Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и кибербезопасности
Высшая школа «Компьютерных технологий и информационных систем»

Курсовой проект

Управление перевернутым маятником

по дисциплине «Теория автоматического управления»

Вариант 11.4

Выполнил:
студент группы 5130902/20201 _____________ А. И. Сафонов
подпись

Проверил:
ассистент _____________ В. В. Кравченко
подпись

«___»____________ 2024

Санкт-Петербург
2024

Оглавление

Элементы оглавления не найдены.

1. УПРАВЛЯЕМОСТЬ И НАБЛЮДАЕМОСТЬ

1.1. Управление и управляемость

В большинстве заданий для курсовой работы вектор управления uu раскладывается на два компонента: управляющее воздействие и возмущающее воздействие:

$$u = \begin{pmatrix} u_{\text{упр}} \\ v_{\text{возм}} \end{pmatrix}. \tag{1.1.1}$$

Управляющее воздействие – это когда, например, вы поворачиваете ручку управления, и ваш генератор начинает выдавать большее или меньшее напряжение.

Основная задача: перевод САУ из одного состояния в другое. Естественно, идеального перехода достичь почти невозможно, поэтому водят целевое условие:

$$e(t) = y_{\text{зад}} - y(t) \xrightarrow[t\to+\infty]{} 0, \tag{1.1.2}$$

где $y_{\text{зад}}$ – заданное значение выхода, а $e(t)$ называют динамической ошибкой САУ.

Возмущающим воздействием наоборот управлять нельзя, тем не менее оно способно менять состояние системы вплоть до потери устойчивости. В нашем примере это может быть нагрузка, к которой подключён генератор. Возмущающее воздействие действует всегда или периодически, но главное, что мы не можем на него повлиять, но можем компенсировать: как раз с помощью управляющего воздействия.

Давайте введём понятие управляемости и критерий Калмана с уже знакомой нам матрицей управляемости. Управляемость, вообще говоря, – существование управления, т.е. такого ограниченного воздействия, которое переводит САУ из одного состояния в другое за конечное время. Чтобы удостовериться в существовании такого управления, используют критерий Калмана: линейная система вполне управляема тогда и только тогда, когда матрица управляемости

$$S_y = (B\ AB\ A^2B \ldots A^{n-1}B) \tag{1.1.3}$$

имеет ранг, равный n, т.е. равный размерности вектора состояния.

Процесс поиска управления называется синтезом управления и заключается в построении регулятора, который превращает ошибку (1.1.2) в управляющее воздействие $u_{\text{упр}}$.

Синтез управления можно вести и без выполнения критерия Калмана, но заранее гарантировать адекватность такого управления нельзя.

$$S_y = \begin{bmatrix} 0 & 0.00289017 & 0 & 0.000218516899375 \\ 0 & -0.00192678 & 0 & -0.012746819132146 \\ 0.00289017 & 0 & 0.000218516899375 & 0 \\ -0.00192678 & 0 & -0.012746819132146 & 0 \end{bmatrix}, (1.1.4)$$

$$S_{dy} = 10^{-3}\begin{bmatrix} 0.033126 & 0.09943500823337 & 0.165925774364684 & 0.232750222949245 \\ -0.021975 & -0.069285975527 & -0.127199503541738 & -0.204577852685763 \\ 0.43842 & 0.4391924194435 & 0.440855443576679 & 0.443663558217948 \\ -0.29444 & -0.33949782907 & -0.436507610011277 & -0.600314354994152 \end{bmatrix}.$$

Посчитаем ранг этих матриц с помощью функции встроенной в Matlab rank(). Ранг S_y и S_{dy} матриц равен четырем.

```
rank_S_y =

     4


rank_Sd_y =

     4
```

Рис. 1 – Ранг матриц управляемости непрерывной и дискретной систем

Ранг матрицы управляемости непрерывной и дискретной системы равен размерности вектора состояния (равен 4). Тогда можно сделать вывод об управляемости исследуемых систем.

1.2. Наблюдение и наблюдаемость

Задача восстановить вектор состояния x по измерениям векторов входа u и выхода y. Это и есть наблюдение, откуда выходят понятие наблюдаемости: получение по векторам u и y, а также их производных, такой оценки $\tilde{x}$, что

$$\lim_{t\to+\infty} \tilde{x}(t) = x(t), \Big| \lim_{t\to+\infty} \tilde{x}_k(t) = x_k(t), \qquad (1.2.1)$$

и критерий наблюдаемости: линейная система вполне наблюдаема тогда и только тогда, когда матрица наблюдаемости

$$S_y = (C^T\ A^T C^T\ (A^T)^2 C^T \dots (A^T)^{n-1} C^T) \qquad (1.2.2)$$

имеет ранг, равный n, т.е. равный размерности вектора состояния.

Если система наблюдаема, то можно построить так называемый наблюдатель, который на выходе будет давать оценку $\tilde{x}$. Как и в случае с управляемостью, можно построить наблюдатель и без выполнения критерия наблюдаемости, но гарантировать его адекватность нельзя.

$$S_H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1134104046 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.1134104046 \end{bmatrix}$$

$$S_{dH} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -0.00131165 & -0.005447316496378 & -0.013039863610896 \\ 0 & 0.1511355 & 0.302271 & 0.4534065 \\ 0 & -0.00006574791 & -0.000538030718233 & -0.001885593725024 \end{bmatrix} \tag{1.1.4}$$

Посчитаем ранг этих матриц с помощью функции встроенной в Matlab rank (). Ранг S_H и S_{dH} матриц равен четырем.

```
rank_S_H =

     4


rank_Sd_H =

     4
```

Рис. 2 – Ранг матриц наблюдаемости непрерывной и дискретной систем

Ранг матрицы наблюдаемости непрерывной и дискретной системы равен размерности вектора состояния (равен 4). Тогда можно сделать вывод об наблюдаемости исследуемых систем.

Код программы для расчета матриц наблюдаемости и управляемости представлен на рисунке 3.

```
kalman.m*   disk_model.m

format long
A=[0 0 1 0;0 0 0 1;0 -0.1134104046 0 0;0 6.615606936 0 0];
b=[0; 0; 0.00289017; -0.00192678];
C=[1 0 0 0];d=0;
Ad = [
  1.0, -0.00131165, 0.1511355, -0.00006574791;
   0,    1.076513,         0,      0.1549708;
   0,  -0.0175753,       1.0,    -0.00131165;
   0,    1.025226,         0,       1.076513;
];
bd = [
   0.000033126;
   -0.000021975;
   0.00043842;
  -0.00029444
];
Cd=[1 0 0 0];D=0;

S_y = [b, A*b, A^2*b, A^3*b]
Sd_y = [bd, Ad*bd, Ad^2*bd, Ad^3*bd]
rank_S_y = rank(S_y)
rank_Sd_y = rank(Sd_y)
S_H = [C', A'*C', A'^2*C', A'^3*C']
Sd_H = [Cd', Ad'*Cd', Ad'^2*Cd', Ad'^3*Cd']
rank_S_H = rank(S_H)
rank_Sd_H = rank(Sd_H)
```

Рис. 3 – Код программы в MATLAB