

2022TS H5-01(몫의 미분법, 분수 미분)

<div>학습지제작소</div>	수학학습지 [미적분] [미적분] 몫의 미분법, 분수 미분 연습문제 15문제	폰 날짜: /
		맞은 개수: /15
		이름

[1~8] 다음 함수를 미분하시오.

1. $y = \frac{x}{x+3}$

2. $y = \frac{1}{e^x + 1}$

3. $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$

4. $y = \frac{\ln x + 1}{x \ln x}$ (단, $x > 0$)

5. $y = \frac{x^2}{x^2 - x + 1}$

6. $y = \frac{e^x - x}{e^x + x}$ (단, $x > 0$)

7. $y = \frac{x}{\sin x + 2}$

8. $y = \frac{xe^x}{x + e^x}$ (단, $x > 0$)

9. 함수 $f(x) = \frac{3x}{2x+1}$ 에 대하여 점 $A(1,1)$ 에
서의 접선의 방정식을 구하시오.

10. 함수 $f(x) = \frac{x}{e^x + 1}$ 에 대하여 $f'(\ln 2)$ 을 구
하면?

11. 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2}$ 에 대하여 극한값
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{2h}$ 을 구하시오.

12. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$,
 $g(x)$ 에 대하여 $f(0) = 1$, $f'(0) = 2$ 이고
 $g(x) = 2xg'(x) + x^2 + 1$ 을 만족할 때,
 $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ 라 하자. 이때 $h'(0)$ 의 값을 구
하시오.

13. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x) = \frac{x+a}{x^2+bx+1}$ 에 대하여 $f(-1)=3$ 이고 $f'(0)=7$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.)

14. 함수 $f(x) = \frac{x+k}{e^x+1}$ 에 대하여 $f'(\ln 2) = -\frac{2\ln 2}{9}$ 를 만족할 때, $180k^2$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 실수이다.)

15. 함수 $f(x) = \frac{3x+2}{x^2+x+1}$ 에 대하여 $y=f(x)$ 의 극댓값을 M , 극솟값을 m 이라 하자. <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ㄴ. $f(k) = M$ 을 만족하는 실수 k 에 대하여 $M = \frac{3\sqrt{7}}{4-k}$

ㄷ. $M-m = \frac{4\sqrt{7}}{3}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

빠른 정답)

[미적분] 몫의 미분법, 분수 미분 연습문제 15문제	
[1]	$y' = \frac{3}{(x+3)^2}$
[2]	$y' = -\frac{e^x}{(e^x+1)^2}$
[3]	$y' = \frac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2}$
[4]	$y' = -\frac{(\ln x)^2 + \ln x + 1}{(x \ln x)^2}$
[5]	$y' = \frac{-x^2+2x}{(x^2-x+1)^2}$
[6]	$y' = \frac{-x^2+2x}{(x^2-x+1)^2}$
[7]	$y' = \frac{\sin x - x \cos x + 2}{(\sin x + 2)^2}$
[8]	$y' = \frac{(x^2+x+e^x)e^x}{(x+e^x)^2}$
[9]	$x-3y+2=0$
[10]	$\frac{3-\ln 4}{9}$
[11]	$-\frac{1}{12}$
[12]	-2
[13]	<p>3</p> <p>[해설] $f(-1) = \frac{-1+a}{2-b} = 3$이고 정리하면 $a+3b=7$입니다.</p> <p>$f'(x) = \frac{(x^2+bx+1)-(2x+b)(x+a)}{(x^2+bx+1)^2}$ 이므로 $f'(0) = 1-ab=7$입니다.</p> <p>정리하면 $ab=-6$입니다.</p> <p>$b=-\frac{6}{a}$를 $a+3b=7$에 대입하면 $a-\frac{18}{a}-7=0$,</p> <p>$a \neq 0$이므로 양변에 a를 곱하면 $a^2-7a-18=0$</p> <p>$a=-2$ or 9</p> <p>1) $a=-2$일 때 $b=3$입니다. 그런데 $f(x)$의 분모 부분인 x^2+3x+1은 판별식이 0보다 크므로 실수 전체의 집합에서 미분가능하지 않습니다</p> <p>2) $a=9$일 때 $b=-\frac{2}{3}$입니다. 마찬가지로 $f(x)$의 분모 부분을 조사하면 판별식이 0보다 작으므로 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능합니다.</p> <p>$\therefore a+9b=9+9 \times \left(-\frac{2}{3}\right)=3$</p>
[14]	405

⑤

[해설]

★짚고 넘어가기

$$f'(x) = \frac{3(x^2+x+1) - (3x+2)(2x+1)}{(x^2+x+1)^2} = \frac{-3x^2-4x+1}{(x^2+x+1)^2}$$

$$-3x^2-4x+1=0 \text{의 해를 구하면 } x = \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{3}$$

그런데 $x > -\frac{2}{3}$ 일 때 $f(x) > 0$ 이고 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ 입니다. 롤의 정리에 의해 구간 $(-\frac{2}{3}, \infty)$ 에 $f'(x) = 0$ 을 만족하는 x 의 값이 있고, 이 때 함숫값은 극대입니다.

따라서 $x = \frac{-2 + \sqrt{7}}{3}$ 일 때 극대입니다.

마찬가지로 $x < -\frac{2}{3}$ 일 때 $f(x) < 0$ 이고 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ 입니다. 롤의 정리를 이용하면 구간 $(-\infty, -\frac{2}{3})$ 에 존재하는 $x = \frac{-2 - \sqrt{7}}{3}$ 일 때 극소입니다.

[15]

ㄴ. $f(k) = M$ 일 때 $f(k) = \frac{3k+2}{k^2+k+1}$ 입니다. $-3k^2-4k+1=0$ 이므로 $k^2 = \frac{1-4k}{3}$ 입니다. 이를

대입하면 $f(k) = \frac{3k+2}{\frac{1-4k}{3}+k+1} = \frac{3(3k+2)}{4-k}$ 이고 $k = \frac{-2+\sqrt{7}}{3}$ 을 대입하면 $\frac{3\sqrt{7}}{4-k}$ 입니다.

ㄷ. $-3k^2-4k+1=0$ 의 두 근을 α, β (단, $\alpha < \beta$)라 약속하면, $f(\alpha) = m$, $f(\beta) = M$ 이 됩니다. $M-m = f(\beta) - f(\alpha)$ 입니다.

$f(\beta) = \frac{3\sqrt{7}}{4-\beta}$ 이고, $f(\alpha) = \frac{-3\sqrt{7}}{4-\alpha}$ 입니다.

$$f(\beta) - f(\alpha) = 3\sqrt{7} \left(\frac{1}{4-\beta} + \frac{1}{4-\alpha} \right) = 3\sqrt{7} \left(\frac{8-\alpha-\beta}{16-4\alpha-4\beta+\alpha\beta} \right)$$

$\alpha + \beta = -\frac{4}{3}$, $\alpha\beta = -\frac{1}{3}$ 임을 이용하면

$$3\sqrt{7} \times \left(\frac{8 + \frac{4}{3}}{16 + \frac{16}{3} - \frac{1}{3}} \right) = 3\sqrt{7} \times \frac{28}{3} \times \frac{1}{21} = \frac{4\sqrt{7}}{3}$$

작성일

2022년 11월 5일

작성자

학습지제작소

- 학습지제작소 홈페이지:

<https://calcproject.tistory.com/>

- 계산학습지의 오류나 건의사항이 있는 경우,

<https://calcproject.tistory.com/location>

으로 문의해주세요.

- 이 저작물은 학습지제작소에 있으며, 출처를 밝힌 후 비상업적 용도로 자유롭게 사용이 가능합니다.

- 상업적 용도는 수업이나 과외지도에서 부교재로 활용하는 경우만 허용합니다.

- 이 저작물을 무단으로 재배포, 수정하거나, 게시물의 비밀번호를 유출하는 행위는 삼가주시길 바랍니다.

© 학습지제작소, 2022, All rights reserved.

Do not Distribute this file.