```
> restart
> # Построим Cubic Spline и сравним его с встроенным инструментов в Maple.
> # Для начала, определим ранвомерную сетку на [0, 1] с шагом h.
  n := 10 :;
  h := 1/n :;
> # Функция для аппроксимации
  f := x→cos(40 x)
```

$$f := x \mapsto \cos(40 \cdot x) \qquad (1)$$

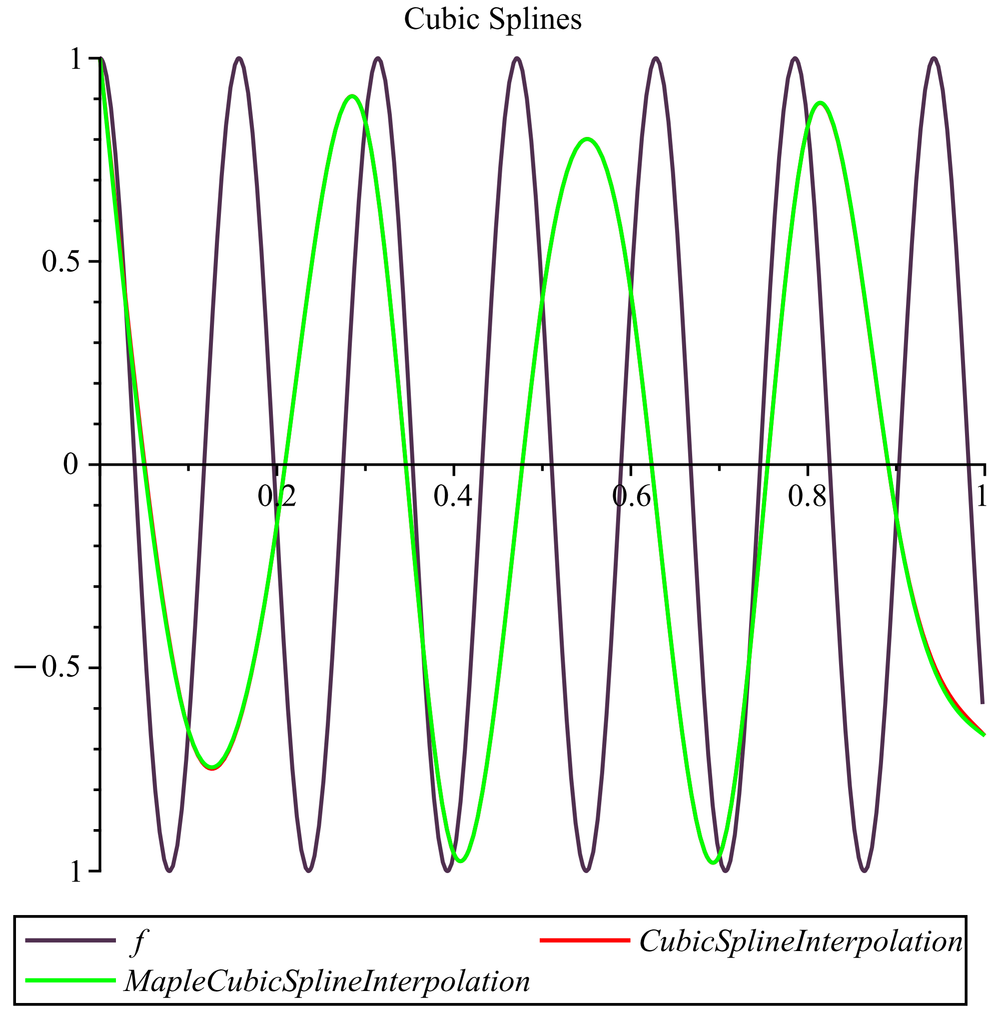
```
> # Массивы со значениями x и значениями функции от x
  xs := [seq(i, i=0 ..1, h)] : ;
  ys := [seq(f(i), i=0 ..1, h)] : ;
> # Реализуем алгоритм построения кубического сплайна. Для этого воспользуемся
      информацией, которая предоставлена в статьях (ссылка будет в README
      репозитория)
> matrixf := Matrix(n + 1, n + 1, (i, j) →
        if i = j and i > 1 and i < n + 1 then 2·(h + h)
        elif i = j then 1
        elif abs(i − j) = 1 then h
        else 0
     end if) :;
> vectorv := Vector(n + 1, (i) → if i = 1 or i = n + 1 then 0 else 6·((ys[i + 1] − ys[i])/h
        − (ys[i] − ys[i−1])/h) end if) :;
> # Посчитаем коэффициенты
> with(LinearAlgebra) :
  c := LinearSolve(matrixf, vectorv) :;
> a := [seq(ys[i + 1], i = 1 ..n)] :;
  b := [seq((ys[i + 1] − ys[i])/h + h·c[i + 1]/3 + h·c[i]/6, i = 1 ..n)] :;
  d := [seq((c[i + 1] − c[i])/h , i = 1 ..n)] :;
> S := (i, x)→ a[i] + b[i]·(x − xs[i + 1]) + c[i + 1]/2·(x − xs[i + 1])^2 + d[i]/6·(x − xs[i
        + 1])^3 :
> # Строим интерполяцию с помощью кубических сплайнов.
> CubicSplineInterpolation := proc(x)
    local i;
    for i from 1 to n do
    if (xs[i] ≤ x and x ≤ xs[i + 1]) then
      return S(i, x);
   end if;
   end do;
```

```
end proc:
```

```
> with(CurveFitting) :;
  MapleCubic := x→Spline([seq(i, i = 0 ..1, 0.1)], [seq(f(i), i = 0 ..1, 0.1)], x, degree = 3) :;
```

Warning, (in MapleCubic) `i` is implicitly declared local
Warning, (in MapleCubic) `i` is implicitly declared local

```
> plot([f, CubicSplineInterpolation, MapleCubic], 0 ..1, title = "Cubic Splines", color = [violet,
      red, green], legend = [typeset(f), typeset(CubicSplineInterpolation),
      typeset(MapleCubicSplineInterpolation)]);
```



> *# Построенный мною сплайн и сплайн из Maple визуально не совсем совпали с исходной функцией. Если функция будет более "колеблющаяся", то построение сплайнов будет "не успевать" за изменениями функции.*

> *# Построим теперь B − Spline. В качестве **n** теперь возьмем значение 12, так как нам нужно две "фиктивные" точки, благодаря которым мы будем строить сплайн.*

> $n := 12$:;
$h := \frac{1}{10}$:;
$eps := 10^{-9}$:;

> $xs := [-2\cdot eps, -eps, seq(i, i = 0 .. 1, h), 1 + eps, 1 + 2\cdot eps]$:;
$ys := [f(0), f(0), seq(f(i), i = 0 .. 1, h), f(1), f(1)]$: ;

> *# Считаем коэффициенты (взяты из статьи)*

> $lambd(i) := piecewise\left(i=1,\ ys[1], 1 < i < n, \frac{1}{2}\left(-ys[i+1]+4 \cdot f\left(\frac{\mathrm{xs}[i+1]+xs[i+2]}{2}\right)-ys[i+2]\right), i=n,\ ys[n+1]\right);$

$$lambd := i \mapsto \begin{cases} ys_1 & i=1 \\ -\frac{ys_{i+1}}{2}+2\cdot f\left(\frac{xs_{i+1}}{2}+\frac{xs_{i+2}}{2}\right)-\frac{ys_{i+2}}{2} & 1 < i < n \\ ys_{n+1} & i=n \end{cases} \tag{2}$$

> *# Теперь будем строить полиномы **B** степени **p***
> *. Так как коэффициенты выше даны только для полинома **p = 2** степени,*
> *для простоты вычислений захардкодим полином каждой степени отдельно*

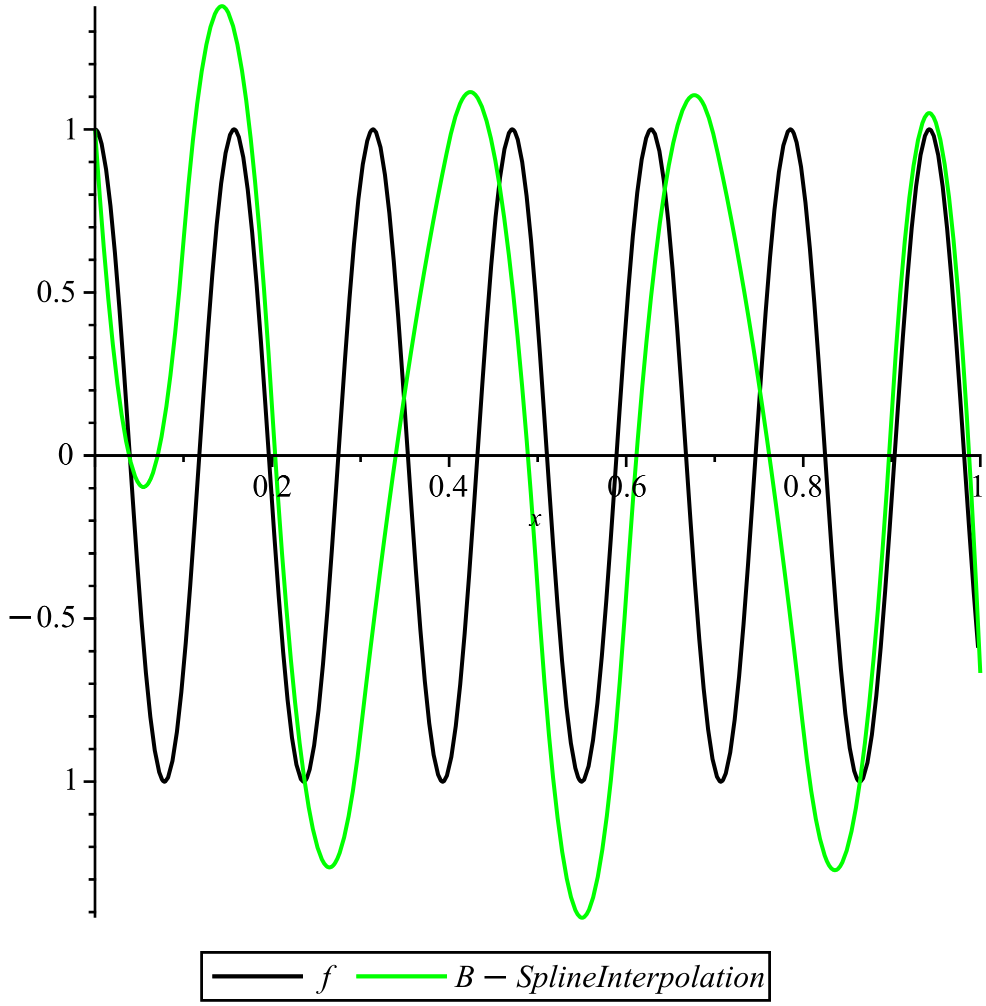
> $B_0(i,x) := piecewise(xs[i] \le x < xs[i+1], 1, 0) : ;$

> $B_1(i,x) := \frac{x-xs[i]}{xs[i+1]-xs[i]}\cdot B_0(i,x)+\frac{xs[i+2]-x}{xs[i+2]-xs[i+1]}\cdot B_0(i+1,x) :;$
> $B_2(i,x) := \frac{x-xs[i]}{xs[i+2]-xs[i]}\cdot B_1(i,x)+\frac{xs[i+3]-x}{xs[i+3]-xs[i+1]}\cdot B_1(i+1,x) :;$

> *# Интерполяция Б-сплайнами*

> $P(t) := sum\left(lambd(i)\cdot B_2(i,t), i=1..n\right) :;$

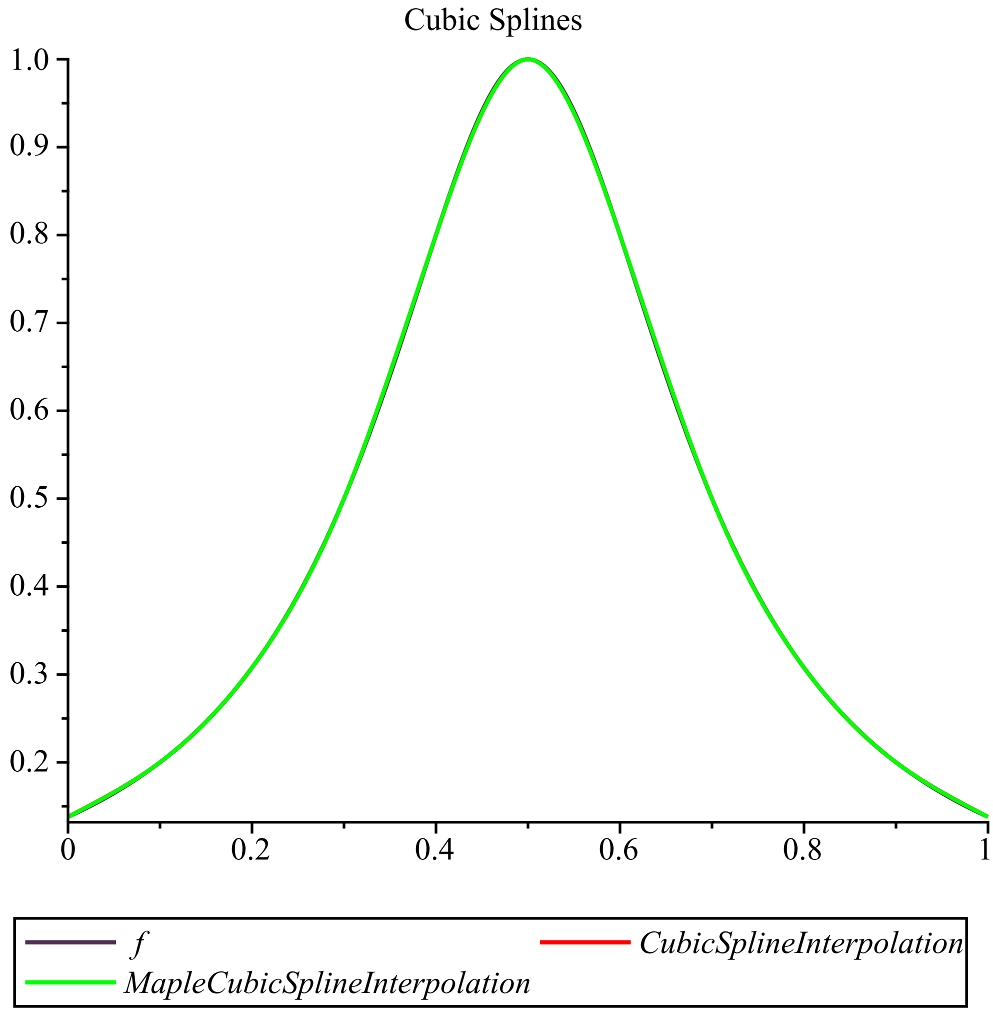
> $with(CurveFitting) :$
> $\mathrm{plot}([\mathrm{f}(\mathrm{x}), P(\mathrm{x})], \mathrm{x}=0..1, \mathrm{color}=[\mathrm{black}, \mathrm{green}], legend=[typeset(f), typeset(B-SplineInterpolation)]);$



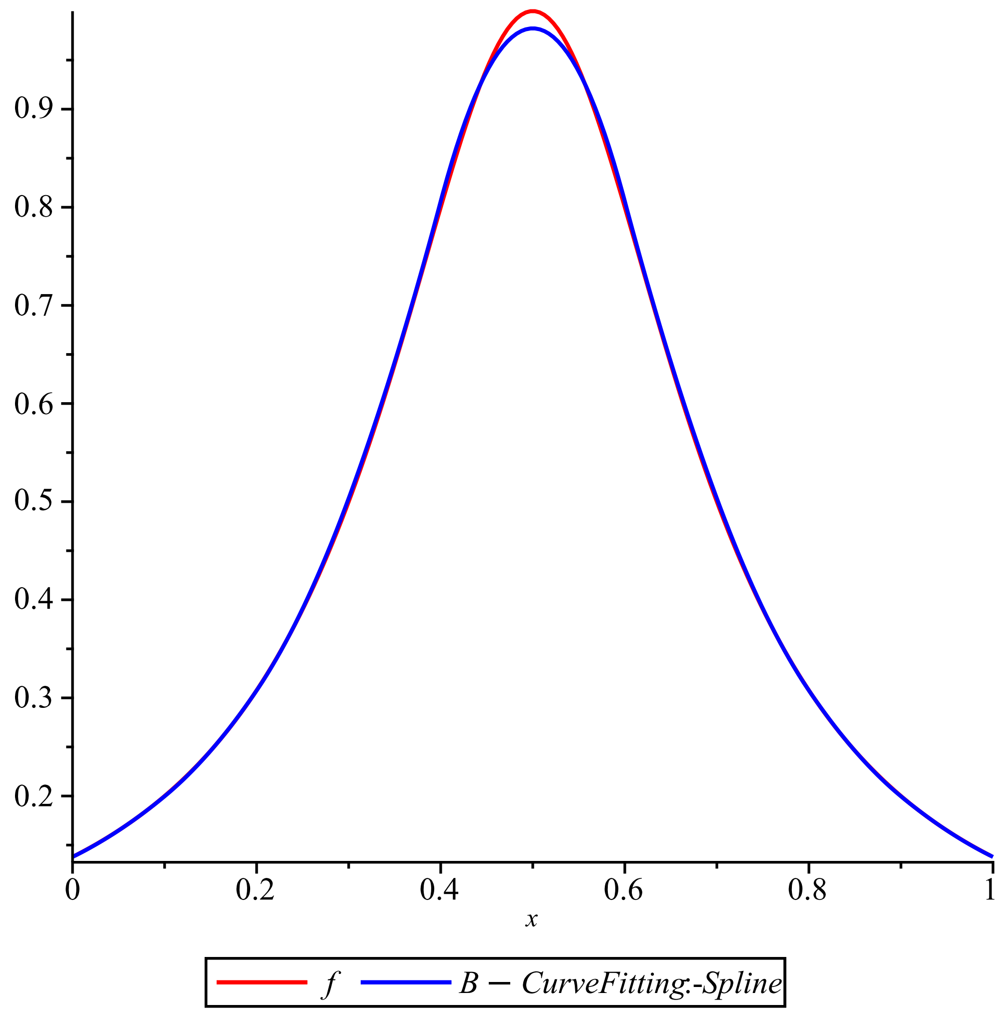
> *# Б-сплайны так же не успевают за сильно колеблющимся функциями. С менее осциллирующими функциями сплайны справляются лучше.*

> $f := x \rightarrow \dfrac{1}{1 + 25 \cdot (0.5 - x)^2}$

$$f := x \mapsto \frac{1}{1 + 25 \cdot (0.5 - x)^2} \tag{3}$$

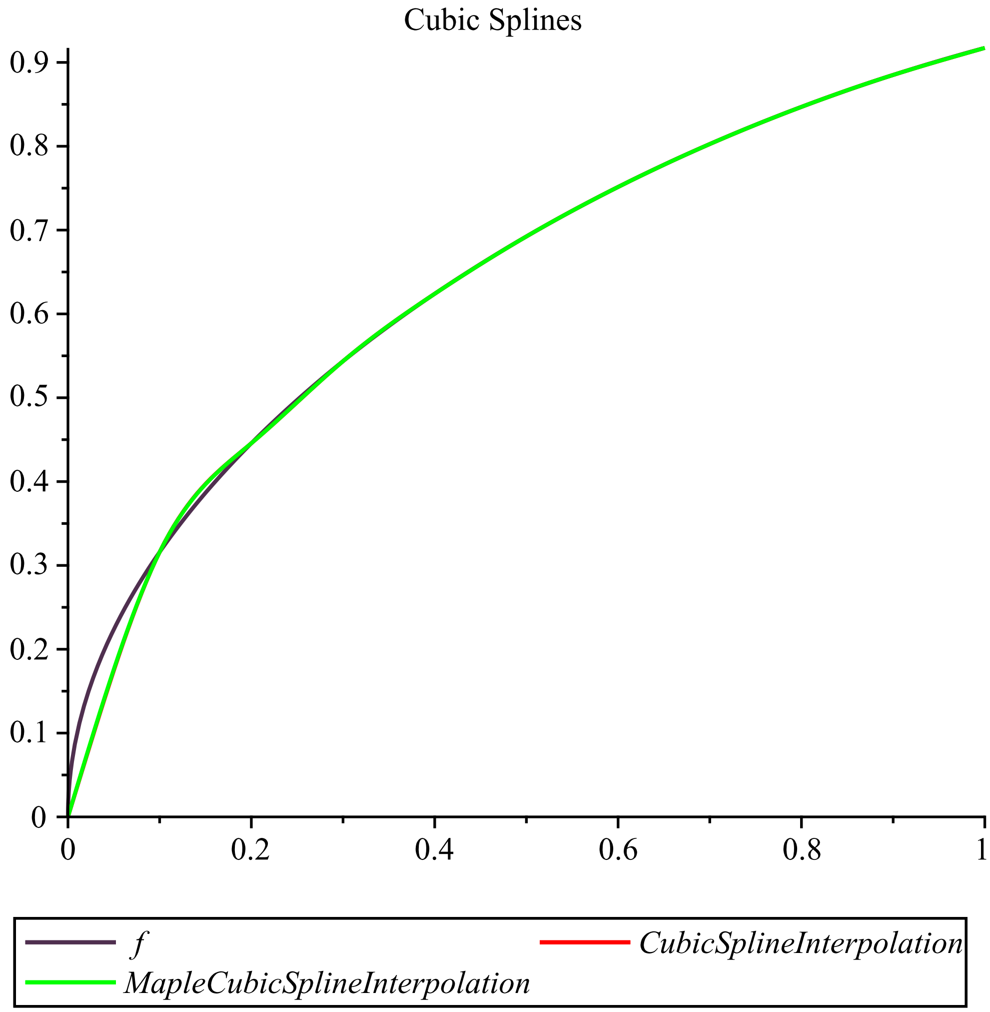

Cubic Splines
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
f
CubicSplineInterpolation
MapleCubicSplineInterpolation

>

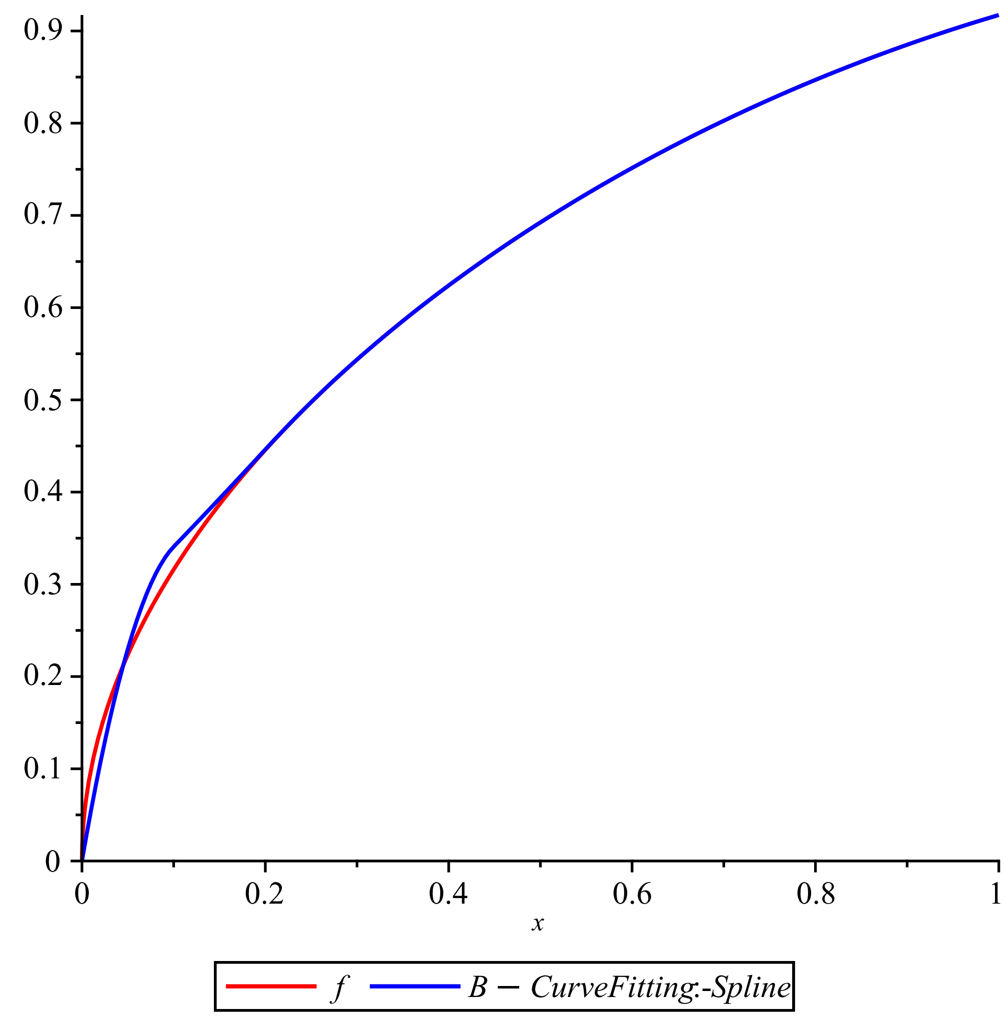


> $f := x \rightarrow \mathrm{sqrt}(x)$

$$f := x \mapsto \sqrt{x} \tag{4}$$


Cubic Splines
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
f
CubicSplineInterpolation
MapleCubicSplineInterpolation

>


0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
x
f
B − CurveFitting:-Spline