

МФТИ

ФРКТ

**ВПВ по оптике**  
Духи Лаймана.

Добровольская Ксения Б01-101

# 1 Аннотация

В данной работе наблюдались духи Лаймана - эффект, связанный с неточностью дифракционной решетки (под неточностью подразумевается смещение каждого  $n$ -ного штриха решетки на  $x$ , относительно своего правильного положения), были измерены длины волн и положения духов, в зависимости от числа  $n$  и периода решеток  $d$ .

В работе использовались: лазерная указка, бумажная линейка, неточные дифракционные решетки, расчерченные лазером на металлической линейке, со следующими параметрами:

$N$	$d, \text{мм}$	$n$ , шт	$x$ , мм
1	0.1	5	0.02
2	0.2	5	0.02
3	0.2	3	0.02
4	0.1	5	0.01
5	0.2	5	0.01
6	0.2	3	0.01

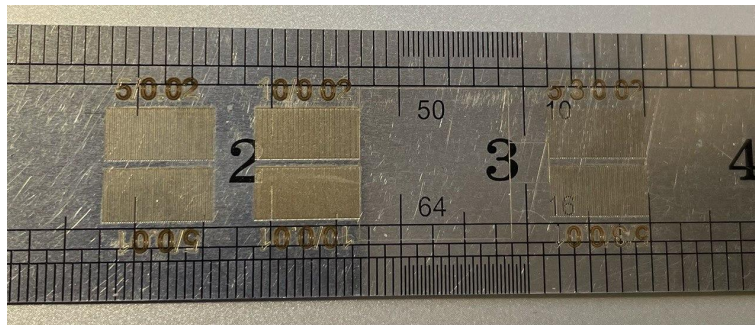


Рис. 1: Схема экспериментальной установки

## 2 Теоретическое введение.

В идеальной дифракционной решетке все штрихи должны быть идентичны по глубине и форме и расстояния между ними должны быть одинаковы с точностью до малых долей этого расстояния. Так как для изготовления такой решетки требуется точность, значительно превосходящая точность винторезных станков, то у всех решеток, нарезанных этим способом, обнаруживаются заметные дефекты, в некоторых случаях очень существенные. К основным дефектам решетки относятся следующие:

1. **Духи Роуланда** — ложные слабые линии, появляющиеся в спектре на небольших расстояниях от интенсивных линий. Возникновение линий связано с периодической нерегулярностью в расположении штрихов с большим периодом.

2. **Духи Лаймана** — ложные линии, появляющиеся из-за периодической нерегулярности в расположении штрихов с малым периодом (например, если каждый пятый штрих решетки слегка смещен относительно своего идеального положения, то это соответствует появлению периодичности, в пять раз превышающей периодичность решетки, что в свою очередь приводит к появлению «духа», кажущаяся длина волны которого равна  $\frac{\lambda}{5}$ ). Такой недостаток решетки может быть связан с регулярной вибрацией делительной машины, нарезающей решетки. Духи Лаймана могут создавать значительные трудности при наблюдении спектров, в особенности сложных.

В связи с возможностью изготавливать решетки только с большим периодом (порядка десяти штрихов на миллиметр), в данной работе исследуется влияние только духов Лаймана.

Дадим математическое объяснение происходящему:

Решетку с  $N = mn$  штрихами можно разбить на  $m$  групп, по  $n$  штрихов в каждой. Интенсивность в любой точке  $P$  на экране складывается от вкладов  $m$  групп, каждая из которых дает вклад

$$I_n = I_0 \frac{\sin^2 na}{\sin^2 a}$$

, где  $a = kdsin^2\theta/2$ ,  $\theta$  – угол, под которым видна точка  $P$ .

Тогда для вклада от каждой группы имеем:

$$I = I_n \frac{\sin^2 ma_1}{\sin^2 a_1}$$

, где  $a_1 = na$ .

В этой суммарной интенсивности имеем ввиду, что при  $a = \frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n}, \dots, \frac{(n-1)\pi}{n}$  интенсивность отдельной группы  $I_n = 0$ .

Предположим, что в расположении  $n$  последовательных линий есть такая неравномерность, что решетка из  $n$  линий, которую мы считаем повторяющейся  $m$  раз, сама по себе является несовершенной решеткой.

Тогда  $I_n$  не занулится во всех местах где  $a = \frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n}, \dots, \frac{(n-1)\pi}{n}$  и эти порядки решетки для каждой из  $m$  групп будут видны.

Далее предположим, что решетка из  $n$  линий имеет периодическую ошибку. Для определенности примем, что эта ошибка встречается в каждой третьей строке. То есть каждая третья строка немного смещена, а остальные строки остаются на своих местах. Тогда  $I_n$  будет иметь некоторое заметное значение при  $a = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ .

Интенсивность света, заданная всем спектром для длины волны, будет заметна для тех значений  $a = \frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n}, \dots, \frac{(n-1)\pi}{n}$ , которые приближаются к значениям  $a = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ . Таким образом, будут видны скачки интенсивности в промежутках между главными максимумами дифракционной решетки, что будет создавать впечатление, как будто в исходном свете присутствует компонента с длиной волны  $\frac{\lambda}{3}$ , а в общем случае  $\frac{\lambda}{n}$ . Из-за возникновения этой ложной компоненты данный эффект связывают с возникновением духа.

### 3 Экспериментальная установка.

Дифракционные решётки, которые обычно используются для анализа спектров, имеют порядка  $10^3 - 10^4$  штрихов на сантиметр, т. е. имеют период  $d$ , сравнимый с длиной волны света видимого диапазона. На грубых решётках ( $d \gg \lambda$ ) из-за малых углов дифракции обнаружить и, тем более, исследовать дифракционную картину крайне сложно. В этом случае эффективным оказывается использование скользящих лучей, когда угол падения близок к  $\frac{\pi}{2}$ .

При наклонном падении лучей на дифракционную решётку условие дифракционного максимума  $m$ -го порядка имеет вид:

$$d(\sin\varphi_0 - \sin\varphi_m) = m\lambda$$

В дальнейшем мы будем использовать не углы падения, а углы скольжения –  $\theta = 90 - \varphi$ . Тогда, условие максимума переписывается в виде:

$$d(\cos\theta_0 - \cos\theta_m) = m\lambda \approx (d\sin\theta_0)(\theta_m - \theta_0)$$

Угловое расстояние между максимумами дифракционной картины:

$$\Delta\theta = (\theta_m - \theta_0) = \frac{\lambda}{d\sin\theta_0}$$

Видно, что роль эффективного периода решётки в этом случае играет величина  $d_1 = d\sin\theta_0$ , которая может быть сделана очень малой. Скользящее падение лучей как бы уменьшает период решётки и увеличивает углы дифракции. Таким методом удаётся получать отчётливые дифракционные картины даже от очень грубых решёток.

Рассчитаем линейное расстояние между дифракционными максимумами в схеме на рис 2.

Координата максимума  $m$ -го порядка  $x_m = Ltg\theta_m$ , а  $(m + 1)$ -го порядка  $x_{m+1} = Ltg\theta_{m+1}$ . Считая углы дифракции мало отличающимися от угла  $\theta_0$ , соответствующего зеркальному отражению от решётки ( $m = 0$ ), выразим линейный период дифракционной картины через его угловой размер:

$$\Lambda = x_{m+1} - x_m = L(tg\theta_{m+1} - tg\theta_m) \approx \frac{L}{\cos^2\theta_0} \Delta\theta = \frac{L\lambda}{d\cos^2\theta_0\sin\theta_0}$$

Заметим, что расстояние между максимумами интенсивности прямо пропорционально длине волны света  $\lambda$  и обратно пропорционально периоду решетки  $d$ .

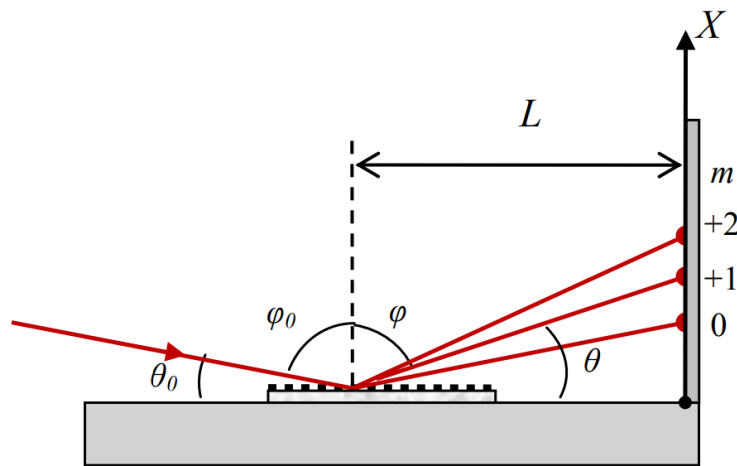


Рис. 2: Схема экспериментальной установки

## 4 Наблюдение и анализ дифракции на различных решетках.

Экспериментальная установка приведена на рис. 3.

На расстоянии  $L = 80$  см от экрана расположена дифракционная решетка, а на ней приподнятая на малый угол с помощью бумажной подставки и включенная лазерная указка. На экране приклеена бумажная линейка, помогающая фиксировать расстояния между максимумами.



Рис. 3: Экспериментальная установка.

1. Рассчитаем линейные расстояния между главными максимумами дифракционной картины по формуле из теоретического введения:

$$\Lambda = \frac{L\lambda}{d\cos^2\theta_0\sin\theta_0} = \frac{0.8 * 0.6 * 10^{-6}}{0.01 * 10^{-3} * 1 * 0.1/0.8} \approx 2$$

см,

для решетки с периодом 0.02 мм, соответственно в два раза меньше, то есть примерно 1 см.

2. Дифракционная решетка с десятью штрихами на миллиметр и смещением каждого пятого штриха на 0.02 мм дает дифракционную картину изображенную на рис.4. Видно, что расстояния между главными максимумами, как и было получено в теоретическом расчете, около 2 см, но между каждыми соседними максимумами ярко выражены еще 4 максимума, то есть на один главный максимум приходится пять ложных, что свидетельствует о наблюдении духа Лаймана с длиной волны  $\frac{\lambda}{5}$ , что согласуется с теоретическим введением.
3. Дифракционная решетка с пятью штрихами на миллиметр и смещением каждого пятого штриха на 0.02 мм дает дифракционную картину изображенную на рис.5. Видно, что расстояния между главными максимумами, действительно в два раза меньше предыдущих и составляет около 1 см, причем здесь тоже между каждыми соседними максимумами ярко выражены еще 4 максимума, что опять свидетельствует о наблюдении духа Лаймана с длиной волны  $\frac{\lambda}{5}$ .





Рис. 4: Дифракционная картина решётки с  $d = 0.1$  мм,  $n = 5$

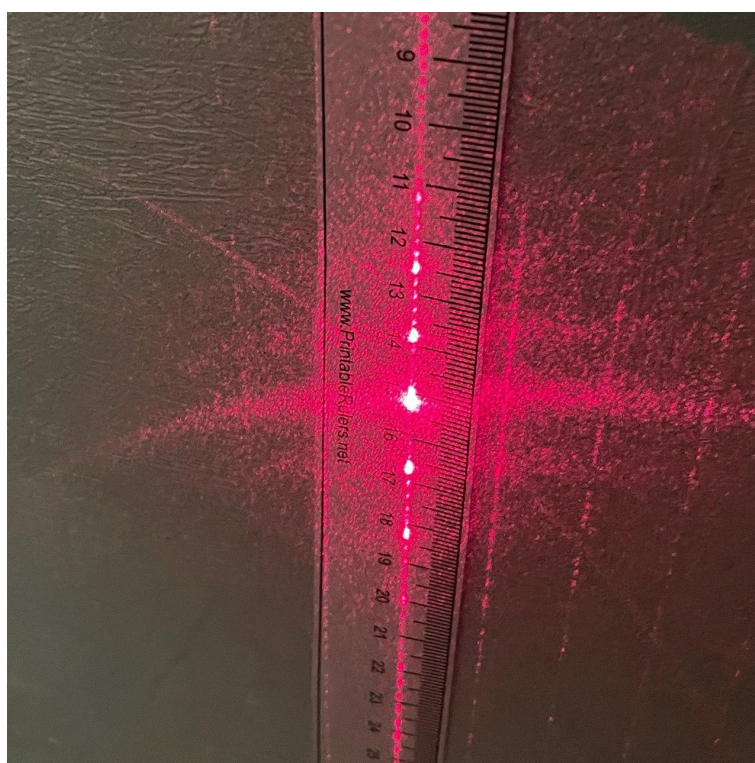


Рис. 5: Дифракционная картина решётки с  $d = 0.2$  мм,  $n = 5$

4. Дифракционная решетка с пятью штрихами на миллиметр и смещением каждого третьего штриха на 0.02 мм дает дифракционную картину изображенную на рис.6. Расстояния между главными максимумами не изменились, но между каждыми соседними максиму-

мами теперь ярко выражены еще 2 максимума, что говорит о наблюдении духа Лаймана с длиной волны  $\frac{\lambda}{3}$  и подтверждает теорию.

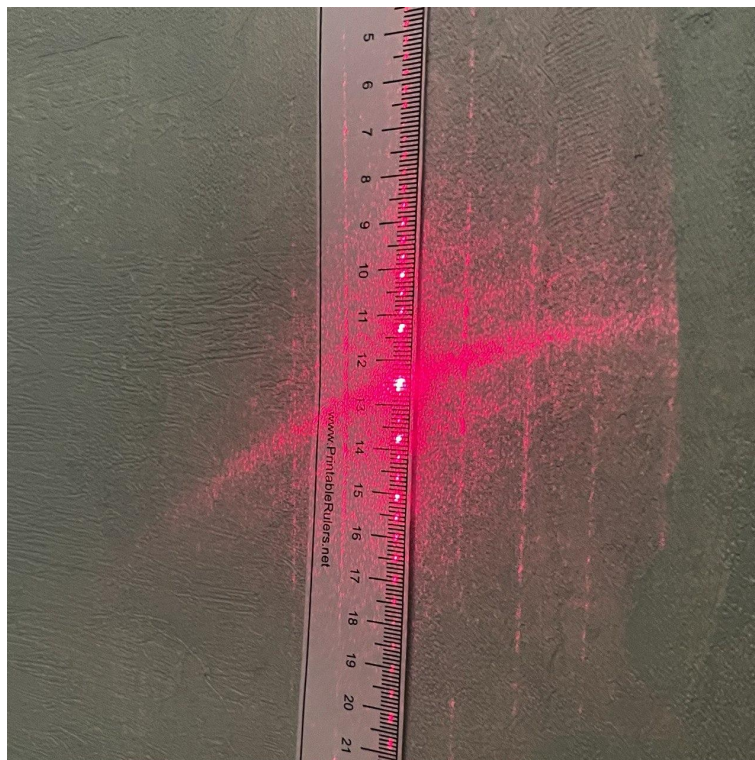


Рис. 6: Дифракционная картина решётки с  $d = 0.2$  мм,  $n = 3$

5. Дифракционные решетки со смещением  $x = 0.01$  мм не дали видимых результатов возникновения ярко выраженных ложных максимумов, что, вероятно, связано с большим периодом и слишком малым смещением. В этих наблюдениях дифракционная картина была смазанной.

## 5 Выводы

В данной работе мы объяснили причину возникновения ложных спектральных линий (духов Лаймана) при дифракции на неточных решетках. Для наблюдения этого эффекта были сделаны дифракционные решетки с периодически повторяющейся ошибкой и произведена дифракция лазерного излучения на них. В эксперименте для двух дифракционных решеток с различными периодами были обнаружены ложные спектральные линии с длиной волны  $\frac{\lambda}{5}$  (для периодичности ошибки -  $n = 5$ ) и  $\frac{\lambda}{3}$  (для  $n = 3$ ), что подтвердило теорию.