

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет компьютерного проектирования

Кафедра проектирования информационно-компьютерных систем

## **ЛИНЕЙНАЯ ПАРНАЯ РЕГРЕССИЯ**

Студент гр. 315401

Е.М. Косарева

Проверил

Г.А. Пискун

Минск 2023

## Цель работы

Вычислить коэффициенты уравнения линейной регрессии по пространственной выборке.

## Теоретические сведения

**Расчетные соотношения.** Коэффициенты, определяемые на основе МНК, являются решением системы уравнений

$$\begin{cases} na + b \sum x = \sum y, \\ a \sum x + b \sum x^2 = \sum xy. \end{cases} \quad (2.2)$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$a = \bar{y} - b\bar{x}, \quad (2.3)$$

$$b = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} = \frac{cov(x, y)}{s_x^2}, \quad (2.4)$$

где  $cov(x, y) = \overline{xy} - \bar{x}\bar{y}$  – выборочная ковариация;  $s_x^2$  – выборочное значение дисперсии величины  $x$ , определяемой по формуле:

$$s_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2. \quad (2.5)$$

## Реализация решения задачи

В качестве исследуемой зависимости выбрана зависимость объема выполненных научных разработок от списочной численности работников в РБ за 2000 - 2022 года.

Массив данных представлен на рисунке 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
2	Списочная численность работников, выполнявших научные исследования и разработки, человек	32926,00	32119,00	30711,00	29981,00	28750,00	30222,00	30544,00	31294	31473,00	32441,00	31712,00
3	Объем выполненных научных исследований и разработок, оказанных научно-технических услуг, млн. руб.	99,10	179,80	259,50	382,50	533,50	832,70	833,70	1017,1	1252,50	1162,80	1427,80
4												

M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
31194,00	30437,00	28937,00	27208,00	26153	25942,00	26483,00	27411,00	27735,00	25622,00	25644,00	25233,00
2225,60	4368,10	5651,30	4994,10	5443,2	596,60	725,80	765,10	805,50	878,70	926,40	1036,70

Рисунок 1 – Массив данных

Вычисление коэффициентов линейной регрессии представлено на рисунке 2:

	x	y	xy	x^2	y^2	(y-y с чертой)	(y-y с чертой)^2	y с домиком	(y-y с домиком)	(y-y с домиком)^2	a	b
1	32926,00	99,10	3262966,60	1084121476,00	9820,81	-1483,43	2200552,96	1107,97	-1008,87	1017812,77	5232,83	-0,13
2	32119,00	179,80	5774996,20	1031630161,00	32328,04	-1402,73	1967640,48	1209,07	-1029,27	1059387,19		
3	30711,00	259,50	7969504,50	943165521,00	67340,25	-1323,03	1750398,03	1385,45	-1125,95	1267774,55		
4	29981,00	382,50	11467732,50	898860361,00	146306,25	-1200,03	1440062,61	1476,91	-1094,41	1197726,55		
5	28750,00	533,50	15338125,00	826562500,00	284622,25	-1049,03	1100455,73	1631,12	-1097,62	1204775,26		
6	30222,00	832,70	25165859,40	913369284,00	693389,29	-749,83	562239,16	1446,72	-614,02	377014,73		
7	30544,00	833,70	25464532,80	932935936,00	695055,69	-748,83	560740,51	1406,38	-572,68	327957,98		
8	31294,00	1017,10	31829127,40	979314436,00	1034492,41	-565,43	319706,66	1312,42	-295,32	87213,10		
9	31473,00	1252,50	39419932,50	990549729,00	1568756,25	-330,03	108917,22	1289,99	-37,49	1405,81		
10	32441,00	1162,80	37722394,80	1052418481,00	1352103,84	-419,73	176169,99	1168,73	-5,93	35,12		
11	31712,00	1427,80	45278393,60	1005650944,00	2038612,84	-154,73	23940,16	1260,05	167,75	28139,06		
12	31194,00	2225,60	69425366,40	973065636,00	4953295,36	643,07	413544,06	1324,95	900,65	811177,07		
13	30437,00	4368,10	132951859,70	926410969,00	19080297,61	2785,57	7759422,03	1419,78	2948,32	8692586,31		
14	28937,00	5651,30	163531668,10	837349969,00	31937191,69	4068,77	16554921,16	1607,70	4043,60	16350734,85		
15	27208,00	4994,10	135879472,80	740275264,00	24941034,81	3411,57	11638836,56	1824,30	3169,80	10047637,01		
16	26153,00	5443,20	142356009,60	683979409,00	29628426,24	3860,67	14904803,06	1956,47	3486,73	12157313,09		
17	25942,00	596,60	15476997,20	672987364,00	355931,56	-985,93	972050,25	1982,90	-1386,30	1921826,34		
18	26483,00	725,80	19221361,40	701349289,00	526785,64	-856,73	733979,59	1915,12	-1189,32	1414493,53		
19	27411,00	765,10	20972156,10	751362921,00	585378,01	-817,43	668185,41	1798,87	-1033,77	1068676,37		
20	27735,00	805,50	22340542,50	769230225,00	648830,25	-777,03	603769,54	1758,28	-952,78	907786,67		
21	25622,00	878,70	22514051,40	656486884,00	772113,69	-703,83	495371,16	2022,99	-1144,29	1309395,15		
22	25644,00	926,40	23756601,60	657614736,00	858216,96	-656,13	430501,44	2020,23	-1093,83	1196468,37		
23	25233,00	1036,70	26159051,10	636704289,00	1074746,89	-545,83	297926,12	2071,72	-1035,02	1071267,83		
Сумма	670172	36398,1	1043278703	19665395784	123285077							
Среднее	29137,91304	1582,53	45359943,62	855017208	5360220,72							

Рисунок 2 – Вычисление коэффициентов линейной регрессии

## Выводы

Согласно произведенным в ходе лабораторной работы расчетам уравнение линейной регрессии имеет вид:  $y = 5232,83 - 0,13x$ .