

기초 컴퓨터 그래픽스 HW-4

0. 정리

$$c = e_{cm} + a_{cm} * a_{cs} + \sum_{i=0}^{n-1} (att_i)(spot_i)[a_{cm} * a_{cli} + (n \odot \overrightarrow{VP_{pli}})d_{cm} * d_{cli} + (f_i)(n \odot \hat{h}_i)^{s_{rm}} s_{cm} * s_{cli}]$$

일단 위 공식은 OpenGL의 기본 조명 공식을 의미한다. 이 기본 조명 공식은 **퐁의 조명 모델**을 기반으로 하고, RGB 채널에 대한 계산만을 다룬다는 것을 알아두자.

이 기본 조명 공식은 **n개의 광원에 대한 반사 색깔을 더한 값**인, $\sum_{i=0}^{n-1} (att_i)(spot_i)[a_{cm} * a_{cli} + (n \odot \overrightarrow{VP_{pli}})d_{cm} * d_{cli} + (f_i)(n \odot \hat{h}_i)^{s_{rm}} s_{cm} * s_{cli}]$ 값에 **전역 앰비언트 반사**인 $a_{cm} * a_{cs}$ 와 **물질의 방사색깔**인 e_{cm} 을 더하게 되면, 한 개의 광원이 물체 표면에 직접적으로 미치는 영향을 표현하는 OpenGL의 기본 조명 공식을 얻게 된다.

1. N개의 광원에 대한 반사 색깔의 합의 의미

$$\sum_{i=0}^{n-1} (att_i)(spot_i)[a_{cm} * a_{cli} + (n \odot \overrightarrow{VP_{pli}})d_{cm} * d_{cli} + (f_i)(n \odot \hat{h}_i)^{s_{rm}} s_{cm} * s_{cli}]$$

먼저 위 값에서 대괄호 내부부터 살펴보자. 이 값은 세 부분으로 나눌 수 있는데, 나누면 아래와 같이 설명할 수 있다.

- **i번 광원에 대한 지역 앰비언트 반사 색** : $a_{cm} * a_{cli}$
 - a_{cm} : 물질의 앰비언트 색
 - a_{cli} : i번 광원이 지역 앰비언트 반사에 직접적으로 영향을 미치는 광원의 색

위 값을 계산하면 결국, **i번 광원에 대한 지역 앰비언트 반사 색**이 되는 것이다.

- **난반사** : $(n \odot \overrightarrow{VP_{pli}})d_{cm} * d_{cli}$
위 식은 난반사의 계산식으로 각각의 의미에 대해 살펴보자.
 - d_{cm} : 물질의 난반사 색
 - d_{cli} : i번 광원이 난반사에 직접적으로 영향을 미치는 광원의 색
 - $\overrightarrow{VP_{pli}}$: 광원에서 빛이 들어오는 방향의 반대 방향에 대해서 길이가 1인 벡터
 - V는 현재 조명 계산을 하려는 꼭지점의 좌표 (w 좌표는 0이 아니라고 가정 가능)
 - 점 광원을 사용할 경우
 - P_{pli} 는 광원의 위치를 나타내고, w좌표는 0이 아니다.
 - 평행 광원을 사용할 경우
 - P_{pli} 는 광원의 방향을 나타내며 w좌표는 0이다.

따라서 $\overrightarrow{VP_{pli}}$ 는 광원에서 빛이 들어오는 방향의 반대 방향에 대해서 길이가 1인 벡터가 된다.

- n : 셰이딩 지점의 법선 벡터

이렇게 정의된 $\overrightarrow{VP_{pli}}$ 와 n 벡터의 내적을 취한 $n \odot \overrightarrow{VP_{pli}}$ 는 아래와 같이 사용된다.

$$\begin{cases} n \odot \overrightarrow{VP_{pli}}, & n \odot \overrightarrow{VP_{pli}} > 0 \\ 0, & n \odot \overrightarrow{VP_{pli}} \leq 0 \end{cases}$$

이렇게 정의된 값을 내적하고 곱한 값인 $(n \odot \overrightarrow{VP_{pli}})d_{cm} * d_{cli}$ 은 결과적으로 난반사를 의미하게 된다.

- **정반사** : $(f_i)(n \odot \hat{h}_i)^{s_{rm}} s_{cm} * s_{cli}$
 - h_i : 광원에 대한 방향과 관찰자 방향의 중간 방향으로의 단위 벡터
OpenGL에서의 정의는 아래와 같다.

$$h_i = \begin{cases} \overrightarrow{VP_{pli}} + \overrightarrow{VP_e}, & v_{bs} = \text{TRUE}, \\ \overrightarrow{VP_{pli}} + (0 \ 0 \ 1 \ 0)^t, & v_{bs} = \text{FALSE} \end{cases}$$

- $\overrightarrow{VP_{pli}}$: 광원에 대한 방향

관찰자의 방향은 지역 관찰자를 사용하는지 여부에 따라서 다르게 선택된다.

- $v_{bs} == \text{TRUE}$ (관찰자가 눈 좌표계의 원점 $P_e = (0 \ 0 \ 0 \ 1)^t$ 에 있는 경우, 지역 관찰자를 사용하는 경우)
 - $\overrightarrow{VP_e}$ 가 지역관찰자의 방향이 된다.
- $v_{bs} == \text{FALSE}$ (지역 관찰자를 사용하지 않고, 무한 관찰자를 사용한다면)
 - 눈 좌표계에서 양의 z_e 축 방향인 $(0 \ 0 \ 1 \ 0)^t$ 가 관찰자 방향이 된다.

- f_i : 정반사는 광원이 표면의 앞쪽에서 빛을 비추는 경우만 고려하기 때문에 사용하는 변수
 - f_i 는 \mathbf{n} 벡터와 $\vec{\mathbf{VP}}_{pli}$ 벡터 사이의 각도가 90도보다 크면 1이고, 아니면 0이다.
 - 따라서 광원이 앞에서 빛을 비추지 않는 경우에 0을 곱해 뒤쪽에서 들어오는 빛은 고려하지 않게 된다.
 - s_{cm} : 물질의 정반사 색
 - s_{cli} 는 i 번째 광원이 정반사에 직접적으로 영향을 미치는 광원의 색
- 이렇게 정의된 값을 내적하고 곱한 값인 $(f_i)(n \odot \hat{h}_i)^{s_{rm}} s_{cm} * s_{cli}$ 은 결과적으로 정반사를 의미하게 된다.

결과적으로 이렇게 차례로 설명한 i 번 광원에 대한 지역 앰비언트 반사 색, 난반사, 정반사를 모두 더한 값에 att_i 와 $spot_i$ 를 곱하게 되었을 때, 나온 값이 바로 i 번 광원에 대한 반사 색이다.

이제 att_i 와 $spot_i$ 에 대해 알아보자.

- att_i : 빛의 감쇠 효과를 위한 값

OpenGL에서는 아래와 같은 식으로 정의한다.

$$att_i = \begin{cases} \frac{1}{k_{0i} + k_{1i} \|\mathbf{VP}_{pli}\| + k_{2i} \|\mathbf{VP}_{pli}\|^2}, & \mathbf{P}_{pli} \cdot \mathbf{s} \neq 0, \\ 1.0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- 광원이 무한의 거리만큼 떨어진 평행 광원인 경우
 - \mathbf{P}_{pli} 의 w 좌표가 0이다. 이 경우에 att_i 는 1.0이 되므로 위 식에는 영향을 미치지 않는다.
 - 광원이 점 광원인 경우
 - $\|\mathbf{VP}_{pli}\|$ 는 셰이딩 지점에서 광원까지의 거리이다.
 - 이를 통해 거리에 대한 이차식의 역수를 사용하여 빛의 감쇠 효과를 나타낸다. 이 식에서 k 들은 감쇠 인자를 의미한다.
 - $spot_i$: i 번째 광원이 스폿 광원일 경우 처리를 위해 사용되는 값
- OpenGL에서는 아래와 같은 식으로 정의한다.

$$spot_i = \begin{cases} (\overrightarrow{\mathbf{P}_{pli}\mathbf{V}} \odot \hat{\mathbf{s}}_{dli})^{s_{ri}}, & c_{rli} \neq 180.0 \text{ \& } \overrightarrow{\mathbf{P}_{pli}\mathbf{V}} \odot \hat{\mathbf{s}}_{dli} \geq \cos c_{rli} \\ 0.0, & c_{rli} \neq 180.0 \text{ \& } \overrightarrow{\mathbf{P}_{pli}\mathbf{V}} \odot \hat{\mathbf{s}}_{dli} < \cos c_{rli} \\ 1.0, & c_{rli} = 180.0 \end{cases}$$

- c_{rli} : 스폿 광원의 절단 각도
 - 디폴트 값은 일반 점 광원을 사용하는 것에 해당하는 180.0이고, 이 때의 $spot_i$ 값은 1.0이므로 위의 조명 공식에 아무 영향을 미치지 않는다.
 - c_{rli} 가 180.0이 아니라면, 스폿 조명 효과가 적용된다. (이 때, 스폿 조명 효과는 점 V가 절단 각도 범위 내에 들어올 경우에만 적용된다.)
- $\overrightarrow{\mathbf{P}_{pli}\mathbf{V}} \odot \hat{\mathbf{s}}_{dli}$: vertex가 스폿 조명의 바깥에 있는지 판단하기 위한 기준.
 - $\overrightarrow{\mathbf{P}_{pli}\mathbf{V}}$: 조명의 위치에서 꼭지점을 향한 방향에 대한 단위 벡터
 - $\hat{\mathbf{s}}_{dli}$: 중심축 방향에 해당하는 단위 벡터

위 값이 $\cos c_{rli}$ 보다 작으면, 스폿 조명의 바깥에 있고 크면 범위 내에 있다. 범위 내에 없으면 0.0을, 범위 내에 있으면 $\cos^{s_{ri}} \psi$ 에 해당하는 값인 $(\overrightarrow{\mathbf{P}_{pli}\mathbf{V}} \odot \hat{\mathbf{s}}_{dli})^{s_{ri}}$ 을 사용하여 스폿 조명 효과를 준다.

그래서 이렇게 얻은 $(att_i)(spot_i)[a_{cm} * a_{cli} + (n \odot \mathbf{VP}_{pli})d_{cm} * d_{cli} + (f_i)(n \odot \hat{h}_i)^{s_{rm}} s_{cm} * s_{cli}]$ 값을 1부터 N까지 더한 값이 N개의 광원에 대한 반사 색깔의 합이 된다.

2. 전역 앰비언트 반사와 물질의 방사색

처음에 나온 공식에서 e_{cm} 과 $a_{cm} * a_{cs}$ 에 대해 알아보자.

- e_{cm}
 - 물질 자체의 방사색을 의미한다.
- $a_{cm} * a_{cs}$: 전역 앰비언트 반사
 - a_{cm} : 물질의 앰비언트 색깔
 - a_{cs} : 광원들이 장면 전체에 종합적으로 미치는 간접 조명 효과를 고려하기 위한 광원의 색

이렇게, 전역 앰비언트 반사는 위의 a_{cm} 과 a_{cs} 를 곱한 값을 사용한다.

3. 결과

이렇게 1과 2에서 알아본 N개의 광원에 대한 반사 색깔의 합과 물질 자체의 방사색 그리고 전역 앰비언트 반사를 더한 값은 한 개의 광원이 물체 표면에 직접적으로 미치는 영향을 표현하는 OpenGL의 기본 조명 공식을 얻게 된다.