

## 第 7 回 演習問題 (2021/07/14)

---

### 演習問題 1 波動方程式

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t) = v^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t), \quad v > 0, 0 \leq x \leq L$$

を次の初期条件, 境界条件の下で解け.

$$u(x, 0) = \begin{cases} x & 0 \leq x < \frac{L}{2} \\ -x + L & \frac{L}{2} \leq x \leq L \end{cases},$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} u(x, t) \right|_{t=0} = 0,$$

$$u(0, t) = u(L, t) = 0.$$

ただし, 波動現象として不適切な解 (時刻  $t \rightarrow \infty$  で発散するようなもの) は除外して良い.

---

略解をあらかじめ書いておくと,

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4L}{(n\pi)^2} \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L}vt\right),$$

です.