

## Trabajo 02

Laura Catalina Preciado Ballen 20182020122

### 1. Resolver la siguiente integral usando Monte Carlo

$$\int_{-\infty}^{\infty} (2x + 3) e^{\frac{-(x-1)^2}{8}}$$

- Dada la forma de la integral, la función de densidad de la distribución de probabilidad normal es la más fácil de usar.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} * e^{\frac{-(x-u)^2}{2\sigma^2}}$$

- Queda similar si  $u=1$ ,  $\sigma = 2$ . Estos valores se usan para generar los números aleatorios.

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} * e^{\frac{-(x-1)^2}{8}}$$

- Dada la definición de valor esperado hallamos el valor de  $h(x)$

$$h(x) = 2\sqrt{2\pi} (2x + 3)$$

- Se aplica Monte Carlos sobre  $h(x)$  y obtenemos que el valor más probable de la integral es 24.99 ,el error es de 0.12 y la confianza es del 95% en el intervalo de [24.86, 25.06]

### Codigo en R

```
n=100000
u=1
o=2
x=rnorm(n,u,o)
h=(2*x+3)*(2*sqrt(2*pi))
resul=mean(h)
errorE=sqrt((var(h))/n)
error=2*errorE#confianza 95%
limsup=resul+error
liminf=resul-error
cbind(resul, error, liminf, limsup)
```

2. A punta de simulación, indicar cuál es el percentil 38,5% del siguiente conjunto de datos:

**2,3,3,4,6,4,3,2,5,5,6,6,2,4,5,6,7,8,9,9.**

- Se observa que el comportamiento de los datos no es normal, así que se realiza bootstrapping general
- Según lo que se observa en el código el valor más probable del percentil es 4.1, el error es de 0.002, la confianza es del 95% en el intervalo de [4.13, 4.14]

### **Código en R**

```
X=c(2,3,3,4,6,4,3,2,5,5,6,6,2,4,5,6,7,8,9,9)
a=length(X)
ag=a
bg=140 #primer
b=140 #segundo bootstrap
bsg2=rep(0,bg)
bsg=rep(0,ag)
bs=rep(0,b)
for(k in 1:bg){
  for(j in 1:ag){
    for(i in 1:b){
      bs[i]=mean(quantile(sample(X,a,replace=TRUE),0.385))
    }
    bs
    bsg[j]=mean(bs)
  }
  bsg
  bsg2[k]=mean(bsg)
}
B=bsg2
estimacion=mean(B)
error=2*sqrt(var(B)/length(B))
liminf=estimacion-error
limsup=estimacion+error
hist(B)
cbind(estimacion, error, liminf, limsup)
```

3. Usando simulación indicar si la proporción de inmuebles residenciales es tres veces la proporción de inmuebles no residenciales según muestra:

**1,0,1,1,1,1,1,0,0,0,1,1,1,0,0,1,1,0,1,1,1,0,1,1,1,0,0,1**

donde 1 indica inmueble residencial y 0 indica inmueble no residencial. En su respuesta debe incluir confianza y error

- Se comienza formulando la hipótesis donde:

$$h_0: r \neq 3 * nr \quad r: \text{inmueble residencial}$$

$$h_1: r = 3 * nr \quad nr: \text{inmueble no residencial}$$

- Luego se escogió el nivel de significancia

$$\alpha = 0.05$$

- Se tomo como estimador el promedio usual ya que la proporción es un caso particular del promedio
- Luego se calculó el valor critico

$$P_{valor} = 2.2 \times 10^{-16}$$

- Realizamos la simulación y obtenemos una estimación de 0.5999 en un intervalo de confianza al 95% de [0.5998, 0.6001] con un error de 0.0001
- Observamos los datos y obtenemos que

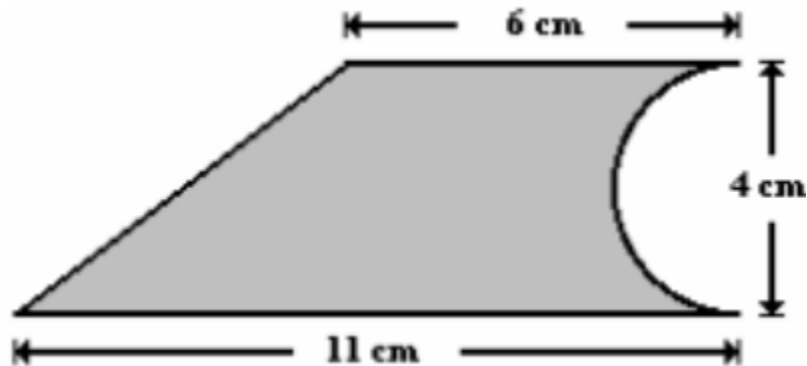
$$P_{valor} < 0.05$$

- Con esta información rechazamos la hipótesis nula y podemos decir que si existe la proporción  $r = 3 * nr$

### Codigo en R

```
boots1=function(x,a,b){
  bs=rep(0,b)
  for(i in 1:b)
    bs[i]=mean(sample(x,a,replace=T))
  bs
}
muestra=c(1,0,1,1,1,1,1,0,0,0,1,1,1,0,0,1,1,0,1,1,1,0,1,1,1,0,0,1)
B=boots1(muestra,length(muestra),900000)
estimacion=mean(B)
errorE= sqrt(var(B)/length(B))
error=2*errorE
liminf=estimacion-error
limsup=estimacion+error
cbind(estimacion ,error, liminf, limsup)
```

4. Usando Monte Carlo, calcular el área de la figura. Incluir confianza, error estándar y error



- A través del Calculo decimos que la integral asociada al área de la figura es:

$$\int_0^4 11 - \sqrt{4 - (y - 2)^2} - y \frac{5}{4} dy$$

- Dada la forma polinomial de nuestra integral usamos a función de densidad de la distribución uniforme continua

$$f(y) = \frac{1}{b - a} = \frac{1}{4}$$

- Luego por la definición de esperanza matemática hallamos un valor  $h(y)$  tal que nos de la misma función expuesta en la integral de arriba.

$$h(y) = 4 * [11 - \sqrt{4 - (y - 2)^2} - y \frac{5}{4}]$$

- Finalmente aplicamos monte Carlos sobre  $h(y)$  y obtenemos: un estimado de 27.716 ,un error estándar de 0.0019 ,un error del 0.0038 con un intervalo de confianza del 95% en [27.712, 27.720]

#### Código en R

```
N=10000000
X=runif(N,0,4)
g=4*(11-sqrt(4-((X-2)^2))-X*(5/4))
PROMEDIO=mean(g)
ST=sqrt(var(g)/N)
ERROR=2*ST
LIMINF=PROMEDIO-ERROR
LIMSUP=PROMEDIO+ERROR
cbind(PROMEDIO,ERROR,LIMINF,LIMSUP)
```