### 1 Введение

В настоящее время изучение структурных коннектомов достаточно актуальная задача, так как данные о моделях нервных систем постоянно пополняются и обновляются. В нервной системе можно выделить два базовых для моделирования элемента - нейрон и синаптическое соединение между нейронами. Моделирование базовых элементов биологической системы и изучение глобальной сети, собранной из этих элементов, позволяет лучше изучить свойства различных моделей и поведение системы.

Работа посвящена моделированию структурного коннектома нематоды Caenorhabditis elegans (далее в тексте - C.elegans) с помощью моделей integrate-and-fire нейрона и мемристорной модели синапса с использованием дробных интегро-дифференциальных уравнений для уравнения состояния мемристора. В качестве результата представлены графики изменения сопротивления с течением времени для синаптических связей (мемристоров), а также результат трансформации сигнала в integrate-and-fire нейронах системы.

# 2 Теоретическое описание моделей нейронов и синапсов

#### 2.1 Integrate-and-fire нейрон

Принцип действия integrate-and-fire (или IF) нейронов основан на представлении о биологических нейронах: они накапливают потенциал (integrate) и испускают импульсы - то есть генерируют ток с помощью специальных каналов, которые регулируют концетрацию ионов калия, натрия и других веществ, - после достижения заданного порога (fire)(Puc.1-Puc.2) [1] [2]. Каждый IF-нейрон получает импульсы от пре-нейронов, которые вносят вклад в общий потенциал нейрона следующего слоя.

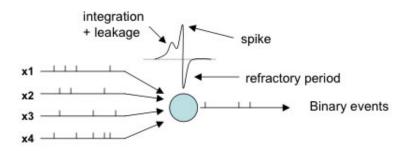


Рис. 1: Integrate-and-fire нейрон

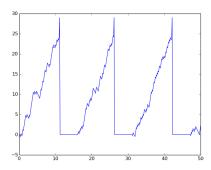


Рис. 2: График изменения потенциала ІГ-нейрона

Кроме того, каждый нейрон имеет свой настраиваемый порог, при достижении которого генерируется новый импульс.

#### 2.2 Мемристор

В 1971 году Леоном Чуа было предложено ввести дополнительный базовый элемент электрических цепей - наряду с индуктивностью, конденсатором и сопротивлением, - который определяется законом  $d\phi = Mdq$  и дополняет соотношения между базовыми переменными цепи (Рис.3) [3].

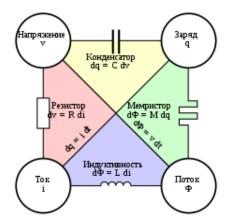


Рис. 3: Cоотношения между переменными и правило, определяющее мемристор как элемент электрической цепи

Одна из широко используемых теоретических моделей мемристоров основана на следующих уравнений, описывающих i(t) - ток, зависящий от времени, и x(t) - уравнение состояния мемристора, от которого зависит его сопротивление в определенный момент времени (Q-deformed Yakopcic M-M model).

$$sinh_q(x) = \frac{exp_q(x) - exp_q(-x)}{2}$$
 
$$i(t) = \gamma_1 x(t) sinh_q(\delta_1 u(t)) + \gamma_2 (1 - x(t)) sinh_q(\delta_2 u(t))$$

Уравнение состояния для текущей практической работы было модифицировано с помощью применения аппарата дробных дифференциалов:

$$D_t^{\alpha}(x(t)) = g(u(t))f(x(t))$$

$$g(u(t)) = \begin{cases} A_p(e^{u(t)} - e^{V_p}), u(t) > V_p \\ -A_n(e^{-u(t)} - e^{V_n}), u(t) < -V_n \\ 0, -V_n \le u(t) \le V_p \end{cases}$$

Где,

Если u(t) > 0

$$f(x) = \begin{cases} e^{-(x-x_p)} w_p(x, x_p), & x \ge x_p \\ 1, & x < x_p \end{cases}$$

Если u(t) <= 0

$$f(x) = \begin{cases} e^{x+x_n-1}w_n(x, x_n), & x \le 1 - x_n \\ 1, & x > 1 - x_n \end{cases}$$

Где,

$$w_p(x, x_p) = \frac{x_p - x}{1 - x_p} + 1$$
$$w_n(x, x_n) = \frac{x}{1 - x_n}$$

Мемристор в модели нервной системы, как синаптическое соединение в биологических сетях, корректирует величину импульсов между неронами.

#### 2.3 Структурный коннектом

За основу моделируемой нервной системы был взят граф структурного коннектома нематоды Caenorhabditis elegans [6]. Сигнал (последовательность спайков, или импульсов) изначально посылается в вершины графа, которые не имеют ребер, входящих в них. Затем сигнал распространяется по вершинам графа в соответствии со структурой графа коннектома.

Коннектом рассматривается как ориентированный граф, где распространение сигнала происходит по направлению ребер от вершины к вершине (от нейрона к нейрону), причем, во время распространения сигнала - последовательности спайков - их величина корректируется согласно текущему состоянию синаптического соединения.

Сигналы, которые одновременно поступают в вершину графа, складываются и обрабатываются моделью IF нейрона (2.1 Integrate-and-fire нейрон).

## 3 Используемые программные инструменты

Для вычисления x(t) в точке t в работе используется библиотека на Python pyfod (класс caputo для вычисления Caputo derivative в точке с помощью сумм Римана) [5].

Для построения графиков используется библиотека matplotlib.

Программный код для получения результатов, приведенных ниже, находится в репозитории на GitHub https://github.com/kseniashilova/memristors-and-IF-neurons

# 4 Результаты

Для 7 стартовых вершин-нейронов с названиями 'ASIR', 'IL2DR', 'AINL', 'ALA', 'CEMDR', 'ASJL', 'URYDL' был запущен случайныйй сигнал, то есть последовательность спайков. Рассматривается 50 едениц времени распространения импульсов, для которых построены следующие графики:

## 4.1 Сопротивление в зависимости от времени (Memristance)

Memristance curve for synapses 50,100,150,300

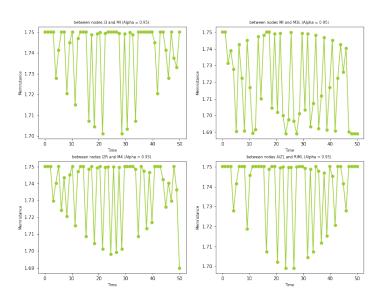


Рис. 4: Изменение сопротивления для нескольких синапсов

Так как сопротивление зависит от предудыщих состояний модели мемристора, можно наблюдать колебание в значении memristance для различных синапсов, причем для идентификации синапсов соседние для них нейроны указаны на графике (Рис.4). Непостоянность этого коэффициента позволяет описывать механизм 'памяти' синапса, когда изменение величины сигнала, проходящего через него, зависит от времени (synaptic plasticity).

### 4.2 Обработка сигнала с помощью IF Нейрона

Последовательность спайков, проходя через integrate-and-fire нейрон изменяется согласно принципу, описанному в части 2.1.

Для некоторых нейронов последовательность импульсов сгенерирована случайно как бинарный сигнал (0 или 1). Для каждого нейрона установлено пороговое значение потенциала, при достижении которого аггрегирование потенциалов входных сигналов заканчивается, и испускается новый импульс. Пример такого нейрона приведен на Рисунках 5 и 6.

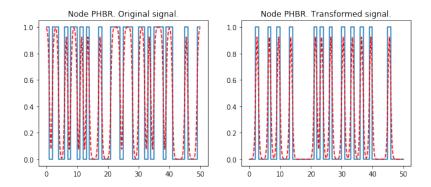


Рис. 5: Трансформация случайного сигнала. Пример 1

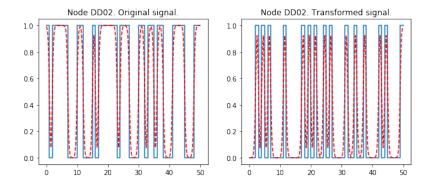


Рис. 6: Трансформация случайного сигнала. Пример 2

Для тех нейронов, в которые приходит не случайно-сгенерированный, а обработанный соседними вершинами сигнал последовательность спайков изменяется с помощью синапса, пропорционально его сопротивлению в текущий момент времени. Соответственно, от значения memristance для синапса зависит величина вклада в потенциал следующего нейрона спайков, которые проходят через синапс. Пример обработки сигнала, где импульсы имеют скорректированную синапсом величину, приведен на Рисунках 7 и 8.

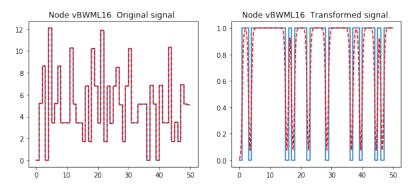


Рис. 7: Трансформация обработанного сигнала. Пример 1

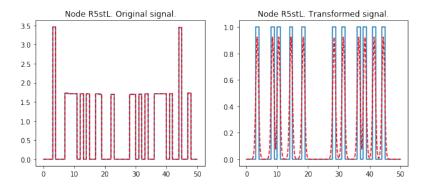


Рис. 8: Трансформация обработанного сигнала. Пример 2

### 4.3 Обработка сигнала всеми нейронами и синапсами сети

Для решения задач машинного обучения, например, классификации изображений на основе кодирования последовательностью спайков, необходимо проанализировать выходной сигнал сети. Изначально, в 'стартовые' нейроны были запущено случайные последовательности спайков, которые, при сложении, образуют следующий входной сигнал (Рис.9):

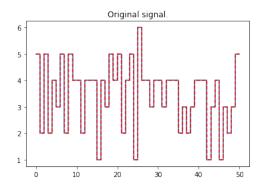


Рис. 9: Входной сигнал

Чтобы построить итоговый обработанный сигнал, необходимо найти вершины графа, для которых нет исходящих ребер. Всего таких вершин 184 из 559. Скалыдывая обработанные ими последовательности спайков, получаем следующее изображение(Puc.10):

Для того, чтобы решать задачи классификации с помощью memristor-based сети, основанной на структурном коннектоме C.Elegans, необходимо в качестве входного сигнала передавать последовательности, кодирующие какое-либо изображение, а затем обрабатывать выходной сигнал с помощью методов машинного обучения.

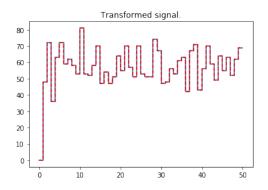


Рис. 10: Входной сигнал

## 5 Заключение

В текущем варианте работы генерация сигнала происходит случайным образом. В следующих вариантах текущей работы необходимо изменить процесс генерации входных последовательностей спайков так, чтобы эти последовательности кодировали изображение (как в случае Spiking Neural Network). Таким образом, обработанный большим количеством нейронов и синапсов сигнал можно использовать для задачи классификации изображений.

## Список используемой литературы

- [1] Milad Mozafari; Saeed Reza Kheradpisheh; Timothée Masquelier; Abbas Nowzari-Dalini; Mohammad Ganjtabesh "First-spike based visual categorization using reward-modulated STDP"// IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems 2018, 29:6178 6190.
- [2] Milad Mozafari, Mohammad Ganjtabesh, Abbas Nowzari, Timothée Masquelier "Bio-inspired digit recognition using reward-modulated spike-timing-dependent plasticity in deep convolutional networks"// arXiv preprint arXiv, No. 1804.00227, 2019.
- [3] Chua, Leon O. «Memristor—The Missing Circuit Element», IEEE Transactions on Circuit Theory. 18.5 (1971): 507—519.
- [4] Shao Fu Wang, Aiqin Ye "Dynamical Properties of Fractional-Order Memristor"// Symmetry 2020, 12, 437.
- [5] Pyfod package, https://github.com/prmiles/pyfod.
- [6] WormWiring nematode connectomics // Adjacency matrices and data tables c.elegans, https://wormwiring.org/pages/adjacency.html.