

目次

1	目的	2
2	演習内容	2
2.1	演習 1 光子を見る	2
2.2	演習 2 干渉縞を観測する	2
2.3	演習 3 1 光子の干渉縞を測定する	2
3	原理	3
3.1	光とは	3
3.2	光の干渉	3
3.2.1	線状光源	3
3.2.2	単スリット	4
3.2.3	2重スリット	6
3.2.4	参考文献	6
3.3	光子を数える	7
4	実験装置	7
4.1	MPPC	7
4.2	EASIROC	7
4.3	データ収集の方法	8
5	データ解析	9
5.1	MPPC で取得されるデータの解析	9
5.2	ROOT とは	9
5.2.1	Building ROOT	9
5.2.2	ROOT の起動方法	10
5.2.3	ヒストグラムの描き方	10
5.2.4	マクロの書き方	12
5.2.5	ヒストグラムのフィット	13
5.2.6	グラフの描き方	13
5.2.7	結果の保存	14
5.3	Poisson 統計	15
5.4	干渉縞の再現	15
6	まとめ	16

1 目的

光には、波動性と粒子性の2重性がある。今回の実験では、光の粒子性または波動性のどちらか一方が顕著に現れる現象ではなく、光が両方の性質を同時に持っていると考えざるを得ないということを検証する。

2 演習内容

2.1 演習1 光子を見る

まずは干渉縞を観測する前に、そのために用いる実験装置の使い方や仕組みを学ぶために簡単に光子の測定を行う。今回の実験では光源としてLED, 検出器としてMPPC,EASIROCを用いる。それぞれの詳しい説明は後で述べるためここでは省略するが、演習1でそれぞれの使い方を理解することを目的とする。

- LEDをパルスジェネレータを用いて光らせ、それがきちんと光っていることを目視で確認する。
- MPPCで光子を観測する。そのためにはEASIROC,DELAY,DISCRIMINATORといったモジュールの使い方を理解して、さらにEASIROCの操作方法を理解する。
- データを解析する。ここで簡単なROOTの使い方を理解する。

2.2 演習2 干渉縞を観測する

今回の実験のメインテーマとなるスリットを用いた干渉縞の観測を行う。この演習では、干渉縞を観測できるセットアップとその結果の解析がメインになると思う。

- レーザーポインタを用いてスリットの干渉縞を目視で確認する。実際の測定は暗箱内で行うため、常にこの干渉縞を観測しているとイメージしながら以降の測定を行ってほしい。
- 2重スリットを用いた干渉実験。まずは干渉縞がMPPCで観測できるようなセットアップにし、稼働ステージでMPPCを移動させながら測定を行う。1回の移動で動かす距離は、理論式から明線と暗線の間隔を計算し、そこから決めるとよい。
- ROOTを用いて測定データを解析して、干渉縞のグラフを描く。具体的な流れについては後で説明するためここでは省略する。

2.3 演習3 1光子の干渉縞を測定する

演習2からの変化として光子数を減らして、1光子数での干渉縞の観測を目指す。解析手法はほとんど変わらず、光量を抑える工夫をすればよい。基本的にはLEDへの印加電圧を下げれば光量は減少するが、それでも足りなければ各自で工夫してみてください。

3 原理

3.1 光とは

電子のエネルギー状態が、高エネルギー状態から低エネルギー状態へ変化した時、このエネルギーの差分を原子の外に波動エネルギーとして放出する。この波動エネルギーを電磁波・光と呼ぶ。位置 \mathbf{r} 、時間 t における電磁波は以下の式で表される。

- 電場 : $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \sin(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$
- 磁場 : $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0 \sin(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$

$\mathbf{E}_0, \mathbf{B}_0$: 定数、 \mathbf{k} : 波数ベクトル、 ω : 角振動数とする。

3.2 光の干渉

光の波動性を見る 1 つの実験として、干渉実験がある。以下、光の干渉の原理について述べる。

3.2.1 線状光源

直線に並んだ振幅、周波数が互いに等しい N 個の光源を考える。各光源は等しい初期位相角をもっていると仮定する。ここで、 j 番目の光源が r_j 離れた点で作る電場 E_j は

$$E_j = E_0 \sin(\omega t - kr_j)$$

と書ける。今、 $E_0 \propto 1/r_j$ なので、定数 C_0 を用いて

$$E_j = \frac{C_0}{r_j} \sin(\omega t - kr_j)$$

さらに、この光源を無限に並べた線状光源を考える。ここで、考えている状況は、各光源は非常に弱く、光源の数 N は極めて多く、光源間の間隔が無視できるほど小さい状況である。ここで、 D を線状光源全体の長さとして、線状光源の微小部分 δy_i 個の光源を含んでいる。(ここで、光源は M 個の微小部分に分けられているとする。 $1 \leq i \leq M$)

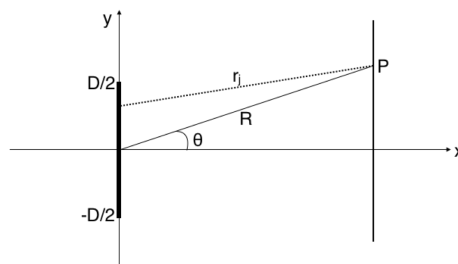


図 1: 線状光源

このとき δy_i が P に作る電場は、

$$E_i = \frac{C_0}{r_i} \sin(\omega t - kr_i) \frac{\delta y_i N}{D}$$

となる。ただし、 δy_i は微小であり、この微小範囲内の各光源から P まで距離は一定であるとする。さらに一定値の C_L を

$$C_L = \frac{1}{D} \lim_{N \rightarrow \infty} (C_0 N)$$

と定義できる。M 個の全部分による P での電場は、

$$E = \sum_{i=1}^M \frac{C_L}{r_i} \sin(\omega t - kr_i) \delta y_i$$

最後に、 δy_i は無限小になるはずで、

$$E = C_L \int_{-D/2}^{D/2} \frac{\sin(\omega t - kr)}{r} dy$$

となる。ここで、 $r = r(y) = \sqrt{R^2 \cos^2 \theta + (R \sin \theta - y)^2}$ である。

3.2.2 単スリット

まず、単スリットの場合どのように干渉が起こるかを確かめる。振幅、周波数が互いに等しい長さ D の線状光源を考える。線状光源の中心から y だけ離れた光源の微小部分 dy が、中心から xy 平面上の角 θ の方向に R だけ離れた点 P に作る電場は、

$$dE = \epsilon \frac{\sin(\omega t - kr)}{r} dy$$

$r(y)$ を y でテイラー展開すると、

$$\begin{aligned} r &= r(0) + \frac{\partial r(0)}{\partial y} y + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 r(0)}{\partial y^2} y^2 + \dots \\ &= R - y \sin \theta + \frac{y^2}{2R} \cos^2 \theta \end{aligned}$$

となる。いま、 $R \gg y$ なので、第 3 項以降は無視できる。

$$dE = C_0 \frac{\sin(\omega t - k(R - y \sin \theta))}{R - y \sin \theta} dy$$

この分母は $R \gg y$ より R としてよいので、

$$dE = C_0 \frac{\sin(\omega t - k(R - y \sin \theta))}{R} dy$$

これは、R が十分大きいとき、 θ の全ての値に対して正しい。

$$\begin{aligned} E &= C_L \int_{-D/2}^{D/2} \frac{\sin(\omega t - k(R - y \sin \theta))}{R} dy \\ &= \frac{C_L}{R(kD/2) \sin \theta} \sin\left(\frac{kD}{2} \sin \theta\right) \sin(\omega t - kR) \\ &= \frac{C_L D}{R\beta} \sin \beta \sin(\omega t - kR) \end{aligned}$$

$\beta = \frac{kD}{2} \sin \theta$ とすると、以上のようになり、線状光源が作る電場が導かれた。このとき、強度は $I(\theta) = \langle E^2 \rangle_T$ で求められるので、

$$\begin{aligned} I(\theta) &= \langle E^2 \rangle_T \\ &= \langle \sin^2(\omega t - kR) \rangle_T \left(\frac{C_L D}{E} \right)^2 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \end{aligned}$$

$\langle E^2 \rangle_T$ は E^2 の十分に長い時間発展で、周期 $2\pi/\omega$ とすると、

$$\begin{aligned} \langle \sin^2(\omega t - kR) \rangle_T &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \sin^2(\omega t - kR) dt \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

より、

$$I(\theta) = \frac{1}{2} \left(\frac{C_L D}{R} \right)^2 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2$$

$I(0)$ を求めると

$$I(0) = \frac{1}{2} \left(\frac{C_L D}{R} \right)^2$$

なので、

$$I(\theta) = I(0) \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2$$

と求まる。光の強度の変化と観測位置の関係は以下のように表される。

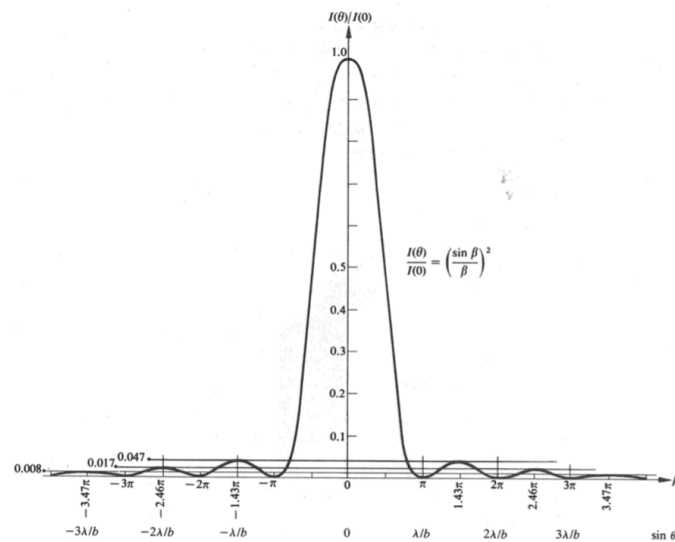


図 2: 単スリットでの光の強度と角度の関係

3.2.3 2重スリット

図のような、幅 b 、中心間隔 a の2本の長いスリットがあるとする。スクリーン上のある点の光波に対する式を得るには、2つの電場の和になるので、

$$\begin{aligned} E &= \frac{C_L}{R} \int_{-b/2}^{b/2} F(z) dz + \frac{C_L}{R'} \int_{a-b/2}^{a+b/2} F(z) dz \\ &\simeq \frac{C_L}{R} \int_{-b/2}^{b/2} F(z) dz + \frac{C_L}{R} \int_{a-b/2}^{a+b/2} F(z) dz \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} F(z) &= \sin(\omega t - k(R - z \sin \theta)) \\ \alpha &= \frac{ka}{2} \sin \theta \\ \beta &= \frac{kb}{2} \sin \theta \end{aligned}$$

これより、この式を簡単にすると、

$$E = 2 \frac{C_L b \sin \beta}{R \beta} \cos \alpha \sin(\omega t - kR + \alpha)$$

であり、単スリットの時と同様に強度 $I(\theta) = \langle E^2 \rangle_T$ を求めると、 $I(\theta) = \frac{1}{2} \left(\frac{C_L b}{R} \right)^2$ より

$$I(\theta) = 4I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \cos^2 \alpha$$

となる。

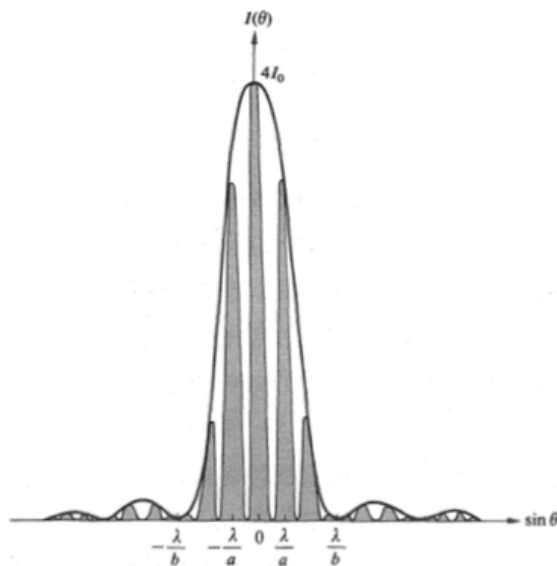


図 3: 2重スリットでの光の強度と角度の関係

3.2.4 参考文献

- 「フーリエ光学 (第3版)」 森北博巳 (森北出版株式会社) 2012年初版

3.3 光子を数える

光量が極端に少なくなると、光は光子として離散的になり、その数を数えることができるようになる。「光子数を数える」ということで、光の粒子性を観測することができる。どのような機器で測定するかは、次章にて述べる。

4 実験装置

用いる実験装置は、光検出デバイス MPPC、MPPC 読み出しモジュール EASIROC、暗箱、光学機器、スリット、しぼり、LED。光学機器を図のように並べ、光の干渉を起こす。各デバイスの位置や距離によって干渉の見え方が変わるが、これは実際に物を置いていろいろ試してみるとよい。以下では、光検出器とその読み出しについて説明する。

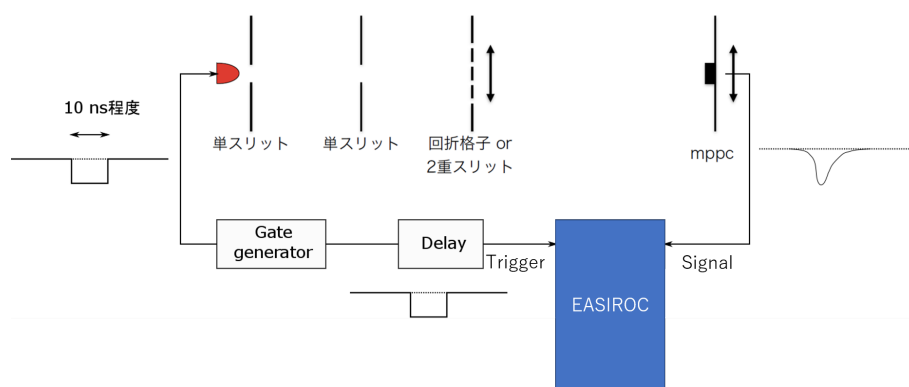


図 4: セットアップ

4.1 MPPC

MPPC(Micro Pixel Photon Counter) は Avalanche Photo Diode(APD) が多数配列された光検出器である。APD は半導体でできている。P 型と N 型、異なるドープ型の半導体にある向きで電圧をかけると、キャリアの少ない空乏層ができる。ここに光子が入射すると、光電効果で電子をはじき出す。電子は印加電圧によってエネルギーを持ち、さらに周囲の原子殻内電子をはじき出し、雪崩 (Avalanche) 的に電子を倍増する。印加電圧によって様々な倍増モードがあるが、MPPC 内の APD では、十分な印加電圧をかけることで入射光子数によらない出力電流を得る (ガイガーモード)。このガイガーモード APD が多数配列することにより、我々は光子が入射した APD のチャンネル数だけを数えることで、(pile up はあるものの) 光子数をデジタルに数えることができる。浜松ホトニクスの手ブックに、詳細な MPPC の挙動が説明されている。[1]

4.2 EASIROC

EASIROC モジュールは、書き換え不可能な集積回路 (ASIC) である EASIROC チップと、EASIROC チップ制御用の書き換え可能な集積回路 (FPGA) である Artix7 が搭載された、MPPC の (多チャンネル) 読み出しモジュールである。今回は 1 チャンネルしか使わないし、FPGA の firmware の書き換えも (おそらく) ないので、ここでは、EASIROC チップの回路の概要と、アナログな出力波形について見ることにす



図 5: MPPC

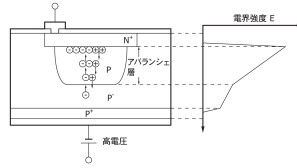


図 6: APD

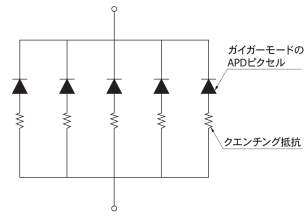


図 7: MPPC は APD を並列に並べたもの

る。

EASIROC チップは、Pre-Amp, Shaper, Discriminator, Capacitor からなる。Pre-Amp, Slow Shaper を通った信号電圧を Capacitor に保存し、Trigger 信号が入力されたときに電圧を hold し、ADC (Analog Digital Converter) でデジタル情報に変換する。各デバイスを通った信号の出力波形は、EASIROC モジュールの

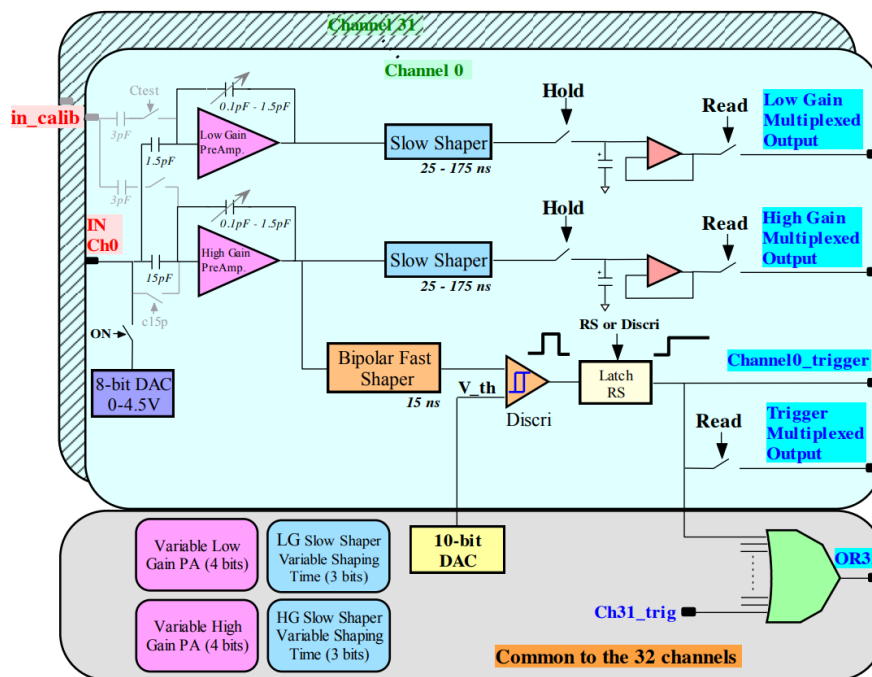


図 8: EASIROC 回路概略

Probe 出力を観察するとわかる。Fast Shaper は Self Trigger 用なので、今回は (おそらく) 使わない。Trigger 信号に合わせて Shaper の波高の一番高いところが読み出されているのがわかる。Trigger 信号と Shaper の立ち上がりがきちんと合うかどうかはケーブルの長さや Delay モジュールによって操作できる。

4.3 データ収集の方法

詳しくはマニュアル参照。

EASIROC ボードのそれぞれのチャンネルが何をするものかは、User Guide の 1 章を参照すること。2 章には、EASIROC ボードの制御法が記されている。EASIROC ボードと交信し、制御するソフトウェアの名前

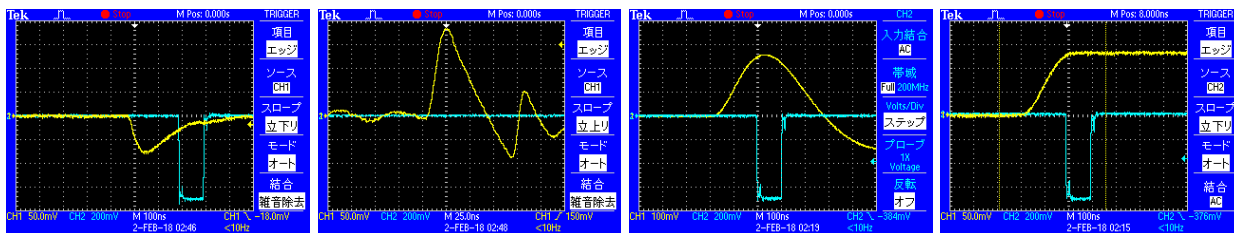


図 9: Pre-Amp

図 10: Fast Shaper

図 11: Slow Shaper

図 12: hold した Slow Shaper

も easiroc である。各種パラメータを反映したり、データ取得モードの指令もここから行う。印加する HV の制御及びモニタリングは udp で行う。ターミナルを 2 つ以上立ち上げて同時に操作するとよい。

easiroc IP アドレス (おそらく 192.168.10.102) DAQmode(とりあえず 3 で OK) で特定の IP アドレスの EASIROC ボードをその DAQmode で制御できる。多チャンネル読み出しなので、ReadSC_Channel1.txt で analog output から出すチャンネルを選び、ソフトウェア easiroc の指令 2 でそれを反映すると、オシロスコープで波形を観察できる。

User Guide に簡単な操作法が記されているが、ボード仕様書にはさらに細かい情報が載っているので、困ったら参照すること。

5 データ解析

5.1 MPPC で取得されるデータの解析

MPPC で取得されるデータは EASIROC によって tree 形式で保存される。今回はこのデータを ROOT を用いて解析を行う。ここから解析に必要な ROOT の知識を簡単に説明するが、すべてを説明することはできないためわからない部分は各自調べるか TA に質問したりするようにしてください。

5.2 ROOT とは

ROOT とは CERN が開発したデータ解析のためのフレームワークであり、特によく使われる目的としてはヒストグラム・グラフを描く、任意の関数でフィットする、大量のデータを処理するといったものがある。物理学実験では大量のデータを扱うため、例えばエクセルのようなものではそれらのデータをプロットしたり複雑な解析を行うことは難しくなる。そのため、プログラミングによる解析を行えるようになる必要がある。言語としては主に C++ で動作し、python で書くこともできるが自分がよく知らないため説明は C++ のみとなる。また、ROOT で行えることは膨大であるため、できる限り今回必要となる最低限について説明するつもりだがわからない部分も出てくると思うので、それに関しては TA に聞いたり調べたりしてみてください。ROOT をインストールもしくは ROOT がインストールされているマシンに SSH 接続して、ROOT を使用できる環境が構築できていることを仮定して、以下で使い方について説明する。

5.2.1 Building ROOT

Windows 版

Mac 版

Homebrew

Homebrew は macOS 用のパッケージマネージャーです。Homebrew で ROOT ビルドに必要な Cmake を Install します。

https://brew.sh/index_ja.html

上記の URL より mac のターミナルに HP に書かれているコマンドを入力する。

ROOT

Git Clone コマンドを用いて ROOT の Source file を Download する。

<https://root.cern.ch/building-root>

こちらを参考に Cmake を用いて Build を行う。

5.2.2 ROOT の起動方法

ROOT を起動するためには単にコマンドラインで root と入力するだけでよい。しかし、root と入力するだけでは毎回図 13 が表示され、邪魔になるので普段は表示しないようにしたほうがよい。表示させない



図 13: ROOT のロゴ

ためには起動させる際にオプションで-lをつければよい。ROOT を終了したいときには、.q と入力すれば

表 1: ROOT 起動時のオプションの例

オプション	意味
-l:	起動時にロゴを表示しない
-b:	ヒストグラムやグラフのグラフィックを描画しない
-q:	スクリプトファイルを実行後自動で ROOT が終了する

ROOT を終了させることができる。

5.2.3 ヒストグラムの描き方

root を起動する際に、引数に root ファイルを指定することで root の起動と同時に ROOT ファイルを開くことができる。例えば、今回測定結果を example.root という名前で保存しているとした場合、root

example.root とコマンドラインから入力することで測定データに簡単にアクセスすることができる。14

```
[kayamash@login07 dimuon_invariant_mass]$ root -l example.root
root [0]
Attaching file example.root as _file0...
Warning in <TClass::TClass>: no dictionary for class ROOT::TIOFeatures is available
root [1] >
```

図 14: root ファイルを開く

example.root 内にさらに tree という名前で tree を作っている場合、tree->" コマンド" という書き方をすることができる。それにより、簡単に測定データを確認したりヒストグラムを描くことができる。コマンドとしては例えば、tree->Print() や tree->Scan() があり、Print はデータの数や種類、変数の方を確認でき、Scan は 1 つ 1 つのデータを実際に確認することができる。

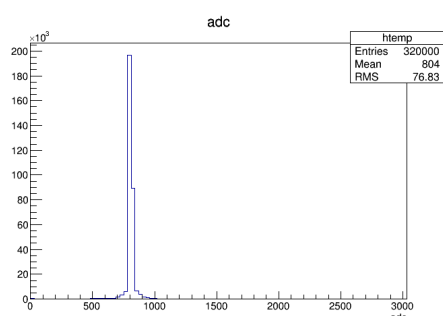
```
root [2] tree->Print()
*****
#tree :tree
#Entries : 10000 : Total = 2568389 bytes File Size = 768217
# : : Tree compression factor = 3.34
#*****
#Br : 0 : adc
#Entries : 10000 : Total Size= 1283984 bytes File Size = 428790
#Baskets : 41 : Basket Size= 32000 bytes Compression= 2.89
#.....
#Br : 1 : adc_l
#Entries : 10000 : Total Size= 1284074 bytes File Size = 339316
#Baskets : 41 : Basket Size= 32000 bytes Compression= 3.78
#.....
root [3] >
```

(a)tree->Print() の実行例

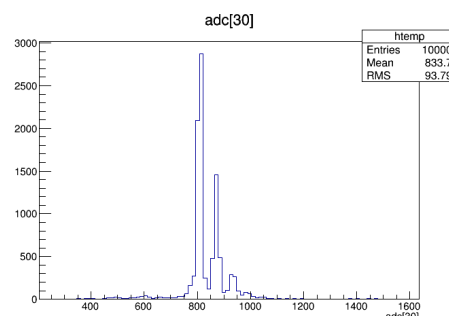
```
root [1] tree->Scan()
*****
# Row # Instance # adc # adc_l #
#*****
# 0 # 0 # 735 # 815 #
# 0 # 1 # 718 # 814 #
# 0 # 2 # 790 # 815 #
# 0 # 3 # 787 # 809 #
# 0 # 4 # 772 # 808 #
# 0 # 5 # 793 # 812 #
# 0 # 6 # 790 # 810 #
# 0 # 7 # 773 # 815 #
# 0 # 8 # 766 # 815 #
# 0 # 9 # 724 # 813 #
# 0 # 10 # 766 # 803 #
# 0 # 11 # 746 # 813 #
# 0 # 12 # 757 # 813 #
# 0 # 13 # 793 # 812 #
# 0 # 14 # 787 # 804 #
# 0 # 15 # 777 # 812 #
# 0 # 16 # 819 # 816 #
#*****
```

(b)tree->Scan() の実行例

今回 tree の中身を Print や Scan で確認すると、いくつかの Branch があると思う。¹そのうち今回 adc という Branch のヒストグラムを描きたい場合、tree->Draw("adc") と打つだけでヒストグラムを描くことができる。²



(a)tree->Draw("adc") の実行例



(b)tree->Draw("adc[30]") の実行例

ヒストグラムを書くときに、ただそのまま書くだけでなく様々な条件をかけることもできる。例えば、tree->Draw("adc*2") とすれば、adc の値を 2 倍したヒストグラムを描くことができ、tree->Draw("adc", "adc,900") とすれば adc が 900 より大きいイベントのみ描くことができます。この条件には、ほかの Branch を用いる

¹Branch とは言葉通り枝のようなもので、1 つの Entry に対して様々なデータを詰め込むことができる。

²今回、EASIROC では 32ch のデータが配列として adc の Branch に入っており、そのうち MPPC がつながっているのは 30ch のみなので、adc[30] のみを Draw することで測定データのヒストグラムを描ける

こともでき `tree->Draw("adc","adc.L > 1000 &adc.L < 3000")` とすれば $1000 < \text{adc.L} < 3000$ のみのヒストグラムを描くことができる。ただし、ある程度複雑な条件になってくるとこの書き方をするのは難しくなってくるので、後述するマクロを書いてヒストグラムを描くことをお勧めする。

最後に `tree` をそのまま `draw` する以外のヒストグラムの描き方として、`Fill` という方法がある。簡単な例として、自分でガウス分布に従う乱数を発生させてそれをヒストグラムに詰めるやり方を紹介する。

```
TH1D *h1 = new TH1D(''h1'', ''h1'', 50, -5, 5);
for(Int_t i = 0; i < 10000; i++){
    Double_t x = gRandom->Gaus();
    h1->Fill(x);
}
h1->Draw();
```

3行目で `gRandom` というものを用いて Gauss 分布に従う乱数を発生させ、それを4行目で `Fill` というコマンドで `h1` のヒストグラムに詰めている。それを `for` 文で回して 10000 回詰めている。このヒストグラムを `Draw` することで Gauss 分布に従うヒストグラムを描くことができる。今回は例として乱数を `Fill` したが、乱数の代わりに詰めたい値を詰めることで好きなヒストグラムを描くことができる。

5.2.4 マクロの書き方

簡単なマクロはコマンドラインに書いてヒストグラムを描くときと同じものを描くだけでよい。ただし、`root` ファイルを読み込む際には必要な手順があるので例としてそれを示す。

```
void macro(){
    TFile *file = new TFile("example.root");
    TH1D *h1 = (TH1D*)file->Get("adc");
    h1->Draw();
}
```

というファイルを作り、ターミナル上で `root macro.cxx` や `root` を起動した後、`.x macro.cxx` とコマンドすることでこのマクロを実行できる。データの解析には基本的には ROOT 固有の知識はそれほど必要ではなく、`c++` の知識があれば充分であるため深くは説明しない。

もう一つ必要な知識として、詳しい解析を行う際には `Branch` のデータをヒストグラムとしてではなく値として取り出す必要がある。そのためこれも簡単にではあるが、値としての取り出し方を説明する。

```
void macro(){
    TFile *file = new TFile(inputfilename, "read");
    TTree *tree = (TTree*)file->Get("tree");

    Double_t adc[32];
    tree->SetBranchAddresses("adc", &adc);

    const Int_t N = tree->GetEntries();
    for (Int_t ientry = 0; ientry < N; ientry++) {
        tree->GetEntry(ientry);
        cout<<ientry<<" " <<adc[30]<<endl;
    }
}
```

`tree->GetEntry(ientry)` とすることで、`ientry` 番目のイベントの `adc` を読み込んでおり、それを `for` 文で全イベント回すことで全データを読み込んでいる。今回のマクロでは `cout` で出力しているだけだが、その値を `vector` や配列に詰めることで解析に用いることができる。

コマンドラインによる解析の仕方も一応説明しているが、測定直後にデータを簡単に確認したいといった場合を除いてはマクロを用いればよい。また、データを確認する場合でも `TBrowser`³ が便利であるため、あまり使用頻度は高くないと思われる。

³ROOT を起動した後、`TBrowser tb` と入力することで `root` ファイルの中身をヒストグラムとして簡単に見ることができる

5.2.5 ヒストグラムのフィット

ROOTにはあらかじめガウス分布やポアソン分布などの様々な関数が用意されており、それらをヒストグラムのフィットを行う際に利用できる。例えばガウス分布でフィットする際には、`htemp->Fit("gaus")`とすればよい。⁴ コマンドラインで行った場合にはコマンドラインに `fit` の結果が出力される。

```
root [2] htemp->Fit("gaus")
FCN=8865.83 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 117 CALLS 118 TOTAL
EDM=1.11014e-08 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE

```

EXT	PARAMETER	NO.	NAME	VALUE	ERROR	STEP	SIZE	FIRST	DERIVATIVE
1	Constant			2.78212e+02	7.35801e+00	1.92082e-01		3.49165e-07	
2	Mean			8.55534e+02	1.49801e+00	4.62160e-02		-4.73787e-05	
3	Sigma			6.69388e+01	1.33493e+00	1.27180e-04		-1.65773e-02	

```
(class TFitResultPtr)25807968
```

図 15: フィットの結果

ガウス分布の場合は、 $(gaus) = (Constant) \times \exp(-\frac{(x - (Mean))^2}{2(Sigma)^2})$ で定義されている。それぞれの出力されるパラメータは関数によって異なるため、ほかの関数を用いる際は一度確認しておくといよい。また、`htemp->Fit("gaus", "", "", min, max)` とすることでフィットする範囲を制限することができる。

あらかじめ定義されている関数以外の関数を用いたい場合は自分で定義することができる。例えば直線でフィットしたい場合には、

```
TF1 *f1 = new TF1(''f1'', ''[0] + [1] * x'', min, max);
```

とすることでまず直線の関数を定義することができる。この関数の名前は `f1` になっているので、あとは先ほどガウス分布でフィットしたときと同様に、

```
htemp->Fit(''f1'', '', '', min, max);
```

とすればよい。

フィットする際にある程度のパラメータを指定したい場合がある。その際には `f1->SetParameter(0,5)` とすれば 0 番目のパラメータの初期値を 5 に設定でき、`f1->SetParameters(5,10)` とすればまとめて複数のパラメータの初期値を設定できる。

マクロで行う場合には基本的には同じだが、フィットした結果をマクロ内で用いたい場合は値として取り出す必要がある。

```
Double_t p0 = f1->GetParameter(0);
```

とすると、`p0` にフィットした後の 0 番目のパラメータの値を代入することができる。

5.2.6 グラフの描き方

基本的な使い方として、テキストファイルからグラフを描くやり方と配列や `vector`⁵を用いる方法がある。まずはテキストファイルでのグラフの書き方から説明する。

例として `data.dat` というファイルに

```
1.00 3936
0.50 3007
0.10 2249
-0.10 1836
-0.50 1097
-1.00 146
```

と書かれている場合、簡単にグラフを描くことができ

⁴ `htemp` の部分はその時のヒストグラムの名前に応じて適宜変える

⁵ `vector` が何かわからない場合は c++ の勉強が先に必要なため、c++ `vector` 等で検索して使い方を勉強したほうがよいでしょう

```
TGraph *tg1 = new TGraph(''data.dat'');
tg1->Draw(''AP'');
```

とすることでグラフを描くことができる。ただし、この方法を用いるためには結果をまず dat ファイルとして出力する必要があるため、あまり使うことはないだろう。

配列や vector を用いる場合、まずは配列や vector にデータを詰める必要があり、その部分は省略する。すでに値が詰まっていると仮定すると、配列の場合は

```
TGraph *tg1 = new TGraph(6,x,y);
tg1->Draw(''AP'');
```

とすると、6 個のデータを含むグラフを描くことができる。しかし、測定データによってグラフが何点あるかは異なる場合もあり、vector を用いたほうが様々な場合に柔軟に用いることができ便利である。

vector を用いた場合は

```
TGraph *tg1 = new TGraph(x.size(),&(x.at(0)),&(y.at(0)));
tg1->Draw(''AP'');
```

c++ の知識がある人は、これを見てやってることは同じだとわかると思う。

また、グラフにエラーバーをつけたい場合も多いと思う。その場合は TGraph ではなく TGraphErrors を用いればよい。使い方はほとんど同じで、

```
TGraph *tg1 = new TGraph(6,x,x_error,y,y_error);
tg1->Draw(''AP'');
```

の順番に引数になっており、その通りに TGraph の時と同様に配列や vector で与えればよい。

最後にグラフのフィットについてであるが、ヒストグラムの場合と全く同じであり例えば直線でフィットしたい場合には

```
TF1 *f1 = new TF1(''f1'', '[0] + [1] * x'', min, max);
f1->Fit(''f1'', '','', min, max);
```

とすればグラフを直線でフィットすることができる。

5.2.7 結果の保存

コマンドラインで結果のヒストグラムやグラフを保存する場合には、左上の File から Save As を選ぶと名前を付けて保存することができる。マクロで実行している場合には、ヒストグラムやグラフを描く前に

```
TCanvas *c1 = new TCanvas(''c1'', ''c1'', 1600, 900);
```

としてキャンバスを作っておき、ヒストグラムやグラフを Draw した後に

```
c1->SaveAs(''save name'');
```

とすることで保存することができる。保存する際にきれいにヒストグラムやグラフを整えた後、保存したい人も多いと思う。root はヒストグラムやグラフそれぞれに様々な修飾等が存在し、それをここで説明しているときりがないためまとめ 6 にそれらが書かれているリンクを載せておく。

また、ヒストグラムを保存する際に画像としてでなく root ファイルにヒストグラムのまま保存することができる。実際に触ってみないとそのメリットは感じにくいかもしれないが、root ファイルの状態で保存することで、保存した後にタイトルをつけたり bin 幅を変えろといった加工が簡単に行える。そのため、最終的にスライド等に用いる時以外は root ファイルで保存しておいたほうが便利かもしれない。具体的なやり方が書かれているサイトのリンクをここに載せておく。⁶なお、ヒストグラム等を保存する際は測定データの root ファイルとは別に保存用の root ファイルを作るようにしてください。測定データを上書きしてしまうリスクを避けるために、測定データは読み込み専用で開く習慣をつけるためである。

⁶<https://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/member/n.kamo/wiki/doku.php?id=study:software:root:io> の Write ・ オブジェクトをファイルに書き込む、root ファイルを保存するを参考にしてください。

5.3 Poisson 統計

Poisson 分布とはめったに起こらない事象を大量に測定した場合にこの分布に従うことが多い。式で表すと、

$$P(n) = \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!} \quad (1)$$

で、これは平均 λ 起こる事象が n 回起こるときの確率を表す。今回の実験の場合はそれぞれの測定での光子数の分布は Poisson 分布に従うと思われる。

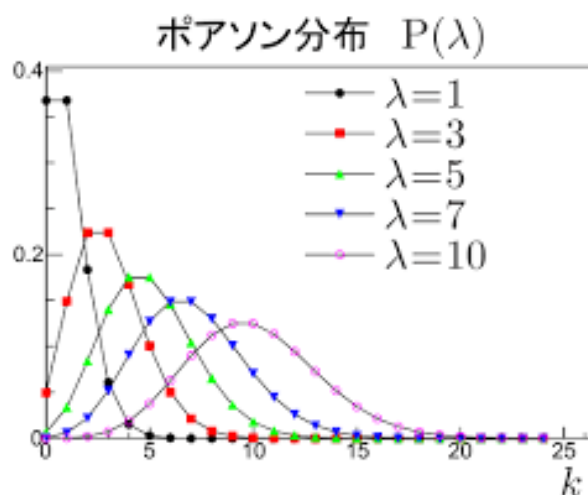


図 16: poisson 分布の図

λ が大きい場合は Poisson 分布は Gauss 分布 (正規分布) に従う。今回の実験の場合では、それぞれの光子数に対応するピークは Gauss 分布に従うと思われる。

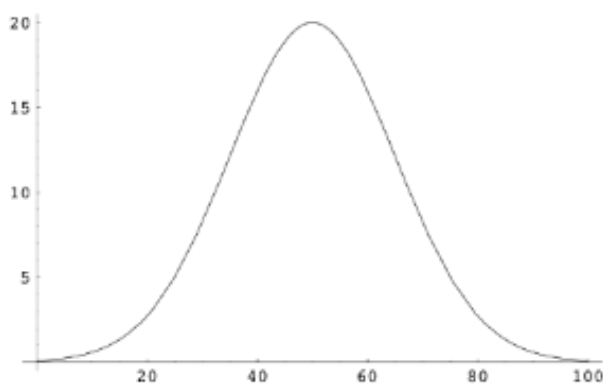


図 17: gauss 分布の図

5.4 干渉縞の再現

今回の測定データは最初 adc の値として保存されており、この値自体に物理的な意味はない。そのため、まずはこの値から光子数に変換する必要がある。やり方としてはそれぞれのピークが光子数に対応してい

るため、それぞれをガウス分布でフィットして中心値を求める。その adc 値と光子数の関係を直線近似することで横軸を adc から光子数に変換することができる。

そのあと、変換した後のヒストグラムから MPPC の位置ごとの平均光子数を求めてプロットすることで干渉縞を再現することができる。平均光子数については様々な求め方があるが、簡単なものについては光子数で重みづけした平均、もう少しちゃんと求める場合には上で述べたように光子数の分布は Poisson 分布に従うため、全体を Poisson 分布でフィットすることで求めるほうがよい。

また、演習3で光子数を減らした場合はフィットで平均光子数を求めることは難しい。その場合は平均光子数ではなく1光子以上のイベント数で考えるとよい。平均光子数そのものではないが、光子数が少ない場合には平均光子数に比例して1光子以上のイベント数も増加するため、それでも干渉縞を観測することができる。⁷

6 まとめ

今回説明できたのはごく基本的な部分のみであり、今回の実験の解析についてもこれ以上の知識が必要になることがあると思う。c++の知識でわからないことがあれば

<http://www7b.biglobe.ne.jp/~robe/cpphtml/> の第1部を見ればある程度の情報はのっていると思われる。もし、これにのっていない知識が必要になれば別途調べるか質問してください。

ROOT についての情報は基本的なものは

http://www-ppl.s.chiba-u.jp/~hiroshi/ref/ROOT_text.pdf

<https://www.quark.kj.yamagata-u.ac.jp/~miyachi/ROOT/root.pdf>

、途中で話した修飾については

<http://atlas.kek.jp/comp/ROOT-commands.html>

を見ればある程度一覧になっている。もし、そこにのっていない知識が必要になったときは別途調べるか、

<https://root.cern.ch/guides/users-guide>

の User's Guide を見ればわかると思うが、User's Guide は英語の上膨大であるため、適宜調べるのがよいと思う。

また、あまり全てを書きすぎると参加している皆さんが考えることがなくなってしまうため、あえて説明をしていない部分もある。なので、この資料を読んでわからないことがあれば遠慮せずにどんどん聞いてください。

参考文献

[1] https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/03_handbook.pdf

⁷物理的な説明をすると、1光子の干渉と仮定すると明線の部分では光子の存在確率が大きいため、光子を観測するイベント数が増加する。光子数が増加すると光子数0となるイベントは暗線であっても減少するため、この考え方で解析することは難しくなる。