1.1. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт компьютерных наук и кибербезопасности

Высшая школа «Компьютерных технологий и информационных систем»

Курсовой проект

Управление перевернутым маятником

по дисциплине «Теория автоматического управления»

Вариант 11.4

Выполнил:
студент группы 5130902/20201 _____________ А. И. Сафонов
подпись

Проверил:
ассистент ____________ В. В. Кравченко
подпись

«___»____________ 2024

Санкт-Петербург

2024

Оглавление

2. УПРАВЛЯЕМОСТЬ И НАБЛЮДАЕМОСТЬ

2.1. Управление и управляемость

В большинстве заданий для курсовой работы вектор управления uu раскладывается на два компонента: управляющее воздействие и возмущающее воздействие:

$$u = \begin{pmatrix} u_{\text{упр}} \\ v_{\text{возм}} \end{pmatrix}. \tag{1.1.1}$$

Управляющее воздействие – это когда, например, вы поворачиваете ручку управления, и ваш генератор начинает выдавать большее или меньшее напряжение.

Основная задача: перевод САУ из одного состояния в другое. Естественно, идеального перехода достичь почти невозможно, поэтому водят целевое условие:

$$e(t) = y_{\text{зад}} - y(t) \xrightarrow[t \to +\infty]{} 0, \tag{1.1.2}$$

где $y_{\text{зад}}$ – заданное значение выхода, а $e(t)$ называют динамической ошибкой САУ.

Возмущающим воздействием наоборот управлять нельзя, тем не менее оно способно менять состояние системы вплоть до потери устойчивости. В нашем примере это может быть нагрузка, к которой подключён генератор. Возмущающее воздействие действует всегда или периодически, но главное, что мы не можем на него повлиять, но можем компенсировать: как раз с помощью управляющего воздействия.

Давайте введём понятие управляемости и критерий Калмана с уже знакомой нам матрицей управляемости. Управляемость, вообще говоря, – существование управления, т.е. такого ограниченного воздействия, которое переводит САУ из одного состояния в другое за конечное время. Чтобы удостовериться в существовании такого управления, используют критерий Калмана: линейная система вполне управляема тогда и только тогда, когда матрица управляемости

$$S_y = (B\ AB\ A^2B \ldots A^{n-1}B) \tag{1.1.3}$$

имеет ранг, равный n, т.е. равный размерности вектора состояния.

Процесс поиска управления называется синтезом управления и заключается в построении регулятора, который превращает ошибку (1.1.2) в управляющее воздействие $u_{\text{упр}}$.

Синтез управления можно вести и без выполнения критерия Калмана, но заранее гарантировать адекватность такого управления нельзя.

$$S_y = \begin{bmatrix} 0 & 0.00289017 & 0 & 0.000218516899375 \\ 0 & -0.00192678 & 0 & -0.012746819132146 \\ 0.00289017 & 0 & 0.000218516899375 & 0 \\ -0.00192678 & 0 & -0.012746819132146 & 0 \end{bmatrix}, (1.1.4)$$

$$S_{dy} = 10^{-3} \begin{bmatrix} 0.033126 & 0.09943500823337 & 0.165925774364684 & 0.232750222949245 \\ -0.021975 & -0.069285975527 & -0.127199503541738 & -0.204577852685763 \\ 0.43842 & 0.4391924194435 & 0.440855443576679 & 0.443663558217948 \\ -0.29444 & -0.33949782907 & -0.436507610011277 & -0.600314354994152 \end{bmatrix}.$$

Посчитаем ранг этих матриц с помощью функции встроенной в Matlab rank(). Ранг S_y и S_{dy} матриц равен четырем.

```
rank_S_y =

     4


rank_Sd_y =

     4
```

Рис. 1 – Ранг матриц управляемости непрерывной и дискретной систем

Ранг матрицы управляемости непрерывной и дискретной системы равен размерности вектора состояния (равен 4). Тогда можно сделать вывод об управляемости исследуемых систем.

2.2. Наблюдение и наблюдаемость

Задача восстановить вектор состояния x по измерениям векторов входа u и выхода y. Это и есть наблюдение, откуда выходят понятие наблюдаемости: получение по векторам u и y, а также их производных, такой оценки $\tilde{x}$, что

$$\lim_{t\to+\infty} \tilde{x}(t) = x(t), \Big| \lim_{t\to+\infty} \tilde{x}_k(t) = x_k(t), \qquad (1.2.1)$$

и критерий наблюдаемости: линейная система вполне наблюдаема тогда и только тогда, когда матрица наблюдаемости

$$S_y = (C^T\ A^T C^T\ (A^T)^2 C^T \dots (A^T)^{n-1} C^T) \qquad (1.2.2)$$

имеет ранг, равный n, т.е. равный размерности вектора состояния.

Если система наблюдаема, то можно построить так называемый наблюдатель, который на выходе будет давать оценку $\tilde{x}$. Как и в случае с управляемостью, можно построить наблюдатель и без выполнения критерия наблюдаемости, но гарантировать его адекватность нельзя.

$$S_H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1134104046 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.1134104046 \end{bmatrix}$$

$$S_{dH} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -0.00131165 & -0.005447316496378 & -0.013039863610896 \\ 0 & 0.1511355 & 0.302271 & 0.4534065 \\ 0 & -0.00006574791 & -0.000538030718233 & -0.001885593725024 \end{bmatrix} \quad (1.1.4)$$

Посчитаем ранг этих матриц с помощью функции встроенной в Matlab rank (). Ранг S_H и S_{dH} матриц равен четырем.

```
rank_S_H =

     4


rank_Sd_H =

     4
```

Рис. 2 – Ранг матриц наблюдаемости непрерывной и дискретной систем

Ранг матрицы наблюдаемости непрерывной и дискретной системы равен размерности вектора состояния (равен 4). Тогда можно сделать вывод об наблюдаемости исследуемых систем.

Код программы для расчета матриц наблюдаемости и управляемости представлен на рисунке 3.

```
kalman.m*   disk_model.m   +

format long
A=[0 0 1 0;0 0 0 1;0 -0.1134104046 0 0;0 6.615606936 0 0];
b=[0; 0; 0.00289017; -0.00192678];
C=[1 0 0 0];d=0;
Ad = [
  1.0, -0.00131165, 0.1511355, -0.00006574791;
   0,    1.076513,         0,       0.1549708;
   0,  -0.0175753,       1.0,     -0.00131165;
   0,    1.025226,         0,        1.076513;
];
bd = [
   0.000033126;
   -0.000021975;
   0.00043842;
  -0.00029444
];
Cd=[1 0 0 0];D=0;

S_y = [b, A*b, A^2*b, A^3*b]
Sd_y = [bd, Ad*bd, Ad^2*bd, Ad^3*bd]
rank_S_y = rank(S_y)
rank_Sd_y = rank(Sd_y)
S_H = [C', A'*C', A'^2*C', A'^3*C']
Sd_H = [Cd', Ad'*Cd', Ad'^2*Cd', Ad'^3*Cd']
rank_S_H = rank(S_H)
rank_Sd_H = rank(Sd_H)
```

Рис. 3 – Код программы в MATLAB

3. Модальное управление

3.1. Теория

Задача размещения полюсов передаточной матрицы линейной системы (задача размещения спектра матрицы замкнутого контура в заданной области комплексной плоскости) является классической задачей теории автоматического управления. Формирование желаемого спектра путем введения обратной связи позволяет скорректировать динамические свойства и обеспечить заданные прямые показатели качества.

Для начала необходимо разбить входной вектор u на две компоненты:

$$u = \begin{pmatrix} u_y \\ v_{\text{в}} \end{pmatrix} \tag{2.1.1}$$

где u_y – управляющее воздействие, $v_{\text{в}}$ – возмущающее воздействие.

Необходимо найти стабилизирующий регулятор:

$$u(x) = -k_p x \tag{2.1.2}$$

такой, что спектр замкнутой системы (схема замкнутой системы представлена на рисунке 4):

$$\dot{x} = (A - Bk_p)x = A_{\text{з}}x \tag{2.1.3}$$

совпадает или является подмножеством предписываемого спектра, задаваемого последовательностью ${\lambda^{\text{уст}}}_i = {\lambda^{\text{уст}}}_1 \dots {\lambda^{\text{уст}}}_n$:

$$\rho(A_z) \subseteq \rho(-F) \tag{2.1.4}$$

Здесь $F = diag({\lambda^{\text{уст}}}_i)_1^n \in R^{n\times n}$ – матрица, на главной диагонали которой расположены числа ${\lambda^{\text{уст}}}_i$.

Задача нахождения регулятора k_p сводится к решению матричного уравнения Сильвестра:

$$AP + PF = BG \tag{2.1.5}$$

Относительно матрицы P с произвольной матрицей G и решению матричного уравнения:

$$k_p P = G \tag{2.1.6}$$

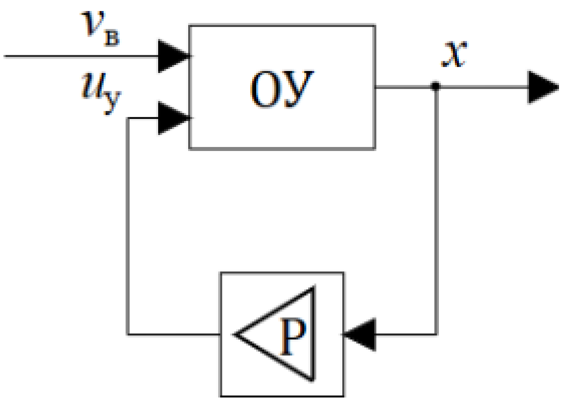

Рис. 4. Замкнутая САУ

Для динамической системы условия существования решения задачи размещения полюсов и методика синтеза содержатся в следующей теореме.

Теорема. Пусть для системы выполнены следующие условия:

1) Матрица $G \in R^{m\times n}$ полного ранга: $\mathrm{r}ankG = \min(m,n)$;

2) Матричная пара (A, B) управляема;

3) Матричная пара (G, F) наблюдаема;

4) Спектры матриц F и A не пересекаются: $\rho(A) \cap \rho(F) = \emptyset$;

5) Числа $\lambda^{уст}{}_i (i = \overline{1,n})$ попарно различны.

Тогда существует управление такое, что матрица замкнутого контура $A_z = A - Bk_p$ имеет спектр, совпадающий со спектром эталонной матрицы $(-F)$, то есть выполнено $\rho(A_z) = \rho(-F)$.

Параметры регулятора определяются из соотношения $k_p P = G$, где матрица P – решение уравнения Сильвестра.

3.2. Выбор параметров

Пусть собственные числа $\lambda^{уст}$ будут следующими:

$$\lambda^{уст} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -1.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}, \lambda_d^{уст} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.8 \\ 0.3 \\ 0.2 \end{pmatrix} \qquad (2.2.1)$$

Собственные числа $\lambda^{уст}$ не должны пересекаться с собственными числами матриц A, Ad исходных систем. Исходные собственные числа матриц A, Ad:

$$\lambda = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.5721 \\ -2.5721 \end{pmatrix}, \lambda_d = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1.4751 \\ 0.6779 \end{pmatrix} \quad (2.2.2)$$

Отсюда видно, что $\lambda^{уст}$ отличаются от исходных собственных чисел.

Построим матрицы F для непрерывной и дискретной моделей:

$$F = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5 \end{pmatrix}, \quad F_d = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix} \quad (2.2.3)$$

Зададим матрицы G следующим образом:

$$G = G_d = (1\ 1\ 1\ 1) \quad (2.2.4)$$

Матричные пары (G, F) должны быть наблюдаемы. Для проверки этого, с помощью функции rank были найдены ранги матриц наблюдаемости для этих пар. Результаты представлены на рисунке 5.

```
S_H_G =

   1.000000000000000  -1.000000000000000   1.000000000000000  -1.000000000000000
   1.000000000000000  -2.000000000000000   4.000000000000000  -8.000000000000000
   1.000000000000000  -1.500000000000000   2.250000000000000  -3.375000000000000
   1.000000000000000  -0.500000000000000   0.250000000000000  -0.125000000000000


Sd_H_G =

   1.000000000000000   0.500000000000000   0.250000000000000   0.125000000000000
   1.000000000000000   0.800000000000000   0.640000000000000   0.512000000000000
   1.000000000000000   0.300000000000000   0.090000000000000   0.027000000000000
   1.000000000000000   0.200000000000000   0.040000000000000   0.008000000000000


rank_S_H =

     4


rank_Sd_H =

     4
```

Рис. 5 – Матрицы наблюдаемости пар (G, F) дискретной и непрерывной моделей и их ранги.

Ранги полученных матриц равны размерности пространства состояния, а значит данные матричные пары наблюдаемы.

Рассчитаем матрицу E и Ed по формуле:

$$E = BG \quad 2.2.5$$

Получим:

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.00289017 & 0.00289017 & 0.00289017 & 0.00289017 \\ -0.00192678 & -0.00192678 & -0.00192678 & -0.00192678 \end{pmatrix}$$
$$E_d = 10^{-3}\begin{pmatrix} 0.033126 & 0.033126 & 0.0331260 & 0.033126 \\ -0.021975 & -0.021975 & -0.021975 & -0.021975 \\ 0.43842 & 0.43842 & 0.43842 & 0.43842 \\ -0.29444 & -0.29444 & -0.29444 & -0.29444 \end{pmatrix} \tag{2.2.6}$$

3.3. Синтез управления

Для получения значений регуляторов необходимо решить матричное уравнение Сильвестра для дискретной и непрерывной модели:

$$AP + PF = E \tag{2.3.1}$$

Уравнение Сильвестра можно переписать в виде системы линейных алгебраических уравнений:

$$\mathrm{Wp} = \mathrm{e} \tag{2.3.2}$$

где:

- W — матрица коэффициентов, $W = (\mathrm{I_n} \otimes A - \mathrm{F^T} \otimes \mathrm{I_n})$
- p — вектор, содержащий элементы матрицы P, выписанные в столбец,
- e — вектор, содержащий элементы матрицы E, выписанные в столбец.

$$e_i = (0 \quad 0 \quad 0.00289017 \quad -0.00192678)^T$$
$$e_d = 10^{-3}(0.033126 \quad -0.021975 \quad 0.43842 \quad -0.29444)^T$$
$$W = \begin{pmatrix} W_1 & \mathbb{O} & \mathbb{O} & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & W_2 & \mathbb{O} & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{O} & W_3 & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{O} & \mathbb{O} & W_4 \end{pmatrix}, \quad W_d = \begin{pmatrix} W_{d1} & \mathbb{O} & \mathbb{O} & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & W_{d2} & \mathbb{O} & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{O} & W_{d3} & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{O} & \mathbb{O} & W_{d4} \end{pmatrix},$$
$$\mathbb{O} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$W_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -0.1134104046 & 1 & 0 \\ 0 & 6.615606936 & 0 & 1 \end{pmatrix}, W_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -0.1134104046 & 2 & 0 \\ 0 & 6.615606936 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$
$$W_3 = \begin{pmatrix} 1.5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 & 1 \\ 0 & -0.1134104046 & 1.5 & 0 \\ 0 & 6.615606936 & 0 & 1.5 \end{pmatrix}, W_4 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 1 \\ 0 & -0.1134104046 & 0.5 & 0 \\ 0 & 6.615606936 & 0 & 0.5 \end{pmatrix} \tag{2.3.3}$$

$$W_{d1} = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.00131165 & 0.1511355 & -0.00006574791 \\ 0 & 0.576513 & 0 & 0.1549708 \\ 0 & -0.0175753 & 0.5 & -0.00131165 \\ 0 & 1.025226 & 0 & 0.576513 \end{pmatrix},$$

$$W_{d2} = \begin{pmatrix} 0.2 & -0.00131165 & 0.1511355 & -0.00006574791 \\ 0 & 0.276513 & 0 & 0.1549708 \\ 0 & -0.0175753 & 0.2 & -0.00131165 \\ 0 & 1.025226 & 0 & 0.276513 \end{pmatrix},$$

$$W_{d3} = \begin{pmatrix} 0.7 & -0.00131165 & 0.1511355 & -0.00006574791 \\ 0 & 0.776513 & 0 & 0.15497080 \\ 0 & -0.0175753 & 0.7 & -0.00131165 \\ 0 & 1.025226 & 0 & 0.776513 \end{pmatrix};$$

$$W_{d4} = \begin{pmatrix} 0.8 & -0.00131165 & 0.1511355 & -0.00006574791 \\ 0 & 0.876513 & 0 & 0.1549708 \\ 0 & -0.0175753 & 0.8 & -0.00131165 \\ 0 & 1.025226 & 0 & 0.876513 \end{pmatrix}$$

С помощью кода, написанного на языке MATLAB, были получены значения матриц P.

$$P = \begin{pmatrix} -0.00285125757 & -0.00070165663 & -0.001262273695 & -0.01142336904 \\ -0.0003431116 & -0.00073664738 & -0.00044135444 & -0.00030268598 \\ 0.00285125757 & 0.00140331326 & 0.00189341054 & 0.00571168452 \\ 0.0003431117 & 0.00147329476 & 0.00066203166 & 0.00015134299 \end{pmatrix} \quad (2.3.4)$$

$$P_d = \begin{pmatrix} -0.00019975024 & -0.00146547588 & -0.00008798731 & -0.00006214572 \\ 0.00018998946 & -0.00047989462 & 0.00006432385 & 0.00004326952 \\ 0.00088129214 & 0.00215461421 & 0.00062705966 & 0.00054834186 \\ -0.0008485882 & 0.00071447075 & -0.00046410876 & -0.00038653282 \end{pmatrix} \quad (2.3.5)$$

Код программы для расчета матриц P Pd представлен на рисунке 6.

```
A=[0 0 1 0;0 0 0 1;0 -0.1134104046 0 0;0 6.615606936 0 0];
T = 0.151135504765592;
F = diag([-1,-2,-1.5, -0.5]);
Fd = diag([0.5, 0.8, 0.3, 0.2]);
Ad = [
  1.0, -0.00131165, 0.1511355, -0.00006574791;
   0,    1.076513,         0,       0.1549708;
   0,  -0.0175753,       1.0,     -0.00131165;
   0,    1.025226,         0,        1.076513;
];
G = [1,1,1,1];
Bg = [0.000033126; -0.000021975; 0.00043842; -0.00029444];
B=[0; 0; 0.00289017; -0.00192678];

I = eye(4);

W = kron(I, A) - kron(F.', I);

Wd = kron(I, Ad) - kron(Fd.', I);


E = B * G;
Ed = Bg * G;

e = [E(:,1)', E(:,2)', E(:,3)', E(:,4)']';
ed = [Ed(:,1)', Ed(:,2)', Ed(:,3)', Ed(:,4)']';

p = linsolve(W,e)
P = [p(1:4), p(5:8), p(9:12), p(13:16)]
```

Рис. 6 – Код программы в MATLAB

Из формулы

$$k_p P = G \quad (2.3.6)$$

Выразим k_p:

$$k_p = GP^{-1} \tag{2.3.7}$$

На основе полученных матриц P был проведен расчет параметров регуляторов k_p для непрерывной и дискретной моделей.

$$k_p = 10^3 * \begin{pmatrix} -0.079357891812304 \\ -8.093796247718581 \\ -0.330657882551267 \\ -3.090989885930520 \end{pmatrix}$$
$$k_{\mathrm{d}p} = 10^3 * \begin{pmatrix} -0.558721546935325 \\ -3.975524390249701 \\ -0.6906198557968677 \\ -1.593636118280469 \end{pmatrix} \tag{2.3.8}$$

Код программы для расчета матриц k_p и $k_{\mathrm{d}p}$ представлен на рисунке 7.

```
Fd = diag([0.5, 0.8, 0.3, 0.2]);
Ad = [
  1.0, -0.00131165, 0.1511355, -0.00006574791;
   0,    1.076513,         0,      0.1549708;
   0,  -0.0175753,       1.0,    -0.00131165;
   0,    1.025226,         0,       1.076513;
];
G = [1,1,1,1];
Bg = [0.000033126; -0.000021975; 0.00043842; -0.00029444];
B=[0; 0; 0.00289017; -0.00192678];

I = eye(4);

W = kron(I, A) - kron(F.', I);

Wd = kron(I, Ad) - kron(Fd.', I);


E = B * G;
Ed = Bg * G;

e = [E(:,1)', E(:,2)', E(:,3)', E(:,4)']';
ed = [Ed(:,1)', Ed(:,2)', Ed(:,3)', Ed(:,4)']';

p = linsolve(W,e)
P = [p(1:4), p(5:8), p(9:12), p(13:16)]


pd = linsolve(W_d,ed)
Pd = [pd(1:4), pd(5:8), pd(9:12), pd(13:16)]

kp=G/P
kdp=G/Pd
```

Рис. 7 – Код программы в MATLAB

Получение матриц $A_з$ замкнутых непрерывной и дискретной моделей:

$$A_z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.229357798 & 23.279036697 & 0.955657492 & 8.93348624 \\ -0.152905199 & -8.9793577982 & -0.637104995 & -5.9556575 \end{pmatrix}$$
$$A_{dz} = \begin{pmatrix} 1.1850820996 & 1.3156205595 & 0.3799102334 & 0.52784215263 \\ -0.12277905993 & 0.2028915152 & -0.1517637133 & -0.19523073699 \\ 2.449547006 & 17.4119187317 & 4.0278155718 & 6.98550781977 \\ -1.6450997228 & -10.6803080147 & -2.0334611034 & -3.61578918667 \end{pmatrix} \tag{2.3.9}$$

Код программы для расчета матриц A_z иA_{dz} представлен на рисунке 8.

```
A=[0 0 1 0;0 0 0 1;0 -0.1134104046 0 0;0 6.615606936 0 0];
T = 0.151135504765592;
F = diag([-1,-2,-1.5, -0.5]);
Fd = diag([0.5, 0.8, 0.3, 0.2]);
Ad = [
  1.0, -0.00131165, 0.1511355, -0.00006574791;
   0,    1.076513,         0,      0.1549708;
   0,  -0.0175753,       1.0,    -0.00131165;
   0,    1.025226,         0,       1.076513;
];
C = [1, -1,0,0];
G = [1,1,1,1];
Bg = [0.000033126; -0.000021975; 0.00043842; -0.00029444];
B=[0; 0; 0.00289017; -0.00192678];

I = eye(4);

W = kron(I, A) - kron(F.', I);

Wd = kron(I, Ad) - kron(Fd.', I);


E = B * G;
Ed = Bg * G;

e = [E(:,1)', E(:,2)', E(:,3)', E(:,4)']';
ed = [Ed(:,1)', Ed(:,2)', Ed(:,3)', Ed(:,4)']';
p = linsolve(W,e)
P = [p(1:4), p(5:8), p(9:12), p(13:16)]

pd = linsolve(W_d,ed)
Pd = [pd(1:4), pd(5:8), pd(9:12), pd(13:16)]

kp=G/P
kdp=G/Pd

Az = A-b*kp
Adz = Ad-bd*kdp
eigAz = eig(Az)
eigAdz = eig(Adz)
sysZ =ss(Az,b,C,0);
sysZd=ss(Adz,bd,C,0, T);
```

Рис. 8 – Код программы в MATLAB

Сравним собственные числа матриц замкнутых систем и $\lambda^{\text{уст}}$. Для непрерывной системы числа совпали с точностью до погрешности:

$$\lambda^{\text{уст}} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -1.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}, \operatorname{eig}(A_z) = \begin{pmatrix} -2.000000000000000 \\ -1.500000000000018 \\ -0.999999999999991 \\ -0.499999999999999 \end{pmatrix} \tag{2.3.10}$$

Для дискретной собственные числа тоже совпали:

$$\lambda_d^{\text{уст}} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.8 \\ 0.3 \\ 0.2 \end{pmatrix}, \operatorname{eig}(A_{dz}) = \begin{pmatrix} 0.800000000000001 \\ 0.199999999999919 \\ 0.300000000000150 \\ 0.499999999999967 \end{pmatrix} \tag{2.3.11}$$

Собственные числа полученных матриц совпали с заданными собственными числами.

3.4. Исследование непрерывной САУ

Построим в программе SimInTech САУ без регулятора и с регулятором и сравним их.

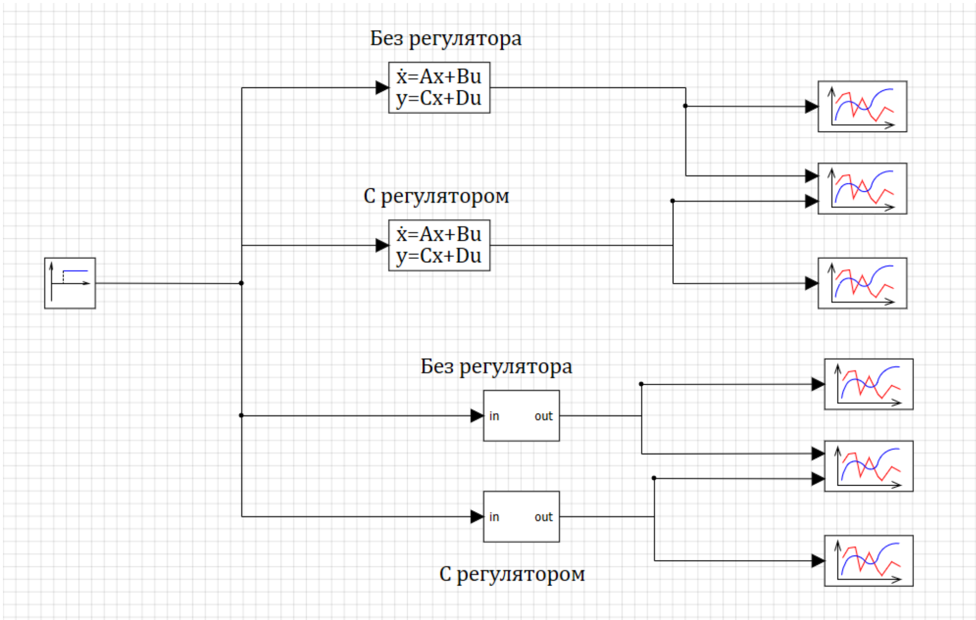

Рис. 9 – САУ с и без регулятора

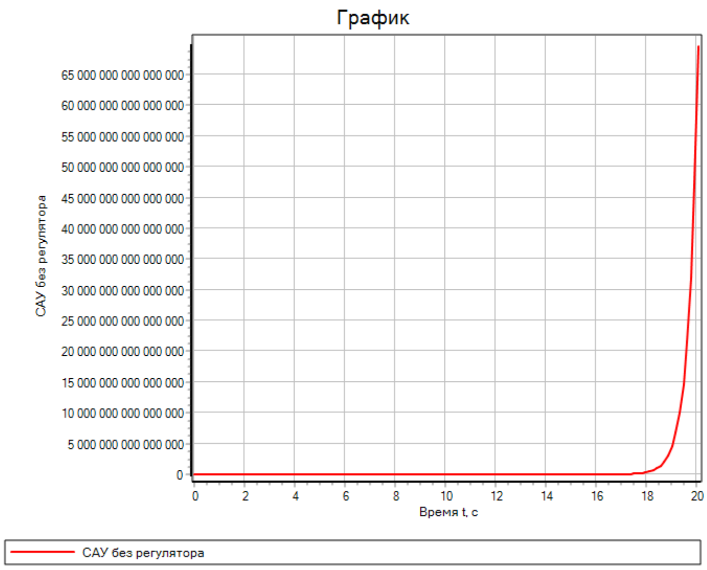

Рис. 10 – ПХС САУ без регулятора

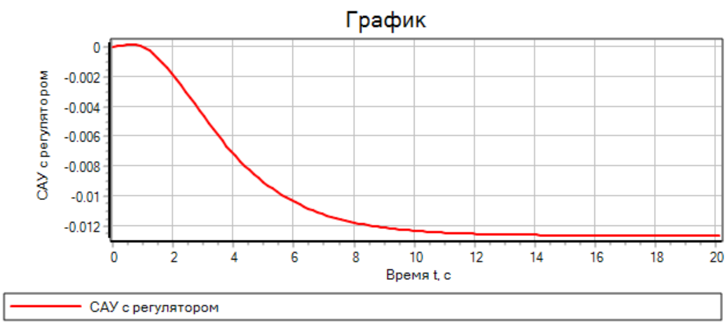

Рис. 11 – ПХС САУ с регулятором

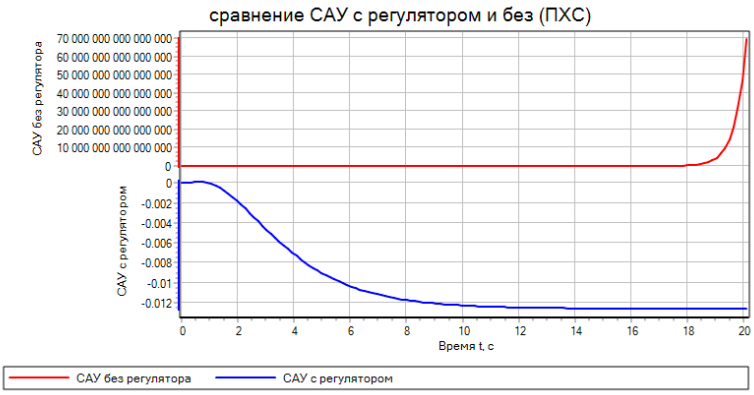

Рис. 12 – ПХС САУ с и без регулятора

Характеристика переходного процесса для ПХС САУ с регулятором:

1) Установившиеся значение сигнала: $y(+\infty) = -0.012599$

2) Время переходного процесса:

e=0.05*(0.0001313295-0.012599) $= -0.00062338352$с

$t_{\text{пп}} = 7.1017$

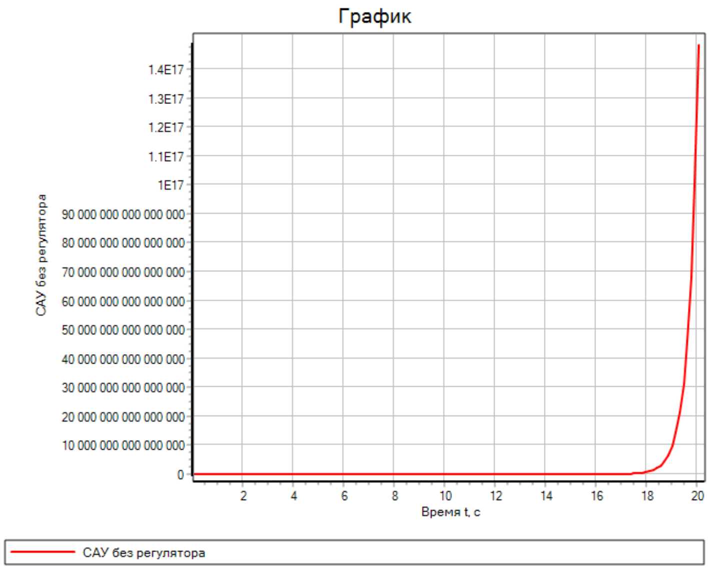

Рис. 13 – ИХС САУ без регулятора

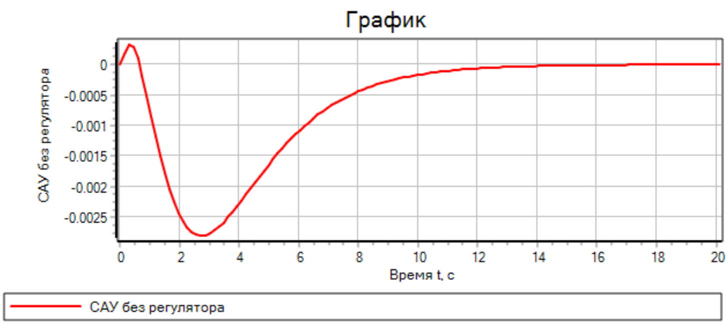

Рис. 14 – ИХС САУ с регулятором

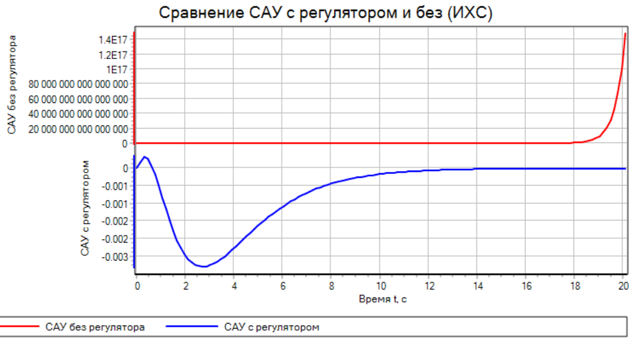

Рис. 15 – ИХС САУ с и без регулятора

Характеристика переходного процесса для ИХС САУ с регулятором:

1) Установившиеся значение сигнала: $y(+\infty) = -1.08921836748539\mathrm{E} - 6$

2) Время переходного процесса:

e=0.05*(0.000326504687781387+0.00279934510334674) = 0.00015629248

$$t_{\text{пп}} = 10.1237\text{с}$$

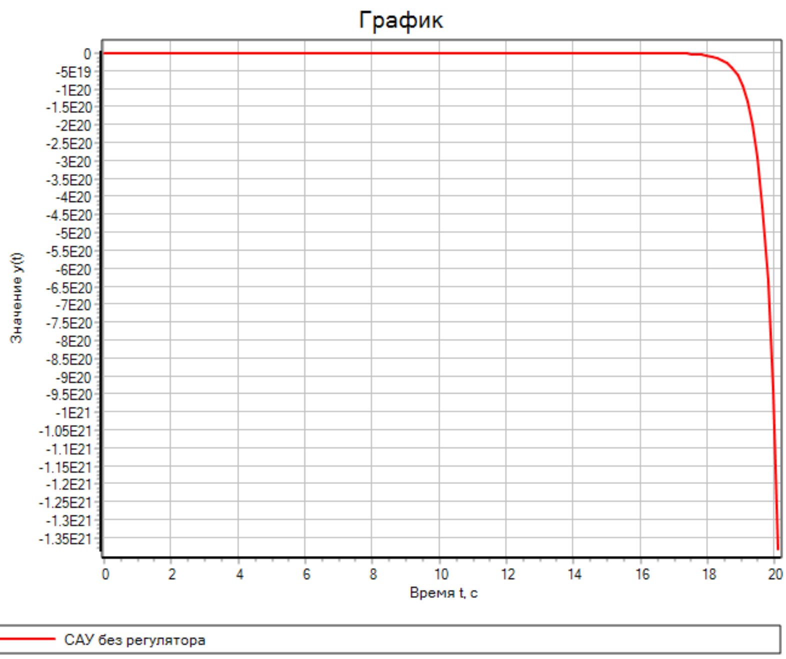

Рис. 16 – ННУ САУ без регулятора

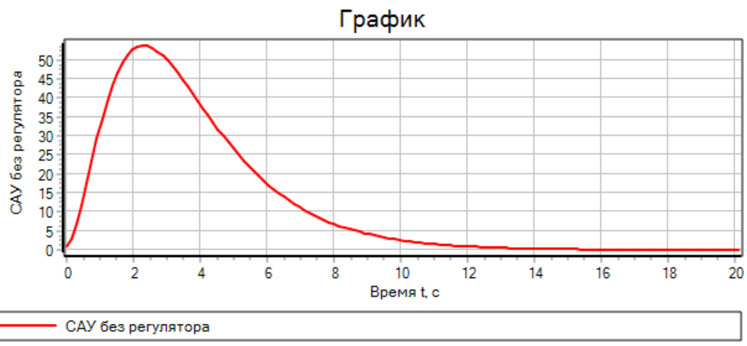

Рис. 17 – ННУ САУ с регулятором

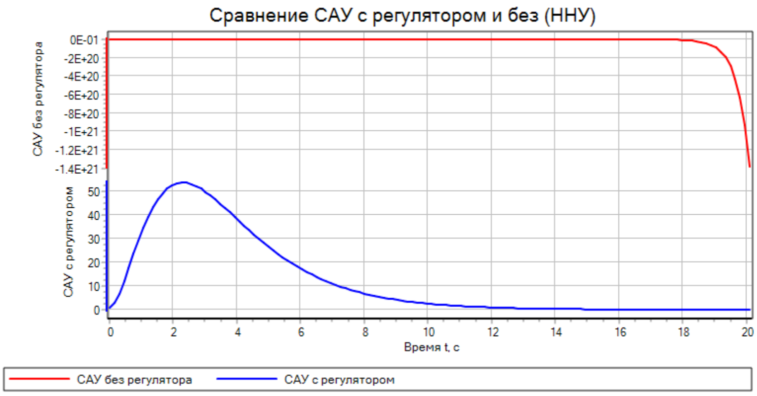

Рис. 18 – ННУ САУ с и без регулятора

Характеристика переходного процесса для ПХС САУ с регулятором:

1) Установившиеся значение сигнала: $y(+\infty) = 0.0169119622550408$

2) Время переходного процесса:

e=0.05*(53.8494692970931-0.0169119622550408) = 2.69162786674

$$t_{пп} = 9.8215с$$

3.5. Исследование дискретной САУ

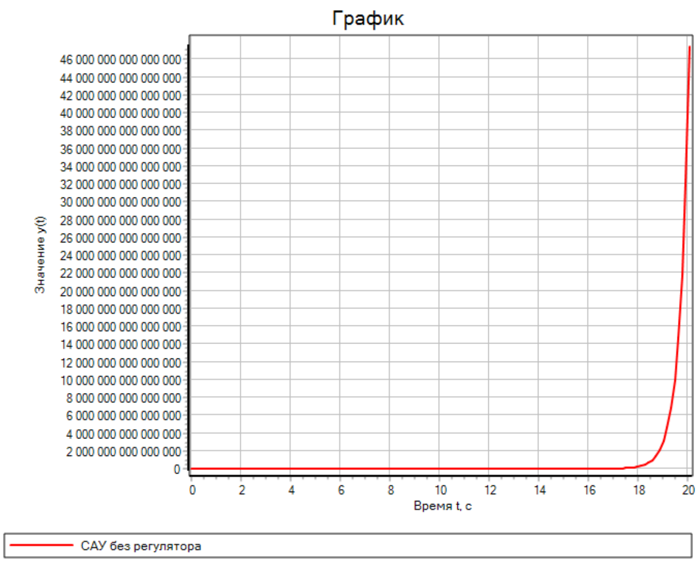

Рис. 19 – ПХС САУ без регулятора

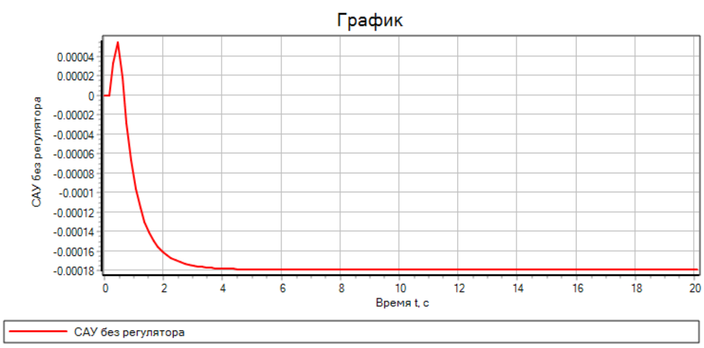

Рис. 20 – ПХС САУ без регулятора

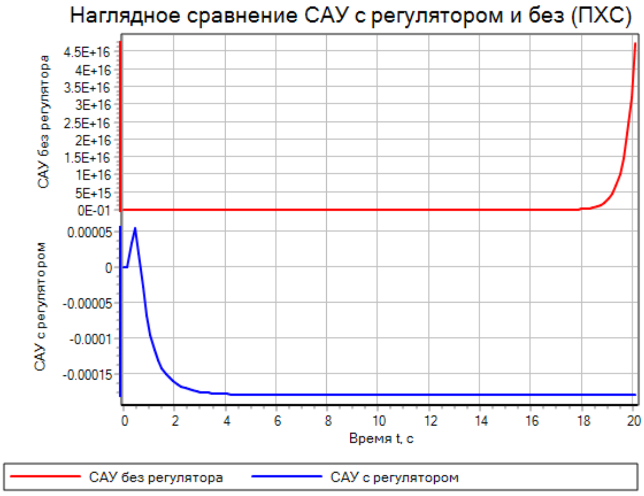

Рис. 21 – ПХС САУ с и без регулятора

Характеристика переходного процесса для ПХС САУ с регулятором:

1) Установившиеся значение сигнала: $y(+\infty) = -0.000178980031374289$

2) Время переходного процесса:

e=0.05*(5.46146689573716E-5-0.00017898003137428931) $= -0{,}00000621826$

$$t_{пп} = 3.6264\text{с}$$

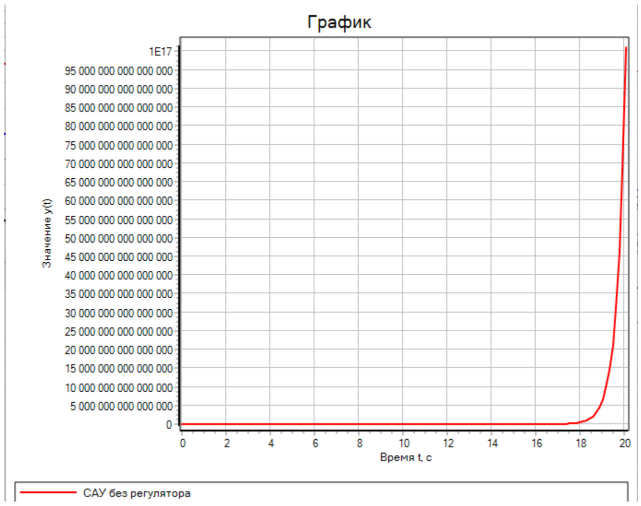

Рис. 22 – ИХС САУ без регулятора

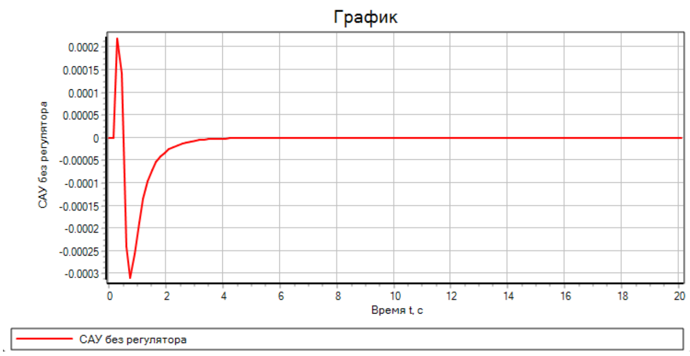

Рис. 23 – ИХС САУ с регулятором

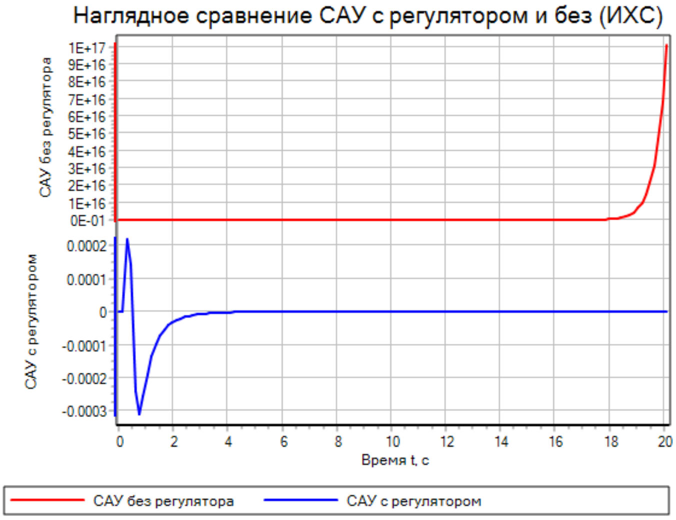

Рис. 24 – ИХС САУ с и без регулятора

Характеристика переходного процесса для ПХС САУ с регулятором:

1) Установившиеся значение сигнала: $y(+\infty) = -0.000178980031374289$

2) Время переходного процесса:

e=0.05*(0.000219232296492389+0.000309235600539601) $= -0{,}00000621826$

$$t_{\text{пп}} = 1.0577\text{с}$$

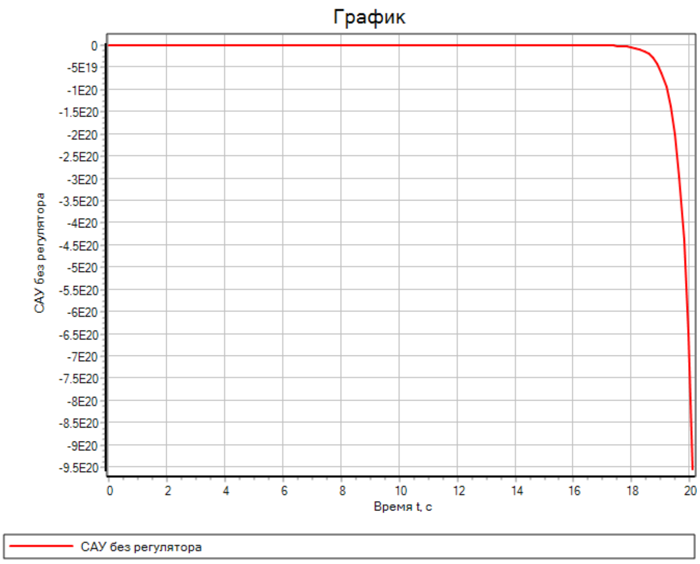

Рис. 25 – ННУ САУ без регулятора

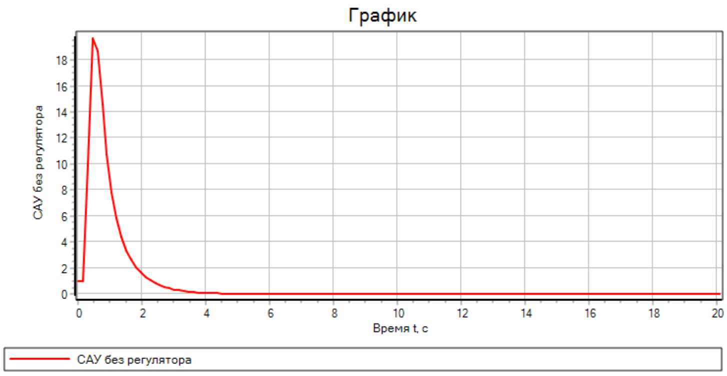

Рис. 26 – ННУ САУ с регулятором

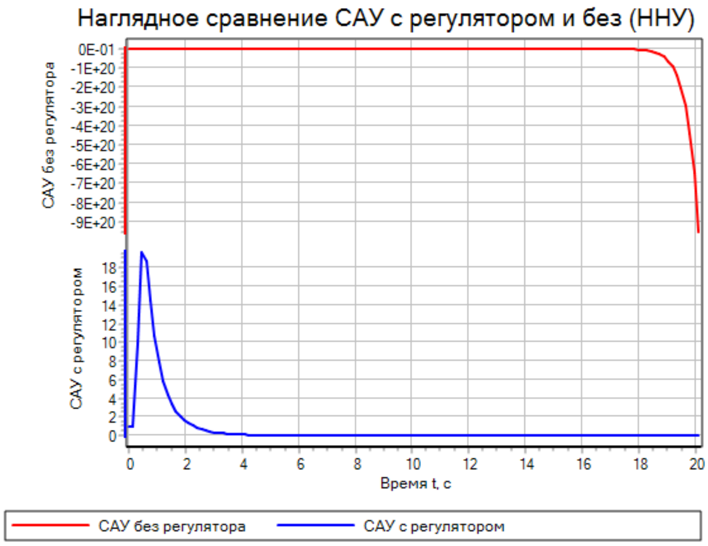

Рис. 27 – ННУ САУ с и без регулятора

Характеристика переходного процесса для ПХС САУ с регулятором:

3) Установившиеся значение сигнала: $y(+\infty) = 3.74782048775371\text{E} - 12$

4) Время переходного процесса:

e=0.05*(19.6728667439851-3.74782048775371E-12) =0.98364333719

$$t_{\text{пп}} = 2.4176\text{с}$$

Графики системы автоматического управления (САУ) с регулятором демонстрируют сходимость к нулю (или к установившемуся значению в случае переходной характеристики), что подтверждает эффективность разработанного регулятора.