

Junioraufgabe 1: Auf und Ab

J1.1 Lösungsidee

Wir beschreiben jede Leiter des Leiterspiels durch ein Zahlenpaar (a, b) . Die erste Zahl a gibt die Feldnummer an, bei welchem die Leiter anfängt, und die zweite Zahl b die Feldnummer, bei welchem die Leiter endet.

Beispiel

Das Paar $(6, 27)$ entspricht einer Leiter, die beim Feld mit der Nummer 6 anfängt und beim Feld mit der Nummer 27 aufhört.

Das ganze Spielbrett lässt sich so durch eine Liste von Leitern darstellen (vgl. Abbildung J1.1):

$(6, 27), (14, 19), (21, 53), (31, 42), (33, 38), (46, 62),$
 $(51, 59), (57, 96), (65, 85), (68, 80), (70, 76), (92, 98)$

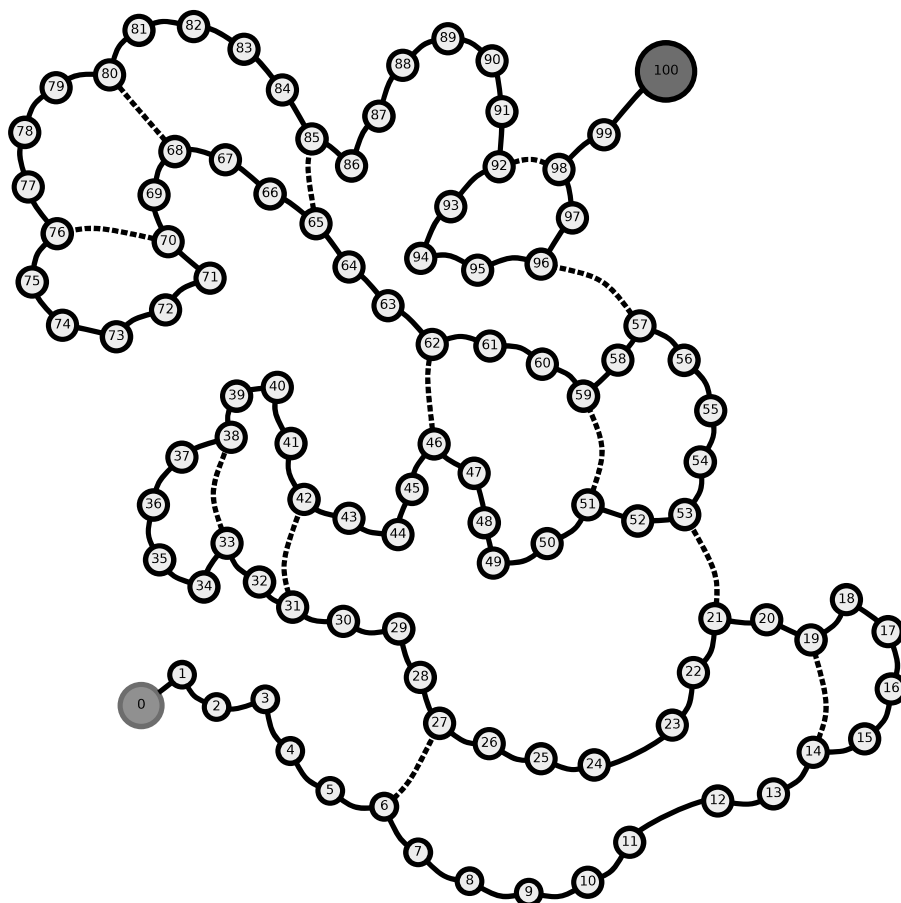


Abbildung J1.1: Übersicht über das Spielbrett. Die gestrichelten Linien repräsentieren die Leitern.

J1.2 Berechnung eines Spielzugs

Wir speichern die jeweilige Feldnummer, auf der sich Fredericks Spielfigur befindet, in einer Variable P . Nach Würfeln einer Zahl Z werden zur Bestimmung der neuen Figurenposition folgende Schritte ausgeführt:

1. Erhöhe die Figurenposition P um die gewürfelte Zahl Z .
2. Überprüfe, ob die neue Figurenposition P nun über 100 liegt. In diesem Fall sind wir über das Ziel hinausgelaufen und müssen die überzähligen Schritte wieder zurückgehen. Dazu ersetzen wir P durch $100 - (P - 100)$, also $200 - P$.
3. Überprüfe, ob an der neuen Figurenposition P eine Leiter beginnt oder endet. Hierzu suchen wir in der Liste der Zahlenpaare nach der Position P . Gibt es ein Paar mit der Zahl P , so befindet sich Fredericks Spielfigur an einer Leiter; die neue Position P wird dann durch die andere Nummer dieses Zahlenpaares bestimmt (Auf-/Abstieg durch eine Leiter).

Es ist wichtig, dass wir die Berechnungen in genau dieser Reihenfolge durchführen. Es kann nämlich passieren, dass die Spielfigur erst über das Ziel hinausläuft und beim Zurücklaufen (Zielrücküberquerung) dann auch noch auf eine Leiter trifft, an der sie hinabsteigen muss, z.B. falls bei Feldnummer 99 eine Drei gewürfelt wird und somit von Feld 98 zu Feld 92 hinuntergeklettert werden muss.

J1.3 Erkennen von Endlosschleifen

Die Aufgabenstellung ist, ob wir durch das Würfeln derselben Zahl ins Ziel kommen. Dazu setzen wir unsere Spielfigur anfangs auf das Startfeld 0. Wir berechnen nacheinander die einzelnen Spielzüge mit der vorher genannten Methode. Dabei zählen wir nebenbei die Anzahl der notwendigen Züge mit. Sind wir im Zielfeld 100 angekommen, so können wir mit der Berechnung aufhören (vgl. Abbildung J1.3).

Allerdings tritt noch ein Problem auf. Fredericks Spielfigur kann sich auch in einer Endlosschleife verfangen und wird deswegen das Zielfeld nie erreichen (vgl. Abbildung J1.2). Daher müssen wir sicher testen können, ob wir in einer solchen Endlosschleife gefangen sind. Dazu gibt es verschiedene Möglichkeiten.

Möglichkeit 1: Wir merken uns die Nummer der Felder, auf denen Fredericks Spielfigur am Ende eines Zuges schon war. Kommt seine Spielfigur nach einem Spielzug auf ein bereits besuchtes Feld, so weiß er, dass er ab jetzt immer im Kreis laufen wird (wir nehmen ja an, dass wir immer die gleiche Zahl würfeln).

Möglichkeit 2: Das gesamte Spielbrett besteht aus 100 verschiedenen Feldern (Startfeld nicht mitgezählt). Wenn sich Fredericks Spielfigur nicht in einer Endlosschleife verfangen hat, so muss seine Spielfigur schon nach höchstens 100 Zügen im Zielfeld angekommen sein. Andernfalls hätte er nämlich eine bestimmte Nummer mehrfach besucht, und sich so in einer Endlosschleife verfangen. Wir können die Berechnung also spätestens nach 100 Spielzügen abbrechen.

Möglichkeit 3: Frederick sucht sich eine Mitspielerin Franziska. Beide würfeln immer die gleiche Zahl Z . Wenn Frederick einen Zug macht, macht Franziska währenddessen zweimal diesen Zug. Sie ist also doppelt so schnell unterwegs wie Frederick. Treffen sich beide Spieler auf irgendeinem Spielfeld zwischen 1 und 99, so muss es eine Endlosschleife geben. Wenn Franziska

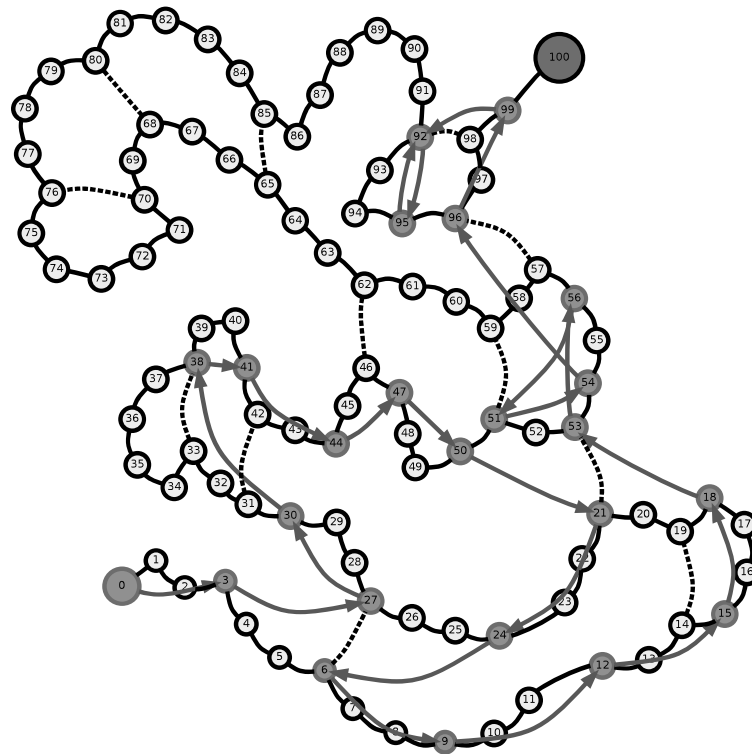


Abbildung J1.2: Für die Würfelzahl Drei landet Frederick in einer Endlosschleife.

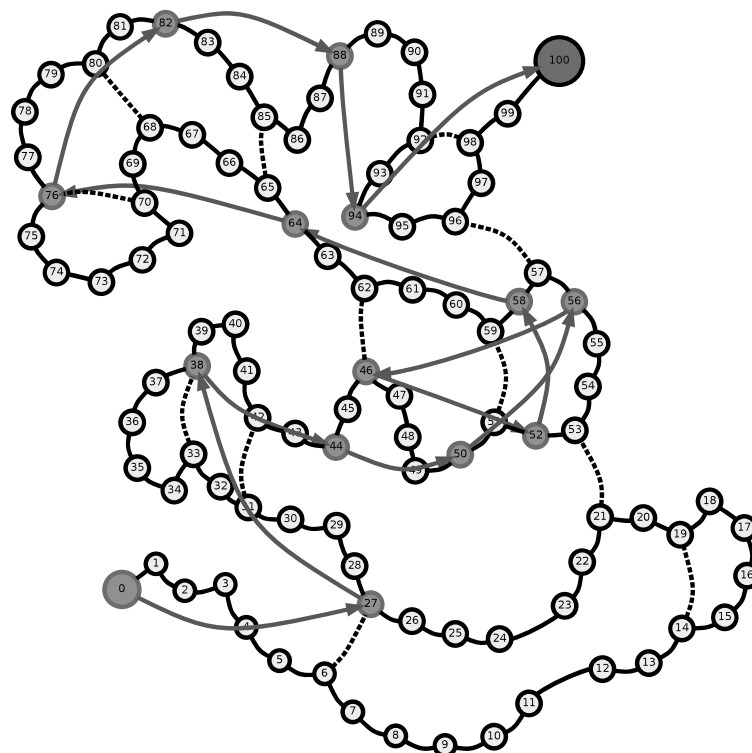


Abbildung J1.3: Für die Würfelzahl Sechs kommt Frederick im Ziel an.

nämlich doppelt so schnell im Kreis läuft wie Frederick, so wird sie ihn irgendwann von hinten einholen. Gibt es keine Endlosschleife, so treffen sich Franziska und Frederick erst wieder im Zielfeld 100, aber auf keinen Fall davor. Dieses Verfahren ist auch unter dem Namen *Hase-Igel-Algorithmus* bekannt und hat den Vorteil, dass man sich weder den Weg noch die Anzahl der Schritte merken muss.

Möglichkeit 4: Das Programm bricht nach einer Minute Rechenzeit als Zeitlimit automatisch ab, da aufgrund der relativ langen Programmlaufzeit bei korrekter Programmierung nur eine Endlosschleife für Fredericks Spielfigur in Frage kommt.

J1.4 Beispiele

Im Folgenden werden die jeweiligen Ergebnisse für alle mögliche Würfelzahlen Eins bis Sechs berechnet. Während des Spielverlaufs werden die Felder ausgegeben, auf denen Frederick am Ende des jeweiligen Zuges steht. Außerdem gibt das Programm auch an, welche Leiter Frederick benutzte oder ob er zurücklaufen musste, weil er zu weit über das Ziel hinausgeschossen war. Zahlen in runden Klammern geben die relevanten Zwischenschritte während eines Zuges an.

```

1
2 Frederick würfelt jetzt immer die Zahl 1.
3 Frederick kann das Ziel erreichen.
4 Die Anzahl seiner Züge beträgt: 26
5 Frederick läuft folgenden Pfad:
6 [Start] 1 2 3 4 5 (6) [Leiter aufwärts] 27 28 29 30 (31)
7 [Leiter aufwärts] 42 43 44 45 (46) [Leiter aufwärts] 62 63 64 (65)
8 [Leiter aufwärts] 85 86 87 88 89 90 91 (92) [Leiter aufwärts] 98 99 100
9 [Im Ziel]
10
11 Frederick würfelt jetzt immer die Zahl 2.
12 Frederick kann das Ziel erreichen.
13 Die Anzahl seiner Züge beträgt: 17
14 Frederick läuft folgenden Pfad:
15 [Start] 2 4 (6) [Leiter aufwärts] 27 29 (31) [Leiter aufwärts] 42 44
16 (46) [Leiter aufwärts] 62 64 66 (68) [Leiter aufwärts] 80 82 84 86 88
17 90 (92) [Leiter aufwärts] 98 100 [Im Ziel]
18
19 Frederick würfelt jetzt immer die Zahl 3.
20 Frederick verfängt sich in einer Endlosschleife.
21 Frederick läuft folgenden Pfad:
22 [Start] 3 (6) [Leiter aufwärts] 27 30 (33) [Leiter aufwärts] 38 41 44
23 47 50 (53) [Leiter abwärts] 21 24 (27) [Leiter abwärts] 6 9 12 15 18
24 (21) [Leiter aufwärts] 53 56 (59) [Leiter abwärts] 51 54 (57)
25 [Leiter aufwärts] 96 99 (102) [zu weit] (98) [Leiter abwärts] 92
26 [Anfang der Endlosschleife] 95 (98) [Leiter abwärts] 92
27 [Ende der Endlosschleife]
28
29 Frederick würfelt jetzt immer die Zahl 4.
30 Frederick verfängt sich in einer Endlosschleife.
31 Frederick läuft folgenden Pfad:
32 [Start] 4 8 12 16 20 24 28 32 36 40 44 48 52 56 60 64 (68)

```

```

33 [Leiter aufwärts] 80 84 88 (92) [Leiter aufwärts] 98 (102) [zu weit]
34 (98) [Leiter abwärts] 92 (96) [Leiter abwärts] 57 61 (65)
35 [Leiter aufwärts] 85 89 93 97
36 [Anfang der Endlosschleife] (101) [zu weit] 99 (103) [zu weit] 97
37 [Ende der Endlosschleife]
38
39 Frederick würfelt jetzt immer die Zahl 5.
40 Frederick kann das Ziel erreichen.
41 Die Anzahl seiner Züge beträgt: 16
42 Frederick läuft folgenden Pfad:
43 [Start] 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 (65) [Leiter aufwärts] 85 90
44 95 100 [Im Ziel]
45
46 Frederick würfelt jetzt immer die Zahl 6.
47 Frederick kann das Ziel erreichen.
48 Die Anzahl seiner Züge beträgt: 14
49 Frederick läuft folgenden Pfad:
50 [Start] (6) [Leiter aufwärts] 27 (33) [Leiter aufwärts] 38 44 50 56
51 (62) [Leiter abwärts] 46 52 58 64 (70) [Leiter aufwärts] 76 82 88 94
52 100 [Im Ziel]

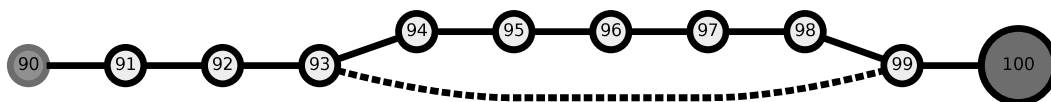
```

J1.5 Andere Leiteranordnungen

Was passiert bei anderen Leiteranordnungen? Wenn Frederick immer die Zahl Eins würfelt, kommt er immer ins Ziel, egal wie die Leitern angeordnet sind (solange zu jedem Feld von 1 bis 99 höchstens eine Leiter gehört). Für eine Endlosschleife muss es nämlich ein Feld geben, welches von zwei verschiedenen Vorgängerfeldern aus erreicht werden kann (je nachdem, ob Frederick aus der Endlosschleife kommt oder von einem Feld von außerhalb der Schleife). Nur über ein solches Feld kann er überhaupt in eine Endlosschleife geraten. Bei Leitern kann dieser Effekt nicht auftreten, denn kommt er von einem Ende der Leiter, landet er danach immer am gegenüberliegenden Ende. Allerdings kann es zwei Vorgänger geben, wenn er über das Ziel hinausschießt und dabei auf ein Feld kommt, auf dem er schon vorher war. Wenn wir immer nur die Zahl Eins würfeln, passiert so etwas aber nicht, aber für größere Würfelzahlen können Endlosschleifen auftreten.

Beispiel

Nehmen wir die folgende Konstellation:



Würfeln wir vom Feld 90 ausgehend immer die Zahl Drei, so läuft die Spielfigur wie folgt:



Mit der Feldnummer 93 beginnt eine Endlosschleife. Dementsprechend hat das Feld 93 auch die zwei Vorgängerfelder 96 und 98.

J1.6 Bewertungskriterien

Die Bewertungskriterien (Fettdruck) vom Bewertungsbogen werden hier näher erläutert (Punktabzug in []).

- (1) [-1] **Dokumentation sehr unverständlich bzw. unvollständig.**
- (2) [-1] **Interne Darstellung des Spielbretts ungeeignet:**
Für das Spielbrett mit den Leitern wurde eine geeignete interne Darstellung gefunden, d.h. die interne Darstellung ist korrekt und entspricht dem vorgegebenen Spielbrett. Auch eine feste Verdrahtung des vorgegebenen Spielfelds im Programm ist hierfür in Ordnung.
- (3) [-1] **Lösungsverfahren fehlerhaft:**
Das Lösungsverfahren, mit dem das Würfeln von stets derselben Zahl nachvollzogen wird, sollte korrekt sein und Endlosschleifen erkannt werden. Es genügt, wenn das Verfahren für das vorgegebene Spielfeld funktioniert.
- (4) [-1] **Spielregeln mangelhaft umgesetzt:**
Alle Spielregeln sollten korrekt umgesetzt sein (Auf-/Abstieg durch Leitern sowie Zielrücküberquerung, ggf. inklusive Leiterabstieg). Abweichungen davon sollten begründet sein.
- (5) [-1] **Verfahren bzw. Implementierung unnötig aufwendig:**
Nur besonders umständliche Verfahren bzw. Implementierungen führen zu Punktabzug.
- (6) [-1] **Programmausgabe des Spielverlaufs nicht nachvollziehbar:**
Die Ausgabe des Spielverlaufs durch das Programm muss nachvollziehbar sein. Eine reine Ja/Nein-Antwort je Würfelzahl ist zu wenig, jedoch reicht eine Angabe der Anzahl der Spielzüge aus. Am besten ist, wenn das Programm den gesamten Weg ins Zielfeld (oder in eine Endlosschleife) ausgibt.
- (7) [-1] **Ergebnisse fehlerhaft bzw. zu wenige (mind. 1/4 und 1/2):**
Die Dokumentation enthält die Ergebnisse für mind. 1 Würfelzahl aus Eins, Zwei, Drei und Sechs sowie für mind. 1 Würfelzahl aus Drei und Vier (wegen Endlosschleife).