レポートに関する注意事項

◎ 名前を書き忘れないで下さい.

◎ 留数やLaurent級数展開を求めるにあたり, 講義中に("理論上"のハナシとして)行ったような線積分による係数決定は, 具体例での計算においては有用でないことがしばしばあります.

* 関数を初等関数のくみあわせで表して, それぞれのTaylor展開についての知識をつかう. (たとえば $e^{\frac{1}{z}}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left(\frac{1}{z}\right)^n=\sum_{n=-\infty}^{0}\frac{1}{(-n)!}z^n$ など)
* 「レポート② 解答例」で書いたような工夫を行う.

などで, うまくやって下さい.
とくに後者について, より一般に次などはしばしば有用です:

Lem $D\subset\mathbb{C}$; 領域, f : D上有理型関数, $P, Q : D\to\mathbb{C}$: 正則, $a\in D$ が次をみたすとする:

- $P(a)\neq 0$
- Qはaで1位の零点をもつ (つまり $\exists R : D\to\mathbb{C}$: hol, $R(a)\neq 0$, $Q(z)=(z-a)\cdot R(z)$)
- D上 $f=\frac{P}{Q}$.

このとき, $\mathrm{Res}(f;a)=\frac{P(a)}{Q'(a)}$ //

prf 仮定より明らかにfはaで1位の極をもつ. よってaまわりfのLaurent展開は

$$f(z)=\frac{c_{-1}}{z-a}+\sum_{n=0}^{\infty}c_n\cdot(z-a)^n$$

の形 ($c_n\in\mathbb{C}$ $(n=-1,0,1,2,\cdots)$)

$$\mathrm{Res}(f;a)=c_{-1}=\lim_{z\to a}(z-a)\cdot f(z)=\lim_{z\to a}\frac{P(z)}{\left(\frac{Q(z)-Q(a)}{z-a}\right)}$$

より主張を得る //