

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный Исследовательский Университет ИТМО»



ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2
ПРЕДМЕТ «ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО
УПРАВЛЕНИЯ»
ТЕМА «МОДАЛЬНЫЕ РЕГУЛЯТОРЫ И
НАБЛЮДАТЕЛИ»

Вариант №2

Преподаватель:
Пашенко А. В.

Выполнил:
Румянцев А. А.

Факультет: СУиР
Группа: R3341
Поток: ТАУ R22 бак 1.1.1

Санкт-Петербург
2025

Содержание

1	Задание 1. Модальный регулятор	2
1.1	Управляемость и стабилизируемость собственных чисел и системы . . .	2
1.2	Схема моделирования системы, замкнутой регулятором	3
2	Приложения	3
2.1	Приложение 1	3

Задание 1. Модальный регулятор

Рассмотрим систему

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & -3 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix},$$

$$\sigma(A + BK) = \begin{bmatrix} \{-2, -2, -2\}, \\ \{-3, -3, -3\}, \\ \{-2, -20, -200\}, \\ \{-3, -30, -300\}, \\ \{-2, -2 \pm 6i\}, \\ \{-3, -3 \pm 9i\}; \end{bmatrix}$$

Управляемость и стабилизируемость собственных чисел и системы

Найдем собственные числа матрицы A с помощью MATLAB (программу см. листинг 1 в приложении 1)

$$\det[\lambda I - A] = \begin{vmatrix} \lambda - 5 & -2 & -7 \\ -2 & \lambda - 1 & -2 \\ 2 & 3 & \lambda + 4 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\sigma(A) = \{-2, 2 \pm i\}$$

$\lambda_1 = -2 < 0$ асимптотически устойчивое, может быть неуправляемым. $\lambda_{2,3} = 2 \pm i$ имеют положительные действительные части – неустойчивые, нужна управляемость. Определим управляемость собственных чисел через жорданово разложение (приведение комплексной формы к вещественной аналогично первой лабораторной работе)

$$A = P_{re} J_{re} P_{re}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0.5 & -1.5 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{Jre} = P_{re}^{-1} B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Итого имеем

$$J_{re} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B_{Jre} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Все жордановы клетки относятся к различным собственным числам. Собственное число $\lambda_1 = -2$ неуправляемое, так как первый элемент в матрице входных воздействий B_{Jre} равен нулю. Остальные собственные числа управляемые. Следовательно, система не полностью управляема. Достаточное условие полной управляемости системы в нашем случае – не равенство нулю первого и [второго или третьего] элементов матрицы B_{Jre} . Оно не выполняется. Так как все неустойчивые собственные числа управляемы, то система стабилизируема.

Схема моделирования системы, замкнутой регулятором

Построим схему моделирования системы $\dot{x} = Ax + Bu$, замкнутой регулятором $u = Kx$, используя **SIMULINK**

Приложения

Приложение 1

```
to be done
```

Листинг 1: Программа для первого задания