El algoritmo Metropolis-Hastings se puede resumir de la forma siguiente:

- 1. Definir un valor inicial $\theta^{(0)}$,
- 2. t = 0,
- 3. Generar $\phi \sim g(\cdot|\boldsymbol{\theta}^{(t)})$,
- 4. Definir

$$\alpha(\boldsymbol{\theta}^{(t)}, \boldsymbol{\phi}) = \min \left[1, \frac{f(\boldsymbol{\phi}|\mathbf{x}) \cdot g(\boldsymbol{\theta}^{(t)}|\boldsymbol{\phi})}{f(\boldsymbol{\theta}^{(t)}|\mathbf{x}) \cdot g(\boldsymbol{\phi}|\boldsymbol{\theta}^{(t)})} \right]$$

5. Tomar

$$\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} = \begin{cases} \boldsymbol{\phi} & \text{con probabilidad } \alpha \\ \boldsymbol{\theta}^{(t)} & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

6. t = t + 1. Ir a 3.

Se puede demostrar que mediante este algoritmo se simula una muestra de una cadena de Markov cuya distribución estacionaria es $f(\theta|\mathbf{x})$.

En teoría, se puede utilizar cualquier distribución $g(\phi|\theta)$. Lo más importante es que sea fácil de muestrear, aunque.la convergencia del algoritmo será más rápida si $g \approx f$.

Comprobación de la convergencia

- (i) Comparación de los resultados con valores iniciales diferentes.
- (ii) Gráficos de los valores $\theta^{(t)}$.
- (iii) Gráficos de la media estimada (running means) de θ .
- (iv) Diagnósticos formales de convergencia.

Habitualmente, se usa la primera parte de los datos generados por la cadena de Markov como datos de burn-in para que la cadena olvide su estado inicial, de modo que para la estimación sólo se utiliza la ultima parte de los datos generados.

Se estima (por ejemplo) la media a posteriori de θ usando

$$E[\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}] \approx \frac{1}{N-M} \sum_{t=M+1}^{N} \boldsymbol{\theta}^{(t)},$$

donde M es el número de iteraciones de burn-in y N es el número total de iteraciones.