

```
In[*]:= $PrePrint =
  оператор обработки перед выводом на экран
  Which[MatrixQ@#, Grid[#, Frame → All], VectorQ@#, Grid[{#}, Frame → All], True, #] &;
  усло… матрица?  таблица  рамка  всё  вектор?  таблица  рамка  всё  истина
```

Задание 1.

Полиномы.

```
In[*]:= ClearAll[L];
  очистить всё
  L[t_, 0] = 1;
  L[t_, 1] := t;
  L[t_, n_] /; n > 1 := ( (2 n - 1 / n) t L[t, n - 1] - (n - 1 / n) L[t, n - 2] ) // Expand
  раскрыт
```

```
In[*]:= L[t, 5]
```

```
Out[*]=
```

$$\frac{15 t}{8} - \frac{35 t^3}{4} + \frac{63 t^5}{8}$$

```
In[*]:= ClearAll[T];
  очистить всё
  T[t_, n_] := Cos[n ArcCos[t]] // TrigExpand
  коси… арккосинус  разложить три
```

```
In[*]:= t# & /@ Range[0, 5]
  диапазон
  L[t, #] & /@ Range[0, 5]
  диапазон
  T[t, #] & /@ Range[0, 5]
  диапазон
```

```
Out[*]=
```

1	t	t ²	t ³	t ⁴	t ⁵
---	---	----------------	----------------	----------------	----------------

```
Out[*]=
```

1	t	$-\frac{1}{2} + \frac{3t^2}{2}$	$-\frac{3t}{2} + \frac{5t^3}{2}$	$\frac{3}{8} - \frac{15t^2}{4} + \frac{35t^4}{8}$	$\frac{15t}{8} - \frac{35t^3}{4} + \frac{63t^5}{8}$
---	---	---------------------------------	----------------------------------	---	---

```
Out[*]=
```

1	t	$-1 + 2t^2$	$-3t + 4t^3$	$1 - 8t^2 + 8t^4$	$5t - 20t^3 + 16t^5$
---	---	-------------	--------------	-------------------	----------------------

```
In[*]:= $PrePrint =.
  оператор обработки перед выводом на экран
```

```
In[*]:= RGBColor[#] & /@ {{1, 0.47, 0.5}, {0.51, 0.84, 0.5},
  цвет RGB
  {0.5, 0.5, 0.94}, {0.5, 0.84, 0.95}, {0.96, 0.58, 0.24}, {0.79, 0.85, 0.35}}
```

```
Out[*]=
```

					
---	---	---	---	---	---

In[*]:= $\mathcal{L}_{\#}[t]$ & /@ Range[0, 5]
диапазон

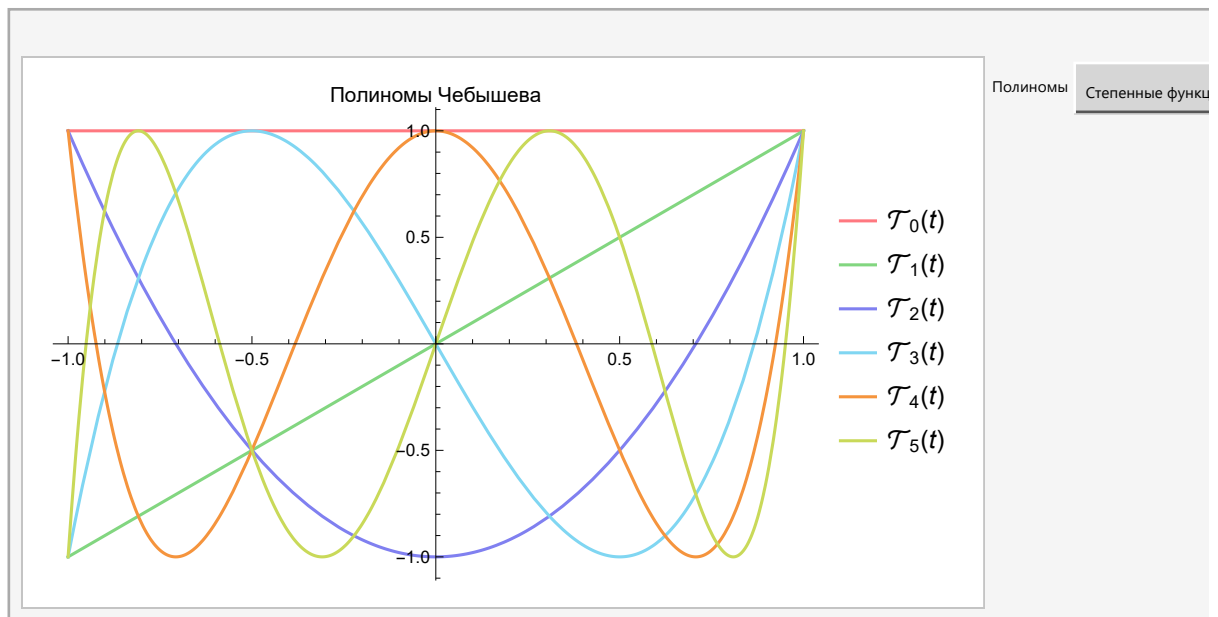
Out[*]=
 $\{\mathcal{L}_0[t], \mathcal{L}_1[t], \mathcal{L}_2[t], \mathcal{L}_3[t], \mathcal{L}_4[t], \mathcal{L}_5[t]\}$

In[*]:= $\mathcal{T}_{\#}[t]$ & /@ Range[0, 5]
диапазон

Out[*]=
 $\{\mathcal{T}_0[t], \mathcal{T}_1[t], \mathcal{T}_2[t], \mathcal{T}_3[t], \mathcal{T}_4[t], \mathcal{T}_5[t]\}$

In[*]:= Manipulate[Plot[Полиномы, {t, -1, 1}, PlotLabel → Last@Most@Полиномы,
варьировать график функции пометка гра... пос... большинство
 PlotStyle → {■, ■, ■, ■, ■, ■}, PlotLegends → Last@Полиномы, ImageSize → 400],
стиль графика легенды графика последний размер изображения
 {Полиномы, {{1, t, t², t³, t⁴, t⁵, "Степенные функции",
 {"1", "t", "t²", "t³", "t⁴", "t⁵"}} → "Степенные функции",
 {1, t, $-\frac{1}{2} + \frac{3t^2}{2}$, $-\frac{3t}{2} + \frac{5t^3}{2}$, $\frac{3}{8} - \frac{15t^2}{4} + \frac{35t^4}{8}$, $\frac{15t}{8} - \frac{35t^3}{4} + \frac{63t^5}{8}$,
 "Полиномы Лежандра", $\{\mathcal{L}_0[t], \mathcal{L}_1[t], \mathcal{L}_2[t], \mathcal{L}_3[t], \mathcal{L}_4[t], \mathcal{L}_5[t]\}$ → "Лежандра",
 {1, t, $-1 + 2t^2$, $-3t + 4t^3$, $1 - 8t^2 + 8t^4$, $5t - 20t^3 + 16t^5$, "Полиномы Чебышева",
 $\{\mathcal{T}_0[t], \mathcal{T}_1[t], \mathcal{T}_2[t], \mathcal{T}_3[t], \mathcal{T}_4[t], \mathcal{T}_5[t]\}$ → "Чебышева"}}}]

Out[*]=



In[*]:= \$PrePrint =
оператор обработки перед выводом на экран
 Which[MatrixQ@#, Grid[#, Frame → All], VectorQ@#, Grid[{#}, Frame → All], True, #] &;
усло... матрица? таблица рамка всё вектор? таблица рамка всё истина

```
In[*]:= ClearAll[kmPower, kmLegendre, kmChebyshev];
ОЧИСТИТЬ ВСЁ
kmPower[t_] := t^# & /@ Range[0, 5];
диалпазон
kmLegendre[t_] := L[t, #] & /@ Range[0, 5];
диалпазон
kmChebyshev[t_] := T[t, #] & /@ Range[0, 5];
диалпазон
```

```
In[*]:= kmPower[t]
kmLegendre[t]
kmChebyshev[t]
```

Out[*]=

1	t	t ²	t ³	t ⁴	t ⁵
---	---	----------------	----------------	----------------	----------------

Out[*]=

1	t	$-\frac{1}{2} + \frac{3t^2}{2}$	$-\frac{3t}{2} + \frac{5t^3}{2}$	$\frac{3}{8} - \frac{15t^2}{4} + \frac{35t^4}{8}$	$\frac{15t}{8} - \frac{35t^3}{4} + \frac{63t^5}{8}$
---	---	---------------------------------	----------------------------------	---	---

Out[*]=

1	t	$-1 + 2t^2$	$-3t + 4t^3$	$1 - 8t^2 + 8t^4$	$5t - 20t^3 + 16t^5$
---	---	-------------	--------------	-------------------	----------------------

Задание 2.

Базисы векторного пространства полиномов.

In[*]:= Array[Subscript[x, #] &, 6, 0]

массив с нижним индексом

kmLegendre[t].%

Collect[%, t]

сгруппировать

CoefficientList[%, t]

список коэффициентов многочлена

Thread[% == 0]

нанизать

Solve[%, %%%]

решить уравнения

Out[*]=

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
-------	-------	-------	-------	-------	-------

Out[*]=

$$x_0 + t x_1 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{3t^2}{2}\right) x_2 + \left(-\frac{3t}{2} + \frac{5t^3}{2}\right) x_3 + \left(\frac{3}{8} - \frac{15t^2}{4} + \frac{35t^4}{8}\right) x_4 + \left(\frac{15t}{8} - \frac{35t^3}{4} + \frac{63t^5}{8}\right) x_5$$

Out[*]=

$$x_0 - \frac{x_2}{2} + t^2 \left(\frac{3x_2}{2} - \frac{15x_4}{4}\right) + \frac{3x_4}{8} + \frac{35t^4 x_4}{8} + t^3 \left(\frac{5x_3}{2} - \frac{35x_5}{4}\right) + \frac{63t^5 x_5}{8} + t \left(x_1 - \frac{3x_3}{2} + \frac{15x_5}{8}\right)$$

Out[*]=

$x_0 - \frac{x_2}{2} + \frac{3x_4}{8}$	$x_1 - \frac{3x_3}{2} + \frac{15x_5}{8}$	$\frac{3x_2}{2} - \frac{15x_4}{4}$	$\frac{5x_3}{2} - \frac{35x_5}{4}$	$\frac{35x_4}{8}$	$\frac{63x_5}{8}$
--	--	------------------------------------	------------------------------------	-------------------	-------------------

Out[*]=

$x_0 - \frac{x_2}{2} + \frac{3x_4}{8} == 0$	$x_1 - \frac{3x_3}{2} + \frac{15x_5}{8} == 0$	$\frac{3x_2}{2} - \frac{15x_4}{4} == 0$	$\frac{5x_3}{2} - \frac{35x_5}{4} == 0$	$\frac{35x_4}{8} == 0$	$\frac{63x_5}{8} == 0$
---	---	---	---	------------------------	------------------------

Out[*]=

$x_0 \rightarrow 0$	$x_1 \rightarrow 0$	$x_2 \rightarrow 0$	$x_3 \rightarrow 0$	$x_4 \rightarrow 0$	$x_5 \rightarrow 0$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

```
In[*]:= Array[Subscript[x, #] &, 6, 0]
```

[_массив](#) [_с нижним индексом](#)

```
kmChebyshev[t].%
```

```
Collect[%, t]
```

[_сгруппировать](#)

```
CoefficientList[%, t]
```

[_список коэффициентов многочлена](#)

```
Thread[% == 0]
```

[_нанизать](#)

```
Solve[%, %%%]
```

[_решить уравнения](#)

```
Out[*]=
```

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
-------	-------	-------	-------	-------	-------

```
Out[*]=
```

$$x_0 + t x_1 + (-1 + 2 t^2) x_2 + (-3 t + 4 t^3) x_3 + (1 - 8 t^2 + 8 t^4) x_4 + (5 t - 20 t^3 + 16 t^5) x_5$$

```
Out[*]=
```

$$x_0 - x_2 + t^2 (2 x_2 - 8 x_4) + x_4 + 8 t^4 x_4 + t^3 (4 x_3 - 20 x_5) + 16 t^5 x_5 + t (x_1 - 3 x_3 + 5 x_5)$$

```
Out[*]=
```

$x_0 - x_2 + x_4$	$x_1 - 3 x_3 + 5 x_5$	$2 x_2 - 8 x_4$	$4 x_3 - 20 x_5$	$8 x_4$	$16 x_5$
-------------------	-----------------------	-----------------	------------------	---------	----------

```
Out[*]=
```

$x_0 - x_2 + x_4 == 0$	$x_1 - 3 x_3 + 5 x_5 == 0$	$2 x_2 - 8 x_4 == 0$	$4 x_3 - 20 x_5 == 0$	$8 x_4 == 0$	$16 x_5 == 0$
------------------------	----------------------------	----------------------	-----------------------	--------------	---------------

```
Out[*]=
```

$x_0 \rightarrow 0$	$x_1 \rightarrow 0$	$x_2 \rightarrow 0$	$x_3 \rightarrow 0$	$x_4 \rightarrow 0$	$x_5 \rightarrow 0$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

```
In[*]:= Array[Subscript[x, #] &, 6, 0]
```

[_массив](#) [_с нижним индексом](#)

```
kmPower[t].%
```

```
Collect[%, t]
```

[_сгруппировать](#)

```
CoefficientList[%, t]
```

[_список коэффициентов многочлена](#)

```
Thread[% == 0]
```

[_нанизать](#)

```
Solve[%, %%%]
```

[_решить уравнения](#)

```
Out[*]=
```

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
-------	-------	-------	-------	-------	-------

```
Out[*]=
```

$$x_0 + t x_1 + t^2 x_2 + t^3 x_3 + t^4 x_4 + t^5 x_5$$

```
Out[*]=
```

$$x_0 + t x_1 + t^2 x_2 + t^3 x_3 + t^4 x_4 + t^5 x_5$$

```
Out[*]=
```

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
-------	-------	-------	-------	-------	-------

```
Out[*]=
```

$x_0 == 0$	$x_1 == 0$	$x_2 == 0$	$x_3 == 0$	$x_4 == 0$	$x_5 == 0$
------------	------------	------------	------------	------------	------------

```
Out[*]=
```

$x_0 \rightarrow 0$	$x_1 \rightarrow 0$	$x_2 \rightarrow 0$	$x_3 \rightarrow 0$	$x_4 \rightarrow 0$	$x_5 \rightarrow 0$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

In[*]:= **RandomReal**[{-1, 1}, 6]
 [случайное действительное число]

Out[*]=

-0.617881	-0.946274	-0.250341	0.667267	0.678264	0.310795
-----------	-----------	-----------	----------	----------	----------

In[*]:= **coord** = {0.729934, 0.296269, -0.352563, -0.242914, -0.228383, -0.167264}

Out[*]=

0.729934	0.296269	-0.352563	-0.242914	-0.228383	-0.167264
----------	----------	-----------	-----------	-----------	-----------

In[*]:= **pow** = **coord.kmPower**[t]
leg = **coord.kmLegendre**[t]
cheb = **coord.kmChebyshev**[t]

Out[*]=

$0.729934 + 0.296269 t - 0.352563 t^2 - 0.242914 t^3 - 0.228383 t^4 - 0.167264 t^5$

Out[*]=

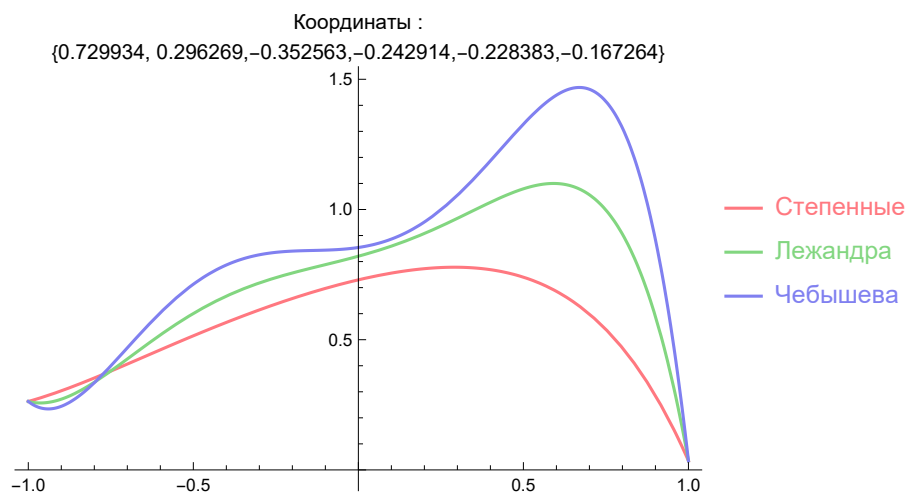
$0.729934 + 0.296269 t - 0.352563 \left(-\frac{1}{2} + \frac{3 t^2}{2} \right) - 0.242914 \left(-\frac{3 t}{2} + \frac{5 t^3}{2} \right) -$
 $0.228383 \left(\frac{3}{8} - \frac{15 t^2}{4} + \frac{35 t^4}{8} \right) - 0.167264 \left(\frac{15 t}{8} - \frac{35 t^3}{4} + \frac{63 t^5}{8} \right)$

Out[*]=

$0.729934 + 0.296269 t - 0.352563 (-1 + 2 t^2) -$
 $0.242914 (-3 t + 4 t^3) - 0.228383 (1 - 8 t^2 + 8 t^4) - 0.167264 (5 t - 20 t^3 + 16 t^5)$

In[*]:= **Plot**[{**pow**, **leg**, **cheb**}, {t, -1, 1}, **PlotLabel** → "Координаты :
 [график функции] [пометка графика]
 {0.729934, 0.296269, -0.352563, -0.242914, -0.228383, -0.167264} ",
PlotLegends → **MapThread**[**Style**,
 [легенды графика] [наизать ...] [стиль]
 {"Степенные", "Лежандра", "Чебышева"}, {■, ■, ■}], **PlotStyle** → {■, ■, ■}]
 [стиль графика]

Out[*]=



```
In[*]:= MapThread[Style, {"Степенные", "Лежандра", "Чебышева"}, {Red, Green, Blue}]
Out[*]=
```

Степенные	Лежандра	Чебышева
-----------	----------	----------

Задание 3.

Переход к другому базису.

```
In[*]:= kmPower[t]
kmLegendre[t]
kmChebyshev[t]
Out[*]=
```

1	t	t ²	t ³	t ⁴	t ⁵
---	---	----------------	----------------	----------------	----------------

```
Out[*]=
```

1	t	$-\frac{1}{2} + \frac{3t^2}{2}$	$-\frac{3t}{2} + \frac{5t^3}{2}$	$\frac{3}{8} - \frac{15t^2}{4} + \frac{35t^4}{8}$	$\frac{15t}{8} - \frac{35t^3}{4} + \frac{63t^5}{8}$
---	---	---------------------------------	----------------------------------	---	---

```
Out[*]=
```

1	t	$-1 + 2t^2$	$-3t + 4t^3$	$1 - 8t^2 + 8t^4$	$5t - 20t^3 + 16t^5$
---	---	-------------	--------------	-------------------	----------------------

```
In[*]:= $PrePrint =
Which[MatrixQ@#, Grid[#, Frame -> All], VectorQ@#, Grid[{#}, Frame -> All], True, #] &
ToString /@ Range[0, 5], ToString /@ Range[0, 5]
kmPower[t].%
Collect[% - kmLegendre[t], t]
CoefficientList[%, t]
Solve[% == Table[Table[0, 6], 6], %%% // Flatten]
MatrixForm@@%
```

```
Out[*]=
```

a ₀₀	a ₀₁	a ₀₂	a ₀₃	a ₀₄	a ₀₅
a ₁₀	a ₁₁	a ₁₂	a ₁₃	a ₁₄	a ₁₅
a ₂₀	a ₂₁	a ₂₂	a ₂₃	a ₂₄	a ₂₅
a ₃₀	a ₃₁	a ₃₂	a ₃₃	a ₃₄	a ₃₅
a ₄₀	a ₄₁	a ₄₂	a ₄₃	a ₄₄	a ₄₅
a ₅₀	a ₅₁	a ₅₂	a ₅₃	a ₅₄	a ₅₅

Out[*]=

$a_{00} + t a_{10} +$ $t^2 a_{20} +$ $t^3 a_{30} +$ $t^4 a_{40} + t^5 a_{50}$	$a_{01} + t a_{11} +$ $t^2 a_{21} +$ $t^3 a_{31} +$ $t^4 a_{41} + t^5 a_{51}$	$a_{02} + t a_{12} +$ $t^2 a_{22} +$ $t^3 a_{32} +$ $t^4 a_{42} + t^5 a_{52}$	$a_{03} + t a_{13} +$ $t^2 a_{23} +$ $t^3 a_{33} +$ $t^4 a_{43} + t^5 a_{53}$	$a_{04} + t a_{14} +$ $t^2 a_{24} +$ $t^3 a_{34} +$ $t^4 a_{44} + t^5 a_{54}$	$a_{05} + t a_{15} +$ $t^2 a_{25} +$ $t^3 a_{35} +$ $t^4 a_{45} + t^5 a_{55}$
--	--	--	--	--	--

Out[*]=

$-1 + a_{00} +$ $t a_{10} + t^2 a_{20} +$ $t^3 a_{30} +$ $t^4 a_{40} + t^5 a_{50}$	$a_{01} +$ $t (-1 + a_{11}) +$ $t^2 a_{21} +$ $t^3 a_{31} +$ $t^4 a_{41} + t^5 a_{51}$	$\frac{1}{2} + a_{02} +$ $t a_{12} + t^2$ $\left(-\frac{3}{2} + a_{22}\right) +$ $t^3 a_{32} +$ $t^4 a_{42} + t^5 a_{52}$	$a_{03} +$ $t \left(\frac{3}{2} + a_{13}\right) +$ $t^2 a_{23} + t^3$ $\left(-\frac{5}{2} + a_{33}\right) +$ $t^4 a_{43} + t^5 a_{53}$	$-\frac{3}{8} + a_{04} +$ $t a_{14} +$ $t^2 \left(\frac{15}{4} + a_{24}\right) +$ $t^3 a_{34} +$ $t^4 \left(-\frac{35}{8} +$ $a_{44}\right) +$ $t^5 a_{54}$	$a_{05} + t \left(-\frac{15}{8} +$ $a_{15}\right) +$ $t^2 a_{25} +$ $t^3 \left(\frac{35}{4} + a_{35}\right) +$ $t^4 a_{45} +$ $t^5 \left(-\frac{63}{8} + a_{55}\right)$
---	--	---	--	---	--

Out[*]=

$-1 + a_{00}$	a_{10}	a_{20}	a_{30}	a_{40}	a_{50}
a_{01}	$-1 + a_{11}$	a_{21}	a_{31}	a_{41}	a_{51}
$\frac{1}{2} + a_{02}$	a_{12}	$-\frac{3}{2} + a_{22}$	a_{32}	a_{42}	a_{52}
a_{03}	$\frac{3}{2} + a_{13}$	a_{23}	$-\frac{5}{2} + a_{33}$	a_{43}	a_{53}
$-\frac{3}{8} + a_{04}$	a_{14}	$\frac{15}{4} + a_{24}$	a_{34}	$-\frac{35}{8} + a_{44}$	a_{54}
a_{05}	$-\frac{15}{8} + a_{15}$	a_{25}	$\frac{35}{4} + a_{35}$	a_{45}	$-\frac{63}{8} + a_{55}$

Out[*]=

a_{00}	a_{01}	a_{02}	a_{03}	a_{04}	a_{05}	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{20}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	$a_{24} \rightarrow$	a_{25}	a_{30}	a
\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	$-\frac{15}{4}$	\rightarrow	\rightarrow	
1	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{8}$	0	0	1	0	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{15}{8}$	0	0	$\frac{3}{2}$	0		0	0	

Out[*]=

$$\left\{ \left\{ \left\{ 1, 0, -\frac{1}{2}, 0, \frac{3}{8}, 0 \right\}, \left\{ 0, 1, 0, -\frac{3}{2}, 0, \frac{15}{8} \right\}, \left\{ 0, 0, \frac{3}{2}, 0, -\frac{15}{4}, 0 \right\}, \right. \right. \\ \left. \left. \left\{ 0, 0, 0, \frac{5}{2}, 0, -\frac{35}{4} \right\}, \left\{ 0, 0, 0, 0, \frac{35}{8}, 0 \right\}, \left\{ 0, 0, 0, 0, 0, \frac{63}{8} \right\} \right\} \right\}$$

Out[*]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{8} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} & 0 & \frac{15}{8} \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} & 0 & -\frac{15}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{2} & 0 & -\frac{35}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{35}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{63}{8} \end{pmatrix}$$

In[*]:= PL = %

Out[*]=

1	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{8}$	0
0	1	0	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{15}{8}$
0	0	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{15}{4}$	0
0	0	0	$\frac{5}{2}$	0	$-\frac{35}{4}$
0	0	0	0	$\frac{35}{8}$	0
0	0	0	0	0	$\frac{63}{8}$

In[*]:= Outer[Subscript[a, StringJoin[#1, #2]] &,
 [вне... [с нижним инд... [соединить строки
 ToString /@ Range[0, 5], ToString /@ Range[0, 5]]
 [преобразов... [диапазон [преобразов... [диапазон
 kmPower[t].%
 Collect[% - kmChebyshev[t], t]
 [сгруппировать
 CoefficientList[%, t]
 [список коэффициентов многочлена
 Solve[% == Table[Table[0, 6], 6], %%% // Flatten]
 [решить ур... [табл... [таблица значений [уплостить
 %%% /. %
 MatrixForm @@ %
 [матричная форма

Out[*]=

a_{00}	a_{01}	a_{02}	a_{03}	a_{04}	a_{05}
a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}
a_{20}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}
a_{30}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}
a_{40}	a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}	a_{45}
a_{50}	a_{51}	a_{52}	a_{53}	a_{54}	a_{55}

Out[*]=

$a_{00} + t a_{10} +$ $t^2 a_{20} +$ $t^3 a_{30} +$ $t^4 a_{40} + t^5 a_{50}$	$a_{01} + t a_{11} +$ $t^2 a_{21} +$ $t^3 a_{31} +$ $t^4 a_{41} + t^5 a_{51}$	$a_{02} + t a_{12} +$ $t^2 a_{22} +$ $t^3 a_{32} +$ $t^4 a_{42} + t^5 a_{52}$	$a_{03} + t a_{13} +$ $t^2 a_{23} +$ $t^3 a_{33} +$ $t^4 a_{43} + t^5 a_{53}$	$a_{04} + t a_{14} +$ $t^2 a_{24} +$ $t^3 a_{34} +$ $t^4 a_{44} + t^5 a_{54}$	$a_{05} + t a_{15} +$ $t^2 a_{25} +$ $t^3 a_{35} +$ $t^4 a_{45} + t^5 a_{55}$
--	--	--	--	--	--

Out[*]=

$-1 + a_{00} +$ $t a_{10} + t^2 a_{20} +$ $t^3 a_{30} +$ $t^4 a_{40} + t^5 a_{50}$	$a_{01} +$ $t (-1 + a_{11}) +$ $t^2 a_{21} +$ $t^3 a_{31} +$ $t^4 a_{41} + t^5 a_{51}$	$1 + a_{02} +$ $t a_{12} + t^2$ $(-2 + a_{22}) +$ $t^3 a_{32} +$ $t^4 a_{42} + t^5 a_{52}$	$a_{03} +$ $t (3 + a_{13}) +$ $t^2 a_{23} + t^3$ $(-4 + a_{33}) +$ $t^4 a_{43} + t^5 a_{53}$	$-1 + a_{04} +$ $t a_{14} +$ $t^2 (8 + a_{24}) +$ $t^3 a_{34} + t^4$ $(-8 + a_{44}) +$ $t^5 a_{54}$	$a_{05} +$ $t (-5 + a_{15}) +$ $t^2 a_{25} +$ $t^3 (20 + a_{35}) +$ $t^4 a_{45} +$ $t^5 (-16 + a_{55})$
---	--	--	--	--	--

Out[8]=

$-1 + a_{00}$	a_{10}	a_{20}	a_{30}	a_{40}	a_{50}
a_{01}	$-1 + a_{11}$	a_{21}	a_{31}	a_{41}	a_{51}
$1 + a_{02}$	a_{12}	$-2 + a_{22}$	a_{32}	a_{42}	a_{52}
a_{03}	$3 + a_{13}$	a_{23}	$-4 + a_{33}$	a_{43}	a_{53}
$-1 + a_{04}$	a_{14}	$8 + a_{24}$	a_{34}	$-8 + a_{44}$	a_{54}
a_{05}	$-5 + a_{15}$	a_{25}	$20 + a_{35}$	a_{45}	$-16 + a_{55}$

Out[8]=

a_{00}	a_{01}	a_{02}	a_{03}	a_{04}	a_{05}	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{20}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{30}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{40}	a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}	a_{45}	a_{50}	a_{51}	a_{52}	a_{53}	a_{54}	a_{55}
\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow
1	0	-1	0	1	0	0	1	0	-3	0	5	0	0	2	0	-8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Out[8]=

{ { {1, 0, -1, 0, 1, 0}, {0, 1, 0, -3, 0, 5}, {0, 0, 2, 0, -8, 0},
{0, 0, 0, 4, 0, -20}, {0, 0, 0, 0, 8, 0}, {0, 0, 0, 0, 0, 16} } }

Out[8]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$$

In[8]:=

PT = %

Out[8]=

1	0	-1	0	1	0
0	1	0	-3	0	5
0	0	2	0	-8	0
0	0	0	4	0	-20
0	0	0	0	8	0
0	0	0	0	0	16

Задание 4.

Матрица линейного отображения.

a_0

```
In[*]:= Outer[Subscript[a, StringJoin[#1, #2]] &,
  |вне... |с нижним инд... |соединить строки
  ToString/@Range[0, 5], ToString/@Range[0, 5]];
  |преобразов... |диапазон |преобразов... |диапазон
kmPower[t].%;
Collect[% - kmPower[3 t - 2], t];
  |сгруппировать
CoefficientList[%, t];
  |список коэффициентов многочлена
Solve[% == Table[Table[0, 6], 6], %%% // Flatten];
  |решить ур... |табл... |таблица значений |уплостить

%% %% /. %;
MatrixForm @@ %
  |матричная форма
```

Out[*]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & -8 & 16 & -32 \\ 0 & 3 & -12 & 36 & -96 & 240 \\ 0 & 0 & 9 & -54 & 216 & -720 \\ 0 & 0 & 0 & 27 & -216 & 1080 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 81 & -810 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 243 \end{pmatrix}$$

In[*]:= Pa₀ = %

Out[*]=

1	-2	4	-8	16	-32
0	3	-12	36	-96	240
0	0	9	-54	216	-720
0	0	0	27	-216	1080
0	0	0	0	81	-810
0	0	0	0	0	243

```

In[ ]:= Outer[Subscript[a, StringJoin[#1, #2]] &,
  [вне... [с нижним инд... [соединить строки
    ToString/@Range[0, 5], ToString/@Range[0, 5]];
  [преобразов... [диапазон [преобразов... [диапазон
  kmLegendre[t].%;
  Collect[% - kmLegendre[3 t - 2], t];
  [сгруппировать
  CoefficientList[%, t];
  [список коэффициентов многочлена
  Solve[% == Table[Table[0, 6], 6], %%% // Flatten];
  [решить ур... [табл... [таблица значений [уплостить

  %%% /. %;
  MatrixForm@@%
  [матричная форма

```

Out[]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 10 & -62 & 430 & -3194 \\ 0 & 3 & -18 & 126 & -942 & 7362 \\ 0 & 0 & 9 & -90 & 810 & -7110 \\ 0 & 0 & 0 & 27 & -378 & 4158 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 81 & -1458 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 243 \end{pmatrix}$$

In[]:= La₀ = %

Out[]:=

1	-2	10	-62	430	-3194
0	3	-18	126	-942	7362
0	0	9	-90	810	-7110
0	0	0	27	-378	4158
0	0	0	0	81	-1458
0	0	0	0	0	243

```

In[*]:= Outer[Subscript[a, StringJoin[#1, #2]] &,
  [вне... [с нижним инд... [соединить строки
    ToString/@Range[0, 5], ToString/@Range[0, 5]];
  [преобразов... [диапазон [преобразов... [диапазон
kmChebyshev[t].%;
Collect[% - kmChebyshev[3 t - 2], t];
[сгруппировать
CoefficientList[%, t];
[список коэффициентов многочлена
Solve[% == Table[Table[0, 6], 6], %%% // Flatten];
[решить ур... [табл... [таблица значений [уплостить

%% %% / . %;
MatrixForm @@ %
[матричная форма

```

Out[*]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 16 & -134 & 1168 & -10442 \\ 0 & 3 & -24 & 216 & -1968 & 18120 \\ 0 & 0 & 9 & -108 & 1152 & -11700 \\ 0 & 0 & 0 & 27 & -432 & 5400 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 81 & -1620 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 243 \end{pmatrix}$$

In[*]:= $Ta_0 = \%$

Out[*]=

1	-2	16	-134	1168	-10442
0	3	-24	216	-1968	18120
0	0	9	-108	1152	-11700
0	0	0	27	-432	5400
0	0	0	0	81	-1620
0	0	0	0	0	243

a_1

```

In[*]:= Outer[Subscript[a, StringJoin[#1, #2]] &,
  |вне... |с нижним инд... |соединить строки
  ToString/@Range[0, 5], ToString/@Range[0, 5]];
  |преобразов... |диапазон |преобразов... |диапазон
kmChebyshev[t].%;
Collect[% - D[kmChebyshev[t], t], t];
|сгруппиров... |дифференцировать
CoefficientList[%, t];
|список коэффициентов многочлена
Solve[% == Table[Table[0, 6], 6], %%% // Flatten];
|решить ур... |табл... |таблица значений |уплостить

%% %% /. %;
MatrixForm@@%
|матричная форма

```

```

Out[*]//MatrixForm=
  ( 0 1 0 3 0 5 )
  ( 0 0 4 0 8 0 )
  ( 0 0 0 6 0 10 )
  ( 0 0 0 0 8 0 )
  ( 0 0 0 0 0 10 )
  ( 0 0 0 0 0 0 )

```

```

In[*]:= Ta1 = %

```

```

Out[*]=


|   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 0 | 3 | 0 | 5  |
| 0 | 0 | 4 | 0 | 8 | 0  |
| 0 | 0 | 0 | 6 | 0 | 10 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 8 | 0  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |


```

```

In[*]:= Outer[Subscript[a, StringJoin[#1, #2]] &,
  [вне... [с нижним инд... [соединить строки
    ToString/@Range[0, 5], ToString/@Range[0, 5]];
  [преобразов... [диапазон [преобразов... [диапазон
  kmLegendre[t].%;
  Collect[% - D[kmLegendre[t], t], t];
  [сгруппиров... [дифференцировать
  CoefficientList[%, t];
  [список коэффициентов многочлена
  Solve[% == Table[Table[0, 6], 6], %%% // Flatten];
  [решить ур... [табл... [таблица значений [уплостить

  %%% /. %;
  MatrixForm@@%
  [матричная форма

```

Out[*]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

In[*]:= $\mathbf{La}_1 = \%$

Out[*]=

0	1	0	1	0	1
0	0	3	0	3	0
0	0	0	5	0	5
0	0	0	0	7	0
0	0	0	0	0	9
0	0	0	0	0	0

```

In[*]:= Outer[Subscript[a, StringJoin[#1, #2]] &,
  [вне... [с нижним инд... [соединить строки
    ToString/@Range[0, 5], ToString/@Range[0, 5]];
  [преобразов... [диапазон [преобразов... [диапазон
  kmPower[t].%;
  Collect[% - D[kmPower[t], t], t];
  [сгруппиров... [дифференцировать
  CoefficientList[%, t];
  [список коэффициентов многочлена
  Solve[% == Table[Table[0, 6], 6], %%% // Flatten];
  [решить ур... [табл... [таблица значений [уплостить

  %%% /. %;
  MatrixForm@@%
  [матричная форма

```

Out[*]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

In[*]:= Pa₁ = %

Out[*]=

0	1	0	0	0	0
0	0	2	0	0	0
0	0	0	3	0	0
0	0	0	0	4	0
0	0	0	0	0	5
0	0	0	0	0	0

a_h

```

In[ ]:= Outer[Subscript[a, StringJoin[#1, #2]] &,
  [вне... [с нижним инд... [соединить строки
    ToString/@Range[0, 5], ToString/@Range[0, 5]];
  [преобразов... [диапазон [преобразов... [диапазон
  kmPower[t].%;
  Collect[% - (kmPower[t + h] - kmPower[t])/h, t];
  [сгруппировать
  CoefficientList[%, t];
  [список коэффициентов многочлена
  Solve[% == Table[Table[0, 6], 6], %%% // Flatten];
  [решить ур... [табл... [таблица значений [уплостить

  %%% /. %;
  MatrixForm@@%
  [матричная форма

```

Out[]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & h & h^2 & h^3 & h^4 \\ 0 & 0 & 2 & 3h & 4h^2 & 5h^3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 6h & 10h^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 10h \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

In[]:= Pa_h = %

Out[]:=

0	1	h	h ²	h ³	h ⁴
0	0	2	3 h	4 h ²	5 h ³
0	0	0	3	6 h	10 h ²
0	0	0	0	4	10 h
0	0	0	0	0	5
0	0	0	0	0	0

```

In[*]:= Outer[Subscript[a, StringJoin[#1, #2]] &,
  [вне... [с нижним инд... [соединить строки
    ToString/@Range[0, 5], ToString/@Range[0, 5]];
  [преобразов... [диапазон [преобразов... [диапазон
kmChebyshev[t].%;
Collect[%- (kmChebyshev[t + h] - kmChebyshev[t]) / h, t];
CoefficientList[%, t];
[список коэффициентов многочлена
Solve[% == Table[Table[0, 6], 6], %%% // Flatten];
[решить ур... [табл... [таблица значений [уплостить

%% %% /. %;
MatrixForm@@%
[матричная форма

```

Out[*]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2h & 3 + 4h^2 & 8(2h + h^3) & 5 + 60h^2 + 16h^4 \\ 0 & 0 & 4 & 12h & 8(1 + 4h^2) & 20(3h + 4h^3) \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 24h & 10(1 + 8h^2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 40h \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

In[*]:= $Ta_h = \%$

Out[*]=

0	1	2 h	3 + 4 h ²	8 (2 h + h ³)	5 + 60 h ² + 16 h ⁴
0	0	4	12 h	8 (1 + 4 h ²)	20 (3 h + 4 h ³)
0	0	0	6	24 h	10 (1 + 8 h ²)
0	0	0	0	8	40 h
0	0	0	0	0	10
0	0	0	0	0	0

```

In[*]:= Outer[Subscript[a, StringJoin[#1, #2]] &,
  [вне... [с нижним инд... [соединить строки
    ToString/@Range[0, 5], ToString/@Range[0, 5]];
  [преобразов... [диапазон [преобразов... [диапазон
kmLegendre[t].%;
Collect[%- (kmLegendre[t + h] - kmLegendre[t]) / h, t];
  [сгруппировать
CoefficientList[%, t];
  [список коэффициентов многочлена
Solve[% == Table[Table[0, 6], 6], %%%% // Flatten];
  [решить ур... [табл... [таблица значений [уплосить

%%%% /. %;
MatrixForm@@%
  [матричная форма

```

Out[*]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{3h}{2} & \frac{1}{2}(2+5h^2) & \frac{5}{8}(8h+7h^3) & \frac{1}{8}(8+140h^2+63h^4) \\ 0 & 0 & 3 & \frac{15h}{2} & \frac{1}{2}(6+35h^2) & \frac{21}{8}(8h+15h^3) \\ 0 & 0 & 0 & 5 & \frac{35h}{2} & \frac{5}{2}(2+21h^2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & \frac{63h}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

In[*]:= La_h = %

Out[*]=

0	1	$\frac{3h}{2}$	$\frac{1}{2}(2+5h^2)$	$\frac{5}{8}(8h+7h^3)$	$\frac{1}{8}(8+140h^2+63h^4)$
0	0	3	$\frac{15h}{2}$	$\frac{1}{2}(6+35h^2)$	$\frac{21}{8}(8h+15h^3)$
0	0	0	5	$\frac{35h}{2}$	$\frac{5}{2}(2+21h^2)$
0	0	0	0	7	$\frac{63h}{2}$
0	0	0	0	0	9
0	0	0	0	0	0

a_2

```

In[*]:= Outer[Subscript[a, StringJoin[#1, #2]] &,
  |вне... |с нижним инд... |соединить строки
  ToString /@ Range[0, 5], ToString /@ Range[0, 5]];
  |преобразов... |диапазон |преобразов... |диапазон
kmLegendre[t].%;
Collect[% - (kmLegendre[2 t + 1] - 2 D[kmLegendre[t], t]), t];
|сгруппировать |дифференцировать
CoefficientList[%, t];
|список коэффициентов многочлена
Solve[% == Table[Table[0, 6], 6], %%% // Flatten];
|решить ур... |табл... |таблица значений |уплостить

%% %% /. %;
MatrixForm @@ %
|матричная форма

```

```

Out[*]//MatrixForm=
  ( 1  -1  3  9  45  195 )
  ( 0  2  0  24  98  474 )
  ( 0  0  4  10  100  490 )
  ( 0  0  0  8  42  336 )
  ( 0  0  0  0  16  126 )
  ( 0  0  0  0  0  32 )

```

```

In[*]:= La2 = %

```

```

Out[*]=

```

1	-1	3	9	45	195
0	2	0	24	98	474
0	0	4	10	100	490
0	0	0	8	42	336
0	0	0	0	16	126
0	0	0	0	0	32

```

In[*]:= Outer[Subscript[a, StringJoin[#1, #2]] &,
  [вне... [с нижним инд... [соединить строки
    ToString/@Range[0, 5], ToString/@Range[0, 5]];
  [преобразов... [диапазон [преобразов... [диапазон
  kmPower[t].%;
  Collect[% - (kmPower[2 t + 1] - 2 D[kmPower[t], t]), t];
  [сгруппировать [дифференцировать
  CoefficientList[%, t];
  [список коэффициентов многочлена
  Solve[% == Table[Table[0, 6], 6], %%% // Flatten];
  [решить ур... [табл... [таблица значений [уплостить

  %%%% /. %;
  MatrixForm@@%
  [матричная форма

```

Out[*]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 6 & 8 & 10 \\ 0 & 0 & 4 & 6 & 24 & 40 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 24 & 80 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 16 & 70 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 32 \end{pmatrix}$$

In[*]:= Pa₂ = %

Out[*]=

1	-1	1	1	1	1
0	2	0	6	8	10
0	0	4	6	24	40
0	0	0	8	24	80
0	0	0	0	16	70
0	0	0	0	0	32

```

In[*]:= Outer[Subscript[a, StringJoin[#1, #2]] &,
  [вне... [с нижним инд... [соединить строки
    ToString/@Range[0, 5], ToString/@Range[0, 5]];
  [преобразов... [диапазон [преобразов... [диапазон
kmChebyshev[t].%;
Collect[% - (kmChebyshev[2 t + 1] - 2 D[kmChebyshev[t], t]), t];
[сгруппировать [дифференцировать
CoefficientList[%, t];
[список коэффициентов многочлена
Solve[% == Table[Table[0, 6], 6], %%% // Flatten];
[решить ур... [табл... [таблица значений [уплостить

%% %% / . %;
MatrixForm @@ %
[матричная форма

```

Out[*]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & 19 & 129 & 671 \\ 0 & 2 & 0 & 42 & 208 & 1210 \\ 0 & 0 & 4 & 12 & 144 & 820 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 48 & 440 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 16 & 140 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 32 \end{pmatrix}$$

In[*]:= $Ta_2 = \%$

Out[*]=

1	-1	5	19	129	671
0	2	0	42	208	1210
0	0	4	12	144	820
0	0	0	8	48	440
0	0	0	0	16	140
0	0	0	0	0	32

In[*]:=

Pa₀**Ta₀****La₀**

Out[*]=

1	-2	4	-8	16	-32
0	3	-12	36	-96	240
0	0	9	-54	216	-720
0	0	0	27	-216	1080
0	0	0	0	81	-810
0	0	0	0	0	243

Out[*]=

1	-2	16	-134	1168	-10442
0	3	-24	216	-1968	18120
0	0	9	-108	1152	-11700
0	0	0	27	-432	5400
0	0	0	0	81	-1620
0	0	0	0	0	243

Out[*]=

1	-2	10	-62	430	-3194
0	3	-18	126	-942	7362
0	0	9	-90	810	-7110
0	0	0	27	-378	4158
0	0	0	0	81	-1458
0	0	0	0	0	243

In[]:=

Pa₁
Ta₁
La₁

Out[]:=

0	1	0	0	0	0
0	0	2	0	0	0
0	0	0	3	0	0
0	0	0	0	4	0
0	0	0	0	0	5
0	0	0	0	0	0

Out[]:=

0	1	0	3	0	5
0	0	4	0	8	0
0	0	0	6	0	10
0	0	0	0	8	0
0	0	0	0	0	10
0	0	0	0	0	0

Out[]:=

0	1	0	1	0	1
0	0	3	0	3	0
0	0	0	5	0	5
0	0	0	0	7	0
0	0	0	0	0	9
0	0	0	0	0	0

In[*]:=

Pa_h**Ta_h****La_h**

Out[*]=

0	1	h	h ²	h ³	h ⁴
0	0	2	3 h	4 h ²	5 h ³
0	0	0	3	6 h	10 h ²
0	0	0	0	4	10 h
0	0	0	0	0	5
0	0	0	0	0	0

Out[*]=

0	1	2 h	3 + 4 h ²	8 (2 h + h ³)	5 + 60 h ² + 16 h ⁴
0	0	4	12 h	8 (1 + 4 h ²)	20 (3 h + 4 h ³)
0	0	0	6	24 h	10 (1 + 8 h ²)
0	0	0	0	8	40 h
0	0	0	0	0	10
0	0	0	0	0	0

Out[*]=

0	1	$\frac{3h}{2}$	$\frac{1}{2} (2 + 5 h^2)$	$\frac{5}{8} (8 h + 7 h^3)$	$\frac{1}{8} (8 + 140 h^2 + 63 h^4)$
0	0	3	$\frac{15 h}{2}$	$\frac{1}{2} (6 + 35 h^2)$	$\frac{21}{8} (8 h + 15 h^3)$
0	0	0	5	$\frac{35 h}{2}$	$\frac{5}{2} (2 + 21 h^2)$
0	0	0	0	7	$\frac{63 h}{2}$
0	0	0	0	0	9
0	0	0	0	0	0

In[*]:=

Pa₂

Ta₂

La₂

Out[*]=

1	-1	1	1	1	1
0	2	0	6	8	10
0	0	4	6	24	40
0	0	0	8	24	80
0	0	0	0	16	70
0	0	0	0	0	32

Out[*]=

1	-1	5	19	129	671
0	2	0	42	208	1210
0	0	4	12	144	820
0	0	0	8	48	440
0	0	0	0	16	140
0	0	0	0	0	32

Out[*]=

1	-1	3	9	45	195
0	2	0	24	98	474
0	0	4	10	100	490
0	0	0	8	42	336
0	0	0	0	16	126
0	0	0	0	0	32

$$\text{In[*]} := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Out[*]=

-1
10
12
12
10
0

$$2x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 5x^2 - x + 1 \rightarrow (D) \rightarrow 0x^5 + 10x^4 + 12x^3 + 12x^2 + 10x - 1$$

$$In[*]:= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & h & 3 + 4 h^2 & 8 (2 h + h^3) & 5 + 60 h^2 + 16 h^4 \\ 0 & 0 & 4 & 12 h & 8 (1 + 4 h^2) & 20 (3 h + 4 h^3) \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 24 h & 10 (1 + 8 h^2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 40 h \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

% /. h -> 0

Out[*]=

$-1 + 10 h + 4 (3 + 4 h^2) + 24 (2 h + h^3) + 2 (5 + 60 h^2 + 16 h^4)$
$20 + 48 h + 24 (1 + 4 h^2) + 40 (3 h + 4 h^3)$
$24 + 72 h + 20 (1 + 8 h^2)$
$24 + 80 h$
20
0

Out[*]=

21
44
44
24
20
0

$$In[*]:= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Out[*]=

21
44
44
24
20
0

$$a_h /. h \rightarrow 0 = a_l$$

Задание 5.

Векторное пространство линейных функционалов.

 a_0

```
In[*]:= kmPower[ $\frac{1}{2}$ ]
kmLegendre[ $\frac{1}{2}$ ]
kmChebyshev[ $\frac{1}{2}$ ]
```

Out[*]=

1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$
---	---------------	---------------	---------------	----------------	----------------

Out[*]=

1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{7}{16}$	$-\frac{37}{128}$	$\frac{23}{256}$
---	---------------	----------------	-----------------	-------------------	------------------

Out[*]=

1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
---	---------------	----------------	----	----------------	---------------

 a_1

```
In[*]:= ReplaceAll[D[#, t] & /@
_замениТЬ все_ _дИфференцирОватИ_
{kmPower[t],
 kmLegendre[t],
 kmChebyshev[t]}, t -> 1]
```

Out[*]=

0	1	2	3	4	5
0	1	3	6	10	15
0	1	4	9	16	25

a_2

```
In[*]:= 
$$\frac{\# [1] - \# [-1]}{2} \& /@ \{ \text{kmPower},$$

      kmLegendre,
      kmChebyshev}
```

```
Out[*]=
```

0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1

Проверим правила преобразования координат линейного функционала.

```
In[*]:= 
$$\left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{-1}{8}, \frac{-7}{16}, \frac{-37}{128}, \frac{23}{256} \right\} == \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32} \right\} . \text{PL}$$

```

```
Out[*]=
```

True

```
In[*]:= 
$$\left\{ 1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\} == \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32} \right\} . \text{PT}$$

```

```
Out[*]=
```

True

```
In[*]:= 
$$\{0, 1, 3, 6, 10, 15\} == \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} . \text{PL}$$

```

```
Out[*]=
```

True

```
In[*]:= 
$$\{0, 1, 4, 9, 16, 25\} == \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} . \text{PT}$$

```

```
Out[*]=
```

True

```
In[*]:= 
$$\{0, 1, 0, 1, 0, 1\} == \{0, 1, 0, 1, 0, 1\} . \text{PT}$$

```

```
Out[*]=
```

True

```
In[*]:= 
$$\{0, 1, 0, 1, 0, 1\} == \{0, 1, 0, 1, 0, 1\} . \text{PL}$$

```

```
Out[*]=
```

True

Задание 6.

Ковариантные и контравариантные объекты.

Любой вектор, так же как и линейный функционал, задается набором координат.

Координаты вектора принято записывать в столбец, а координаты линейного функционала в строку. Отличие линейного функционала от вектора также заключается в правиле преобразования координат: при смене базиса координаты ковектора преобразуются как базис, в отличие от координат векторов, преобразующихся противоположно базису.