

Лукашов Андрей Валерьевич

МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ ФИНАНСОВЫХ АНАЛИТИКОВ: КРАТКИЙ ПУТЕВОДИТЕЛЬ

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: метод дисконтированных денежных потоков, метод Монте-Карло, стоимость компании, анализ чувствительности, чистая приведенная стоимость, NPV

Метод дисконтированных денежных потоков — основной инструмент финансовых аналитиков, однако он имеет ряд недостатков. В условиях высокой неопределенности и риска предпочтительнее использовать альтернативные методы, одним из которых является метод Монте-Карло. В статье на практических примерах демонстрируется применение метода Монте-Карло для расчетов NPV инвестиционных проектов и оценки стоимости компаний.



Лукашов А. В. — независимый консультант, руководитель отдела финансов и инвестиций компании «Форум-Консалтинг». Работал в ряде консалтинговых компаний в США и России, консультировал компании Motorola, Sears, United Airlines, Bosch, Associates First Capital и др. Автор ряда научных публикаций и семинаров. Преподавал на факультете менеджмента ГУ-ВШЭ (г. Москва)



ВВЕДЕНИЕ

Метод дисконтированных денежных потоков (DCF) был разработан в 1930-е гг. Автором данного метода считается выдающийся экономист И. Фишер, который в работе «Теория процентных ставок» (1930 г.) ввел понятие чистой приведенной стоимости (NPV) [2]. В дальнейшем значительный вклад в развитие метода внесли такие экономисты, как Д. Кейнс (предложил концепцию внутренней ставки доходности — IRR) и Э. Соломон [6], который разработал идею остаточной, или конечной, стоимости (Terminal Value) компании. Вот уже более 70 лет DCF является одним из основных инструментов финансовых аналитиков: он в различных вариантах широко

используется для оценки фундаментальной стоимости компаний и вычисления чистой приведенной стоимости инвестиционных проектов.

Несмотря на свою популярность, данный метод имеет ряд широко известных недостатков как с теоретической, так и с практической точки зрения. На практическом уровне метод дисконтированных денежных потоков является очень чувствительным к изменениям в параметрах финансовой модели — например, в ставке дисконтирования или темпах роста денежных потоков. В результате небольшие изменения в этих параметрах могут привести к существенным колебаниям чистой приведенной стоимости проектов и / или фундаментальной стоимости компаний.

На теоретическом уровне метод дисконтированных денежных потоков не учитывает вероятностный характер результатов инвестиционного проекта, игнорирует стратегическую составляющую стоимости компаний и не позволяет оценить вклад в стоимость управленческой гибкости (т. е. возможности принимать

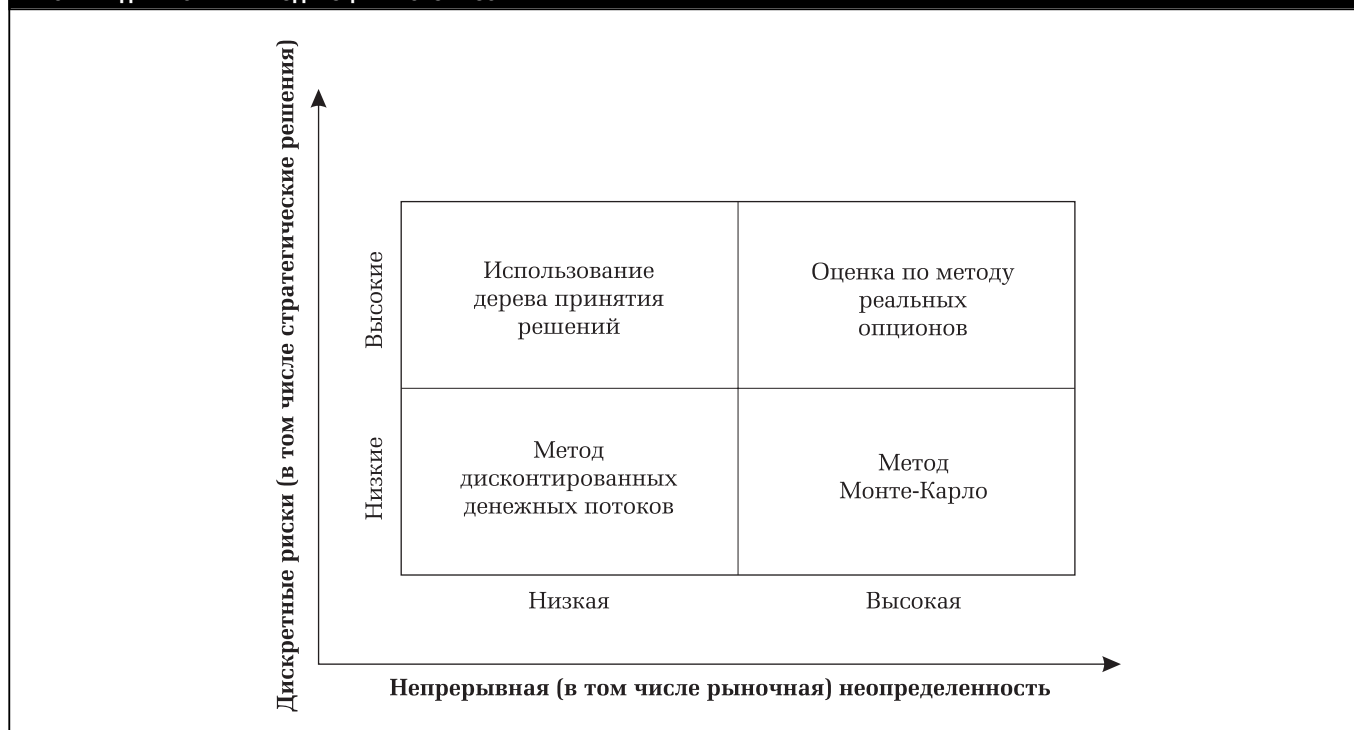
оптимизирующие управленческие решения по ходу реализации проектов). Особенно плохо работает DCF в условиях высокой неопределенности и риска.

За последние 20 лет были разработаны многочисленные альтернативные методы, частично устраняющие недостатки метода DCF. На рис. 1. показана классификация существующих методов оценки стоимости и инвестиционной привлекательности в зависимости от наличия стратегических и рыночных рисков.

Все виды риска можно условно разделить на две основные категории: дискретные риски и непрерывные риски (непрерывная неопределенность). К дискретным можно отнести риски, связанные со стратегическими решениями, к непрерывным же относятся рыночные риски, или риски колебания рыночных факторов (цена, процентные ставки, обменные курсы и т. д.).

Метод дисконтированных денежных потоков дает удовлетворительные результаты, только если дискретные и непрерывные риски находятся на низком уровне. В случае наличия

РИС. 1. ВИДЫ РИСКА И МЕТОДЫ ОЦЕНКИ СТОИМОСТИ



значительных дискретных рисков используется метод дерева решений. При значительной непрерывной неопределенности применяется компьютерное моделирование по методу Монте-Карло. Наконец, при наличии высокого уровня непрерывной неопределенности и значительных дискретных рисков применяется метод реальных опционов¹. Следует отметить, что на различных этапах жизненного цикла компании / проекта на первый план могут выдвигаться либо дискретные, либо непрерывные риски. На начальных этапах (например, на этапе разработки нового продукта) значительную роль играют дискретные риски, а на поздних этапах (например, на этапе коммерциализации и продаж) — непрерывные рыночные риски.

Существует значительное количество теоретической и аналитической литературы по данной проблеме. В этой статье мы на четырех конкретных практических примерах продемонстрируем применение метода Монте-Карло для анализа инвестиционных проектов и расчета фундаментальной стоимости акций

в условиях высокого уровня непрерывной неопределенности.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО ПРИ АНАЛИЗЕ ПРИВЛЕКАТЕЛЬНОСТИ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПРОЕКТА

В данном разделе мы рассмотрим применение метода Монте-Карло для анализа привлекательности весьма простого инвестиционного проекта.

Описание проекта: фармацевтическая компания рассматривает вопрос о приобретении для последующего производства патента нового лекарственного препарата. Лекарство примечательно тем, что не имеет побочных эффектов. Стоимость патента составляет \$3,4 млн.

Необходимо подготовить финансовый анализ приобретения данного патента методом дисконтированных денежных потоков, рассчитать NPV и IRR проекта. Горизонт расчетов составляет три года. Стандартная финансовая модель приводится на рис. 2. Согласно

РИС. 2. ФИНАНСОВАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ПРОЕКТА ПО ПОКУПКЕ ПАТЕНТА НА ИЗГОТОВЛЕНИЕ ПРЕПАРАТА

	Год 0	Год 1	Год 2	Год 3
Цена упаковки		\$6,00	\$6,05	\$6,10
Количество проданных, шт.		802000	967000	1132000
Выручка		\$4 812 000	\$5 850 350	\$6 905 200
Себестоимость		\$2 646 600	\$3 217 693	\$3 797 860
Валовая прибыль		\$2 165 400	\$2 632 658	\$3 107 340
Операционные издержки		\$324 810	\$394 899	\$466 101
Чистый доход до налогов		\$1 840 590	\$2 237 759	\$2 641 239
Налоги		\$588 989	\$716 083	\$845 196
Стартовые инвестиции	–\$3 400 000			
Чистый доход	–\$3 400 000	\$1 251 601	\$1 521 676	\$1 796 043
NPV (3 года)	\$344 796			
IRR (3 года)	15%			

¹ Метод Монте-Карло используется также как один из способов вычисления стоимости финансовых и реальных опционов.

прогнозам аналитиков, компания в первый, второй и третий год проекта продаст соответственно 802 тыс., 967 тыс. и 1132 тыс. упаковок лекарства по цене \$6, \$6,05 и \$6,10 за упаковку.

Ставка налога на прибыль равна 32%, ставка дисконтирования равна 10%, себестоимость составляет 55%, а операционные издержки — 15% от цены препарата. Для вычисления NPV и IRR проекта в Excel использовались функции ЧПС («Чистая приведенная стоимость») и ВСД («Внутренняя ставка доходности»). По результатам расчетов IRR проекта составляет 15%, а NPV — \$344,8 тыс. Поскольку $NPV > 0$, то компании следует принять проект.

Несмотря на положительные результаты стандартного анализа все равно в полученных прогнозах нельзя быть полностью уверенными. Рынок лекарственных препаратов является весьма конкурентным. Конкуренция со стороны других препаратов может привести к снижению цены ниже прогнозируемой. Также из-за влияния конкуренции трудно точно предсказать объем продаж препарата (количество упаковок). Помимо цены и объема продаж не поддаются точному прогнозу будущая себестоимость препарата и операционные издержки. Очень часто себестоимость и издержки превышают запланированные. Кроме того, они могут колебаться год от года.

В данном случае мы имеем дело с высоким уровнем непрерывной (рыночной) неопределенности, поэтому стандартная финансовая модель по методу DCF не может дать достаточных для принятия решения результатов. Для одновременного учета неопределенности в цене, продажах, себестоимости и издержках применяется анализ по методу Монте-Карло. Основные параметры финансовой модели — цена, объем продаж — моделируются как случайные переменные, имеющие вероятностное распределение. Анализ по методу Монте-Карло предоставит необходимую информацию для ведения более обоснованных переговоров о покупке патента на изготовление лекарства, а также позволит понять, какие факторы в

наибольшей степени повлияют на финансовые результаты проекта.

Для моделирования цены продажи (в первый, второй и третий год проекта отдельно) используется треугольное распределение. Треугольное распределение имеет три параметра — минимальное значение, максимальное значение и наиболее вероятное значение. Его, как правило, используют для моделирования параметров, которые менеджеры в значительной степени могут контролировать. Цена продажи в первый год имеет минимальное значение \$5,90, максимальное значение — \$6,10 и наиболее вероятное значение — \$6,00 (рис. 3). Аналогично, цена продажи во второй год имеет треугольное распределение с параметрами \$5,95; \$6,05; \$6,15. Цена продажи на третий год имеет треугольное распределение с параметрами \$6,00; \$6,10; \$6,20.

В отличие от цены, которая колеблется, но находится под контролем менеджеров компании, объем продаж зависит от не контролируемых фирмой факторов. Как правило, объем продаж моделируется как случайная переменная с нормальным распределением.

Объем продаж в первый год имеет нормальное распределение со средним значением (математическим ожиданием) \$802 тыс. и стандартным отклонением \$25 тыс. (рис. 4). Аналогично, объем продаж во второй год имеет нормальное распределение с ожиданием

РИС. 3. ТРЕУГОЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЦЕНЫ ПРОДАЖ В ПЕРВЫЙ ГОД ПРОЕКТА

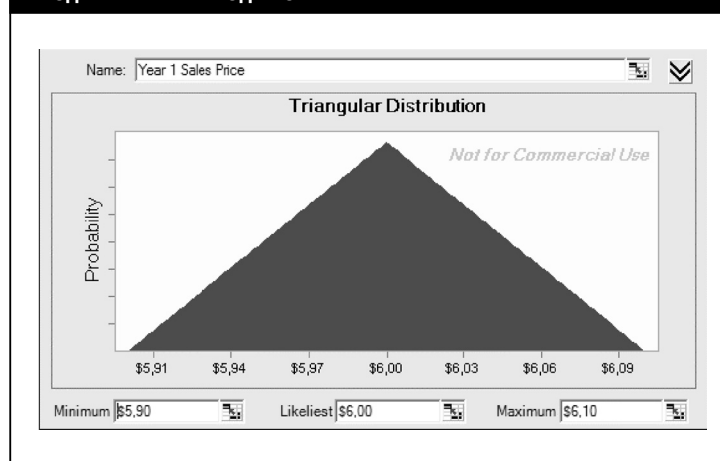
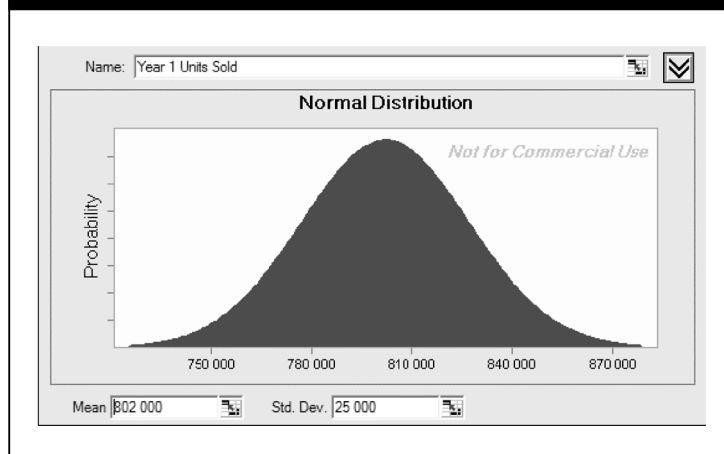


РИС. 4. НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛЯ ОБЪЕМА ПРОДАЖ В ПЕРВЫЙ ГОД ПРОЕКТА

\$967 тыс. и стандартным отклонением \$30 тыс. Наконец, объем продаж в третий год имеет нормальное распределение с ожиданием \$1132 тыс. и стандартным отклонением \$25 тыс.

Себестоимость (процент от продаж), как предполагается, имеет треугольное распределение с минимальным значением 50%, максимальным значением 65% и наиболее вероятным значением 55%. Следует отметить, что в данном случае треугольное распределение имеет не симметричную форму, а немного скошено вправо, т. е. имеется большая вероятность того, что себестоимость будет завышена, а не занижена по сравнению с наиболее вероятным значением. Операционные издержки (процент от продаж) моделируются как нормальное распределение с ожиданием 15% и стандартным отклонением 2%.

Всего в ходе анализа по методу Монте-Карло было сделано 10 тыс. повторов. При каждом повторе программа генерировала новые

значения для случайных переменных (параметров финансовой модели) и вычисляла значение NPV и IRR проекта. Результаты анализа в виде гистограммы показаны на рис. 5 и рис. 6. и обобщены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, средняя NPV проекта составляет 202 тыс., что значительно меньше, чем NPV стандартной модели (344,8 тыс.) Это результат скошенного вправо распределения себестоимости. Анализ по методу Монте-Карло показывает: вероятность того, что NPV проекта будет положительной, не является стопроцентной. Как видно из гистограммы, существует вероятность (почти 25%) того, что NPV проекта окажется отрицательным. Таким образом в одной четвертой всех случаев при определенной комбинации факторов компания понесет потери. В то же время при благоприятном стечении факторов NPV проекта может превышать \$1 млн.

МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО И ОПТИМИЗАЦИЯ. ВЫЧИСЛЕНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ NPV ПРОЕКТА ПО РАЗРАБОТКЕ НЕФТЯНОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

Анализ Монте-Карло можно использовать не только для более реалистичной оценки инвестиционной привлекательности проекта, но также и для выбора оптимальной комбинации параметров проекта. Рассмотрим проект по разработке нефтяного месторождения. В основе модели проекта лежат предварительные данные о величине резервов² месторождения³. Задача анализа — основываясь на величине запасов и проценте нефтеотдачи (Recovery Rate),

ТАБЛИЦА 1. РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ IRR И NPV ПРОЕКТА

	Среднее	Минимум	Максимум	P10	P50	P90
IRR, %	13	0	26	7	13	19
NPV, \$	202,3 тыс.	-637,9 тыс.	1044 тыс.	-189,8 тыс.	221,5 тыс.	560 тыс.

² Stock Tank Oil Initially In Place, сокращенно STOIP.

³ Используемые далее сокращения: mmbbls — миллион баррелей (для годовых и совокупных показателей), mbd — тысяча баррелей в день (для дневных показателей).

РИС. 5. РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО: ГИСТОГРАММА ДЛЯ ВНУТРЕННЕЙ СТАВКИ ДОХОДНОСТИ (IRR) ПРОЕКТА

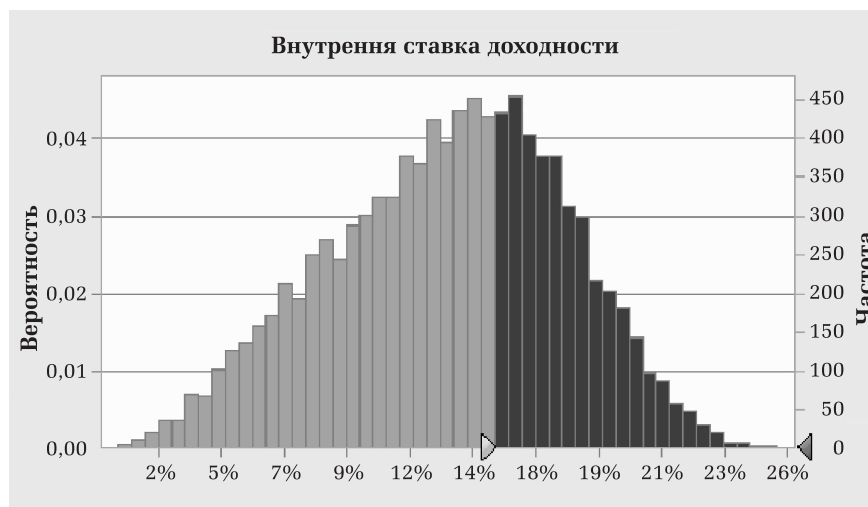
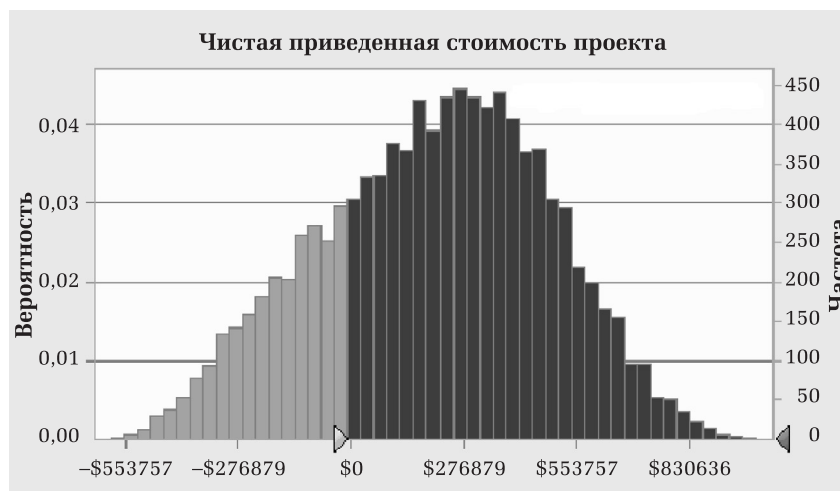


РИС. 6. РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА МОНТЕ-КАРЛО: ЧИСТАЯ ПРИВЕДЕННАЯ СТОИМОСТЬ (NPV) ПРОЕКТА



рассчитать NPV проекта, а также определить оптимальные темпы добычи нефти и оптимальное количество скважин на месторождении.

В качестве критерия оптимизации выбран десятый процентиль распределения NPV проекта — нефтяная компания хочет максимизировать такое значение NPV, которого она может

достигнуть или превысить с 90%-ной вероятностью.

График добычи нефти включает три этапа:

- 1) фаза роста добычи — период введения в работу новых скважин;
- 2) фаза плато: после достижения определенного уровня добычи (плато), добыча

продолжается на постоянном уровне до тех пор, пока пластовое давление остается постоянным и пока не добыта определенная доля резервов;

3) фаза снижения добычи — период, когда темпы добычи равномерно снижаются с течением времени. Темпы добычи на этом этапе описываются с помощью экспоненциальной функции:

$$P(t) = P(0) \exp(-ct),$$

где t — время после начала фазы плато, а c — константа.

Первичные данные для анализа представлены в табл. 2 и табл. 3.

Дополнительные вычисления для анализа представлены в табл. 4.

Годовая добыча вычисляется отдельно для трех фаз развития проекта:

■ в фазе плато: *годовая добыча* = 0,365 × *темпы добычи в фазе плато*;

■ в фазе роста, которая в данном случае занимает два года, годовая добыча в первый год равна одной 1/3 от годовой добычи в фазе плато; во второй год фазы роста — равна 2/3 от годовой добычи в фазе плато;

■ в фазе спада годовая добыча снижается экспоненциально и вычисляется по формуле:

$$D_t = D_{\text{плато}} \times \frac{\exp(-g(t - t_{\text{конец плато}} - 1)) - \exp(-g(t - t_{\text{конец плато}}))}{g},$$

где g — фактор снижения добычи.

Результаты вычислений годовой и кумулятивной добычи нефти показаны в табл. 5.

Совокупные затраты на скважины вычисляются так: *затраты на одну скважину* × *количество скважин*. Затраты на месторождение зависят от темпов добычи вычисляются по табл. 3. Чистая приведенная стоимость проекта вычисляется по формуле:

$$NPV = \text{дисконтированная кумулятивная добыча} \times (\text{нефтяная маржа}) - \text{затраты на скважины} - \text{затраты на месторождение}.$$

Результаты вычислений NPV проекта показаны в табл. 6.

Как видно из расчетов, NPV проекта равен \$259 млн. Однако существует значительная неопределенность относительно базовых параметров проекта, таких как величина запасов, коэффициент нефтеотдачи, темпы добычи, ставка дисконтирования и издержки на скважину. Поэтому для более реалистичного вычисления NPV проекта используется метод Монте-Карло.

ТАБЛИЦА 2. ПЕРВИЧНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ АНАЛИЗА

Параметр	Значение	Единицы измерения
Размер запасов	1500	mmbbls
Коэффициент нефтеотдачи	42	%
Время до достижения плато	2	лет
Темпы добычи из скважины	10	mbd
Количество скважин	25	штук
Минимальные темпы добычи	10	mbd
Ставка дисконтирования	10	%
Издержки на скважину	10	\$, млн
Совокупная добыча	250	mbd
Нефтяная маржа	2	\$ за баррель
Завершение фазы плато	65	% резервов
Темпы добычи в фазе плато	10	% резервов ежегодно

Итак, существует значительная неопределенность относительно реальной величины запасов на месторождении. Поскольку величина запасов не может быть отрицательной величиной, то для моделирования используется логнормальное распределение с ожиданием 1500 и стандартным отклонением 300 mmbbls (рис. 7).

Также предполагается, что коэффициент нефтеотдачи имеет нормальное распределение с математическим ожиданием 42% и стандартным отклонением 1,2%. Темпы добычи из скважины имеют нормальное распределение с ожиданием 10% и стандартным отклонением 3%. Ставка дисконтирования, как предполагается, имеет нормальное распределение с ожиданием 10% и стандартным отклонением 1,2%. И, наконец, издержки на скважину моделируются как треугольное распределение с минимальным значением 9%, максимальным значением 12% и наиболее вероятным значением 10%. Всего в ходе анализа проводится 10 тыс. повторов. Результаты анализа показаны на рис. 8. и в табл. 7.

Можно ли улучшить результаты проекта и повысить NPV? Является ли количество скважин, темпы добычи и совокупная добыча оптимальными? Какова наилучшая комбинация этих параметров, дающая максимальный NPV?

ТАБЛИЦА 3. ИЗДЕРЖКИ НА МЕСТОРОЖДЕНИЕ

Добыча, тыс. баррелей в день	Издержки, \$, млн
50	70
100	130
150	180
200	220
250	250
300	270
350	280

РИС. 7. ЛОГНОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛЯ ВЕЛИЧИНЫ ЗАПАСОВ НА МЕСТОРОЖДЕНИИ

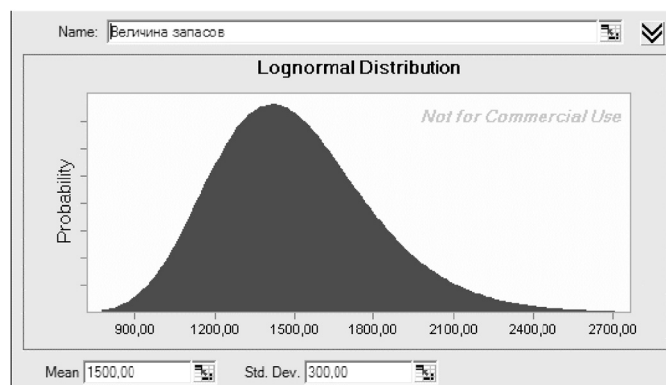


ТАБЛИЦА 4. ВЫЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА

Параметр	Результат	Единицы	Формула для вычисления
Резервы	630,00	mmbbls	Запасы × нефтеотдача
Максимальные темпы добычи (плато)	172,60	mbd	Резервы × темпы добычи в фазе плато × 0,365
Темпы добычи (плато)	172,60	mbd	Темпы добычи из одной скважины × количество скважин
Добыча в фазе роста	63,00	mmbbls	$0,365 \times \text{темпы добычи (плато)} \times \text{время до достижения плато} \times 0,5$
Добыча в фазе плато	346,50	mmbbls	Резервы × завершение периода плато – добыча в фазе роста
Время завершения фазы плато	7,50	лет	$\text{Добыча в фазе плато} / (0,365 \times \text{темпы добычи в плато}) + \text{время до начала плато}$
Фактор снижения добычи	0,2692		$0,365 \times (\text{темпы добычи в плато} - \text{минимальные темпы добычи}) / (\text{резервы} - \text{добыча в плато} - \text{добыча в фазе роста})$
Время завершения работ	18,08	лет	$\text{Время завершения плато} - \text{LN}(\text{минимальные темпы добычи} / \text{темпы добычи в плато}) / \text{фактор снижения добычи}$

ТАБЛИЦА 5. ГОДОВАЯ И КУМУЛЯТИВНАЯ ДОБЫЧА НЕФТИ

Год	Темпы добычи (mbd)	Годовая добыча (mmb)	Кумулятивная добыча (mmb)	Кумулятивная дисконтированная добыча (mmb)
1	57,53	21,00	21,00	21,00
2	115,07	42,00	63,00	59,18
3	172,60	63,00	126,00	111,25
4	172,60	63,00	189,00	158,58
5	172,60	63,00	252,00	201,61
6	172,60	63,00	315,00	240,73
7	172,60	63,00	378,00	276,29
8	167,05	60,97	438,97	307,58
9	132,27	48,28	487,25	330,10
10	101,06	36,89	524,14	345,74
11	77,21	28,18	552,32	356,61
12	58,99	21,53	573,85	364,16
13	45,07	16,45	590,30	369,40
14	34,43	12,57	602,87	373,04
15	26,31	9,60	612,47	375,57
16	20,10	7,34	619,81	377,32
17	15,36	5,61	625,41	378,54
18	11,73	4,28	629,70	379,39
19	0,83	0,30	630,00	379,45
20	0,00	0,00	630,00	379,45

ТАБЛИЦА 6. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ NPV

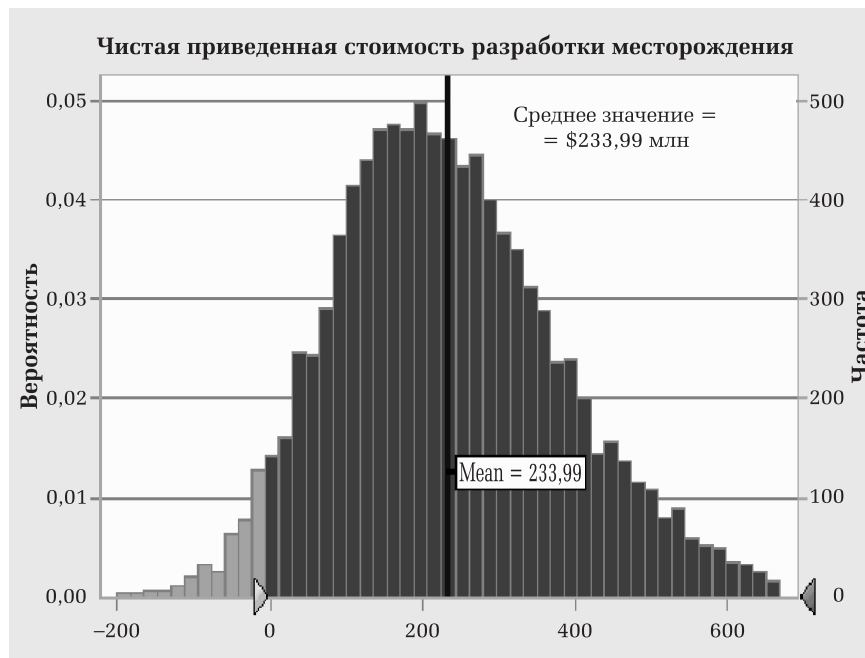
Дисконтированная кумулятивная добыча	379,45	Баррелей, млн
Затраты на скважины	250,00	\$, млн
Затраты на месторождение	250,00	\$, млн
NPV	258,89	\$, млн

Менеджеры могут управлять этими параметрами. Для подбора оптимальных параметров используется оптимизационный анализ в сочетании с методом Монте-Карло. Для каждой из возможных комбинаций сочетания (количество скважин, темпы выработки в год, совокупная добыча) проводится анализ по методу Монте-Карло, а затем выбирается комбинация, которая максимизирует определенный критерий. В качестве критерия оптимизации выбран десятый процентиль распределения

NPV проекта — нефтяная компания хочет максимизировать такое значение NPV, которого она может достигнуть или превысить с 90%-ной вероятностью. Результаты оптимизационного анализа приводятся в табл. 8.

АНАЛИЗ ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО С КОРРЕЛИРОВАННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ. РАСЧЕТ NPV ПРОЕКТА ПО ДОБЫЧЕ ЗОЛОТА

До сих пор мы рассматривали случаи, когда параметры финансовой модели не были коррелированными между собой. Однако такая ситуация не является вполне реалистичной. Например, продажи лекарства во второй год проекта, скорее всего, должны иметь высокую степень корреляции с продажами в первый год. Цена может иметь значительную

РИС. 8. РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО: РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСТОЙ ПРИВЕДЕННОЙ СТОИМОСТИ ПРОЕКТА ПО РАЗРАБОТКЕ НЕФТЯНОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ**ТАБЛИЦА 7. РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ NPV ПРОЕКТА ПО РАЗРАБОТКЕ МЕСТОРОЖДЕНИЯ**

	Среднее	Минимум	Максимум	P10	P50	P90
NPV, \$	234 млн	-497 млн	831 млн	49,80 млн	221,4 млн	441,8 млн
Вероятность того, что NPV > 0, равна 95,49%.						

ТАБЛИЦА 8. РЕЗУЛЬТАТЫ ОПТИМИЗАЦИИ АНАЛИЗА ДЛЯ ПРОЕКТА ПО РАЗРАБОТКЕ МЕСТОРОЖДЕНИЯ НЕФТИ

	Среднее	Минимум	Максимум	P10*	P50	P90
NPV, \$	345 млн	-198 млн	627 млн	253 млн	348 млн	440,3 млн

Примечание: критерий оптимизации — P10 (десятый процентиль распределения NPV). Параметры, максимизирующие P10 проекта: количество скважин — 13; темпы добычи — 11,58% запасов ежегодно в фазе плато; совокупная добыча — 99 mbd.

корреляцию с себестоимостью, а цена или себестоимость в первый год могут иметь высокую корреляцию с ценой и себестоимостью на следующий год. Программное обеспечение для анализа по методу Монте-Карло поз-

воляет устанавливать необходимую корреляцию между моделируемыми переменными.

В качестве примера рассмотрим финансовую модель проекта по добыче золота⁴. Горнодобывающая компания хочет рассчитать

⁴ Данная финансовая модель взята из курса Г. Дэйвиса по экономике минеральных ресурсов в Колорадском горном институте (Colorado School of Mines) и первоначально была опубликована в статье *Optimum production rate selection* [1].

ТАБЛИЦА 9. ТЕХНИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ПРОЕКТА

Среднее содержание золота, г / т	4,05
Минимальное содержание золота, г / т	0,65
Имеющиеся резервы, млн т	8,3
Запасы золота в резервах, кг	33615
Коэффициент вскрыши (соотношение руды к породе)	2,0
Темпы добычи руды, т / день	6000
Коэффициент извлечения, %	95
Рабочих дней в году	355
Срок жизни рудника, лет	6

ТАБЛИЦА 10. ФИНАНСОВЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПРОЕКТА

Цена золота, \$ / г	10,50
Издержки добычи, \$ / т	2,62
Издержки переработки, \$ / т	6,88
Общая сумма операционных издержек, \$ / т	9,50
Капитальные расходы на добычу, \$, тыс.	24420
Капитальные расходы на переработку, \$, тыс.	54318
Общая сумма капитальных расходов, \$, тыс.	78738
Оборотный капитал, \$, тыс.	12000
Издержки на геологоразведочные работы, \$, тыс.	910
Скидка на истощение резервов (вариант амортизации), %	15
Роялти, отчисления (% чистых доходов)	5
Ставка налога на доходы, %	46
Ликвидационная стоимость, % капитала	10
Реальная ставка дисконтирования, %	10
Инфляция, %	3

стоимость небольшого проекта по добыче золота закрытым способом. Месторождение предположительно содержит 1 млн унций⁵ золота. Были проведены геологоразведочные работы, но тем не менее сохраняется достаточная неопределенность относительно количества запасов руды. Это, в свою очередь, ведет к неопределенности в вычислении предполагаемой длительности проекта. Также существует неопределенность относительно капитальных затрат, затрат на добычу и переработку, размера оборотного капитала, темпов добычи, цену золота, качества

руды и процента ее извлечения. Задача — сначала провести стандартный DCF-анализ и вычислить NPV проекта, а затем с помощью метода Монте-Карло оценить влияние на NPV геологической и экономической неопределенности. Технические и финансовые параметры проекта представлены в табл. 9 и табл. 10.

Для вычисления NPV проекта необходимо вычислить чистые денежные потоки. Мы опускаем начальные этапы построения модели и приводим только последний этап вычисления чистых денежных потоков и NPV проекта в табл. 11. Согласно стандартной финансовой модели NPV проекта равна \$22391 тыс.

На втором этапе анализируется влияние на проект геологической и экономической неопределенности. Для проведения анализа по методу Монте-Карло отдельные параметры моделируются как случайные переменные.

■ Начальные резервы имеют логнормальное распределение с ожиданием 8,3 млн т и стандартным отклонением в 200 тыс. т. Размер резервов имеет положительную корреляцию с темпами добычи руды, а также с качеством (Grade) руды и ценой золота.

■ Ожидаемые темпы добычи руды составляют 6 тыс. т в день. Для моделирования используется нормальное распределение со стандартным отклонением 500 т / день. Добыча, с одной стороны, имеет положительную корреляцию с капитальными издержками по добыче и переработке. С другой стороны, добыча имеет негативную корреляцию с удельными операционными издержками по добыче и переработке.

■ Капитальные затраты по добыче и капитальные затраты по переработке имеют треугольное распределение с ожидаемым значением \$24420 и \$54318. Минимальные издержки составляют 90% от среднего значения, а максимальные — 115% от среднего. Затраты по добыче и по переработке имеют положительную корреляцию между собой.

■ Оборотный капитал имеет треугольное распределение с ожиданием \$12 млн. Минимальные издержки составляют 90% от среднего,

⁵ Тройская унция приблизительно равна 31 грамму.

ТАБЛИЦА 11. ЧИСТЫЕ ДЕНЕЖНЫЕ ПОТОКИ И NPV

Доход после налогов, \$	-12883	3496	10632	11202	12343	4394	29183
+ амортизация, \$	16732	15833	11352	10296	8184	7540	69937
+ истощение ресурсов	0	7036	11118	11118	11118	432	40820
+ износ	563	563	563	563	563	563	
– капитальные расходы, \$	68896	11811	0	3937	0	0	84644
– оборотный капитал, \$	12000	0	0	0	0	-12000	0
Чистые денежные потоки, \$	-76486	14554	33101	28679	31644	24366	55859
Кумулятивные денежные потоки, \$	-76486	-61932	-28831	-152	31493	55859	
NPV при ставке дисконтирования в 10%, \$, тыс.	22391						
IRR, %	20						

максимальные издержки — 115% от среднего. Оборотный капитал имеет положительную корреляцию с операционными издержками на второй год проекта.

■ Качество руды имеет нормальное распределение со средним 4,05 г / т и стандартным отклонением 0,41 г / т. Качество руды положительно коррелирует с коэффициентом извлечения (Recovery Rate).

■ Коэффициент извлечения на каждый год проекта имеет однородное распределение между 93% и 97% (рис. 9). Каждый год коэффициент извлечения имеет положительную корреляцию с качеством руды и прошлогодним коэффициентом извлечения.

■ Цена золота для каждого проекта имеет логнормальное распределение с ожиданием 10,50 г / т и стандартным отклонением 10%. Цены золота между смежными годами имеют высокую корреляцию. Кроме того, ожидаемое значение распределения для периода ($t + 1$), равно случайному выбору для периода t .

■ Ежегодные операционные издержки добычи имеют логнормальное распределение со

средним значением \$2,62 и стандартным отклонением 25% от среднего.

■ Операционные издержки по переработке также имеют логнормальное распределение с ожиданием \$6,88 и стандартным отклонением, равным 25% от среднего.

Результаты анализа по методу Монте-Карло показаны на рис. 10 и в табл. 12.

РИС. 9. ОДНОРОДНОЕ (UNIFORM) РАСПРЕДЕЛЕНИЕ В ИНТЕРВАЛЕ ОТ 93% ДО 97% ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТА ИЗВЛЕЧЕНИЯ

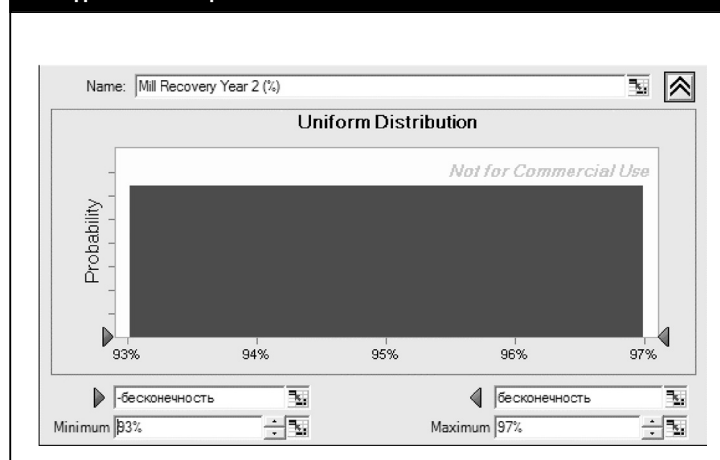


ТАБЛИЦА 12. РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ NPV ПРОЕКТА ПО РАЗРАБОТКЕ МЕСТОРОЖДЕНИЯ ЗОЛОТА

	Среднее	Минимум	Максимум	P10	P50	P90
NPV, \$	24233 тыс.	-77,3 млн	169,2 млн	-17,9 млн.	22,2 млн	68,6 млн
Вероятность того, что NPV > 0, равна 75,96%						

РИС. 10. РЕЗУЛЬТАТЫ МОНТЕ-КАРЛО: РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСТОЙ ПРИВЕДЕННОЙ СТОИМОСТИ (NPV) ПРОЕКТА ПО ДОБЫЧЕ ЗОЛОТА.



ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕРВАЛА ЦЕНЫ АКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО. МОДЕЛЬ ПО РАСЧЕТУ СТОИМОСТИ IPO КОМПАНИИ

В данном разделе мы применим анализ Монте-Карло к оценке стоимости компании Netscape Communication Corporation⁶. Данная финансовая модель была разработана андеррайтерами компании при ее выходе на IPO⁷. Первичное публичное размещение акций компании состоялось 9 августа 1995 г. и послужило началом выхода интернет-компаний на биржи.

Андеррайтеры компании планировали предложить к размещению 5 млн акций дополнительной эмиссии по цене \$28 за акцию. До этого на венчурном этапе в компанию было инвестировано только \$27 млн. В момент выхода на IPO компания еще была убыточна. Ее балансовая стоимость составляла \$16 млн. При цене размещения \$28 за акцию рыночная

капитализация компании должна была превысить \$1 млрд. Андеррайтеры рассчитали стоимость компании путем сложения чистой приведенной стоимости денежных потоков до 2005 г. и конечной стоимости компании после 2005 г. Конечная стоимость была рассчитана на основании предположения о том, что чистые денежные потоки после 2005 г. будут расти с постоянным темпом — g (4%). Компания не имеет долга, следовательно, ставка дисконтирования денежных потоков равна стоимости акционерного капитала, которая вычисляется согласно модели CAPM по формуле:

$$r_e = r_f + \beta \times (r_m - r_f) = 6,71 + 1,5 \times 7,50 = 17,96\%.$$

где r_e — ожидаемая доходность акционерного капитала (стоимость АК);
 r_f — без-рисковая ставка;
 r_m — доходность рыночного портфеля акций;
 $(r_m - r_f)$ — премия за рыночный риск;
 β — бета для модели CAPM.

⁶ Данная компания известна тем, что разработала первый полноценный интернет-браузер, а также была первой интернет-компанией, которая провела IPO на фондовой бирже.

⁷ Модель приводится в книге *The Art of Modeling with Spreadsheets* [5].

Основные допущения модели и результаты вычислений показаны в табл. 13.

Основной компонент стоимости — полная приведенная стоимость, состоит из приведенной стоимости свободных денежных потоков и приведенной стоимости конечной (остаточной) стоимости фирмы. Коэффициент приведенной конечной стоимости к полной приведенной стоимости равен 77% — это означает, что 77% стоимости будут созданы после 2005 г. Цена за акцию вычисляется делением полной приведенной стоимости фирмы на 38 млн акций (после IPO). Следует также отметить полное отсутствие долга у компании. Финансовая модель представлена в табл. 14.

Когда в финансовой модели имеется большое число параметров, то рекомендуется использовать график «торнадо». С помощью

«торнадо» можно зрительно определить, какой из параметров оказывает наибольшее влияние на стоимость компании. На графике (рис. 11) показано, как изменяется стоимость компании, когда каждый из параметров изменяется на $\pm 10\%$. Анализ «торнадо» показывает, что наиболее важными параметрами модели для вычисления стоимости компании являются:

- темпы роста выручки;
- затраты на НИОКР (как процент от выручки);
- бета компании, используемая для определения стоимости капитала;
- премия за рыночный риск ($r_m - r_f$).

Стоимость компании наиболее чувствительна к величине трех параметров: темпа роста выручки, затрат на НИОКР и премии за

ТАБЛИЦА 13. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ СТОИМОСТИ NETSCAPE COMMUNICATION CORPORATION

Выручка	Рост 65% в год
Операционные издержки	10,4% от выручки
Затраты на НИОКР	36,8% от выручки
Амортизация	5,5% выручки
Другие операционные издержки	Процент от выручки (сначала 80%, затем убывает до 20%)
Прибыль до налогов	Выручка – операционные издержки – затраты на НИОКР – амортизация – другие издержки
Налоги	Прибыль до налогов $\times 0,34$
Чистый доход	Прибыль до налогов – налоги
Капиталовложения	Процент от выручки (от 45%, затем снижается до 10%)
Изменения в оборотном капитале	Процент от выручки (в данном случае 0%)
Чистые денежные потоки	Чистый доход + амортизация – капитальные вложения – изменение в оборотном капитале
Бета (для модели CAPM)	1,5
Безрисковая ставка, %	6,71
Премия за рыночный риск, %	7, 50
Стоимость АК, %	17,96
Конечная стоимость, 2005 г.	$(ЧДП_{2005} \times (1 + g)) / (r_e - g)$
Чистая приведенная стоимость (NPV): \$1057 млн. Соотношение: остаточная стоимость TV / NPV : 0,77. Количество акций: 33 млн. Дополнительная эмиссия IPO: 5 млн. Итого: 38 млн акций. Цена за акцию: \$27,82. Всего в ходе IPO компания получит \$139100 тыс.	

ТАБЛИЦА 14. ФИНАНСОВАЯ МОДЕЛЬ СТОИМОСТИ КОМПАНИИ NETSCAPE COMMUNICATION CORPORATION

	Данные	Прогноз									
	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Выручка	33250	54863	90523	149363	246449	406641	670958	1107081	1826683	3014027	4973145
Операционные издержки	3472	5706	9414	15534	25631	42291	69780	115136	189975	313459	517207
Затраты на НИОКР	12230	20189	33313	54966	90693	149644	246913	407406	672219	1109162	1830117
Амортизация	1836	3017	4979	8215	13555	22365	36903	60889	100468	165771	273523
Другие операционные издержки	26898	43890	58840	82150	110902	142324	167739	221416	365337	602805	994629
Прибыль до налогов	-11186	-17940	-16023	-11501	5668	50017	149624	302233	498684	822829	1357668
Налоги	-3803	-6100	-5448	-3910	1927	17006	50872	102759	169553	279762	461607
Чистый доход	-7383	-11840	-10575	-7591	3741	33011	98752	199474	329132	543067	896061
Капиталовложения	15236	24688	36209	44809	49290	40664	67096	110708	182668	301403	497314
Изменения в оборотном капитале	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Чистые денежные потоки	-20783	-33511	-41805	-44185	-31994	14712	68558	149655	246931	407436	672270
Конечная стоимость 2005	5008313										
ПС ЧДП (PV FCF)	243196										
ПС КС (PV TV)	813971										
Итого: ПС (PV)	1057167										

рыночный риск⁸. Для дальнейшего исследования следует провести анализ по методу Монте-Карло. Для моделирования использованы следующие статистические распределения:

- ежегодные темпы роста выручки имеют нормальное распределение с ожиданием 65% и стандартным отклонением 5%;

- затраты на НИОКР имеют треугольное распределение: минимум 32%, максимум 42%, наиболее вероятное значение — 37%;

- премия за рыночный риск имеет прямоугольное (однородное) распределение: минимум 5%, максимум 10%, все значения

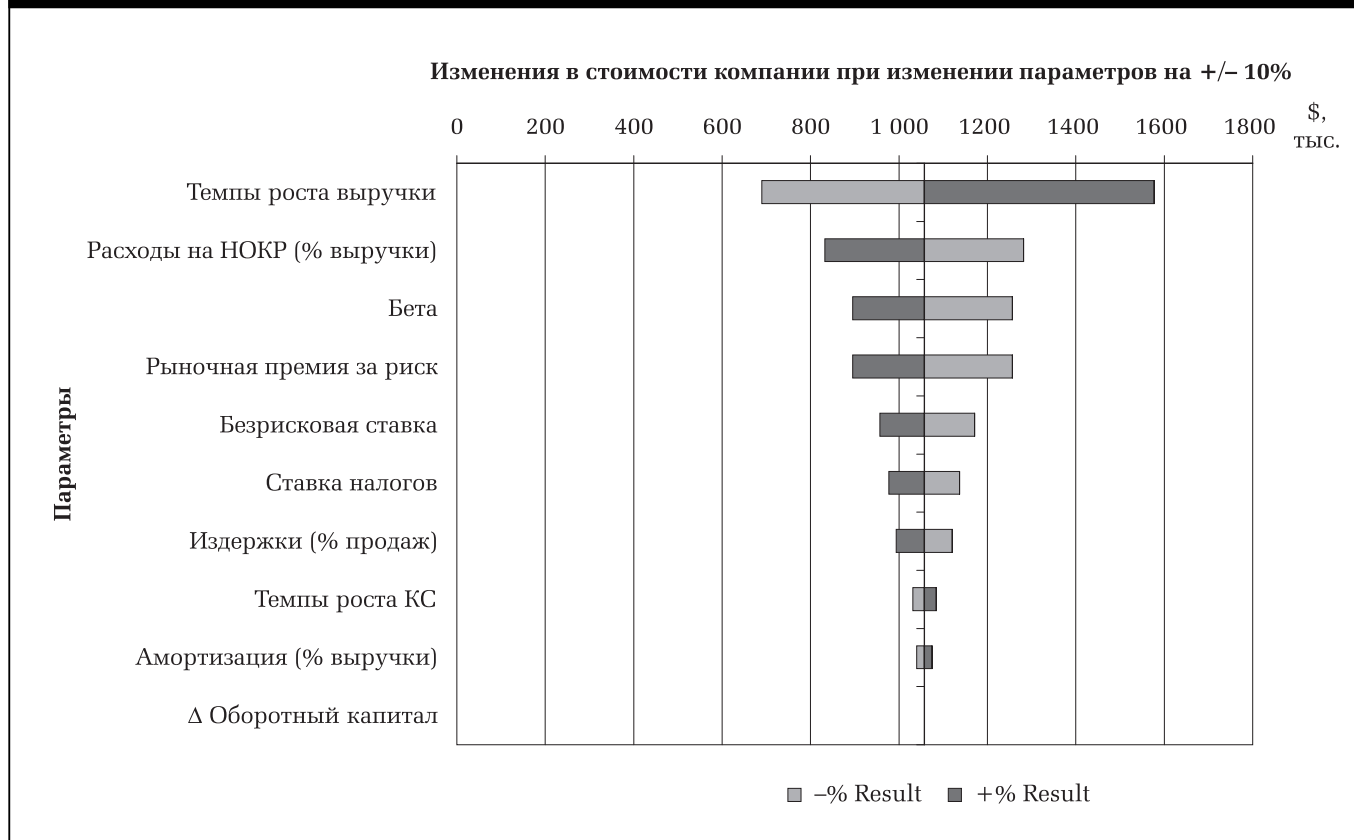
равновероятно распределены между минимумом и максимумом;

- при моделировании было использовано 10 тыс. повторов.

Результаты анализа по методу Монте-Карло для стоимости компании и стоимости одной акции показаны на рис. 12 и рис. 13.

Как видно из результатов, в среднем стоимость компании составляет около \$1160 млн, однако она может опуститься до \$152 млн. Существует 10%-ная вероятность того, что стоимость компании будет ниже, чем \$553 млн. Анализ по методу Монте-Карло позволяет понять

⁸ Стоимость компании также чувствительна к бете компании, однако этот параметр является фиксированным в краткосрочном плане.

РИС. 11. ГРАФИК «ТОРНАДО»: АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ СТОИМОСТИ КОМПАНИИ К 10%-НОМУ ИЗМЕНЕНИЮ ВЕЛИЧИНЫ ПАРАМЕТРОВ ФИНАНСОВОЙ МОДЕЛИ

чрезвычайный уровень неопределенности при оценке стоимости компании и ценообразовании на IPO.

Цена акции колеблется от \$4 до \$118. Средняя цена составляет \$30,53. Результаты анализа показывают, что акции, купленные по цене \$28, могут стоить только \$4. В то же время у инвесторов есть 10%-ный шанс на то, что цена акций может быть более \$50.

Инвесторы, покупающие акции компаний, должны четко представлять себе возможные риски колебания цены акций. Анализ Монте-Карло позволяет количественно просчитать и графически описать подобные риски. Представляется, что анализ Монте-Карло должен стать необходимым инструментом для всех аналитиков инвестиционных банков, а инвестиционные отчеты о компаниях должны

содержать не просто общие рассуждения о «потенциальных рисках», но и отдельный раздел с обсуждением результатов анализа по методу Монте-Карло для цены акций компании.

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ АНАЛИЗА ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО

Все вычисления для данной статьи были сделаны с использованием программы Crystal Ball, выпускаемой компанией Decisioneering Inc⁹. Альтернативной программой, с помощью которой можно провести анализ по методу Монте-Карло, является @Risk, выпускаемая компанией Palisade Corporation.

⁹ Недавно Decisioneering Inc. была приобретена более крупным изготовителем ПО — компанией Hyperion Solutions.

РИС. 12. РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО: РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СТОИМОСТИ КОМПАНИИ ПРИ IPO



РИС. 13. РЕЗУЛЬТАТЫ МОНТЕ-КАРЛО: РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СТОИМОСТИ ЗА АКЦИЮ



ЛИТЕРАТУРА

1. Cavender B. (1992). Optimum production rate selection. *Mining Engineering*.
2. Fisher I. (1965). The Theory of Interest. New York: Reprints of Economic Classics.
3. Goldman L. (2002). Crystal Ball Professional Introductory Tutorial. Proceedings of the 2002 Winter Simulation Conference. E. Yucesan, C.-H. Chen, J. L. Snowdon, and J. M. Charnes, eds.
4. Poel R. van der, Jansen J. D. (2004). Probabilistic analysis of the value of a smart well for sequential production of a stacked reservoir. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, No. 44, pp. 155–172.
5. Powell S., Baker K. R. (2004). The Art of Modeling with Spreadsheets. John Wiley and Sons.
6. Solomon E. (1956). The arithmetic of capital-budgeting decisions. *The Journal of Business*, April, No. 29, pp. 124–129.
7. Winston W. (1998). Financial Models Using Simulation and Optimization. Palisade Corporation, Newfield, NY, pp. 107–112.