

第 5 回 演習問題 (2021/06/16)

演習問題 1 テキストの「ラプラス変換の性質」と「ラプラス逆変換の性質」について復習し、自分なりにまとめてみよ。式の羅列のみは採点しない。また、テキストでは導出を省略した

$$\mathcal{L}\left[f^{(n)}(t)\right] = s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) - \cdots - sf^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0), \quad (0.1)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left[F^{(n)}(s)\right] = (-t)^n f(t), \quad (0.2)$$

を導出してみよ。

演習問題 2 次の関数 $f(t)$ のラプラス変換 $F(s)$ を求めよ。導出過程も含めて書くこと。(ラプラス変換表より... で、解答を終わらせないこと。もちろん、答え合わせには使っても良い)

(1) $f(t) = \sinh(at)$

(2) $f(t) = \cos^2(at)$

(3) $f(t) = te^{-at} \cos \omega_0 t$

演習問題 3 次の関数 $F(s)$ のラプラス逆変換 $f(t)$ を求めよ。テキストのラプラス変換表は用いて良い。

(1) $F(s) = \frac{1}{s-2}$

(2) $F(s) = \frac{1}{s^2 + 2s}$

演習問題 4 2 階の線形常微分方程式を自分で作ってみて、それをラプラス変換で解いてみよ。ただし、テキストと同じ式にはしないこと。