МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра систем автоматизированного проектирования

КУРСОВАЯ РАБОТА

«ОПТИМИЗАЦИЯ МАРШРУТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМА A* (A-STAR)»

по дисциплине «Алгоритмы и структуры данных»

Студент гр. 3353 _____ Шинкарь К.Д.

Преподаватель _____ Пестерев Д.О.

Санкт-Петербург

2024

ЗАДАНИЕ
НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Студентка Шинкарь К.Д.

Группа 3353

Тема работы: Оптимизация маршрутов с использованием алгоритма A* (A-star)

Исходные данные:
Язык программирования: Python.
Среда разработки (IDE): Pycharm

Содержание пояснительной записки:
«Оглавление», «Введение», «Теоретическая часть», «Практическая часть», «Заключение», «Коды программ»

Предполагаемый объем пояснительной записки:
Не менее 20 страниц.

Дата выдачи задания: 03.12.2024

Дата сдачи:

Дата защиты реферата:

Студентка Шинкарь К.Д.

Преподаватель Пестерев Д.О.

АННОТАЦИЯ

В курсовой работе рассматривается алгоритм A*, используемый для оптимизации маршрутов и поиска кратчайшего пути в графе. Алгоритм A* сочетает в себе принципы поиска в ширину и эвристические методы, что позволяет эффективно находить оптимальные маршруты даже в сложных условиях. В работе уделено внимание теории оптимизации маршрутов, ключевым функциям алгоритма A* (g, h и f), а также рассматривается манхэттенская эвристика, наиболее подходящая для работы с лабиринтами. Принцип работы алгоритма A* проиллюстрирован на примерах, а также рассмотрено его применение в реальных задачах. Практическая часть включает реализацию алгоритма с использованием библиотек Python, таких как pygame, heapq и random, для визуализации и тестирования поиска путей в лабиринте.

SUMMARY

The coursework explores the A* algorithm, which is used for route optimization and finding the shortest path in a graph. The A* algorithm combines the principles of breadth-first search and heuristic methods, allowing it to efficiently find optimal routes even in complex conditions. The work focuses on the theory of route optimization, the key functions of the A* algorithm (g, h, and f), and the Manhattan heuristic, which is particularly suitable for working with mazes. The principles of the A* algorithm are illustrated with examples, and its application to real-world tasks is discussed. The practical part includes the implementation of the algorithm using Python libraries such as pygame, heapq, and random for visualizing and testing pathfinding in a maze.

Оглавление

Введение

Оптимизация маршрутов играет ключевую роль во многих областях жизни людей, поскольку позволяет находить наилучшие пути для перемещения тех или иных объектов. Правильно построенные маршруты помогают существенно экономить время и ресурсы.

Для эффективной оптимизации маршрутов необходимы специальные алгоритмы, и одним из самых популярных является алгоритм A*. Этот алгоритм сочетает в себе преимущества поиска в ширину и эвристических методов, что помогает находить кратчайший путь с наименьшими затратами времени. Он позволяет строить маршруты с учётом препятствий и меняющихся условий, что делает его незаменимым инструментом для решения задач, связанных с оптимизацией перемещений.

В отличие от простых методов поиска, A* не просто перебирает все возможные варианты, а оценивает каждый из них, учитывая, как уже пройденный путь, так и предполагаемое расстояние до цели. Это делает его особенно эффективным в случаях, когда нужно найти оптимальный маршрут среди множества возможных вариантов.

Теоретическая часть

Оптимизация маршрутов

Оптимизация маршрутов — это процесс поиска наилучшего пути для перемещения между заданными точками с учётом различных условий и ограничений. Целью является минимизация времени, расстояния или затрат на путь, а также эффективное использование ресурсов.

Алгоритм A*

Алгоритм A* — один из самых эффективных алгоритмов поиска кратчайшего пути на графе. Он широко применяется в системах навигации, компьютерных играх и робототехнике. A* использует эвристические оценки для ускорения поиска, что позволяет ему находить оптимальный маршрут быстрее, чем многие другие алгоритмы.

Алгоритм A* использует три ключевые функции для оценки стоимости пути:

g(n) — стоимость пути от начальной точки до текущей вершины n. Она показывает, сколько уже "потрачено", чтобы достичь текущей вершины.

h(n) — эвристическая оценка стоимости от текущей вершины n до целевой вершины. Она показывает, сколько "ещё предстоит потратить", чтобы достичь цели. Эвристика должна быть быстрой в вычислении и давать приближение к реальному расстоянию.

f(n) — полная стоимость пути через вершину n. Она определяется как:

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

Эвристика

Эвристика в контексте алгоритма A* — это функция, которая оценивает, насколько "близки" два состояния. В задаче поиска пути эвристика помогает определить, как далеко находится текущая позиция от цели.

Типы эвристик

Существует несколько типов эвристик, которые могут быть использованы в алгоритме A*. Вот наиболее популярные:

1. Манхэттенская эвристика (Manhattan Distance)
2. Евклидова эвристика (Euclidean Distance)
3. Диагональная эвристика (Diagonal Distance)

Каждый тип эвристики подходит для разных типов задач. В контексте лабиринта, где движения ограничены только горизонтальными и вертикальными перемещениями, манхэттенская эвристика подойдет лучше всего.

Манхэттенская эвристика

Манхэттенское расстояние — это сумма абсолютных разностей по осям X и Y между двумя точками:

$h(n) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$

x_1, y_1 — координаты текущего узла.

x_2, y_2 — координаты целевого узла.

Эвристика вычисляет, сколько шагов по горизонтали и вертикали нужно сделать, чтобы добраться до целевой точки, не учитывая препятствия.

Эвристика позволяет A* быть более эффективным, чем обычный алгоритм поиска в ширину.

Используя эвристику, A* выбирает те узлы, которые кажутся более перспективными для достижения цели, и игнорирует менее обещающие пути, что значительно ускоряет выполнение алгоритма.

Принцип работы алгоритма A*

1. Начинаем с начальной вершины (точка старта).
2. Устанавливаем g = 0 для начальной вершины и вычисляем f для неё.
3. Добавляем начальную вершину в открытый список — это список вершин, которые нужно проверить.
4. Создаём закрытый список для уже проверенных вершин.

Открытый список — это список вершин, которые ещё предстоит обработать. В этом списке находятся вершины, которые были найдены алгоритмом, но для которых ещё не были рассмотрены все возможные пути.

На каждом шаге из открытого списка выбирается вершина с наименьшим значением f(n).

Выбранная вершина извлекается из открытого списка и обрабатывается.

Если у вершины есть соседи, которые ещё не обработаны, они добавляются в открытый список.

Закрытый список — это список вершин, которые уже были обработаны. В этом списке находятся вершины, для которых алгоритм уже нашёл наилучший путь и которые больше не нужно проверять.

После того как вершина обрабатывается и все её соседи добавлены в открытый список, эта вершина переносится из открытого списка в закрытый.

Если алгоритм натыкается на вершину, которая уже есть в закрытом списке, её можно пропустить, так как она уже была обработана.

Принцип поиска пути:

Пока открытый список не пуст, выполняем следующие шаги:

1. Выбираем вершину из открытого списка с минимальным значением f.
2. Если эта вершина является целевой, поиск завершён, и мы восстанавливаем путь, пройдя назад от цели к началу через родителей вершин.
3. Переносим текущую вершину из открытого списка в закрытый список.
4. Рассматриваем всех соседей текущей вершины:

   Если сосед уже в закрытом списке, пропускаем его.

   Вычисляем g для соседа (стоимость пути от начальной вершины до этого соседа).

   Вычисляем f = g + h

   Если соседа ещё нет в открытом списке, добавляем его туда и сохраняем текущую вершину как "родителя" соседа.

   Если сосед уже в открытом списке, но новый путь короче предыдущего (g меньше), обновляем информацию о родителе и стоимости.

5. Если целевая вершина найдена, восстанавливаем путь от цели к началу, следуя по "родителям" вершин.
6. Если открытый список стал пустым до достижения цели, значит пути не существует.

Практическая часть

Используемые библиотеки

pygame — это библиотека для создания игр и мультимедийных приложений на Python. Она предоставляет инструменты для работы с графикой, звуком, событиями, анимацией и пользовательским вводом. Она понадобилась для работы с окнами, графикой, отслеживанием кликов.

random — стандартный модуль Python для генерации случайных чисел и случайного выбора элементов из последовательностей. Полезен в играх, моделировании, тестировании и алгоритмах. Пригодился для генерации случайных лабиринтов.

heapq — это модуль для работы с кучами, которые являются структурами данных для приоритетных очередей. В Python реализована минимальная куча, где корневой элемент — наименьший.

В коде программы библиотека heapq используется для реализации очереди с приоритетом в алгоритме A*, пример ниже.

Добавление узла в очередь с приоритетом:

```
heapq.heappush(open_set, (0, start))
```

Функция heapq.heappush() добавляет узел в очередь open_set. Узел представляется в виде кортежа (f_score, node), где f_score — оценка стоимости пути, a node — координаты узла. Это позволяет хранить узлы в порядке возрастания значений f_score.

Извлечение узла с минимальным значением f_score:

```
current = heapq.heappop(open_set)[1]
```

Функция heapq.heappop() извлекает элемент с наименьшим f_score из очереди open_set.

Поскольку heappop возвращает кортеж (f_score, node), используется [1] для получения только узла current.

Добавление соседнего узла при обновлении оценок:

heapq.heappush(open_set, (f_score[neighbor], neighbor))

Если соседний узел имеет улучшенный (меньший) g_score, он добавляется в очередь с новым значением f_score.

Используемые типы данных

int:

Целочисленный тип данных.

Целые числа в программе используются для хранения размеров, координат и индексов.

tuple (кортежи):

Неизменяемый тип данных.

Используется для хранения упорядоченной последовательности элементов (координаты точек старта, цели и соседних клеток.).

list (списки):

Упорядоченный набор значений, в котором некоторое значение может встречаться более одного раза

В программе списки используются для хранения лабиринта, пути и узлов.

set (множества):

Хранят ограниченное число значений определённого типа без определённого порядка.

Множества используются для хранения уникальных элементов, например, посещённых узлов.

dict (словарь):

Представляет собой коллекцию пар «ключ-значение».

Словари используются для хранения путей, стоимости узлов и функций.

bool:

Используется для логических условий.

Результат работы программы:

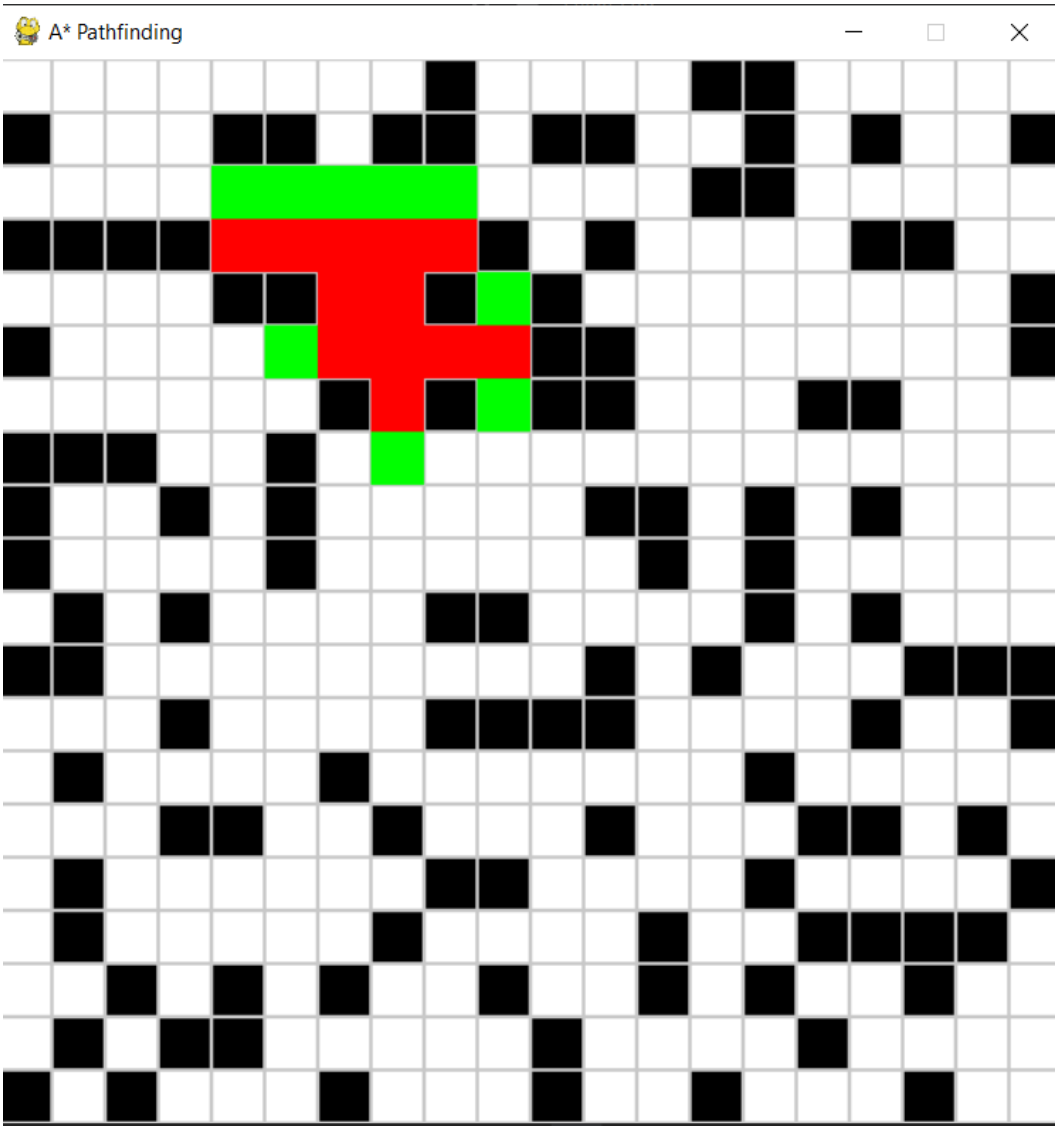
Процесс поиска наименьшего пути:

Белые клетки – пустые поля.

Черные клетки – препятствия.

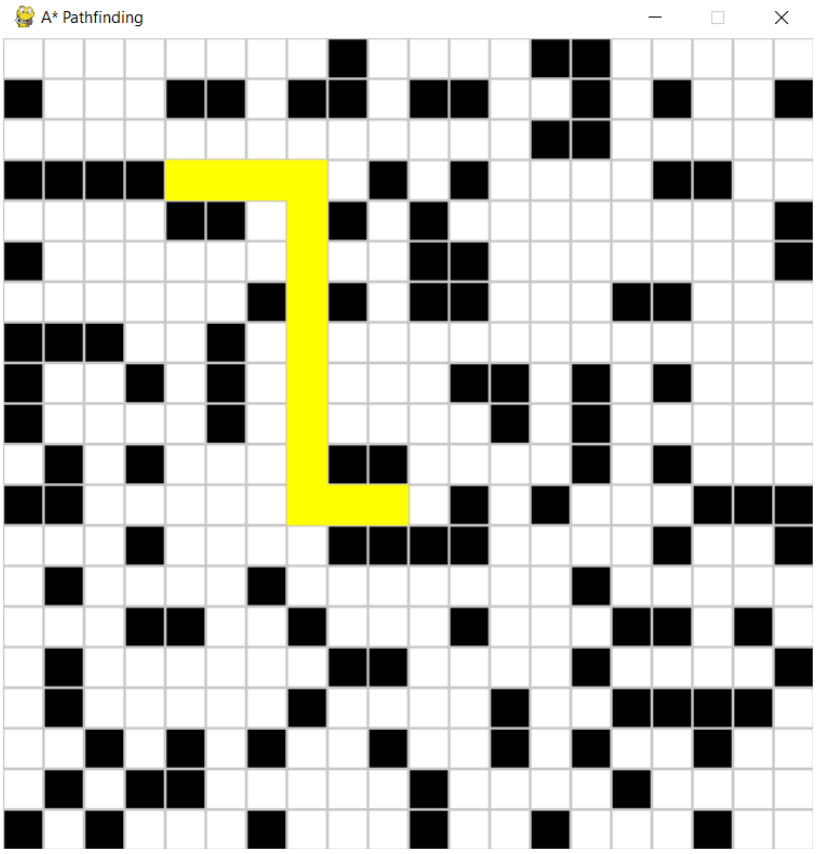
Красные клетки – вершины в закрытом списке.

Зеленые клетки – вершины в открытом списке.



Результат работы программы:

Кратчайший путь выглядит следующим образом:




```
Информация о пройденных узлах на пути:
Узел (3, 4): h(n) = 13, g(n) = 0, f(n) = 13
Узел (3, 5): h(n) = 12, g(n) = 1, f(n) = 13
Узел (3, 6): h(n) = 11, g(n) = 2, f(n) = 13
Узел (3, 7): h(n) = 10, g(n) = 3, f(n) = 13
Узел (4, 7): h(n) = 9, g(n) = 4, f(n) = 13
Узел (5, 7): h(n) = 8, g(n) = 5, f(n) = 13
Узел (6, 7): h(n) = 7, g(n) = 6, f(n) = 13
Узел (7, 7): h(n) = 6, g(n) = 7, f(n) = 13
Узел (8, 7): h(n) = 5, g(n) = 8, f(n) = 13
Узел (9, 7): h(n) = 4, g(n) = 9, f(n) = 13
Узел (10, 7): h(n) = 3, g(n) = 10, f(n) = 13
Узел (11, 7): h(n) = 2, g(n) = 11, f(n) = 13
Узел (11, 8): h(n) = 1, g(n) = 12, f(n) = 13
Узел (11, 9): h(n) = 0, g(n) = 13, f(n) = 13

Длина кратчайшего пути: 14
```

Заключение

В ходе выполнения курсовой работы был реализован алгоритм A* на Python с графическим выводом процесса поиска самого короткого пути от начальной точки до конечной. Предварительная оценка не всегда совпадает с итоговой из-за особенностей расчета эвристической функции и расположения препятствий в лабиринте, но алгоритм работает быстро и точно, что подтверждает его эффективность.

Код программы

```
import pygame
import random
import heapq

# Константы
WIDTH, HEIGHT = 600, 600
GRID_SIZE = 20
CELL_SIZE = WIDTH // GRID_SIZE

# Цвета
WHITE = (255, 255, 255)
BLACK = (0, 0, 0)
RED = (255, 0, 0)
GREEN = (0, 255, 0)
BLUE = (0, 0, 255)
YELLOW = (255, 255, 0)
GRAY = (200, 200, 200)

# Инициализация Pygame
pygame.init()
screen = pygame.display.set_mode((WIDTH, HEIGHT))
pygame.display.set_caption("A* Pathfinding")
clock = pygame.time.Clock()

# Функция для генерации лабиринта
def generate_maze(grid_size):
    maze = [[1 if random.random() < 0.3 else 0 for _ in range(grid_size)] for _ in
range(grid_size)]
    maze[0][0] = maze[grid_size - 1][grid_size - 1] = 0  # Гарантируем начало и
конец
    return maze

# Визуализация лабиринта
def draw_maze(maze, start=None, goal=None, path=None, open_set=None,
closed_set=None):
    for row in range(GRID_SIZE):
        for col in range(GRID_SIZE):
            # Цвет клетки
            color = WHITE if maze[row][col] == 0 else BLACK
            pygame.draw.rect(screen, color, (col * CELL_SIZE, row * CELL_SIZE,
CELL_SIZE, CELL_SIZE))
            pygame.draw.rect(screen, GRAY, (col * CELL_SIZE, row * CELL_SIZE,
CELL_SIZE, CELL_SIZE), 1)
```

```
    # Отрисовка начальной и конечной точки
    if start:
        pygame.draw.rect(screen, GREEN, (start[1] * CELL_SIZE, start[0] *
CELL_SIZE, CELL_SIZE, CELL_SIZE))  # start[0] - row, start[1] - col
    if goal:
        pygame.draw.rect(screen, RED, (goal[1] * CELL_SIZE, goal[0] *
CELL_SIZE, CELL_SIZE, CELL_SIZE))  # goal[0] - row, goal[1] - col

    # Отрисовка открытых и закрытых узлов
    if open_set:
        for row, col in open_set:
            pygame.draw.rect(screen, GREEN, (col * CELL_SIZE, row *
CELL_SIZE, CELL_SIZE, CELL_SIZE))

    if closed_set:
        for row, col in closed_set:
            pygame.draw.rect(screen, RED, (col * CELL_SIZE, row * CELL_SIZE,
CELL_SIZE, CELL_SIZE))

    # Отрисовка пути
    if path:
        for row, col in path:
            pygame.draw.rect(screen, YELLOW, (col * CELL_SIZE, row *
CELL_SIZE, CELL_SIZE, CELL_SIZE))

    pygame.display.flip()

# Алгоритм A*
def a_star(maze, start, goal):
    def heuristic(a, b):
        return abs(a[0] - b[0]) + abs(a[1] - b[1])  # Манхэттенская эвристика

    open_set = []
    heapq.heappush(open_set, (0, start))
    came_from = {}
    g_score = {start: 0}
    f_score = {start: heuristic(start, goal)}

    open_set_hash = {start}
    closed_set = set()

    while open_set:
        current = heapq.heappop(open_set)[1]
```

```
        open_set_hash.remove(current)

        if current == goal:
            path = []
            node_info = []  # Список для хранения значений h(n), g(n), f(n) для
узлов на пути
            while current in came_from:
                path.append(current)
                node_info.append((current, heuristic(current, goal), g_score[current],
f_score[current]))
                current = came_from[current]
            path.append(start)
            node_info.append((start, heuristic(start, goal), g_score[start],
f_score[start]))
            path.reverse()
            node_info.reverse()

            # Вывод значений h(n), g(n), f(n) для узлов на пути
            print("\nИнформация о пройденных узлах на пути:")
            for idx, (node, h, g, f) in enumerate(node_info):
                print(f"Узел {node}: h(n) = {h}, g(n) = {g}, f(n) = {f}")
                # Выводим узлы каждые 5 шагов или начальный и конечный узлы
                #if idx % 5 == 0 or idx == len(node_info) - 1:
                #    print(f"*** Узел {node}: h(n) = {h}, g(n) = {g}, f(n) = {f} ***")

            print(f"\nДлина кратчайшего пути: {len(path)}")
            return path, closed_set

        closed_set.add(current)

        for dx, dy in [(-1, 0), (1, 0), (0, -1), (0, 1)]:
            neighbor = (current[0] + dx, current[1] + dy)
            if 0 <= neighbor[0] < GRID_SIZE and 0 <= neighbor[1] < GRID_SIZE
and maze[neighbor[0]][neighbor[1]] == 0:
                if neighbor in closed_set:
                    continue

                tentative_g_score = g_score[current] + 1

                if neighbor not in open_set_hash or tentative_g_score <
g_score.get(neighbor, float('inf')):
                    came_from[neighbor] = current
                    g_score[neighbor] = tentative_g_score
                    f_score[neighbor] = tentative_g_score + heuristic(neighbor, goal)
```

```
                if neighbor not in open_set_hash:
                    heapq.heappush(open_set, (f_score[neighbor], neighbor))
                    open_set_hash.add(neighbor)

        draw_maze(maze, None, None, None, open_set_hash, closed_set)
        clock.tick(10)

    return None, closed_set

# Главная программа
def main():
    maze = generate_maze(GRID_SIZE)
    start = (0, 0)
    goal = (GRID_SIZE - 1, GRID_SIZE - 1)
    path = None  # Путь, который будет отображаться

    running = True
    while running:
        screen.fill(WHITE)
        draw_maze(maze, start, goal, path)

        for event in pygame.event.get():
            if event.type == pygame.QUIT:
                running = False

            # Ввод начальной и конечной точки
            if event.type == pygame.MOUSEBUTTONDOWN:
                x, y = pygame.mouse.get_pos()
                col, row = x // CELL_SIZE, y // CELL_SIZE  # Вычисляем индексы клетки

                print(f"Mouse position: ({x}, {y}), Cell: ({col}, {row})")  # Отладочный вывод

                if event.button == 1:  # Левая кнопка для установки начальной точки
                    start = (row, col)  # Начальная точка
                elif event.button == 3:  # Правая кнопка для установки конечной точки
                    goal = (row, col)  # Конечная точка
                elif event.button == 2:  # Средняя кнопка для переключения стен
                    maze[row][col] = 1 - maze[row][col]  # Переключаем стену
                    print(
                        f"Cell ({row}, {col}) changed to {'wall' if maze[row][col] == 1 else 'empty'}")  # Проверка обновления
```

```
            # Запуск A* при нажатии Enter
            if event.type == pygame.KEYDOWN and event.key ==
pygame.K_RETURN:
                path, closed_set = a_star(maze, start, goal)
                draw_maze(maze, start, goal, path, None, closed_set)

        pygame.display.flip()
        clock.tick(30)

    pygame.quit()

if __name__ == "__main__":
    main()
```

Ссылка на репозиторий

https://github.com/ksushinia/A-star-Algorithm