

構文論と意味論

2024/12/01

東京大学数理科学研究科M2

金相佑

構文論と意味論

- 言語学=構文論+意味論
- 構文論とは、文字の列から文を作る理論
- 意味論とは、文に対して意味を割り当てる理論

構文論

- 構文論

構文とは、

①文字列が文であるかどうかを判断する

②文から文への変換を(あれば)与える

の 2 要素からなる。

構文論

①文字列が文であるかどうかを判断する

| 文 | 非文 |
|--|--|
| 私は今発表している | は発表今している私 |
| 1+1+1+1 | ++111+1+ |
| Today is Sunday. | TToday iis SSunday. |
| Monday is Sunday. | Monday Sunday is. |
| Colorless green ideas sleep furiously. | Furiously sleep ideas green colorless. |

構文論

②文から文への変換を(あれば)与える

| 変換前 | 変換規則 | 変換後 |
|-------------------------------------|----------|-------------------|
| I am here | →疑問文の生成→ | Where am I |
| 1+1+1+1 | →数値の計算→ | 4 |
| A = 1 B = 2 C = 3 print(A) | →最適化→ | A = 1 print(A) |

構文論

- 構文論

そもそも文とは何か？

→ここでは、以下のように規則によって再帰的に生成されるものとする

$$N = 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \mid N0 \mid NN$$
$$S = N \mid S + S$$

→これに従うと、 $1+1+1+1$ は文、 $++111+1+$ は非文

意味論

- 意味論

文の意味、指示内容を考える。様々な方法がある。

- 表示の意味論

言語は文字列そのままでは意味がわかりにくい。

→既知の別の言語、文脈（特に数学的対象）に翻訳して意味を解釈する。

意味論

- 例えば、以下のように、 $1, 2, 3, \dots$ と $+$ の言語を🍎の数に翻訳できる。

Nは🍎の数、Sは🍎を集めた数

- $[[1+1+1+1]] \Rightarrow$ 🍎🍎🍎🍎 $[[4]] \Rightarrow$ 🍎🍎🍎🍎

この意味付けだと両者は等しい。

意味付けの方法は色々ある。番号札1番の人を4回呼ぶなど...

意味論

- 意味論

以下のような意味付けがよく行われる。

| 構文 | 意味 |
|--|-------------------|
| 英語 (Colorless green ideas sleep furiously.) | 現実世界 (なし) |
| 数式 | 数学的構造 |
| プログラム言語 (プログラム) | ハードウェア (電子の操作) |

意味論

多くの言語を意味付けられるような(良い)世界はなにか？

- 圏論

関係性と普遍性を記述することに特化した数学的対象。

- 圏論的意味論

意味付けを圏論において行う

[[1+1+1+1]] \Rightarrow 🍊🍊🍊🍊

としても良い。

本質は、集められたものが対等であるという関係性。

String Diagram

では、良い構文とは？

→直感的に扱いやすいこと

- String Diagram

幾何的な構文。文字からなる数式よりも、使いやすい

String Diagram

C, D を圏とする

函手 $F: D \rightarrow C, G: C \rightarrow D$ が随伴であるとは、自然変換

$$\epsilon: FG \rightarrow 1$$

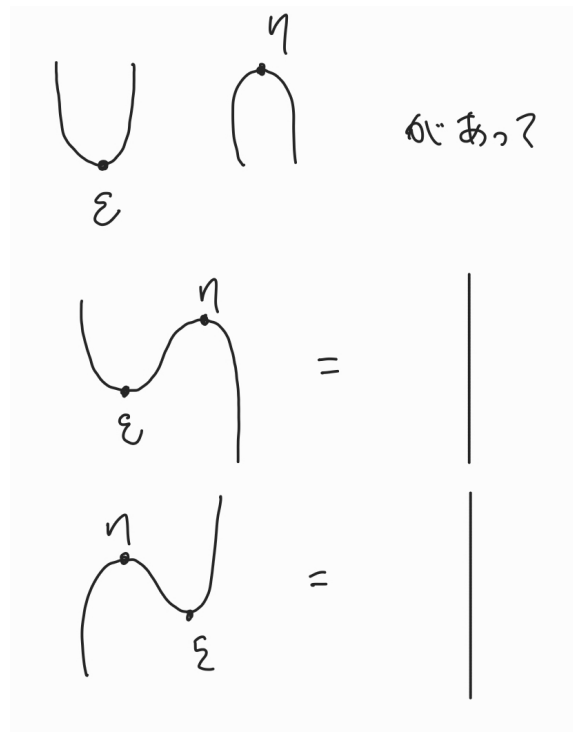
$$\eta: 1 \rightarrow GF$$

であって、

$$\epsilon F \circ F \eta = 1$$

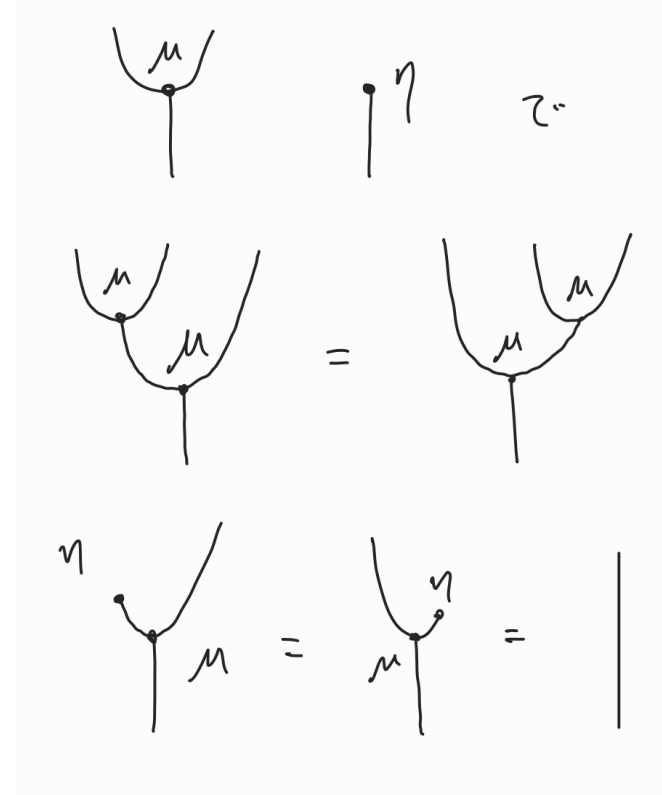
$$G \epsilon \circ \eta G = 1$$

を満たすものがある時を言う。



String Diagram

C を圏とする
函手 $T: C \rightarrow C$ と自然変換
 $\mu: TT \rightarrow T$
 $\eta: 1 \rightarrow T$
がモナドであるとは
 $\mu \circ T\mu = \mu \circ \mu T$
 $\mu \circ T\eta = \mu \circ \eta T = 1$
を満たす時を言う。



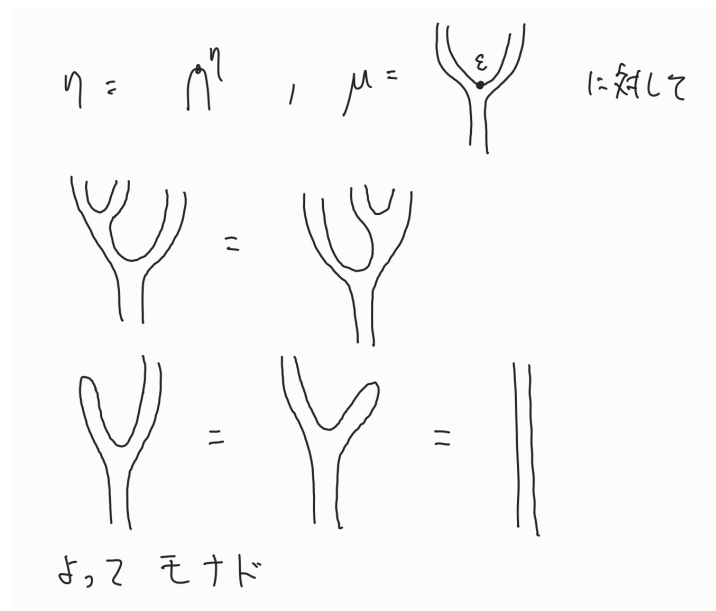
String Diagram

定理： C, D を圏とする

函手 $F: D \rightarrow C, G: C \rightarrow D$, 自然変換 $\epsilon: FG \rightarrow 1, \eta: 1 \rightarrow GF$ が随伴であるとする。このとき、

$$T = GF, \mu = F\epsilon G$$

とすると、 T, μ, η はモナドとなる



String Diagram

- Premonoidal 圏のtrace

