Lista 2

1. Quais dos seguintes conjuntos são subespaços vetoriais? Em caso afirmativo exiba uma base deste subespaço.

   (a) Vetores do plano $2x + y - z = 0$

   (b) Combinações lineares de $u = (1, 0, -1)$, $v = (-1, 1, 1)$ e $w = (-1, 3, 1)$, ou seja, $ger(u, v, w) = \{z \in \mathbb{R}^3 / z = a \cdot u + b \cdot v + c \cdot w\}$

   (c) Vetores de $\mathbb{R}^n$ cuja primeira coordenada é igual a 1.

   (d) Vetores de $\mathbb{R}^n$ cujas coordenadas formam uma progressão aritmética

   (e) Vetores de $\mathbb{R}^n$ cujas coordenadas formam uma progressão geométrica

   (f) Matrizes $m \times n$ anti-simétricas (A é anti-simétrica se $A^T = -A$)

   (g) Os polinômios de grau até 3 que têm pelo menos duas raízes $x_0 = 1$ e $x_1 = 2$

2. Explique por que podemos determinar uma base para o espaço coluna de uma matriz A coletando as colunas de A correspondentes às colunas que contém pivôs quando A é escalonada.

3. Exiba matrizes 2×2 com os seguintes núcleos (espaço nulo) e imagens (espaço coluna):

   (a) Núcleo: reta $y = x$. Imagem: reta $y = 2x$

   (b) Núcleo: reta $y = 3x$. Imagem: também a reta $y = 3x$.

4. Considere a base de R^2 $\beta = [u, v]$, onde $u = (1, 1)$ e $v = (2, 1)$

   (a) Se w tem coordenadas $(3, 5)$ na base β, quais são as coordenadas de w na base canônica? ($[w]_\beta = (3, 5)$ então $[w]_E = (?, ?)$)

   (b) Se z tem coordenadas $(1, 2)$ na base canônica, quais são as coordenadas de w na base β? ($[z]_E = (1, 2)$ então $[z]_\beta = (?, ?)$)

   (c) Qual é a matriz de passagem da base β para a canônica? E da base canônica para a base β?

5. Determine uma base$\beta = [u, v]$ de R^2onde u pertence à reta $y = x$ e v é ortogonal à u.

   (a) Determine a matriz da projeção ortogonal $[P]_\beta$ sobre a reta $y = x$ no sistema de coordendas definidos por β

   (b) Encontre a matriz da mesma projeção ortogonal $[P]_E$ mas agora na base canônica E, fazendo o produto $[P]_E = I_E^\beta [P]_\beta I_\beta^E$