ΚΥΡΙΑΚΟΣ ΤΣΟΚΚΟΣ ΑΕΜ : 10496

ΑΣΚΗΣΗ 2

ΕΥΡΕΣΗ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΔΥΟ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

➷ Αρχικά οι αλγόριθμοι αναζήτησης που θα μελετηθούν είναι:

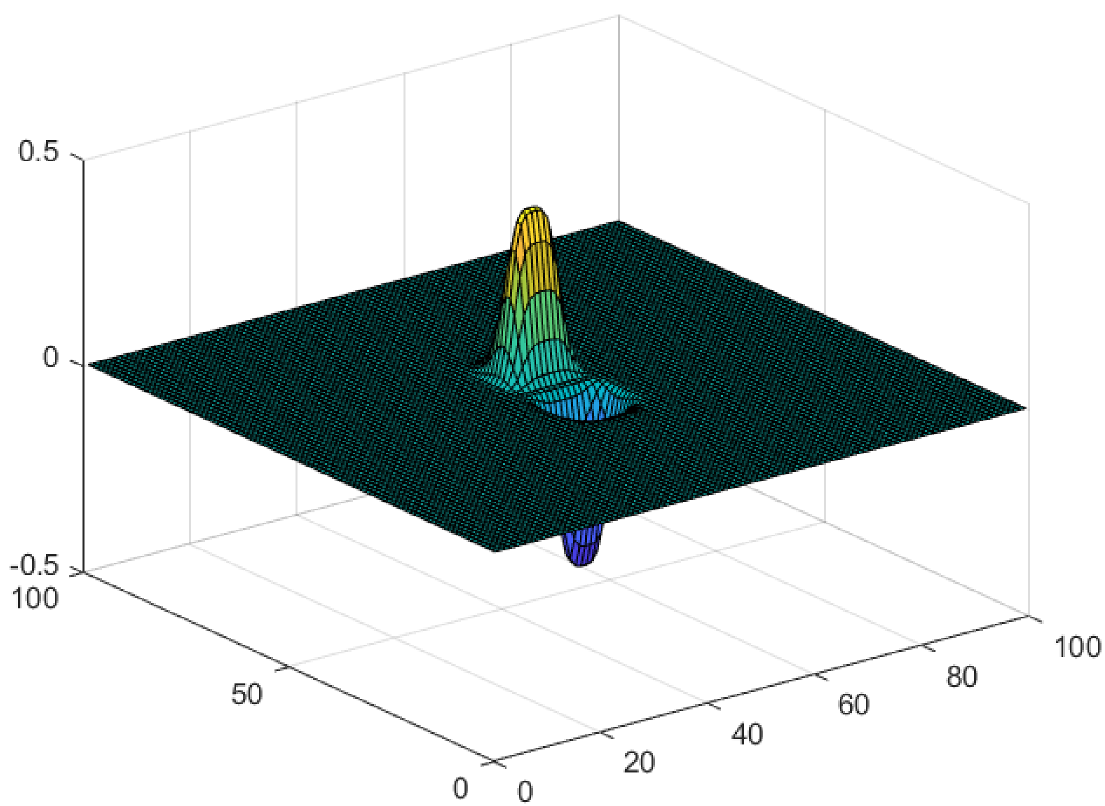
- Μέγιστης Καθόδου (Steepest Descent)
- Newton
- Levenberg-Marquardt

και η δοσμένη αντικειμενική συνάρτηση θα είναι :

$$f(x,y) = x^3 e^{-x^2-y^4}$$

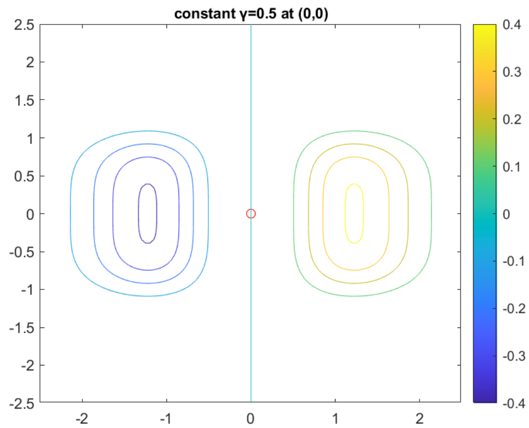
ΘΕΜΑ 1 – ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΗΣ f :

➷ Σχεδιάζοντας την f έχω :

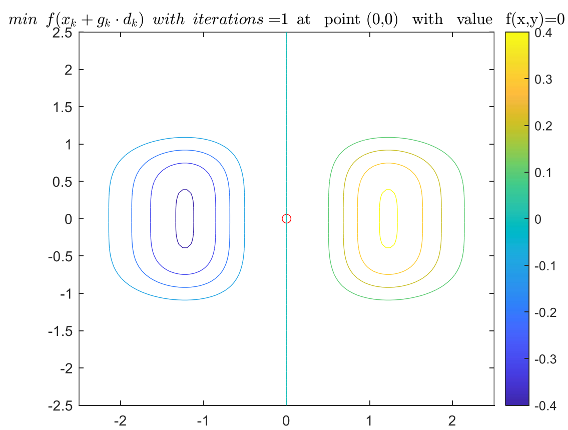


ΘΕΜΑ 2 – ΜΕΘΟΔΟΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΚΑΘΟΔΟΥ :

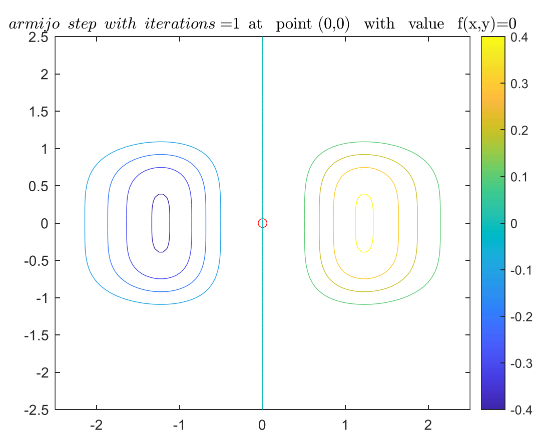
- Αρχικό σημείο (0,0) βλέπω πως η παράγωγος της f είναι μηδέν οπότε τερματίζει ο αλγόριθμος και έτσι θα έχω f(x,y) = 0 :
  - Επιλέγω σταθερό $\gamma_\kappa = 0.5$ και $\varepsilon = 0.001$.



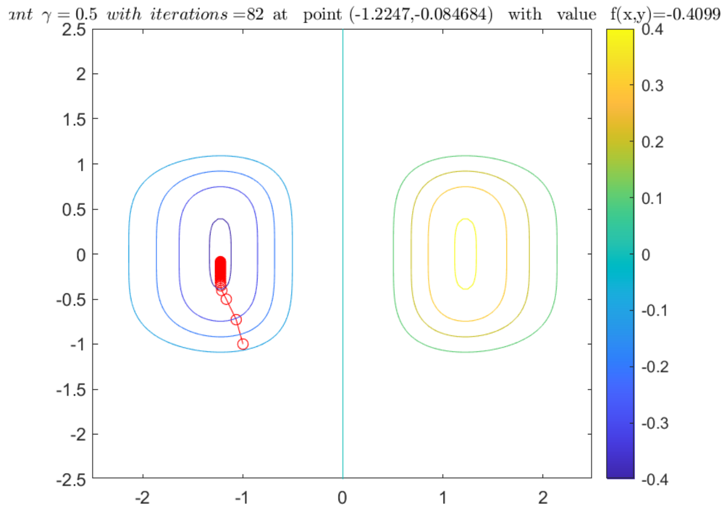
  - Το ίδιο συμβαίνει στο γ όταν ελαχιστοποιεί την $f(x_\kappa + \gamma_\kappa d_\kappa)$.



  - Το ίδιο συμβαίνει και με τον κανόνα Armijo.

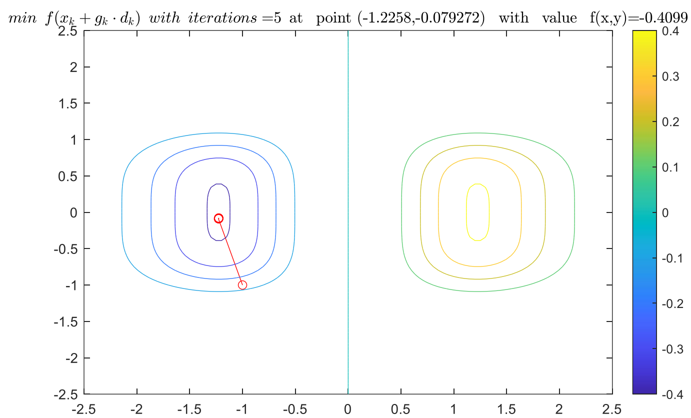


- Αρχικό σημείο (-1,-1) :
  - Επιλέγω σταθερό $γ_κ$ = 0.5 και ε = 0.001,



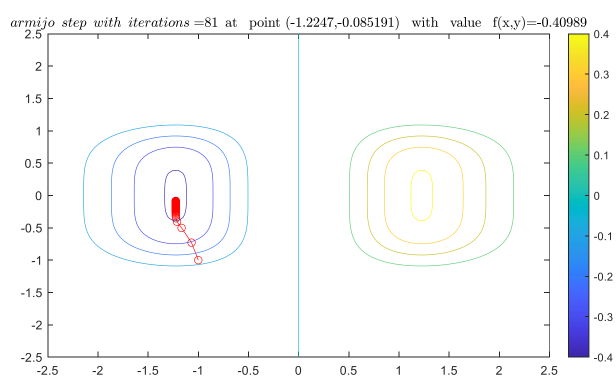
Μετά από 82 επαναλήψεις καταλήγω στο σημείο πιο πάνω.

  - Για το γ όταν ελαχιστοποιεί την $f(x_κ + γ_κ d_κ)$ έχω

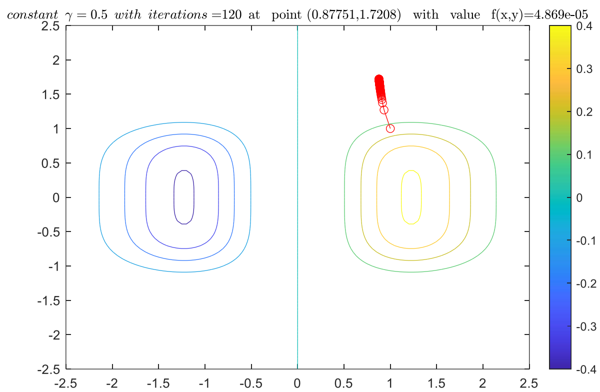


Μετά από 5 επαναλήψεις καταλήγω στο σημείο πιο πάνω.

  - και τέλος με τον κανόνα Armijo :

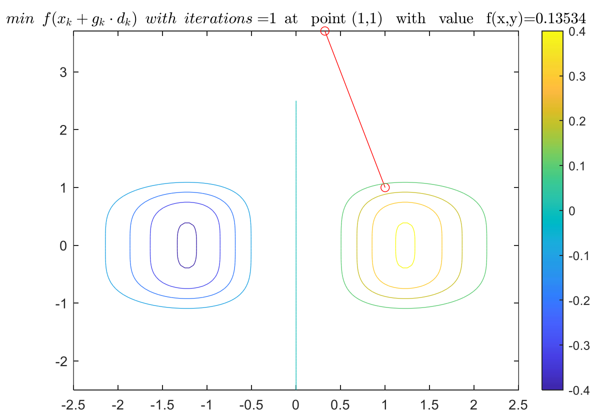


- Αρχικό σημείο (1,1) :
  - Επιλέγω σταθερό γ_κ = 0.5 και ε = 0.001



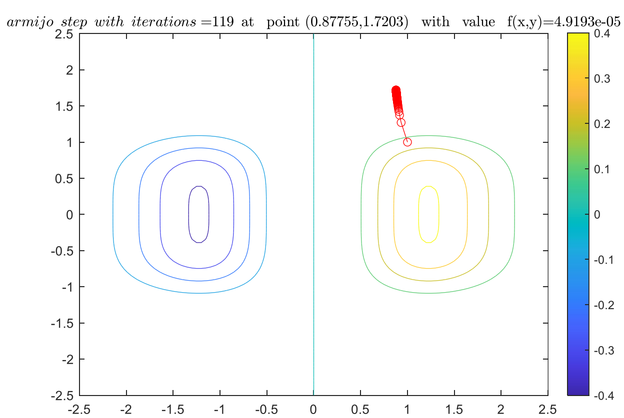
Μετά από 120 επαναλήψεις καταλήγω στο σημείο πιο πάνω.

  - Για το γ όταν ελαχιστοποιεί την $f(x_\kappa + \gamma_\kappa d_\kappa)$ έχω



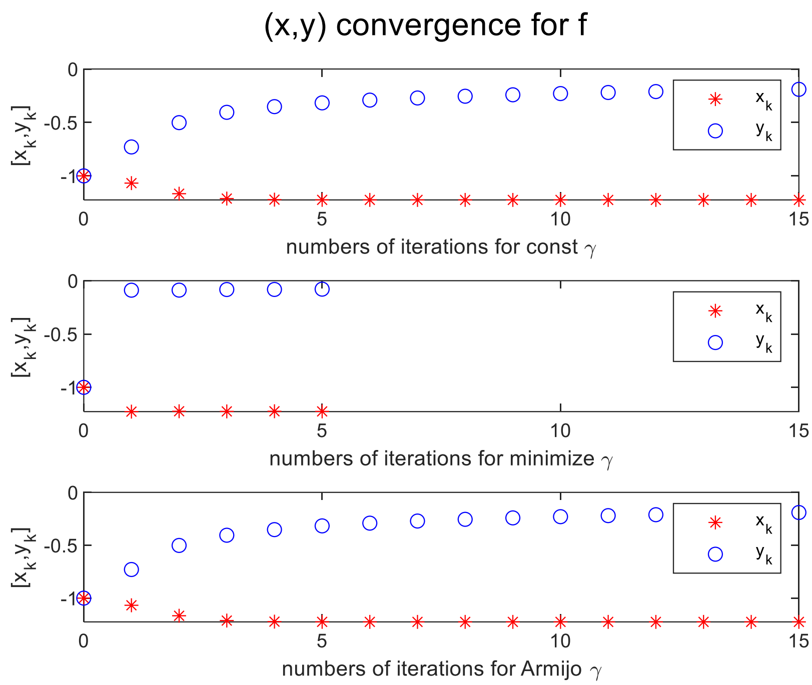
Μετά από 1 επανάληψη καταλήγω στο σημείο πιο πάνω.

  - και τέλος με τον κανόνα Armijo :

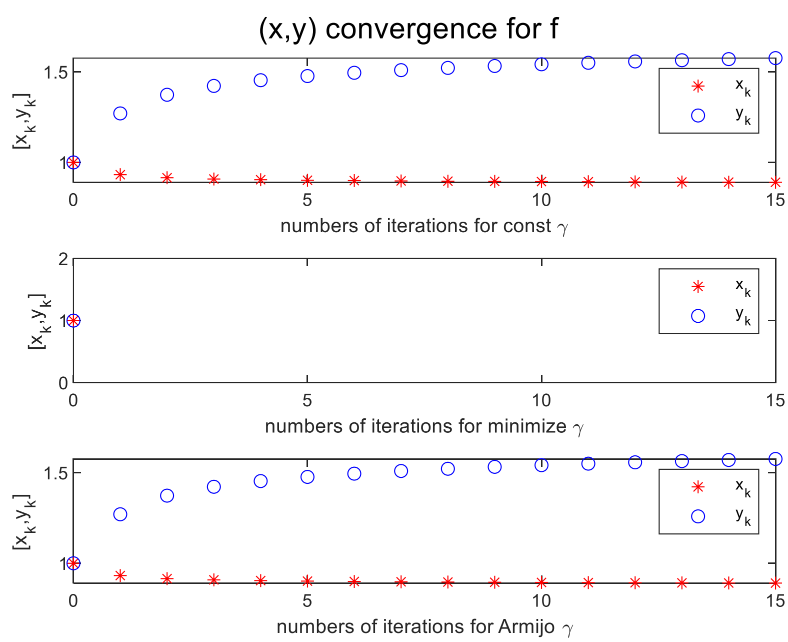


Μετά από 119 επαναλήψεις καταλήγω στο σημείο πιο πάνω

- Συμπερασματικά για τον αριθμό επαναλήψεων συναρτήσει με το (x,y)
  - Στο (-1,-1) έχω

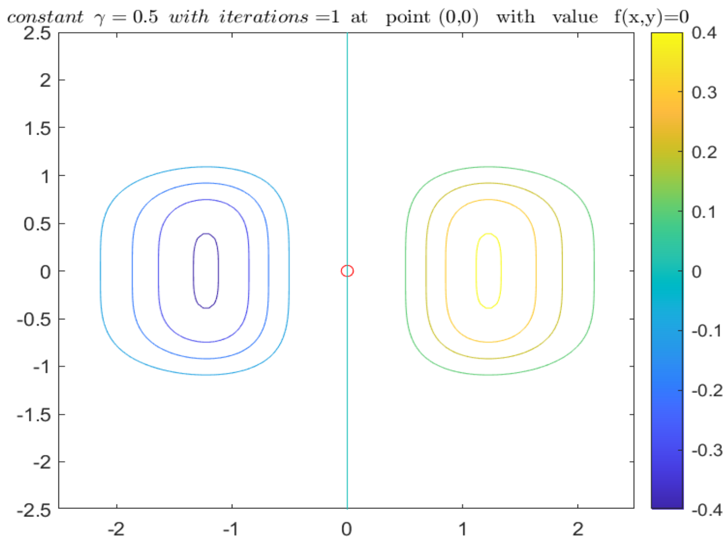


  - Στο (1,1) έχω

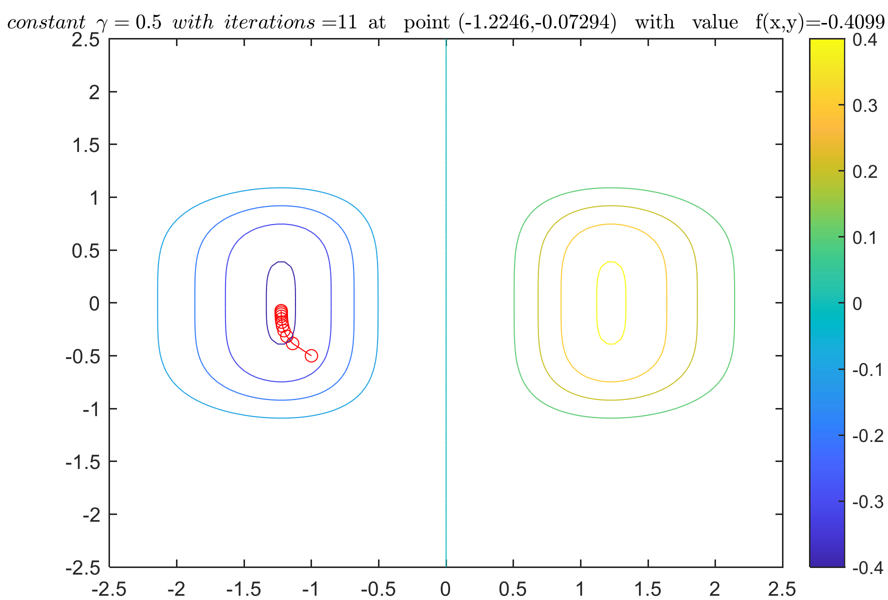


ΘΕΜΑ 3 – ΜΕΘΟΔΟΣ NEWTON:

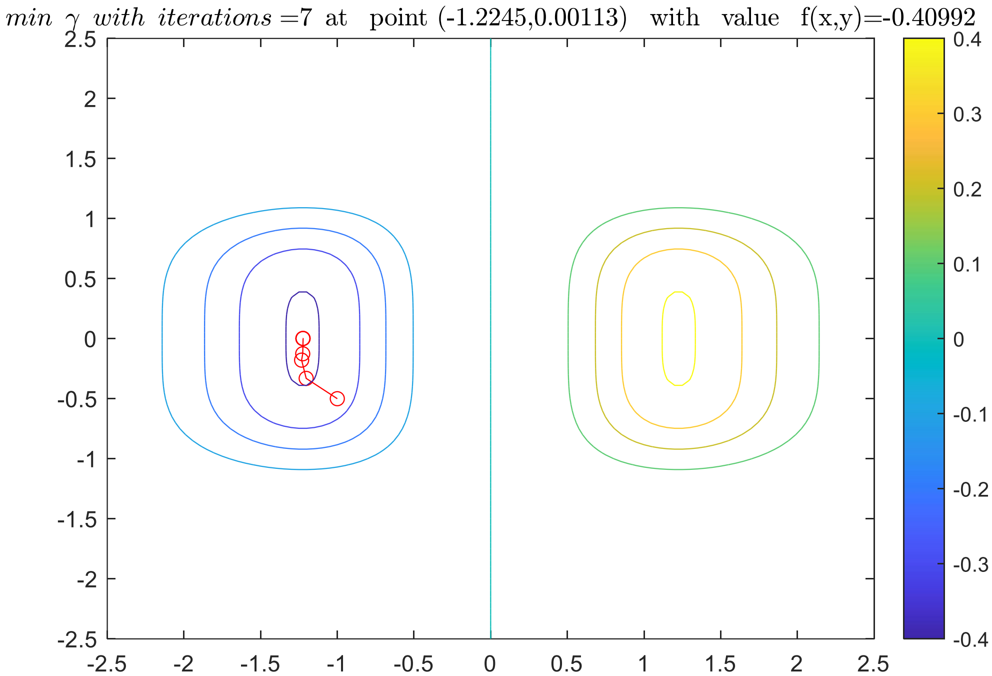
- Τρέχοντας το πρόγραμμα με την αντικειμενική συνάρτηση που μας δόθηκε βλέπουμε πως δεν πληρούνται τα κριτήρια για κανένα από τα ζητούμενα αρχικά σημεία και έχουμε αυτό το αποτέλεσμα:



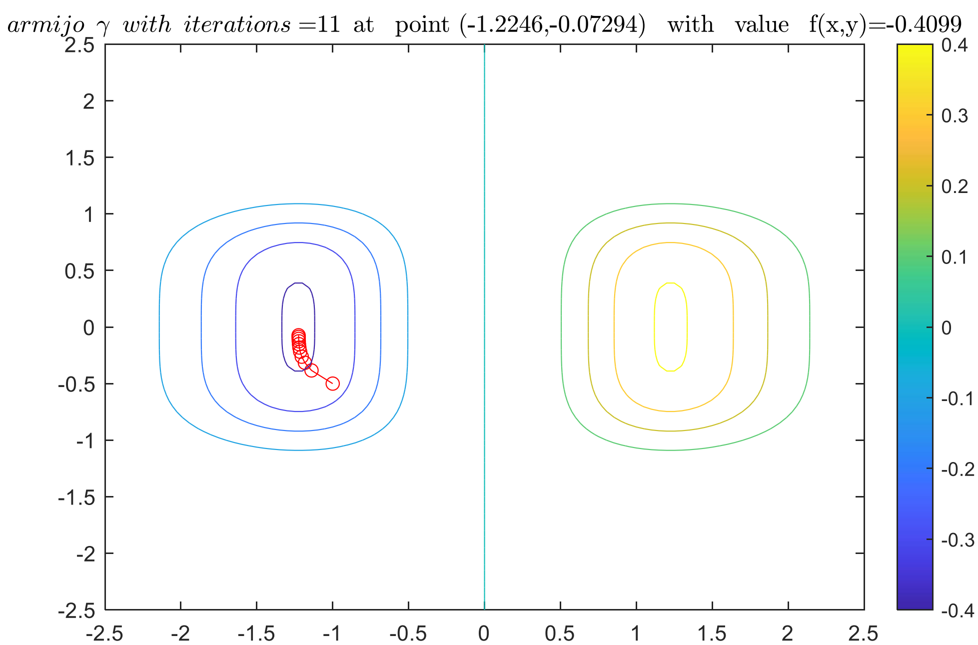
- Έτσι ώστε να έχω αποτελέσματα θα πάρω αρχικό σημείο (-1,-0.5) και έχω
  - Επιλέγω σταθερό $\gamma_\kappa = 0.5$ και $\varepsilon = 0.001$.



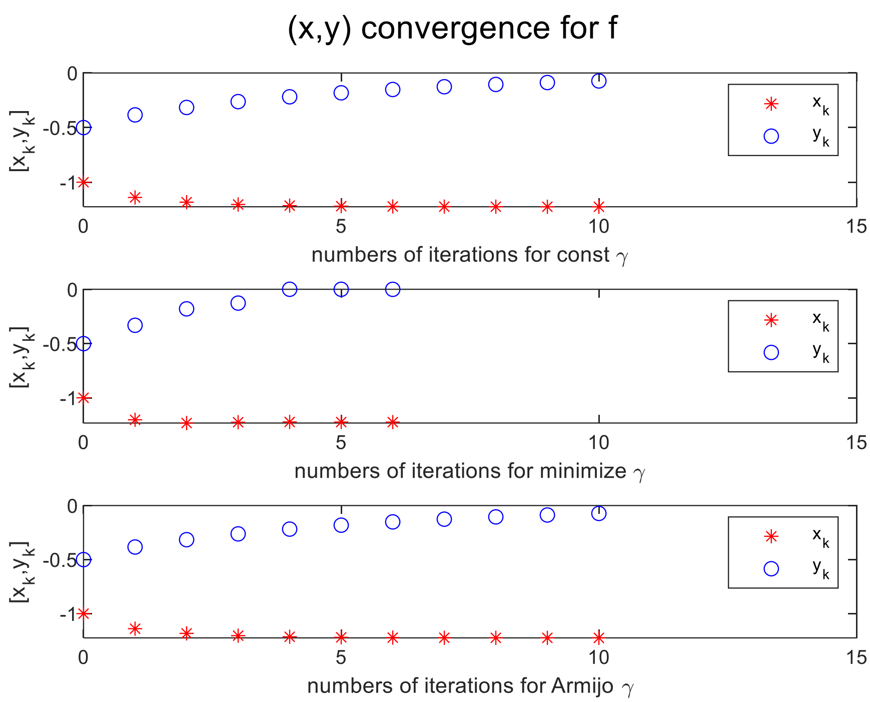
- Για το γ όταν ελαχιστοποιεί την $f(x_\kappa + \gamma_\kappa d_\kappa)$ έχω



- και τέλος με τον κανόνα Armijo

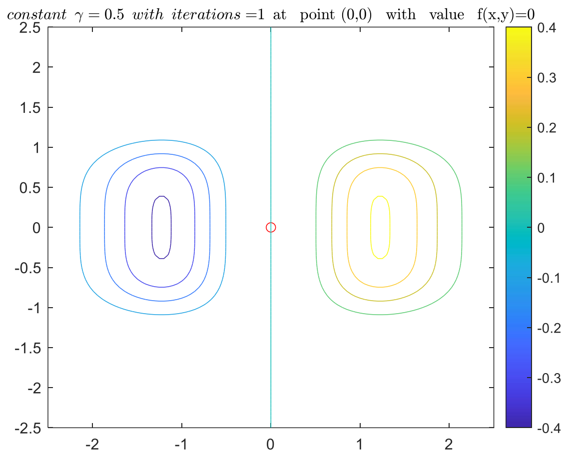


➪ για τον αριθμό επαναλήψεων συναρτήσει με το (x,y) θα έχω :

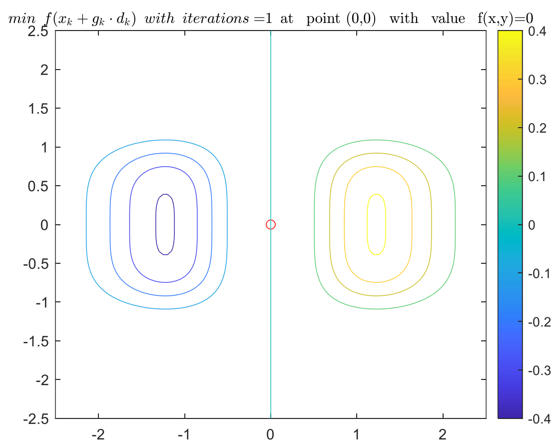


ΘΕΜΑ 4 – ΜΕΘΟΔΟΣ LEVENBERG-MARQUARDT:

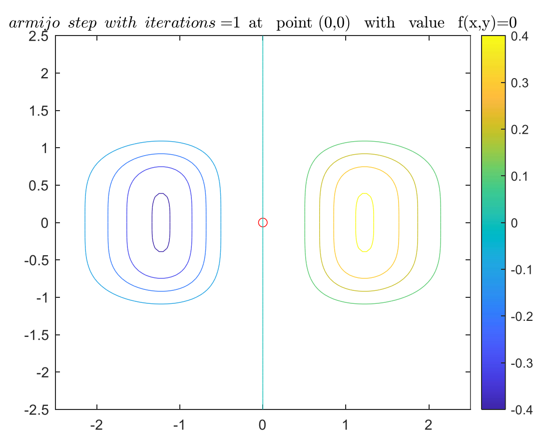
- Για το αρχικό σημείο (0,0) βλέπω πως δεν πληρούνται τα κριτήρια 3 και 4 άρα το αποτέλεσμα μου θα είναι όπως παρακάτω όταν:
  - Επιλέγω σταθερό $\gamma_\kappa = 0.5$ και $\varepsilon = 0.001$.



  - Για το γ όταν ελαχιστοποιεί την $f(x_\kappa + \gamma_\kappa d_\kappa)$

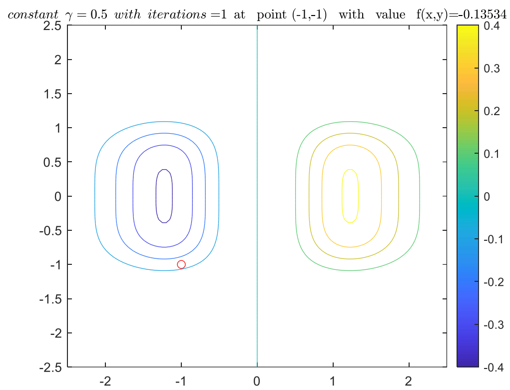


  - και τέλος με τον κανόνα Armijo



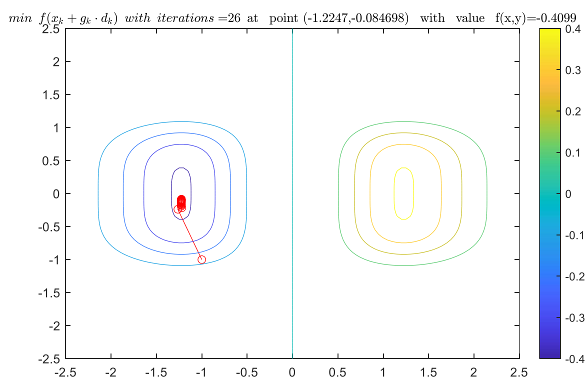
↳ Με αρχικό σημείο (-1,-1)

- Επιλέγω σταθερό $\gamma_\kappa = 0.5$ και $\varepsilon = 0.001$ και παρατηρούμαι πως δεν πληρούνται τα κριτήρια και για

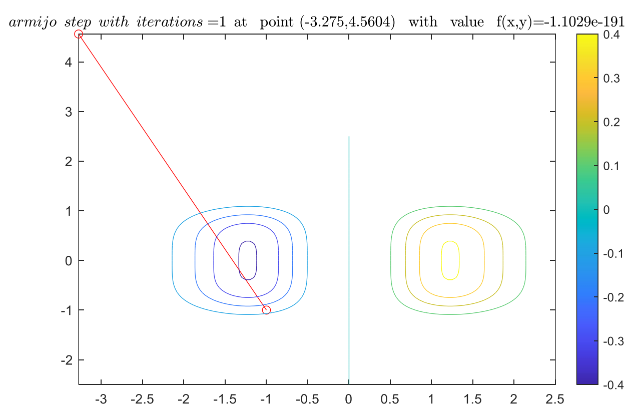


αυτό το αρχικό σημείο.

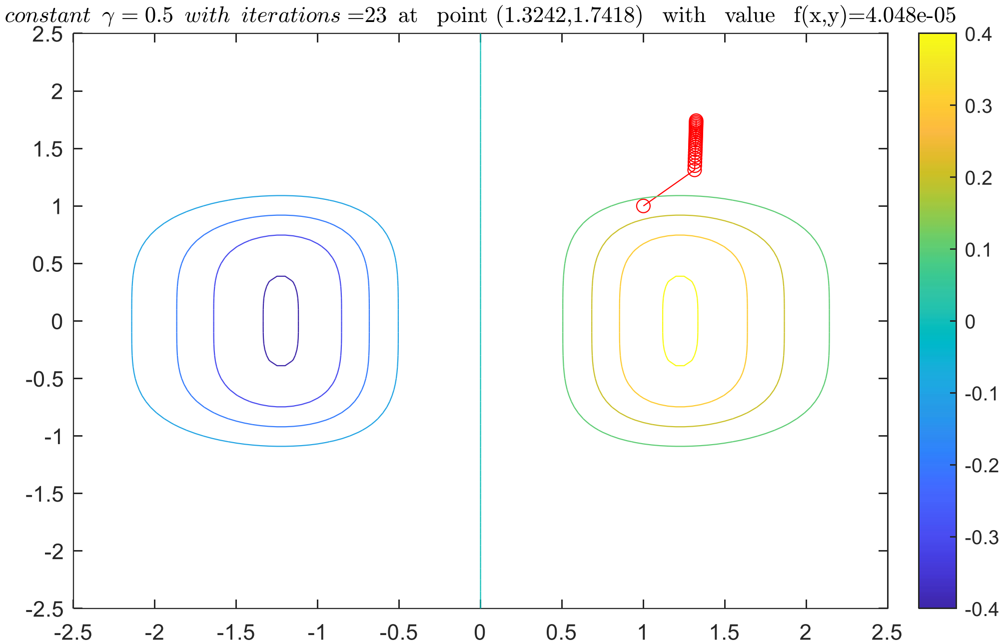
- Για το γ όταν ελαχιστοποιεί την $f(x_\kappa + \gamma_\kappa d_\kappa)$



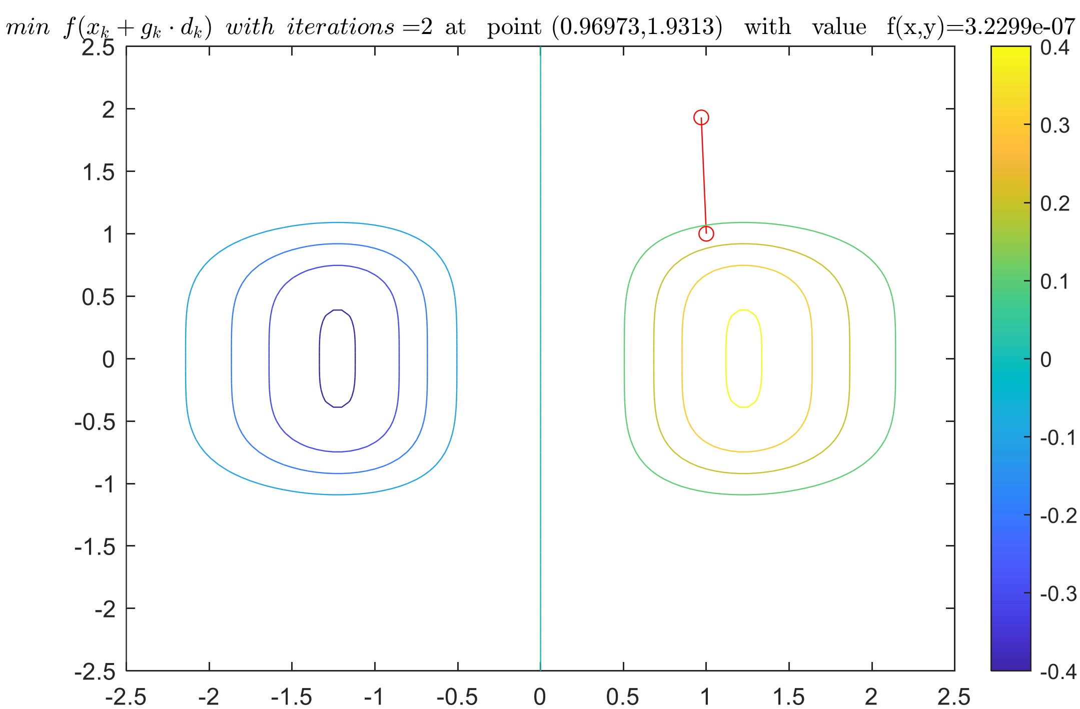
- με τον κανόνα Armijo



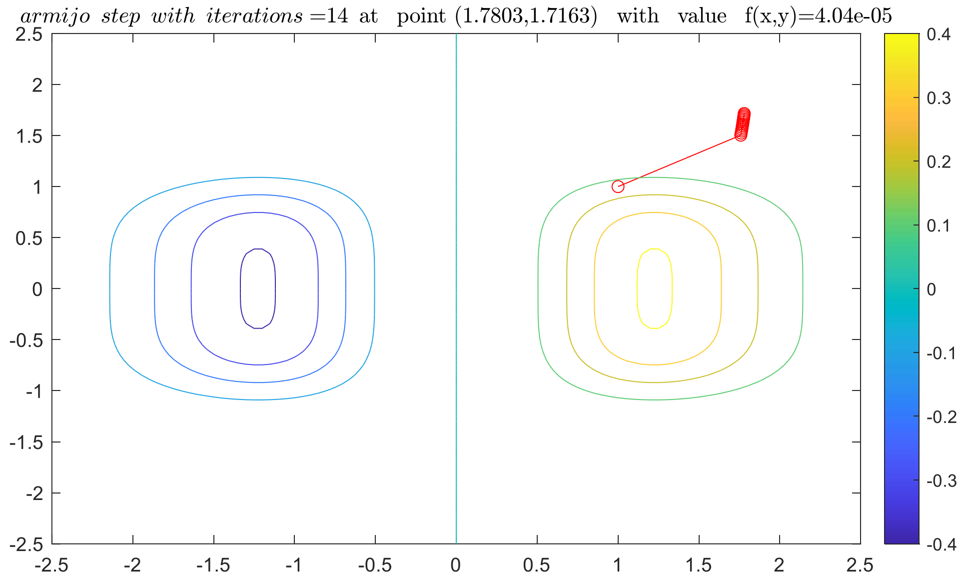
- Με αρχικό σημείο (1,1)
- Επιλέγω σταθερό $γ_κ$ = 0.5 και ε = 0.001



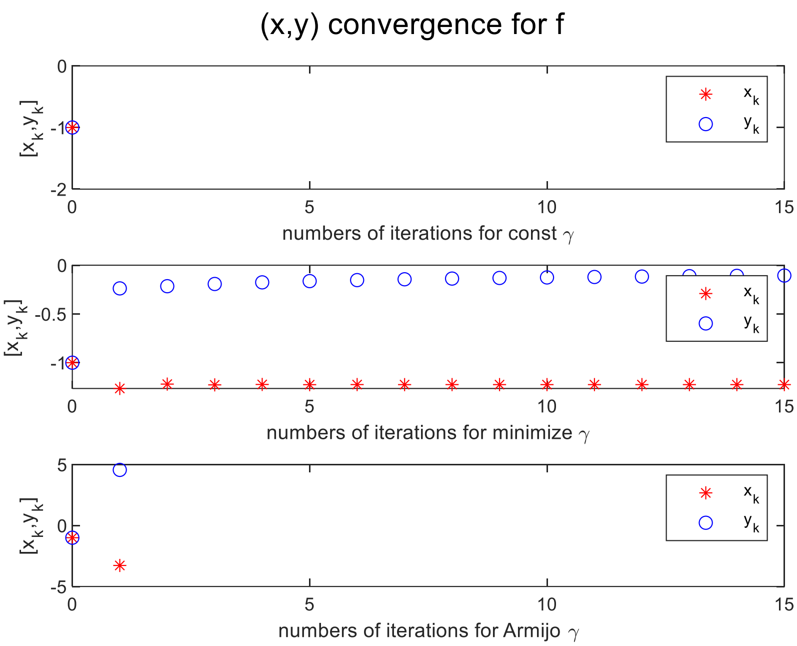
- Για το γ όταν ελαχιστοποιεί την $f(x_κ + γ_κ d_κ)$



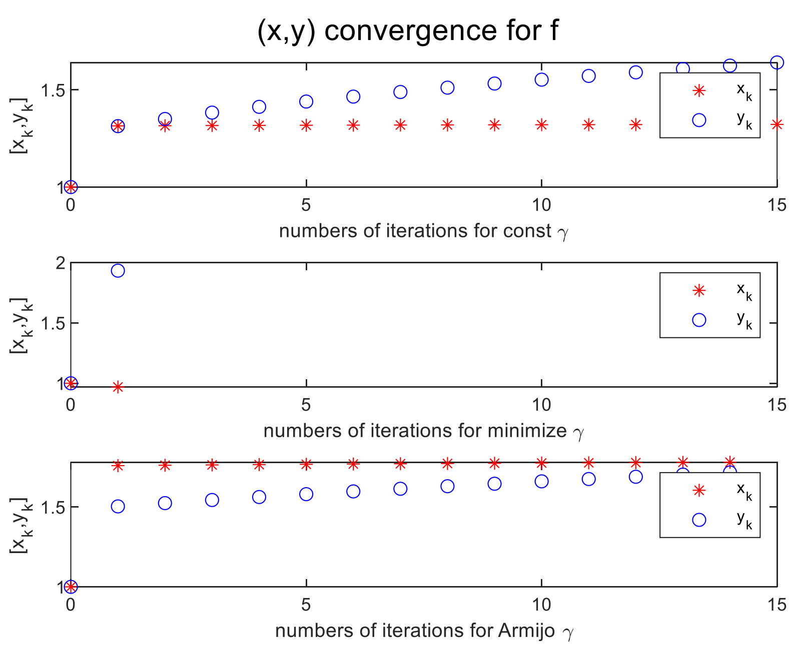
- με τον κανόνα Armijo



- Συμπερασματικά για τον αριθμό επαναλήψεων συναρτήσει με το (x,y)
  - Στο (-1,-1) έχω



  - Στο (1,1) έχω



ΤΕΛΙΚΟ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ:

- Μετά από όλες αυτές τις παρατηρήσεις όλες οι μέθοδοι έχουν σημαντικές αδυναμίες και προβλήματα.
- Η μέθοδος Newton είναι λίγο καλύτερη από τη μέθοδο της μέγιστης καθόδου όμως
  - Η Newton χρειάζεται θετικά ορισμένο εσσιανό πίνακα και έτσι δεν ξέρουμε αν θα ισχύει σε κάθε επανάληψη
  - Η μέθοδος μέγιστης καθόδου ο αλγόριθμος καθυστερεί στη σύγκλιση του
- Η μέθοδος Levenberg-Marquardt έχει και αυτή αρκετούς περιορισμούς

- Δεν ξέρουμε αν είναι το ολικό ελάχιστο αφού και οι 3 μέθοδοι είναι εγκλωβισμένοι στη γειτονία του ελαχίστου