## Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт компьютерных наук и кибербезопасности

Высшая школа «Компьютерных технологий и информационных систем»

**Курсовой проект**

**Управление перевернутым маятником**

по дисциплине «Теория автоматического управления»

**Вариант 11.4**

**Выполнил:**

студент группы 5130902/20201 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ А. И. Сафонов

подпись

**Проверил:**

ассистент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ В. В. Кравченко

подпись

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2024

Санкт-Петербург

2024

Оглавление

**Элементы оглавления не найдены.**

# УПРАВЛЯЕМОСТЬ И НАБЛЮДАЕМОСТЬ

## Управление и управляемость

В большинстве заданий для курсовой работы вектор управления 𝑢𝑢 раскладывается на два компонента: управляющее воздействие и возмущающее воздействие:

Управляющее воздействие – это когда, например, вы поворачиваете ручку управления, и ваш генератор начинает выдавать большее или меньшее напряжение.

Основная задача: перевод САУ из одного состояния в другое. Естественно, идеального перехода достичь почти невозможно, поэтому водят целевое условие:

где 𝑦зад – заданное значение выхода, а 𝑒(𝑡) называют динамической ошибкой САУ.

Возмущающим воздействием наоборот управлять нельзя, тем не менее оно способно менять состояние системы вплоть до потери устойчивости. В нашем примере это может быть нагрузка, к которой подключён генератор. Возмущающее воздействие действует всегда или периодически, но главное, что мы не можем на него повлиять, но можем компенсировать: как раз с помощью управляющего воздействия.

Давайте введём понятие управляемости и критерий Калмана с уже знакомой нам матрицей управляемости. Управляемость, вообще говоря, – существование управления, т.е. такого ограниченного воздействия, которое переводит САУ из одного состояния в другое за конечное время. Чтобы удостовериться в существовании такого управления, используют критерий Калмана: линейная система вполне управляема тогда и только тогда, когда матрица управляемости

имеет ранг, равный 𝑛, т.е. равный размерности вектора состояния.

Процесс поиска управления называется синтезом управления и заключается в построении регулятора, который превращает ошибку (1.1.2) в управляющее воздействие .

Синтез управления можно вести и без выполнения критерия Калмана, но заранее гарантировать адекватность такого управления нельзя.

Посчитаем ранг этих матриц с помощью функции встроенной в Matlab rank(). Ранг и матриц равен четырем.

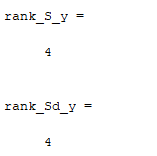


Рис. 1 – Ранг матриц управляемости непрерывной и дискретной систем

Ранг матрицы управляемости непрерывной и дискретной системы равен размерности вектора состояния (равен 4). Тогда можно сделать вывод об управляемости исследуемых систем.

## Наблюдение и наблюдаемость

Задача восстановить вектор состояния 𝑥 по измерениям векторов входа 𝑢 и выхода 𝑦. Это и есть наблюдение, откуда выходят понятие наблюдаемости: получение по векторам 𝑢 и 𝑦, а также их производных, такой оценки 𝑥̃, что

и критерий наблюдаемости: линейная система вполне наблюдаема тогда и только тогда, когда матрица наблюдаемости

имеет ранг, равный 𝑛, т.е. равный размерности вектора состояния.

Если система наблюдаема, то можно построить так называемый наблюдатель, который на выходе будет давать оценку 𝑥̃. Как и в случае с управляемостью, можно построить наблюдатель и без выполнения критерия наблюдаемости, но гарантировать его адекватность нельзя.

Посчитаем ранг этих матриц с помощью функции встроенной в Matlab rank (). Ранг и матриц равен четырем.

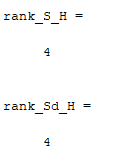


Рис. 2 – Ранг матриц наблюдаемости непрерывной и дискретной систем

Ранг матрицы наблюдаемости непрерывной и дискретной системы равен размерности вектора состояния (равен 4). Тогда можно сделать вывод об наблюдаемости исследуемых систем.

Код программы для расчета матриц наблюдаемости и управляемости представлен на рисунке 3.

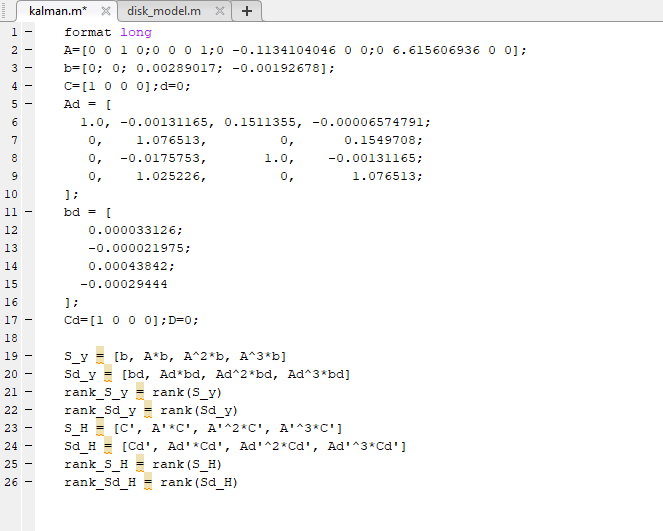


Рис. 3 – Код программы в MATLAB

# Модальное управление

## Теория

Задача размещения полюсов передаточной матрицы линейной системы (задача размещения спектра матрицы замкнутого контура в заданной области комплексной плоскости) является классической задачей теории автоматического управления. Формирование желаемого спектра путем введения обратной связи позволяет скорректировать динамические свойства и обеспечить заданные прямые показатели качества.

Для начала необходимо разбить входной вектор 𝑢 на две компоненты:

где – управляющее воздействие, – возмущающее воздействие.

Необходимо найти стабилизирующий регулятор:

такой, что спектр замкнутой системы (схема замкнутой системы представлена на рисунке 4):

совпадает или является подмножеством предписываемого спектра, задаваемого последовательностью :

Здесь – матрица, на главной диагонали которой расположены числа .

Задача нахождения регулятора сводится к решению матричного уравнения Сильвестра:

Относительно матрицы P с произвольной матрицей G и решению матричного уравнения:

Изображение выглядит как диаграмма

Автоматически созданное описаниеРис. 4. Замкнутая САУ

Для динамической системы условия существования решения задачи размещения полюсов и методика синтеза содержатся в следующей теореме.

Теорема. Пусть для системы выполнены следующие условия:

1. Матрица полного ранга:
2. Матричная пара (А, В) управляема;
3. Матричная пара (G, F) наблюдаема;
4. Спектры матриц F и A не пересекаются: ;
5. Числа попарно различны.

Тогда существует управление такое, что матрица замкнутого контура имеет спектр, совпадающий со спектром эталонной матрицы (−𝐹), то есть выполнено 𝜌() = 𝜌(−𝐹).

Параметры регулятора определяются из соотношения 𝑃 = 𝐺, где матрица 𝑃 – решение уравнения Сильвестра.

## Выбор параметров

Пусть собственные числа будут следующими:

Собственные числа не должны пересекаться с собственными числами матриц A, Ad исходных систем. Исходные собственные числа матриц A, Ad:

Отсюда видно, что отличаются от исходных собственных чисел.

Построим матрицы F для непрерывной и дискретной моделей:

Зададим матрицы G следующим образом:

Матричные пары (G, F) должны быть наблюдаемы. Для проверки этого, с помощью функции rank были найдены ранги матриц наблюдаемости для этих пар. Результаты представлены на рисунке 5.

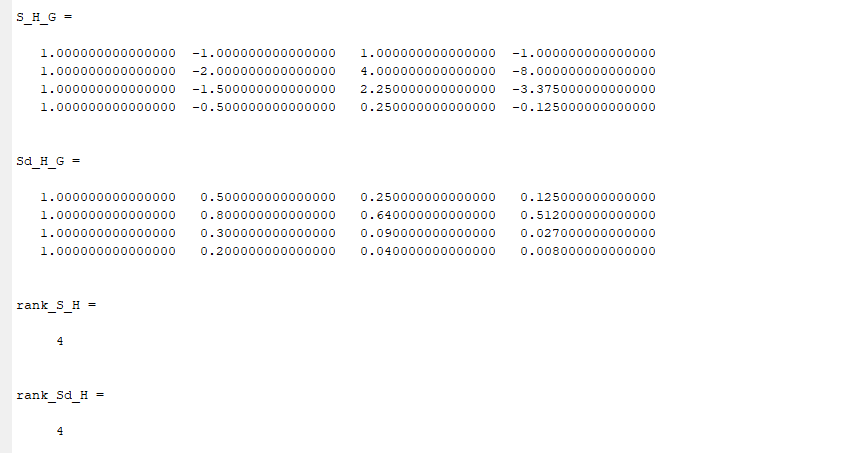


Рис. 5 – Матрицы наблюдаемости пар (G, F) дискретной

и непрерывной моделей и их ранги.

Ранги полученных матриц равны размерности пространства состояния, а значит данные матричные пары наблюдаемы.

Рассчитаем матрицу E и Ed по формуле:

Получим:

## Синтез управления

Для получения значений регуляторов необходимо решить матричное уравнение Сильвестра для дискретной и непрерывной модели:

Уравнение Сильвестра можно переписать в виде системы линейных алгебраических уравнений:

где:

* W — матрица коэффициентов,
* p — вектор, содержащий элементы матрицы P, выписанные в столбец,
* e — вектор, содержащий элементы матрицы E, выписанные в столбец.

С помощью кода, написанного на языке MATLAB, были получены значения матриц P.

Код программы для расчета матриц представлен на рисунке 6.

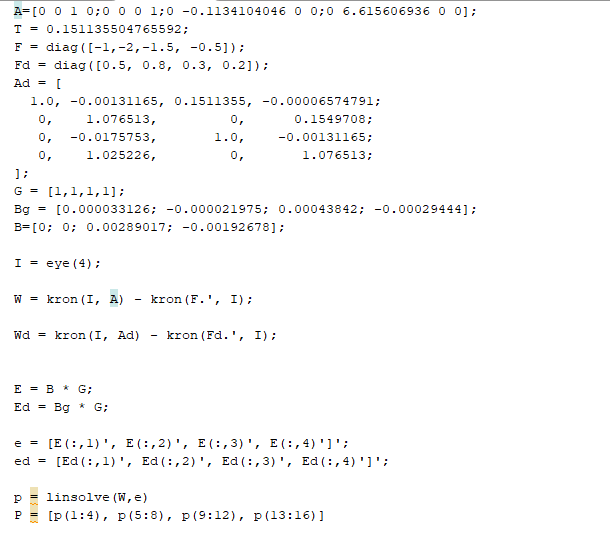


Рис. 6 – Код программы в MATLAB

Из формулы

Выразим :

На основе полученных матриц P был проведен расчет параметров регуляторов для непрерывной и дискретной моделей.

Код программы для расчета матриц и представлен на рисунке 7.

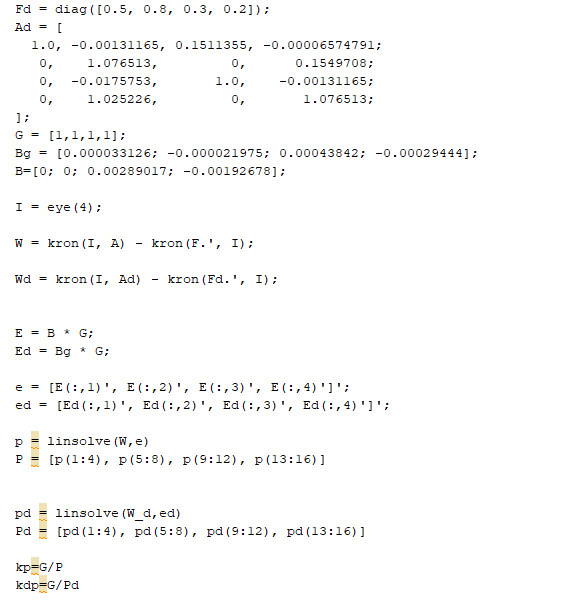
\

Рис. 7 – Код программы в MATLAB

Получение матриц замкнутых непрерывной и дискретной моделей:

Код программы для расчета матриц и представлен на рисунке 8.

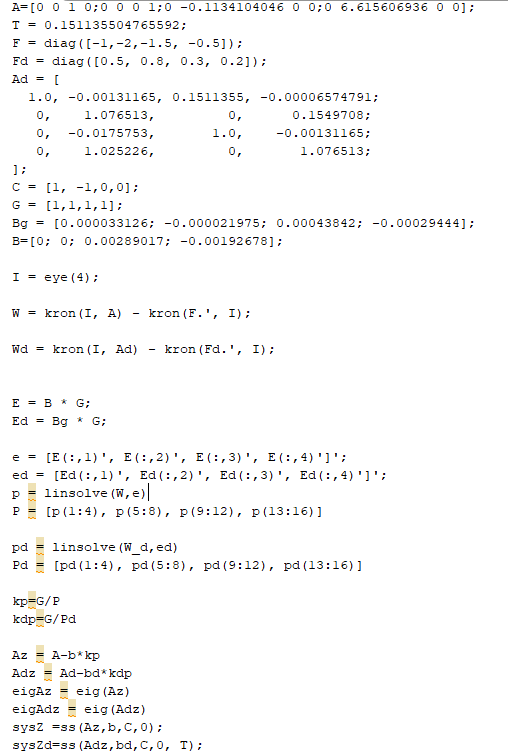
\

Рис. 8 – Код программы в MATLAB

Сравним собственные числа матриц замкнутых систем и . Для непрерывной системы числа совпали с точностью до погрешности:

Для дискретной собственные числа тоже совпали:

Собственные числа полученных матриц совпали с заданными собственными числами.

## Исследование непрерывной САУ

Построим в программе SimInTech САУ без регулятора и с регулятором и сравним их.

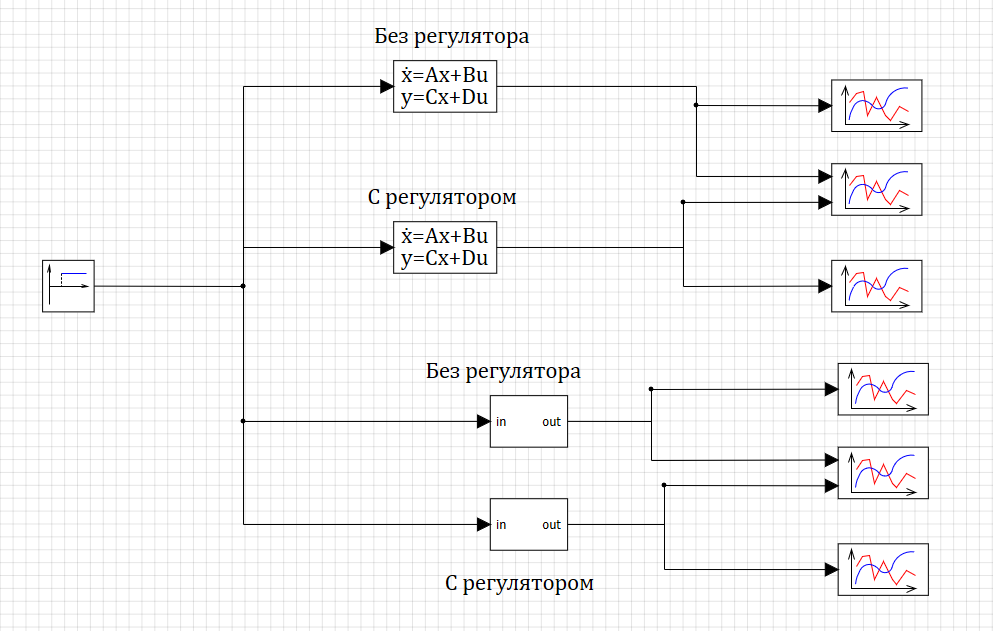


Рис. 9 – САУ c и без регулятора

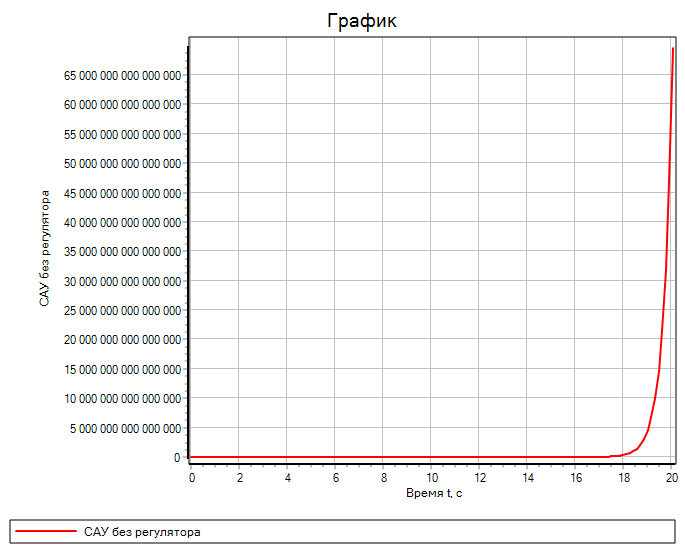


Рис. 10 – ПХС САУ без регулятора

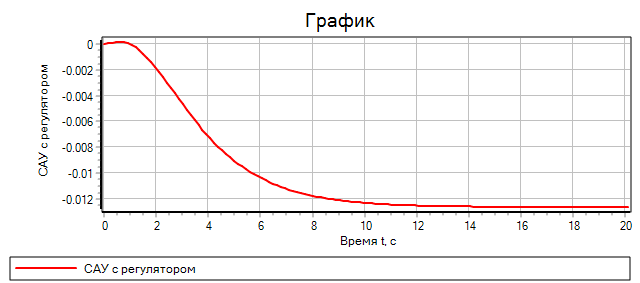


Рис. 11 – ПХС САУ с регулятором

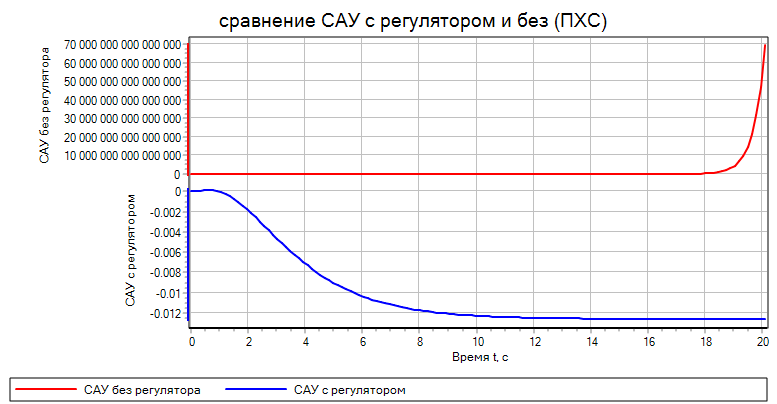


Рис. 12 – ПХС САУ с и без регулятора

Характеристика переходного процесса для ПХС САУ с регулятором:

1. Установившиеся значение сигнала:
2. Время переходного процесса:

e=0.05\*(0.0001313295-0.012599) = −0.00062338352c

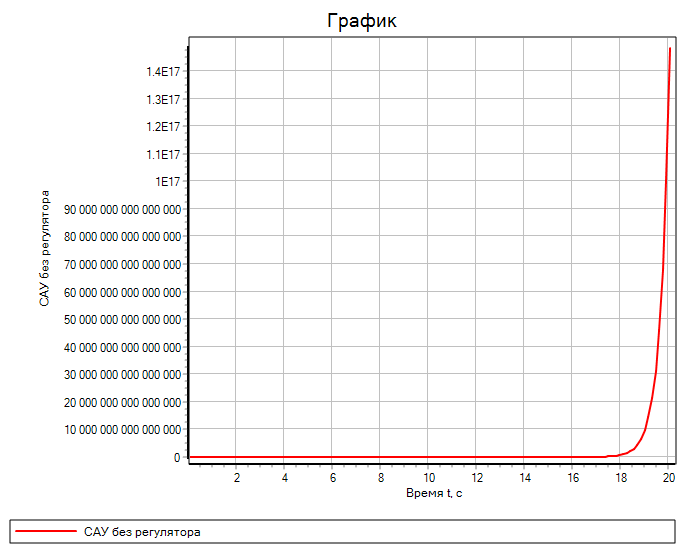


Рис. 13 – ИХС САУ без регулятора

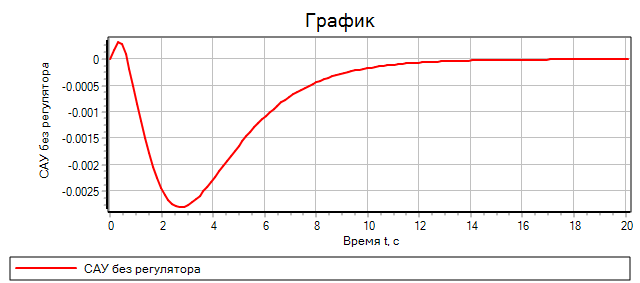


Рис. 14 – ИХС САУ с регулятором

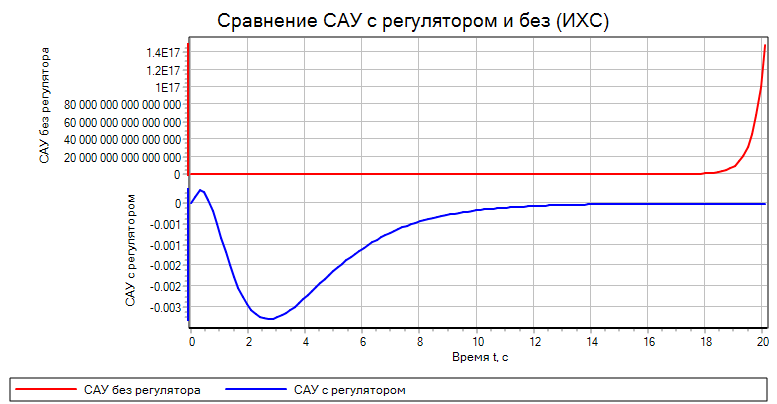


Рис. 15 – ИХС САУ с и без регулятора

Характеристика переходного процесса для ИХС САУ с регулятором:

1. Установившиеся значение сигнала:
2. Время переходного процесса:

e=0.05\*(0.000326504687781387+0.00279934510334674) = 0.00015629248

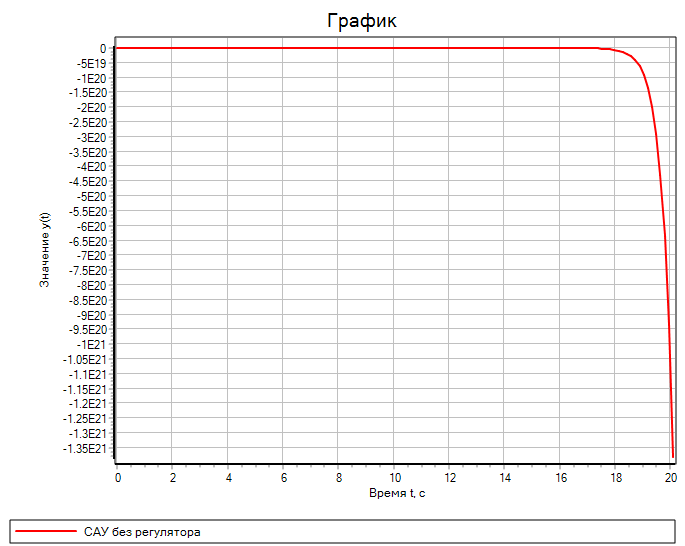


Рис. 16 – ННУ САУ без регулятора

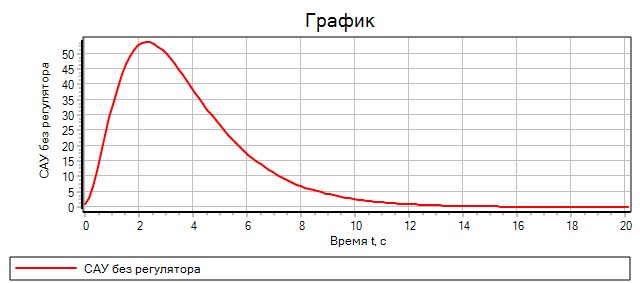


Рис. 17 – ННУ САУ с регулятором

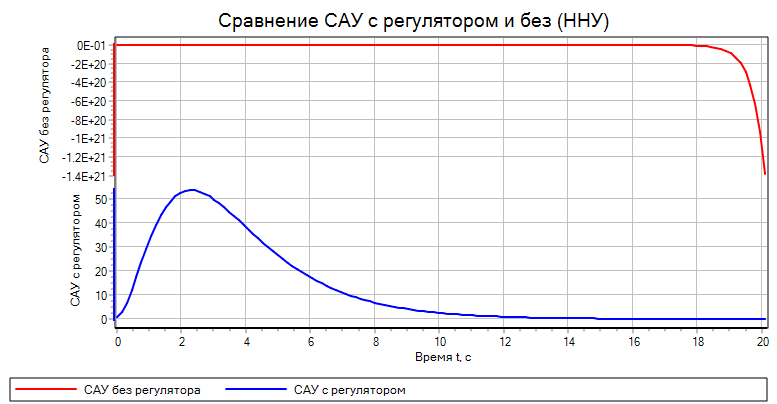


Рис. 18 – ННУ САУ с и без регулятора

Характеристика переходного процесса для ПХС САУ с регулятором:

1. Установившиеся значение сигнала:
2. Время переходного процесса:

e=0.05\*(53.8494692970931-0.0169119622550408) = 2.69162786674

## Исследование дискретной САУ

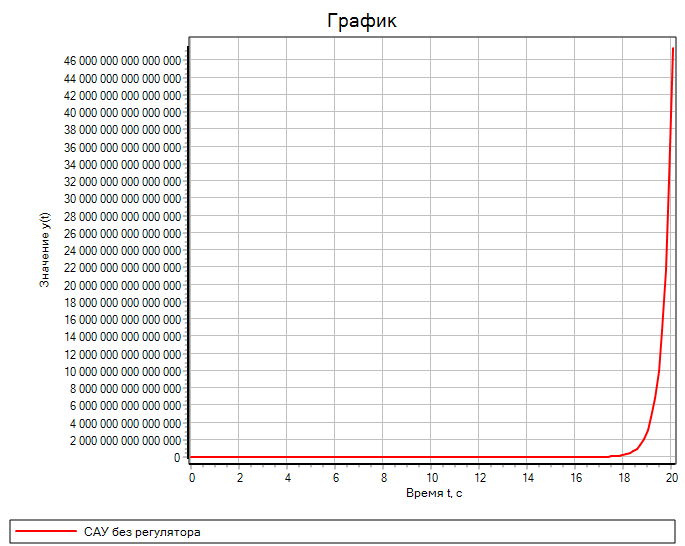


Рис. 19 – ПХС САУ без регулятора

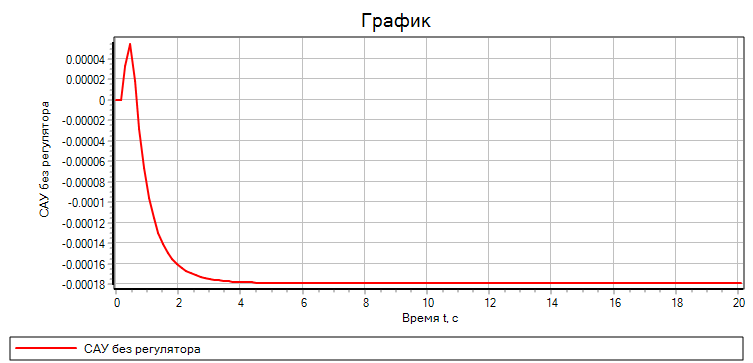


Рис. 20 – ПХС САУ без регулятора

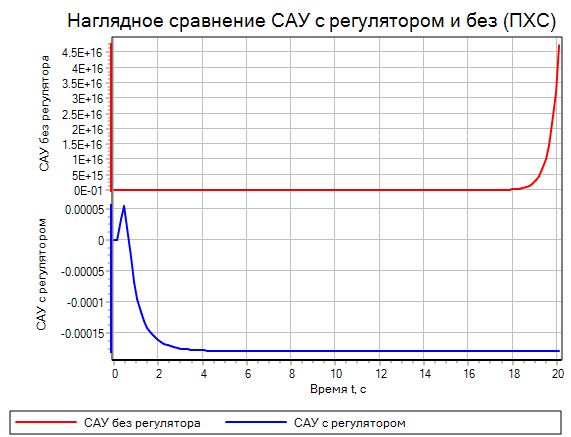


Рис. 21 – ПХС САУ с и без регулятора

Характеристика переходного процесса для ПХС САУ с регулятором:

1. Установившиеся значение сигнала:
2. Время переходного процесса:

e=0.05\*(5.46146689573716E-5-0.00017898003137428931) = −0,00000621826

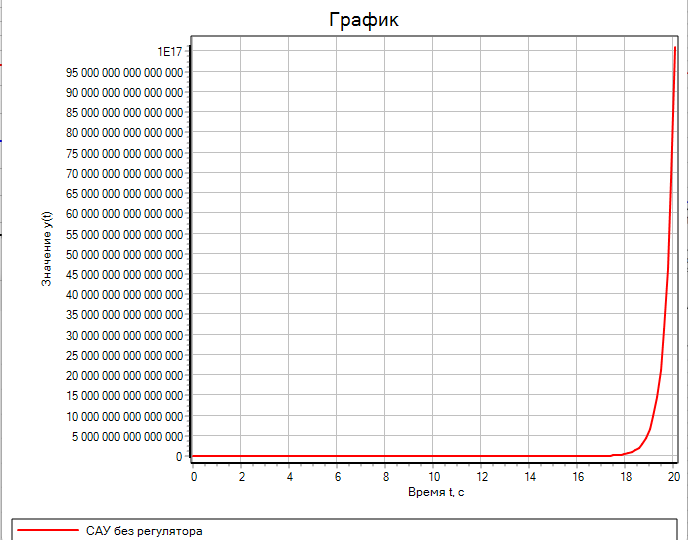


Рис. 22 – ИХС САУ без регулятора

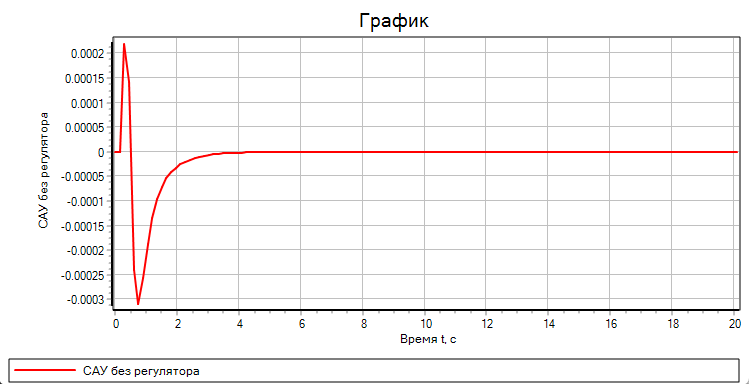


Рис. 23 – ИХС САУ с регулятором

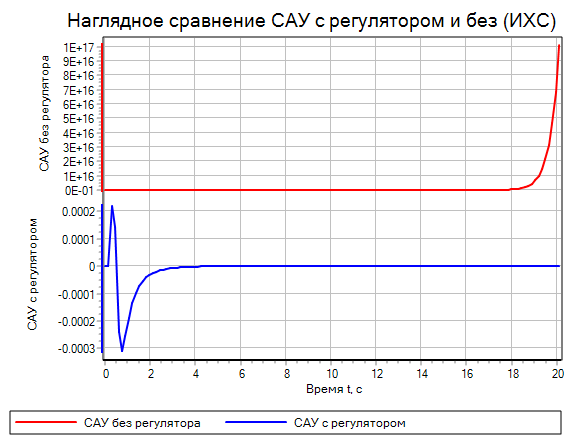


Рис. 24 – ИХС САУ с и без регулятора

Характеристика переходного процесса для ПХС САУ с регулятором:

1. Установившиеся значение сигнала:
2. Время переходного процесса:

e=0.05\*(0.000219232296492389+0.000309235600539601) = −0,00000621826

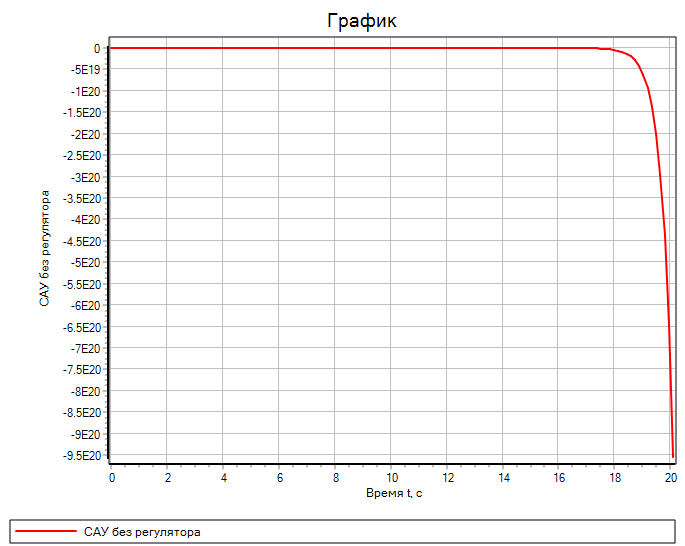


Рис. 25 – ННУ САУ без регулятора

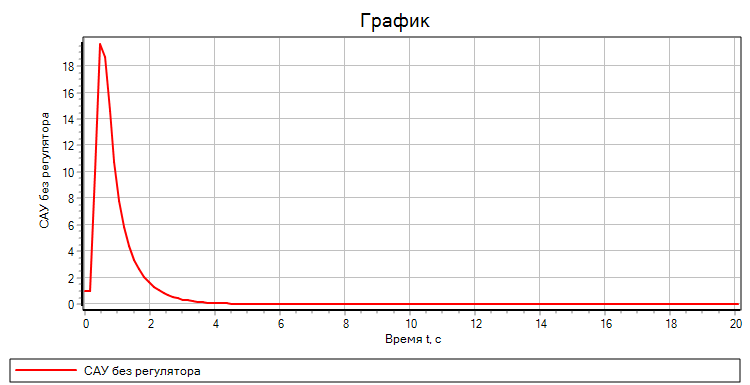


Рис. 26 – ННУ САУ с регулятором

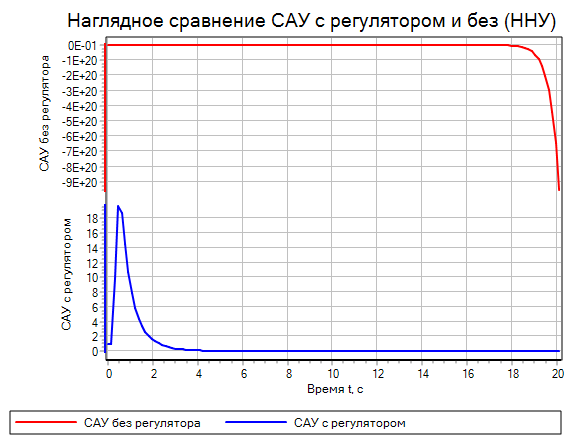


Рис. 27 – ННУ САУ с и без регулятора

Характеристика переходного процесса для ПХС САУ с регулятором:

1. Установившиеся значение сигнала:
2. Время переходного процесса:

e=0.05\*(19.6728667439851-3.74782048775371E-12) =0.98364333719

Графики системы автоматического управления (САУ) с регулятором демонстрируют сходимость к нулю (или к установившемуся значению в случае переходной характеристики), что подтверждает эффективность разработанного регулятора.