Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный Исследовательский Университет ИТМО»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №Е
ПРЕДМЕТ «ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ»
ТЕМА «УПРАВЛЕНИЕ МНОГОКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ»

Вариант №2

Преподаватель:
Пашенко А. В.

Выполнил:
Румянцев А. А.

Факультет: СУиР
Группа: R3341
Поток: ТАУ R22 бак 1.1.1

Санкт-Петербург
2025

Содержание

1 Задание 1. Исследование свойств многоканальной системы **2**

1.1 Собственные числа матрицы системы 2

1.2 Передаточная матрица многоканальной системы, ее нули и полюса . . 2

1.3 Структурные свойства многоканальной системы 2

1.4 Временные характеристики системы 3

1.5 Графическое представление временных характеристик 5

1.6 Частотные характеристики системы 6

1.7 Графическое представление частотных характеристик 8

2 Задание 2. Синтез следящего управления в условиях внешних возмущений для многоканальной системы **10**

2.1 Структурные свойства многоканальной системы 11

2.2 Передаточные матрицы многоканальной системы 11

2.3 Матрицы и начальные условия генератора внешнего воздействия . . . 12

2.4 Схема моделирования системы 12

2.5 Синтез компоненты обратной связи 12

2.6 Синтез компоненты прямой связи регулятора 13

2.7 Синтез матрицы коррекции наблюдателя 14

2.8 Компьютерное моделирование 15

3 Общий вывод по работе **15**

4 Приложение А **15**

5 Приложение Б **20**

Задание 1. Исследование свойств многоканальной системы

Рассмотрим многоканальную систему

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx, \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}, \; C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}, \; D = 0;$$

Программа для задания находится в приложении А на листинге 1.

Собственные числа матрицы системы

Определим собственные числа λ_i матрицы системы A

$$\sigma\left[A\right] = \{1, 1\}$$

Получили кратные неустойчивые собственные числа.

Передаточная матрица многоканальной системы, ее нули и полюса

Определим передаточную матрицу многоканальной системы по формуле

$$W(s) = C\left[sI - A\right]^{-1} B + D$$

Получаем

$$W(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{-s-11}{s^2-2s+1} & \dfrac{7s-4}{s^2-2s+1} \\ \dfrac{9s-13}{s^2-2s+1} & \dfrac{1}{s^2-2s+1} \end{bmatrix}$$

Нули и полюса квадратной передаточной матрицы определяются из корней числителя и знаменателя определителя передаточной матрицы. Найдем определитель

$$\det\left[W(s)\right] = \frac{-63}{s^2-2s+1}$$

Так как числитель не зависит от s, то нули n_i отсутствуют. Определим полюса λ_i

$$s^2 - 2s + 1 = 0, \; (s-1)^2 = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = 1$$

Полюса совпали с собственными числами матрицы A.

Структурные свойства многоканальной системы

Структурные свойства многоканальной системы определяются таким же образом, как и для одноканальной. Найдем ЖНФ матрицы A, переведем B, C в базис собственных векторов A

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \; B_J = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \; C_J = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix};$$

Также найдем матрицу управляемости по выходу и вычислим ее ранг

$$U_{out} = \begin{bmatrix} CU & D \end{bmatrix}, \; U = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} \Rightarrow U_{out} = \begin{bmatrix} -1 & 7 & -13 & 10 & 0 & 0 \\ 9 & 0 & 5 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; \mathrm{rank}\left[U_{out}\right] = 2;$$

Таким образом,

- Система полностью управляема по состоянию и стабилизируема
- Система полностью наблюдаема и обнаруживаема
- Система полностью управляема по выходу

Временные характеристики системы

Для аналитического определения весовых функций воспользуемся обратным преобразованием Лапласа

$$w_k(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{W_{l,m}(s)\right\}$$

Нам пригодятся эти формулы

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s-a)}\right\} = e^{at}, \tag{1}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}\right\} = t^n e^{at}; \tag{2}$$

Выведем $w_1(t)$

$$w_1(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{W_{1,1}(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{-s-11}{s^2-2s+1}\right\}$$

Упростим передаточную функцию $W_{1,1}(s)$

$$W_{1,1}(s) = \frac{-s-11}{s^2-2s+1} = -\frac{s-1+12}{(s-1)^2} = -\frac{s-1}{(s-1)^2} - \frac{12}{(s-1)^2} = -1\cdot\frac{1}{(s-1)} - 12\cdot\frac{1}{(s-1)^2}$$

Воспользуемся выражениями (1), (2) и свойствами линейности преобразования Лапласа и вычислим $w_1(t)$

$$w_1(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{-1\cdot\frac{1}{(s-1)} - 12\cdot\frac{1}{(s-1)^2}\right\} = -\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s-1)}\right\} - 12\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s-1)^2}\right\},$$

$$w_1(t) = -e^t - 12te^t;$$

Найдем $w_2(t)$

$$w_2(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{W_{1,2}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{7s-4}{(s-1)^2}\right\}$$

Упростим передаточную функцию $W_{1,2}(s)$

$$W_{1,2}(s) = \frac{7s-4}{(s-1)^2} = \frac{A}{(s-1)} + \frac{B}{(s-1)^2} = \frac{As-A+B}{(s-1)^2},$$

$$As - A + B = 7s - 4 \Rightarrow \begin{cases} A = 7, \\ -A + B = -4, \end{cases} \Rightarrow B = -4 + A = -4 + 7 = 3,$$

$$W_{1,2}(s) = \frac{7}{(s-1)} + \frac{3}{(s-1)^2} = 7\cdot\frac{1}{(s-1)} + 3\cdot\frac{1}{(s-1)^2}$$

Таким образом, аналогично решению с $w_1(t)$, получаем $w_2(t)$

$$w_2(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{7\cdot\frac{1}{(s-1)} + 3\cdot\frac{1}{(s-1)^2}\right\} = 7e^t + 3te^t$$

Определим $w_3(t)$

$$w_3(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{W_{2,1}(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{9s-13}{(s-1)^2}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{9\cdot\frac{1}{(s-1)} - 4\cdot\frac{1}{(s-1)^2}\right\} = 9e^t - 4te^t$$

Выведем $w_4(t)$

$$w_4(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{W_{2,2}(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s-1)^2}\right\} = te^t$$

Итого имеем

$$\begin{aligned} w_1(t) &= -e^t - 12te^t, \\ w_2(t) &= 7e^t + 3te^t, \\ w_3(t) &= 9e^t - 4te^t, \\ w_4(t) &= te^t; \end{aligned}$$

Перейдем к переходным функциям. Весовая функция является производной от переходной функции (отличие образа Лапласа в s раз). Значит для поиска переходных функций нужно брать интегралы

$$h_k(t) = \int\limits_0^t w_k(\tau)\, d\tau$$

Нам понадобится формула интегрирования по частям

$$u = u(x),\ v = v(x) : \int u\, dv = uv - \int v\, du;$$

Вычислим $h_1(t)$

$$h_1(t) = \int\limits_0^t w_1(\tau)\, d\tau = \int\limits_0^t \left(-e^\tau - 12\tau e^\tau\right)\, d\tau = -\int\limits_0^t e^\tau\, d\tau - 12\int\limits_0^t \tau e^\tau\, d\tau,$$

$$\int\limits_0^t e^\tau\, d\tau = e^\tau\Big|_0^t = e^t - 1,$$

$$\int\limits_0^t \tau e^\tau\, d\tau = \begin{bmatrix} u = \tau & v = e^\tau \\ du = d\tau & dv = e^\tau\, d\tau \end{bmatrix} = \tau e^\tau\Big|_0^t - \int\limits_0^t e^\tau\, d\tau = te^t - e^t + 1,$$

$$h_1(t) = -\left(e^t - 1\right) - 12\left(te^t - e^t + 1\right) = -12te^t + 11e^t - 11;$$

Найдем $h_2(t)$

$$h_2(t) = \int\limits_0^t w_2(\tau)\, d\tau = \int\limits_0^t \left(7e^\tau + 3\tau e^\tau\right)\, d\tau = 7\int\limits_0^t e^\tau\, d\tau + 3\int\limits_0^t \tau e^\tau\, d\tau$$

Видим вычисленные ранее интегралы. Подставим и получим

$$h_2(t) = 7\left(e^t - 1\right) + 3\left(te^t - e^t + 1\right) = 3te^t + 4e^t - 4$$

Вычислим $h_3(t)$

$$h_3(t) = \int\limits_0^t w_3(\tau)\, d\tau = \int\limits_0^t \left(9e^\tau - 4\tau e^\tau\right)\, d\tau = 9\int\limits_0^t e^\tau\, d\tau - 4\int\limits_0^t \tau e^\tau\, d\tau$$

Аналогично $h_1(t), h_2(t)$

$$h_3(t) = 9\left(e^t - 1\right) - 4\left(te^t - e^t + 1\right) = -4te^t + 13e^t - 13$$

Найдем $h_4(t)$

$$h_4(t) = \int\limits_0^t w_4(\tau)\,d\tau = \int\limits_0^t \tau e^{\tau}\,d\tau = te^t - e^t + 1$$

Таким образом, имеем

$$\begin{aligned}
h_1(t) &= -12te^t + 11e^t - 11,\\
h_2(t) &= 3te^t + 4e^t - 4,\\
h_3(t) &= -4te^t + 13e^t - 13,\\
h_4(t) &= te^t - e^t + 1;
\end{aligned}$$

Графическое представление временных характеристик

Построим графики $w_i(t), h_i(t)$ по расчитанным ранее характеристикам. Весовые функции представлены на рис. 1, переходные на рис. 2

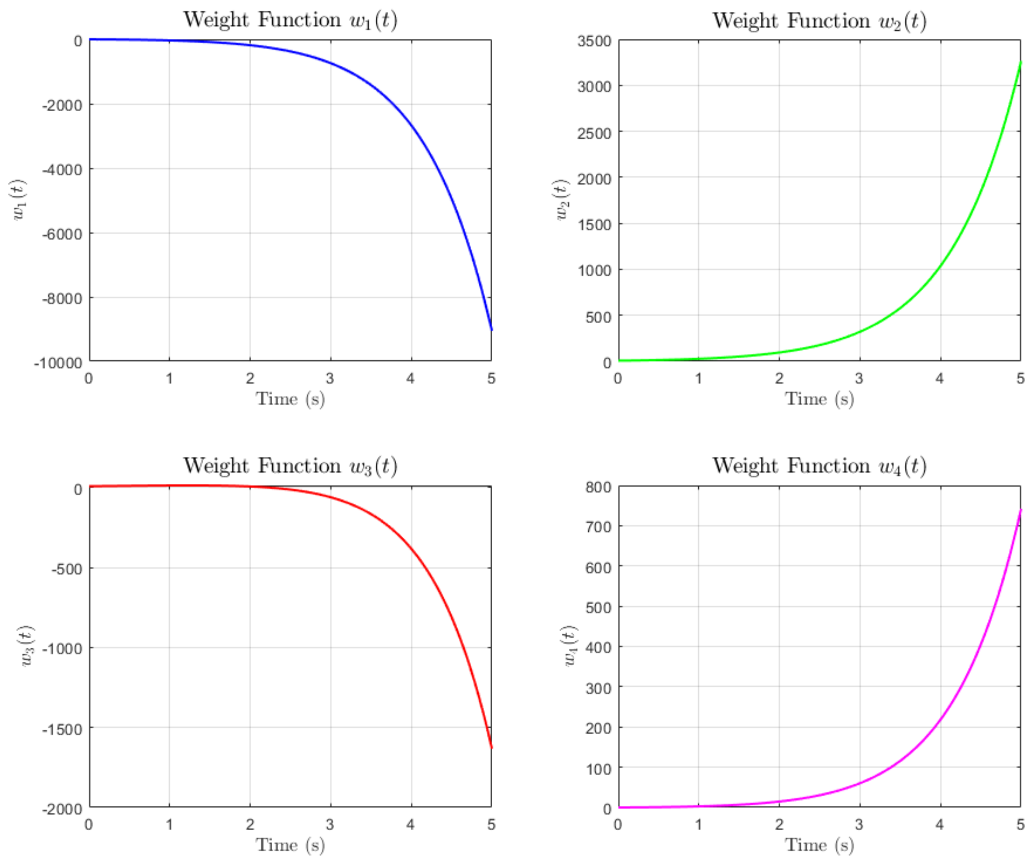

Рис. 1: Графики весовых функций $w_k(t)$

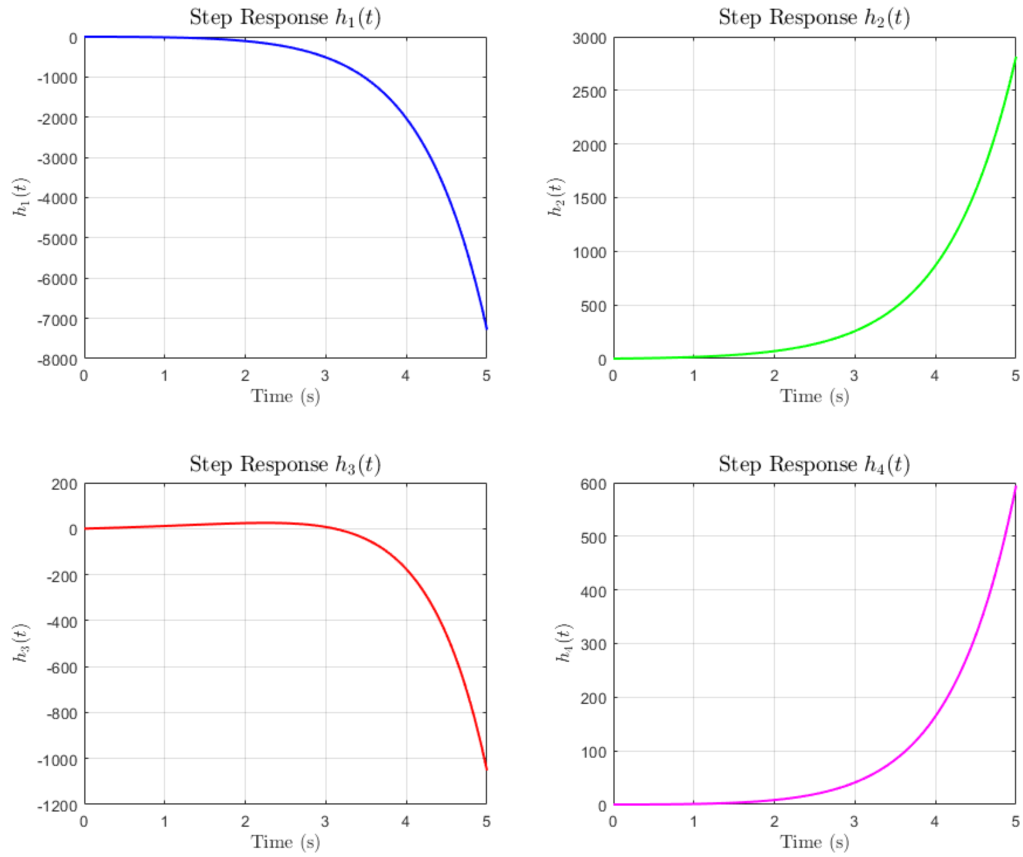

Рис. 2: Графики переходных функций $h_k(t)$

Частотные характеристики системы

Выведем аналитические выражения частотных характеристик системы, таких как АЧХ, ФЧХ, ЛАЧХ, ЛФЧХ. АЧХ находим по формуле

$$A_k(\omega) = |W_{l,m}(i\omega)| = \sqrt{\mathrm{Re}^2\left\{W_{l,m}(i\omega)\right\} + \mathrm{Im}^2\left\{W_{l,m}(i\omega)\right\}}$$

Найдем $A_1(\omega)$

$$A_1(\omega) = |W_{1,1}(i\omega)| = \left|\frac{-i\omega - 11}{(i\omega - 1)^2}\right|,$$

Приведем $W_{1,1}(i\omega)$ к виду суммы реальной и мнимой частей. Домножим числитель и знаменатель на комплексно сопряженное к знаменателю число. Упростим выражение и выразим действительную и мнимую части. В конце вычислим $A_1(\omega)$

$$W_{1,1}(i\omega) = \frac{(-i\omega - 11)(i\omega + 1)^2}{(i\omega - 1)^2 (i\omega + 1)^2} = \frac{13\omega^2 - 11 + (\omega^3 - 23\omega)\, i}{\omega^4 + 2\omega^2 + 1} = \frac{13\omega^2 - 11}{(\omega^2 + 1)^2} + \frac{\omega^3 - 23\omega}{(\omega^2 + 1)^2} i,$$

$$A_1(\omega) = \sqrt{\left(\frac{13\omega^2 - 11}{(\omega^2 + 1)^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega^3 - 23\omega}{(\omega^2 + 1)^2}\right)^2} = \frac{\sqrt{\omega^6 + 123\omega^4 + 243\omega^2 + 121}}{(\omega^2 + 1)^2};$$

Вычислим оставшиеся $A_k(\omega)$ аналогично. Сначала приведем $W_{l,m}(i\omega)$ к нужному виду

$$W_{1,2}(i\omega) = \frac{(7i\omega - 4)(i\omega + 1)^2}{(i\omega - 1)^2 (i\omega + 1)^2} = \frac{18\omega^2 - 4}{(\omega^2 + 1)^2} + \frac{-7\omega^3 + 15\omega}{(\omega^2 + 1)^2} i,$$

$$W_{2,1}(i\omega) = \frac{(9i\omega - 13)\,(i\omega+1)^2}{(i\omega-1)^2\,(i\omega+1)^2} = \frac{31\omega^2-13}{(\omega^2+1)^2} + \frac{-9\omega^3+35\omega}{(\omega^2+1)^2}i,$$
$$W_{2,2}(i\omega) = \frac{(i\omega+1)^2}{(i\omega-1)^2\,(i\omega+1)^2} = \frac{-\omega^2+1}{(\omega^2+1)^2} + \frac{2\omega}{(\omega^2+1)^2}i;$$

Запишем оставшиеся $A_k(\omega)$

$$A_2(\omega) = |W_{1,2}(i\omega)| = \left|\frac{18\omega^2-4}{(\omega^2+1)^2} + \frac{-7\omega^3+15\omega}{(\omega^2+1)^2}i\right|,$$
$$A_3(\omega) = |W_{2,1}(i\omega)| = \left|\frac{31\omega^2-13}{(\omega^2+1)^2} + \frac{-9\omega^3+35\omega}{(\omega^2+1)^2}i\right|,$$
$$A_4(\omega) = |W_{2,2}(i\omega)| = \left|\frac{-\omega^2+1}{(\omega^2+1)^2} + \frac{2\omega}{(\omega^2+1)^2}i\right|;$$

Вычислим АЧХ

$$A_2(\omega) = \frac{\sqrt{(18\omega^2-4)^2 + (-7\omega^3+15\omega)^2}}{(\omega^2+1)^2} = \frac{\sqrt{49\omega^6+114\omega^4+81\omega^2+16}}{(\omega^2+1)^2},$$
$$A_3(\omega) = \frac{\sqrt{(31\omega^2-13)^2 + (-9\omega^3+35\omega)^2}}{(\omega^2+1)^2} = \frac{\sqrt{81\omega^6+331\omega^4+419\omega^2+169}}{(\omega^2+1)^2},$$
$$A_4(\omega) = \frac{\sqrt{(-\omega^2+1)^2 + (2\omega)^2}}{(\omega^2+1)^2} = \frac{\omega^2+1}{(\omega^2+1)^2} = \frac{1}{\omega^2+1};$$

ЛАЧХ ищется по формуле

$$L_k(\omega) = 20\log_{10}(A_k(\omega))$$

Запишем все $L_k(\omega)$

$$L_1(\omega) = 20\log_{10}(A_1(\omega)) = 20\log_{10}\left(\frac{\sqrt{\omega^6+123\omega^4+243\omega^2+121}}{(\omega^2+1)^2}\right),$$
$$L_2(\omega) = 20\log_{10}(A_2(\omega)) = 20\log_{10}\left(\frac{\sqrt{49\omega^6+114\omega^4+81\omega^2+16}}{(\omega^2+1)^2}\right),$$
$$L_3(\omega) = 20\log_{10}(A_3(\omega)) = 20\log_{10}\left(\frac{\sqrt{81\omega^6+331\omega^4+419\omega^2+169}}{(\omega^2+1)^2}\right),$$
$$L_4(\omega) = 20\log_{10}(A_4(\omega)) = 20\log_{10}\left(\frac{1}{\omega^2+1}\right);$$

Таким образом, пользуясь свойствами логарифмов

$$L_1(\omega) = 10\log_{10}\left(\omega^6+123\omega^4+243\omega^2+121\right) - 40\log_{10}\left(\omega^2+1\right),$$
$$L_2(\omega) = 10\log_{10}\left(49\omega^6+114\omega^4+81\omega^2+16\right) - 40\log_{10}\left(\omega^2+1\right),$$
$$L_3(\omega) = 10\log_{10}\left(81\omega^6+331\omega^4+419\omega^2+169\right) - 40\log_{10}\left(\omega^2+1\right),$$
$$L_4(\omega) = -20\log_{10}\left(\omega^2+1\right);$$

ФЧХ ищется по формуле

$$\varphi_k(\omega) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}\{W_{l,m}(i\omega)\}}{\operatorname{Re}\{W_{l,m}(i\omega)\}}\right)$$

У всех $W_{l,m}(i\omega)$ одинаковые знаментали у действительных и мнимых частей. При делении мнимой части на действительную знаменатели будут сокращаться. Останутся только отношения числителей. Таким образом, запишем φ_k

$$\varphi_1(\omega) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}_{ч}\{W_{1,1}(i\omega)\}}{\operatorname{Re}_{ч}\{W_{1,1}(i\omega)\}}\right) = \arctan\left(\frac{\omega^3 - 23\omega}{13\omega^2 - 11}\right),$$
$$\varphi_1(\omega) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}_{ч}\{W_{1,2}(i\omega)\}}{\operatorname{Re}_{ч}\{W_{1,2}(i\omega)\}}\right) = \arctan\left(\frac{-7\omega^3 + 15\omega}{18\omega^2 - 4}\right),$$
$$\varphi_1(\omega) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}_{ч}\{W_{2,1}(i\omega)\}}{\operatorname{Re}_{ч}\{W_{2,1}(i\omega)\}}\right) = \arctan\left(\frac{-9\omega^3 + 35\omega}{31\omega^2 - 13}\right),$$
$$\varphi_1(\omega) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}_{ч}\{W_{2,2}(i\omega)\}}{\operatorname{Re}_{ч}\{W_{2,2}(i\omega)\}}\right) = \arctan\left(\frac{2\omega}{-\omega^2 + 1}\right);$$

ЛФЧХ имеют такие же аналитические выражения, как и ФЧХ, только вместо частот ω используется логарифмическая шкала $\log_{10}(\omega)$.

Графическое представление частотных характеристик

Построим графики по расчитанным ранее характеристикам

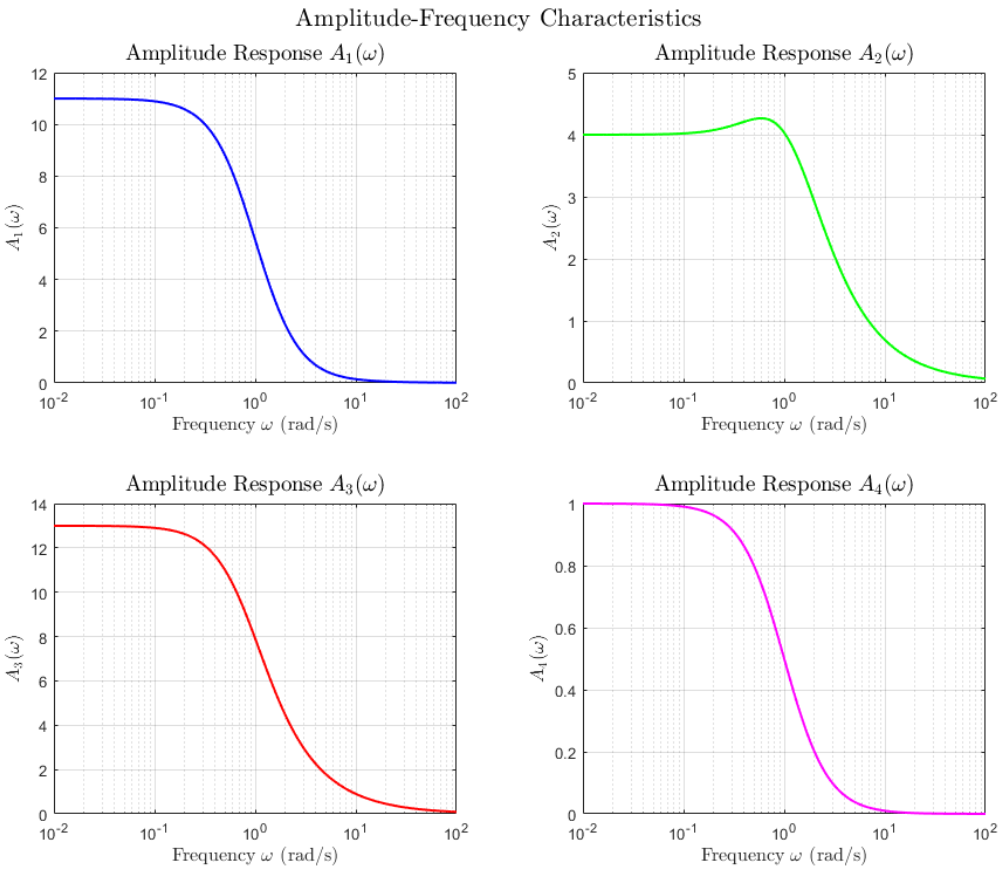

Рис. 3: Графики АЧХ $A_k(\omega)$

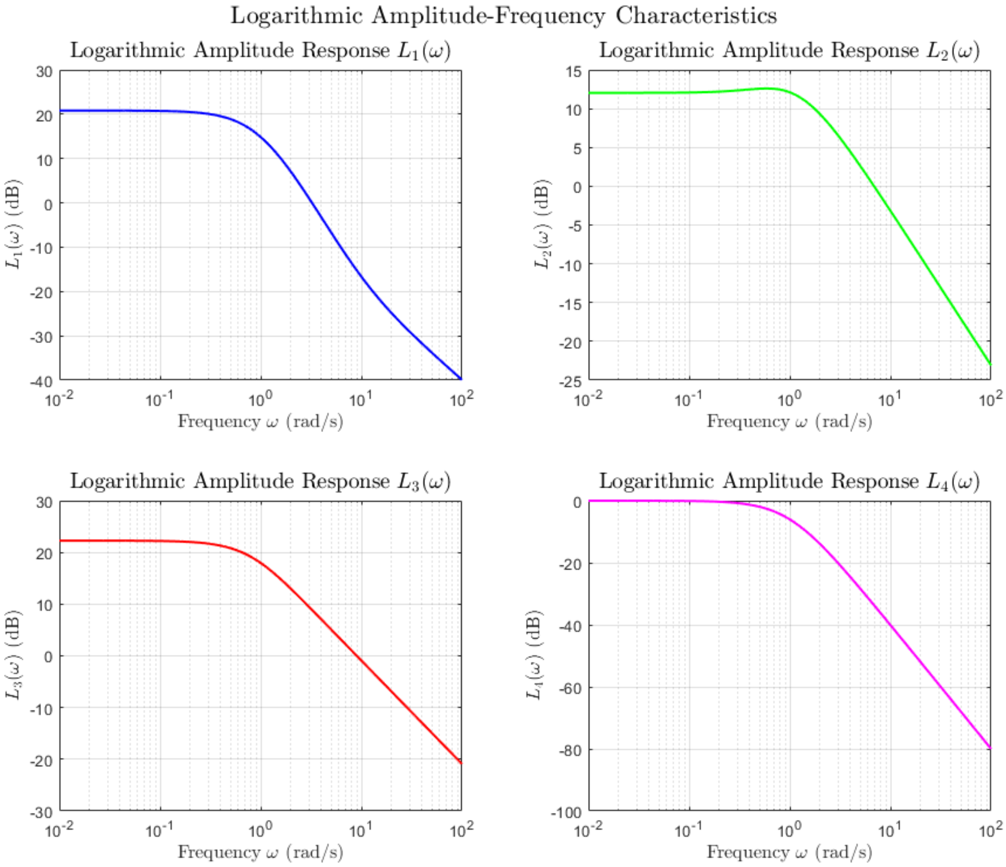

Рис. 4: Графики ЛАЧХ $L_k(\omega)$

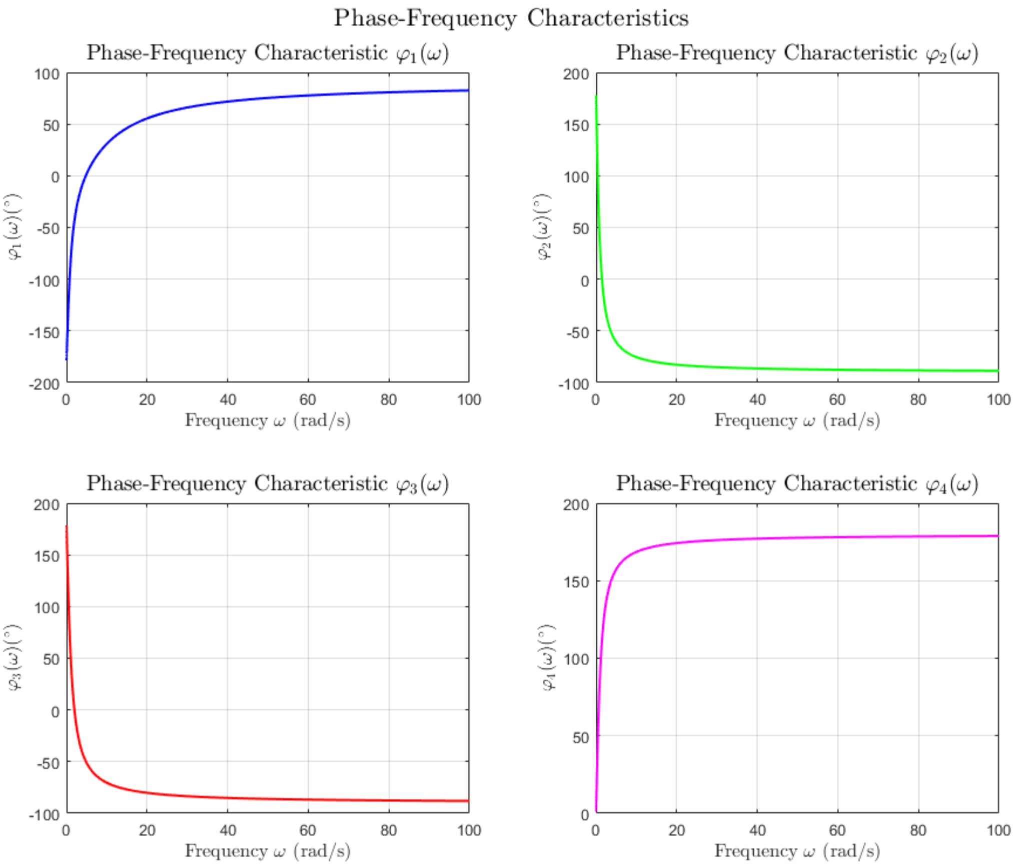

Рис. 5: Графики ФЧХ $\varphi_k(t)$

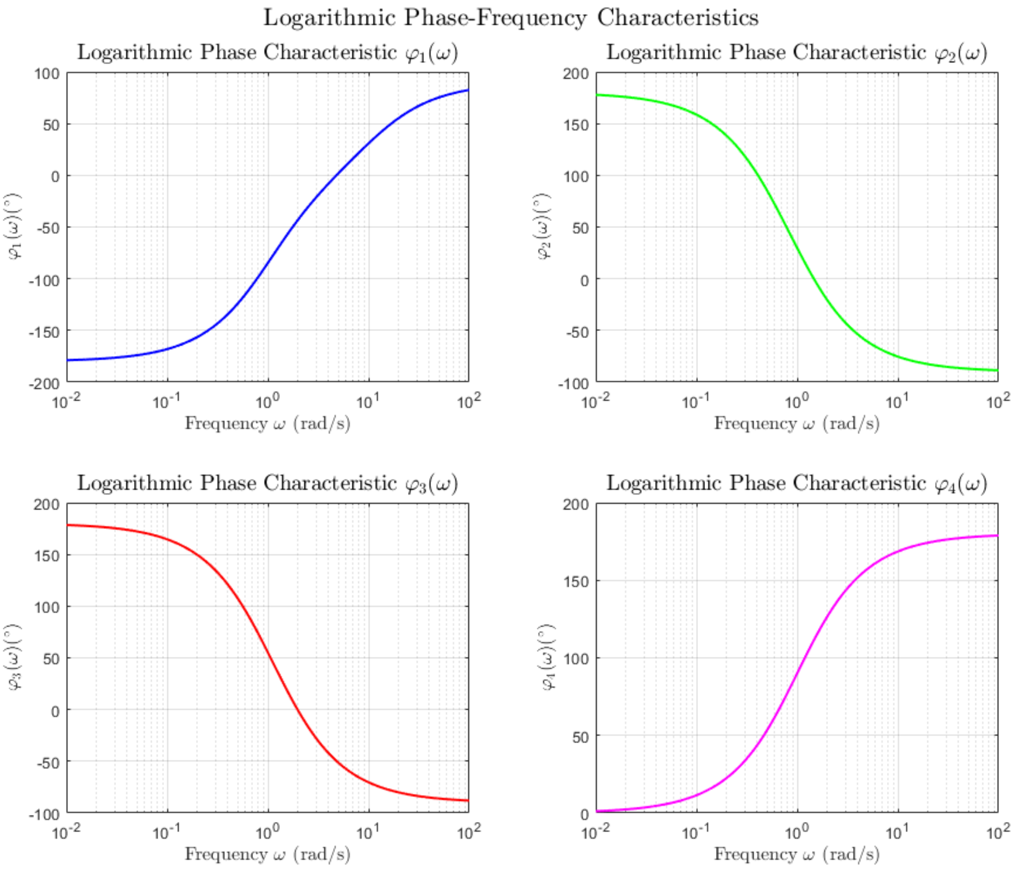

Рис. 6: Графики ЛФЧХ $\varphi_k(t), x = \log_{10}(\omega)$

Результаты похожи на апериодические звенья 2-го порядка.

Задание 2. Синтез следящего управления в условиях внешних возмущений для многоканальной системы

Рассмотрим многоканальную систему

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f_1, \\ z = C_z x + D_z u - g, \\ y = Cx + Du + D_f f_2, \end{cases} \quad x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

при

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}, \ C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}, \ D = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B_f = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, \ D_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \ C_z = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \ D_z = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$f_1(t) = \begin{bmatrix} 9\sin(3t) \\ 3\cos(2t) \end{bmatrix}, \ f_2(t) = \begin{bmatrix} 6\cos(2t) \\ 8\sin(3t) \end{bmatrix}, \ g(t) = \begin{bmatrix} 3\cos(4t) \\ 6\sin(4t) \end{bmatrix};$$

К измерению доступны только величины $y(t), g(t)$. Программа находится в приложении Б на листинге 2.

Структурные свойства многоканальной системы

В первом задании уже находили ЖНФ матрицы A и соответствующие ей B_J, C_{J_y}

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \ B_J = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \ C_{J_y} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix};$$

Найдем C_{J_z}

$$A = PJP^{-1}, \ C_{J_z} = C_z \cdot P \Rightarrow C_{J_z} = \begin{bmatrix} -6 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Найдем U_{out_y}, U_{out_z}

$$U = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix},$$

$$U_{out_y} = \begin{bmatrix} CU & D \end{bmatrix}, \ U_{out_y} = \begin{bmatrix} -1 & 7 & -13 & 10 & -2 & 0 \\ 9 & 0 & 5 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ \text{rank}\left[U_{out_y}\right] = 2,$$

$$U_{out_z} = \begin{bmatrix} C_z U & D_z \end{bmatrix}, \ U_{out_z} = \begin{bmatrix} -2 & 14 & -26 & 20 & 2 & 0 \\ -4 & 1 & -4 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ \text{rank}\left[U_{out_z}\right] = 2;$$

Таким образом,

- Система полностью управляема по состоянию и стабилизируема,
- Система полностью управляема по выходу $y(t)$,
- Система полностью управляема по виртуальному (регулируемому) выходу $z(t)$,
- Система полностью наблюдаема и обнаруживаема относительно выхода $y(t)$,
- Система полностью наблюдаема и обнаруживаема относительно виртуального (регулируемого) выхода $z(t)$;

Передаточные матрицы многоканальной системы

Составим передаточную матрицу многоканальной системы от управляющих воздействий $u(t)$ к выходу $y(t)$

$$W_y(s) = C\left[sI - A\right]^{-1} B + D,$$

$$W_y(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{-2s^2 + 3s - 13}{s^2 - 2s + 1} & \dfrac{7s - 4}{s^2 - 2s + 1} \\ \dfrac{9s - 13}{s^2 - 2s + 1} & \dfrac{s^2 - 2s + 2}{s^2 - 2s + 1} \end{bmatrix};$$

Проверим на вырожденность

$$\det\left[W_y(s)\right] = \frac{-2s^2 + 3s - 78}{s^2 - 2s + 1} \neq 0$$

Матрица $W_y(s)$ невырожденная. Составим аналогично $W_z(s)$ к выходу $z(t)$

$$W_y(s) = C_z\left[sI - A\right]^{-1} B + D_z,$$

$$W_z(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{2s^2 - 6s - 20}{s^2 - 2s + 1} & \dfrac{14s - 8}{s^2 - 2s + 1} \\ \dfrac{-4}{s - 1} & \dfrac{s}{s - 1} \end{bmatrix};$$

Проверим на вырожденность

$$\det\left[W_z(s)\right] = \frac{2s^2 - 4s + 32}{s^2 - 2s + 1} \neq 0$$

Матрица $W_z(s)$ невырожденная.

Матрицы и начальные условия генератора внешнего воздействия

Определим матрицы Γ_w, Y_g, Y_1, Y_2 и начальные условия генератора внешнего воздействия $w(0)$. Возмущения f_i, g содержат гармоники с частотами $\omega_1 = 2, \omega_2 = 3, \omega_3 = 4$. Вспомним модель осциллятора и запишем «большую» Γ_w, состоящую из «маленьких» Γ_{w_i}

$$\Gamma_{w_i} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_i \\ -\omega_i & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \Gamma_w = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$

Таким образом, получится вектор возмущений с начальными условиями при $t = 0$

$$w(t) = \begin{bmatrix} \cos(2t) \\ \sin(2t) \\ \cos(3t) \\ \sin(3t) \\ \cos(4t) \\ \sin(4t) \end{bmatrix}, \ w(t=0) = \begin{bmatrix} \cos(0) \\ \sin(0) \\ \cos(0) \\ \sin(0) \\ \cos(0) \\ \sin(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix};$$

Осталось матрицами задать амплитуду и гармоники для каждого возмущения. Выходов два, координат у $w(t)$ шесть – матрицы Y_i будут размера 2×6. Зададим эти матрицы

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 9 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ Y_2 = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ Y_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix};$$

Схема моделирования системы

Построим схему моделирования системы, замкнутой регулятором, состоящим из необходимых для решения данной задачи управления наблюдателей и закона управления

$$u = K\hat{x} + K_w\hat{w} = \begin{bmatrix} K_w & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{w} \\ \hat{x} \end{bmatrix} = \bar{K}\hat{x}_f,$$

обеспечивающим выполнение целевого условия

$$\lim_{t\to\infty} z(t) = 0$$

Строим графики $u(t), f_i(t), g(t), x(t), \hat{x}(t), w(t), \hat{w}(t), e_x(t), e_w(t), y(t), z(t)$. Схема расположена на рисунке **??**

Синтез компоненты обратной связи

Зададимся эталонной моделью замкнутой системы на основании требований в соответствии с вариантом

$$2 < |\operatorname{Re}(\lambda_i^*)| < 3,$$
$$0 \le |\operatorname{Im}(\lambda_i^*)| < 7;$$

Пусть

$$\sigma(A + BK) = \{-2.5 \pm i\}$$

Тогда матрица Γ

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -2.5+i & 0 \\ 0 & -2.5-i \end{bmatrix}$$

Можем переписать в вещественном виде

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -2.5 & 1 \\ -1 & -2.5 \end{bmatrix}$$

Подберем Y такой, чтобы пара (Y, Γ) была наблюдаема. Проверим, вычислив ранг матрицы наблюдаемости

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \ \operatorname{rank} \begin{bmatrix} Y \\ Y\Gamma \end{bmatrix} = \operatorname{rank} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -2.5 & 1 \\ -1 & -2.5 \end{bmatrix} = 2;$$

Пара (Y, Γ) наблюдаема. Пара (A, B) управляема (выяснили ранее через ЖНФ) и $\sigma(A) \cap \sigma(\Gamma) = \varnothing$. Следовательно, существует единственное невырожденное решение уравнения Сильвестра

$$AP - P\Gamma = BY, \ K = -YP^{-1};$$

Вычислим P, после чего найдем матрицу регулятора. Также проверим спектр замкнутой системы. Получаем

$$K = \begin{bmatrix} -0.8523 & 0.9009 \\ -0.9312 & -0.5275 \end{bmatrix}, \ \sigma(A + BK) = \{-2.5 \pm i\};$$

Регулятор синтезирован корректно.

Синтез компоненты прямой связи регулятора

Составим систему матричных уравнений Франкиса-Дэвисона для синтеза компоненты K_w регулятора

$$\begin{cases} P\Gamma_w - (A + BK)P - B_f Y_1 = BK_w, \\ (C_z + D_z K)P + D_z K_w = Y_g; \end{cases}$$

В общем виде уравнения имеют вид

$$\begin{cases} AP + BK + Y_1 = P\Gamma, \\ CP + DK + Y_2 = 0; \end{cases}$$

Решение относительно P и K для произвольных Y_1 и Y_2 есть, если

$$\operatorname{rank} \begin{bmatrix} A - I\lambda_{i\Gamma} & B \\ C & D \end{bmatrix} = \text{число строк}$$

и

- Множество нулей системы $W(s)$ не пересекается со спектром Γ,
- Система $W(s)$ полностью управляема по выходу,
- Количество входов равно или больше количества выходов системы,

- Если количество входов равно количеству выходов, то система $W(s)$ должна быть невырожденной;

Ранее мы выяснили, что система полностью управляема по выходу $y(t)$ и $z(t)$; количество входов и выходов равно 2; $W_y(s), W_z(s)$ являются невырожденными. Проверим множества нулей $W_k(s)$

$$W_y(s) : n_{1,2} = 0.7500 \pm 6.1998i,$$

$$W_z(s) : n_{1,2} = 1 \pm 3.8730i;$$

Не пересекаются со спектром Г. Осталось проверить ранги матриц

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}(A+BK)-I\lambda_{i\Gamma} & B\\ (C_z+D_zK) & D_z\end{bmatrix} = \text{число строк}$$

Проверим

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}(A+BK)-I\,(-2.5\pm i) & B\\ (C_z+D_zK) & D_z\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-0.2147\mp i & 0.8459 & 1 & 2\\ -1.2367 & 0.2147\mp i & -3 & 3\\ 2.2954 & 3.8018 & 2 & 0\\ -1.9312 & 0.4725 & 0 & 1\end{bmatrix} = 4;$$

Все условия выполнены – можно синтезировать K_w. Используя `MATLAB` и `cvx`, получаем

$$K_w = \begin{bmatrix}-3.0612 & -5.0195 & 7.9863 & -12.7069 & 12.2869 & 20.2823\\ -6.4128 & -0.9151 & -2.9433 & -7.3826 & 17.6422 & -0.5952\end{bmatrix}$$

Синтез матрицы коррекции наблюдателя

Синтезируем необходимый для выполнения целевого условия наблюдатель. Составим расширенную систему

$$\begin{cases}\dot{x}_f = \bar{A}x_f + \bar{B}u,\\ y_f = y - g = \bar{C}x_f + Du,\end{cases} \quad x_f = \begin{bmatrix}w\\ x\end{bmatrix},$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix}\Gamma_w & 0_{6\times2}\\ B_fY_1 & A\end{bmatrix},\ \bar{B} = \begin{bmatrix}0_{6\times2}\\ B\end{bmatrix},\ \bar{C} = \begin{bmatrix}D_fY_2 - Y_g & C\end{bmatrix};$$

Тогда наблюдатель будет иметь вид

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}_f = \bar{A}\hat{x}_f + \left(\bar{B} + \bar{L}D\right)u + \bar{L}\left(\bar{C}\hat{x}_f - y_f\right),\\ \hat{y}_f = \bar{C}\hat{x}_f + Du,\end{cases} \quad \hat{x}_f = \begin{bmatrix}\hat{w}\\ \hat{x}\end{bmatrix},$$

Для нахождения $\bar{L}$ воспользуемся матричным уравнением типа Риккати

$$\bar{A}P + P\bar{A}^T + Q - \nu P\bar{C}^T R^{-1}\bar{C}P = 0,\ \bar{L} = -P\bar{C}^T R^{-1};$$

при $\nu = 1, Q = I_{8\times8}, R = I_{2\times2}$. Получаем

$$\bar{L} = \begin{bmatrix}-1.3123 & -0.3869\\ -0.3266 & -0.1466\\ 0.4381 & -0.5637\\ 0.3777 & -1.1609\\ -0.4550 & -0.5493\\ 1.2212 & -0.0019\\ -0.3758 & -3.2880\\ -6.2985 & 8.3707\end{bmatrix}$$

Компьютерное моделирование

Выполним компьютерное моделирование замкнутой системы с нулевыми начальными условиями наблюдателей

KM.pngs

Общий вывод по работе

...

Приложение А

```
% plant parameters
A=[0 1; -1 2];
B=[1 2; -3 3];
C=[2 1; 3 -2];
D=[0 0; 0 0];

% A eig
A_eig = eig(A)

% W(s)
sys = ss(A, B, C, D);
W_s = tf(sys)

% zeros
zeros = zero(sys)

% poles
poles = pole(sys)

% Jordan matrix
[P, J] = jordan(A)
B_J = inv(P) * B
C_J = C * P

% out
U = [B A*B];
U_out = [C*U D]
rank(U_out)

% time
t = 0:0.01:5;

% w(t)
w1 = -exp(t) - 12*t.*exp(t);
w2 = 7*exp(t) + 3*t.*exp(t);
w3 = 9*exp(t) - 4*t.*exp(t);
w4 = t.*exp(t);

% h(t)
h1 = -12*t.*exp(t) + 11*exp(t) - 11;
h2 = 3*t.*exp(t) + 4*exp(t) - 4;
h3 = -4*t.*exp(t) + 13*exp(t) - 13;
h4 = t.*exp(t) - exp(t) + 1;
```

```
% w(t) renders
figure;
subplot(2,2,1)
plot(t, w1, 'b', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Time (s)', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
ylabel('$w_1(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
title('Weight Function $w_1(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize',
     14);

subplot(2,2,2)
plot(t, w2, 'g', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Time (s)', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
ylabel('$w_2(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
title('Weight Function $w_2(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize',
     14);

subplot(2,2,3)
plot(t, w3, 'r', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Time (s)', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
ylabel('$w_3(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
title('Weight Function $w_3(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize',
     14);

subplot(2,2,4)
plot(t, w4, 'm', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Time (s)', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
ylabel('$w_4(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
title('Weight Function $w_4(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize',
     14);

% h(t) renders
figure;
subplot(2,2,1)
plot(t, h1, 'b', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Time (s)', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
ylabel('$h_1(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
title('Step Response $h_1(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize',
    14);

subplot(2,2,2)
plot(t, h2, 'g', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Time (s)', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
ylabel('$h_2(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
title('Step Response $h_2(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize',
    14);

subplot(2,2,3)
plot(t, h3, 'r', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Time (s)', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
ylabel('$h_3(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
title('Step Response $h_3(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize',
    14);

subplot(2,2,4)
plot(t, h4, 'm', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Time (s)', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
ylabel('$h_4(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
```

```
title('Step Response $h_4(t)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize',
    14);

% freq
omega = logspace(-2, 2, 1000);

% A(w)
A1 = sqrt(omega.^6 + 123*omega.^4 + 243*omega.^2 + 121) ./ (omega.^2
     + 1).^2;
A2 = sqrt(49*omega.^6 + 114*omega.^4 + 81*omega.^2 + 16) ./ (omega
    .^2 + 1).^2;
A3 = sqrt(81*omega.^6 + 331*omega.^4 + 419*omega.^2 + 169) ./ (omega
    .^2 + 1).^2;
A4 = 1 ./ (omega.^2 + 1);

% A(w) renders
figure;

subplot(2,2,1)
semilogx(omega, A1, 'b', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
ylabel('$A_1(\omega)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
title('Amplitude Response $A_1(\omega)$', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 14);

subplot(2,2,2)
semilogx(omega, A2, 'g', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
ylabel('$A_2(\omega)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
title('Amplitude Response $A_2(\omega)$', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 14);

subplot(2,2,3)
semilogx(omega, A3, 'r', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
ylabel('$A_3(\omega)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
title('Amplitude Response $A_3(\omega)$', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 14);

subplot(2,2,4)
semilogx(omega, A4, 'm', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
ylabel('$A_4(\omega)$', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
title('Amplitude Response $A_4(\omega)$', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 14);

sgtitle('Amplitude-Frequency Characteristics', 'Interpreter','latex'
    , 'FontSize', 16);

% L(w)
L1 = 10 * log10(omega.^6 + 123*omega.^4 + 243*omega.^2 + 121) - 40 *
     log10(omega.^2 + 1);
L2 = 10 * log10(49*omega.^6 + 114*omega.^4 + 81*omega.^2 + 16) - 40
    * log10(omega.^2 + 1);
```

```
L3 = 10 * log10(81*omega.^6 + 331*omega.^4 + 419*omega.^2 + 169) -
    40 * log10(omega.^2 + 1);
L4 = -20 * log10(omega.^2 + 1);

% L(w) renders
figure;

subplot(2,2,1)
semilogx(omega, L1, 'b', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
ylabel('$L_1(\omega)$ (dB)', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
title('Logarithmic Amplitude Response $L_1(\omega)$', 'Interpreter',
    'latex', 'FontSize', 14);

subplot(2,2,2)
semilogx(omega, L2, 'g', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
ylabel('$L_2(\omega)$ (dB)', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
title('Logarithmic Amplitude Response $L_2(\omega)$', 'Interpreter',
    'latex', 'FontSize', 14);

subplot(2,2,3)
semilogx(omega, L3, 'r', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
ylabel('$L_3(\omega)$ (dB)', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
title('Logarithmic Amplitude Response $L_3(\omega)$', 'Interpreter',
    'latex', 'FontSize', 14);

subplot(2,2,4)
semilogx(omega, L4, 'm', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
ylabel('$L_4(\omega)$ (dB)', 'Interpreter','latex', 'FontSize', 12);
title('Logarithmic Amplitude Response $L_4(\omega)$', 'Interpreter',
    'latex', 'FontSize', 14);

sgtitle('Logarithmic Amplitude-Frequency Characteristics', '
    Interpreter','latex', 'FontSize', 16);

% phi(w)
phi1 = atan2(omega.^3 - 23*omega, 13*omega.^2 - 11);
phi2 = atan2(-7*omega.^3 + 15*omega, 18*omega.^2 - 4);
phi3 = atan2(-9*omega.^3 + 35*omega, 31*omega.^2 - 13);
phi4 = atan2(2*omega, -omega.^2 + 1);

% rad to deg
phi1 = rad2deg(phi1);
phi2 = rad2deg(phi2);
phi3 = rad2deg(phi3);
phi4 = rad2deg(phi4);

% phi(w)
figure;

subplot(2,2,1)
```

```
plot(omega, phi1, 'b', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
ylabel('$\varphi_1(\omega) (^\circ)$', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
title('Phase-Frequency Characteristic $\varphi_1(\omega)$', '
    Interpreter','latex', 'FontSize', 14);

subplot(2,2,2)
plot(omega, phi2, 'g', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
ylabel('$\varphi_2(\omega) (^\circ)$', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
title('Phase-Frequency Characteristic $\varphi_2(\omega)$', '
    Interpreter','latex', 'FontSize', 14);

subplot(2,2,3)
plot(omega, phi3, 'r', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
ylabel('$\varphi_3(\omega) (^\circ)$', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
title('Phase-Frequency Characteristic $\varphi_3(\omega)$', '
    Interpreter','latex', 'FontSize', 14);

subplot(2,2,4)
plot(omega, phi4, 'm', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
ylabel('$\varphi_4(\omega) (^\circ)$', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
title('Phase-Frequency Characteristic $\varphi_4(\omega)$', '
    Interpreter','latex', 'FontSize', 14);

sgtitle('Phase-Frequency Characteristics', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 16);

% log phi(w)
figure;

subplot(2,2,1)
semilogx(omega, phi1, 'b', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
ylabel('$\varphi_1(\omega) (^\circ)$', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
title('Logarithmic Phase Characteristic $\varphi_1(\omega)$', '
    Interpreter','latex', 'FontSize', 14);

subplot(2,2,2)
semilogx(omega, phi2, 'g', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
ylabel('$\varphi_2(\omega) (^\circ)$', 'Interpreter','latex', '
    FontSize', 12);
title('Logarithmic Phase Characteristic $\varphi_2(\omega)$', '
    Interpreter','latex', 'FontSize', 14);
```

```
subplot(2,2,3)
semilogx(omega, phi3, 'r', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
   FontSize', 12);
ylabel('$\varphi_3(\omega) (^\circ)$', 'Interpreter','latex', '
   FontSize', 12);
title('Logarithmic Phase Characteristic $\varphi_3(\omega)$', '
   Interpreter','latex', 'FontSize', 14);

subplot(2,2,4)
semilogx(omega, phi4, 'm', 'LineWidth', 1.5); grid on;
xlabel('Frequency $\omega$ (rad/s)', 'Interpreter','latex', '
   FontSize', 12);
ylabel('$\varphi_4(\omega) (^\circ)$', 'Interpreter','latex', '
   FontSize', 12);
title('Logarithmic Phase Characteristic $\varphi_4(\omega)$', '
   Interpreter','latex', 'FontSize', 14);

sgtitle('Logarithmic Phase-Frequency Characteristics', 'Interpreter'
   ,'latex', 'FontSize', 16);
```

Листинг 1: Программа для задания 1

Приложение Б

```
    % plant parameters
A=[0 1; -1 2];
B=[1 2; -3 3];
C=[2 1; 3 -2];
D=[-2 0; 0 1];

Bf=[1 2; -1 3];
Df=[1 0; 0 -1];
Cz=[4 2; -1 1];
Dz=[2 0; 0 1];

G=[-2.5 1;
-1 -2.5];
Y=[1 0; 0 1];

Gw=[0 2 0 0 0 0;
   -2 0 0 0 0 0;
    0 0 0 3 0 0;
    0 0 -3 0 0 0;
    0 0 0 0 0 4;
    0 0 0 0 -4 0];
Y1=[0 0 0 9 0 0;
    3 0 0 0 0 0];
Y2=[6 0 0 0 0 0;
    0 0 0 8 0 0];
Yg=[0 0 0 0 3 0;
    0 0 0 0 0 6];

% out y
U = [B A*B];
```

```
U_out_y = [C*U D]
rank(U_out_y)

% out z
U_out_z = [Cz*U Dz]
rank(U_out_z)

% Jordan matrix
[P, J] = jordan(A)
B_J = inv(P) * B
C_J_y = C * P
C_J_z = Cz * P

% W_y(s)
sys_y = ss(A, B, C, D);
W_y_s = tf(sys_y)

% W_z(s)
sys_z = ss(A, B, Cz, Dz);
W_z_s = tf(sys_z)

% zeros
zeros_y = zero(sys_y)
zeros_z = zero(sys_z)

% check O(Y,G)
O_Y_G = [Y; Y*G]
rank_O_Y_G=rank(O_Y_G)

% K regulator synthesis
cvx_begin sdp
variable P(2,2)
A*P-P*G == B*Y;
cvx_end

K = -Y*inv(P)
ApBK=A+B*K;
eig_ApBK=eig(ApBK)

% check rank for K_w
CzpDzK=Cz+Dz*K;
eig_G=eig(G);
mat1 = [ApBK-eye(2)*eig_G(1) B; CzpDzK Dz]
mat2 = [ApBK-eye(2)*eig_G(2) B; CzpDzK Dz]
check_mat1=rank(mat1)
check_mat2=rank(mat2)

% solving Frankis-Davison: Kw
cvx_begin sdp
variable Pw(2,6)
variable Kw(2,6)
Pw*Gw-(A+B*K)*Pw-Bf*Y1 == B*Kw;
(Cz+Dz*K)*Pw+Dz*Kw == Yg;
cvx_end

Kw=Kw

% observer
```

```
null = [0 0; 0 0; 0 0; 0 0; 0 0; 0 0];
barA=[Gw null; Bf*Y1 A];
barB=[null; B];
barC=[Df*Y2-Yg C];

Ql = eye(8);
Rl = eye(2);

[Pl,barL,e]=icare(barA',barC',Ql,Rl);
barL=-Pl*barC'*Rl^-1
el=eig(barA+barL*barC)

barK=[Kw K]
```

Листинг 2: Программа для задания 2