

第 5 回 演習問題 (2021/06/16) 略解とヒント

最終更新日：2021/07/04

演習問題 1 テキストの「ラプラス変換の性質」と「ラプラス逆変換の性質」について復習し、自分なりにまとめてみよ。式の羅列のみは採点しない。また、テキストでは導出を省略した

$$\begin{aligned}\mathcal{L}\left[f^{(n)}(t)\right] &= s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) - \cdots - sf^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0), \\ \mathcal{L}^{-1}\left[F^{(n)}(s)\right] &= (-t)^n f(t),\end{aligned}$$

を導出してみよ。

(省略)

演習問題 2 次の関数 $f(t)$ のラプラス変換 $F(s)$ を求めよ．導出過程も含めて書くこと．(ラプラス変換表より... で，解答を終わらせないこと．もちろん，答え合わせには使っても良い)

(1) $f(t) = \sinh(at)$

(2) $f(t) = \cos^2(at)$

(3) $f(t) = te^{-at} \cos \omega_0 t$

(1)

$$F(s) = \frac{a}{s^2 - a^2}$$

(2)

$$F(s) = \frac{s^2 + 2a^2}{s^3 + 4a^2s}$$

(3)

$$F(s) = \frac{(s+a)^2 - \omega_0^2}{((s+a)^2 + \omega_0^2)^2}$$

演習問題 3 次の関数 $F(s)$ のラプラス逆変換 $f(t)$ を求めよ．テキストのラプラス変換表は用いて良い．

(1) $F(s) = \frac{1}{s-2}$

(2) $F(s) = \frac{1}{s^2+2s}$

(1)

$$f(t) = e^{2t}$$

(2)

$$f(t) = \frac{1}{2} (1 - e^{-2t})$$

演習問題 4 2 階の線形常微分方程式を自分で作ってみて，それをラプラス変換で解いてみよ．ただし，テキストと同じ式にはしないこと．

(省略)