

第 3 回 演習問題 (2021/05/20)

演習問題 1 次の関数 $f(x)$ について、フーリエ級数展開を実行せよ.

(1) 周期 1 の関数

$$f(x) = x \quad (-1/2 \leq x < 1/2)$$

(2) 周期 2π の関数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\pi} & -\pi \leq x < 0 \\ 1 & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

(3) 周期 2π の関数

$$f(x) = x^2 \quad (-\pi \leq x < \pi)$$

演習問題 2 以下の問いに答えよ.

(1) 周期 2 の関数

$$f(x) = x + 1, \quad (-1 \leq x < 1)$$

をフーリエ級数展開せよ.

(2) 関数

$$f(x) = x, \quad (0 \leq x < 1)$$

のフーリエ正弦級数, 余弦級数を求めよ.

演習問題 3 以下の問いに答えよ.

(1) 次式で定義される

$$\delta(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{-itu}$$

と任意の $f(u)$ に対して次式が成り立つことを示せ.

$$\int_{-\infty}^{\infty} du \delta(u) f(u) = f(0).$$

(2) (1) で定義された $\delta(u)$ はディラックのデルタ関数と呼ばれるものであり, これから皆さんと長い付き合いになる. デルタ関数について調べて, その性質を (分かる範囲で良いので) まとめてみよ.