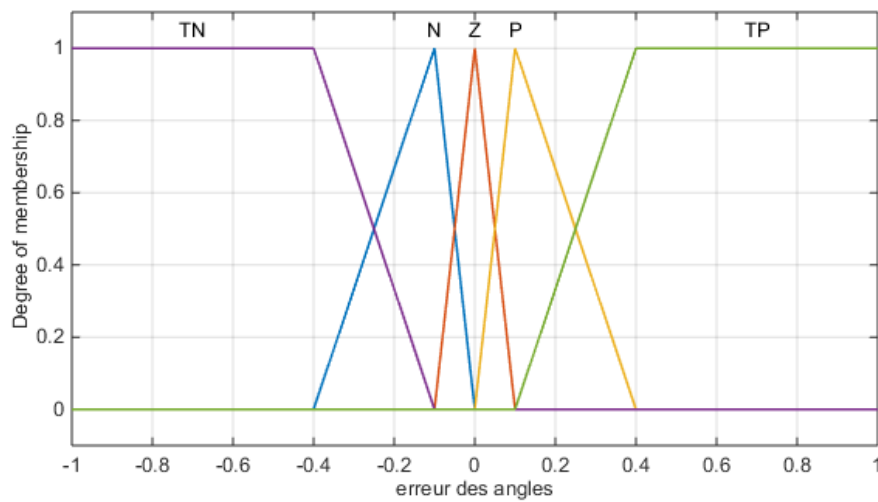


Figure 1 : fonctions d'appartenances de l'erreur.

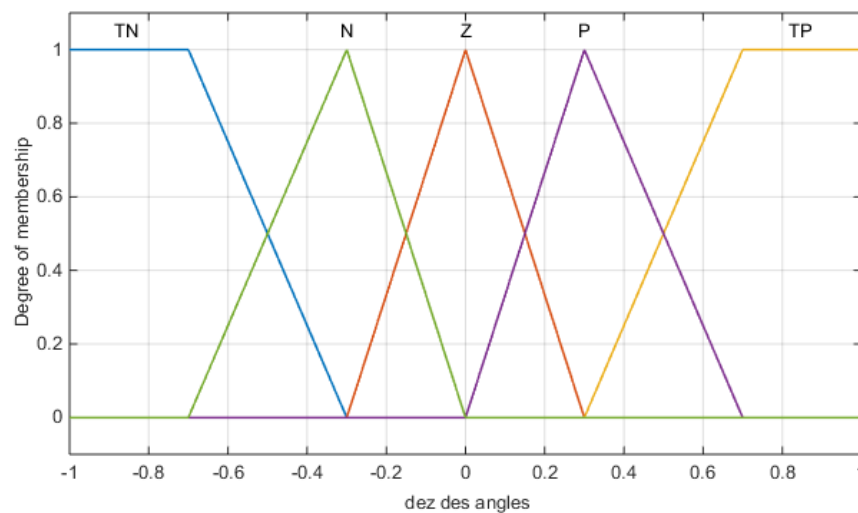


Figure 2 : fonctions d'appartenances de la dérivée de l'erreur.

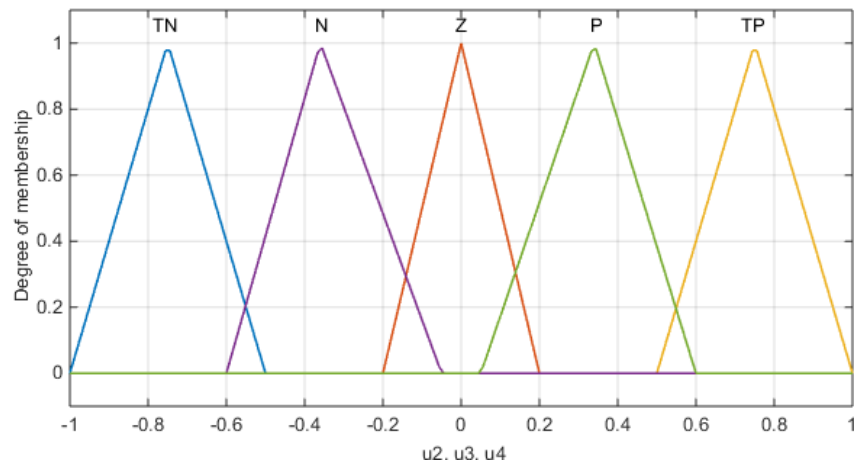


Figure 1 : fonctions d'appartenances de la commande.

Les fonctions d'appartenances des positions x et y sont identiques, ils sont représentés dans les figures 4, 5, et 6.

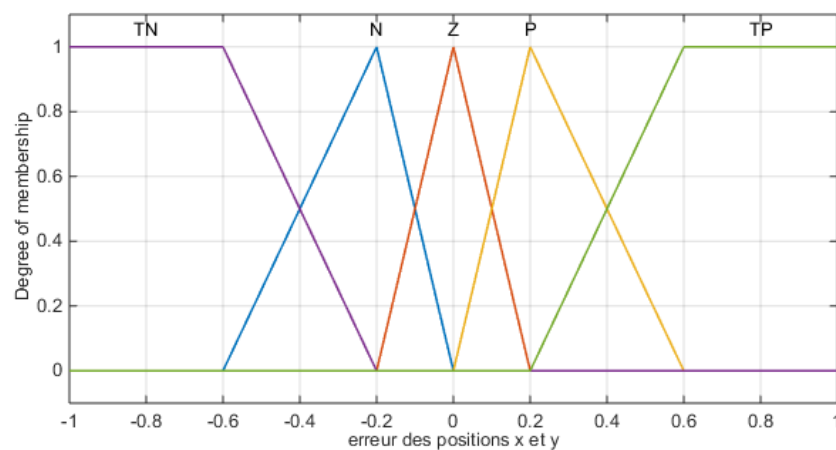


Figure 2 : fonctions d'appartenances de l'erreur

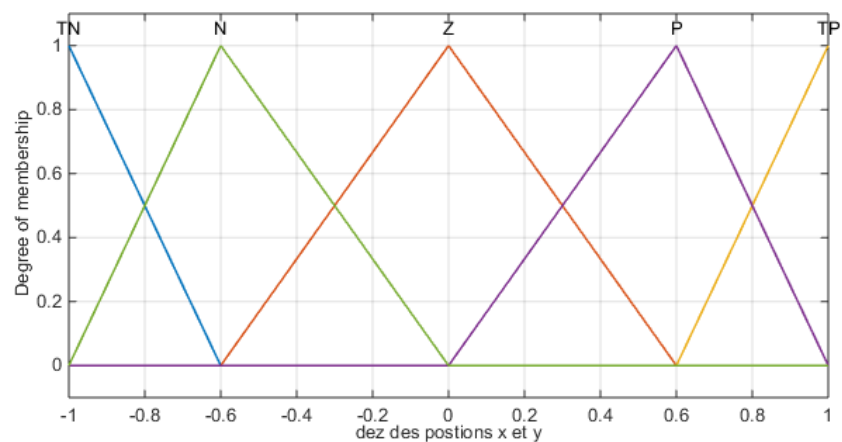


Figure 2 : fonctions d'appartenances de la dérivée de l'erreur

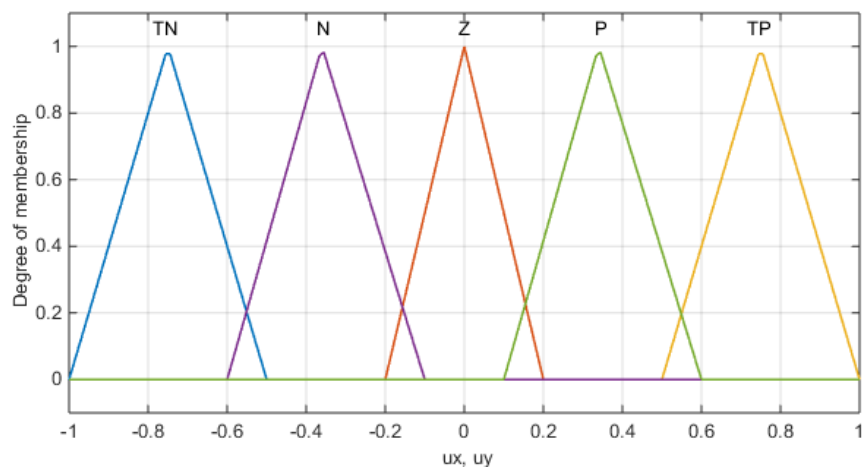


Figure 2 : fonctions d'appartenances de la commande.